

Taller

August 13, 2025

Un lago prístino de 2km^2 y profundidad promedio de 10m tiene un río que fluye a través de él a una tasa de $10,000\text{ m}^3$ por día. Una fábrica se construye al lado del lago y vierte contaminantes químicos en el lago a una tasa de 100 kg por día. Sea R la tasa de vertimiento y F la tasa de flujo, podemos escribir la concentración, C_t , y el cambio en la cantidad de contaminante acumulado en un momento dado, W_t , como

$$C_t = \frac{W_t}{V_t}$$
$$W_{t+1} - W_t = R - F \frac{W_t}{V_t}$$

por lo tanto

$$W_{t+1} = R + \left(1 - \frac{F}{V}\right)W_t$$

donde $V = 2\text{km}^2 \times 10\text{m}$. Antes de la instalación de la fábrica $R = 0$ y por lo tanto $W_0 = 0$

1. Este es un sistema dinámico que tiende a un valor de W de equilibrio. Halle la expresión caracteriza el valor en el que se estabiliza W , es decir que $W_{t+1} = W_t = W^*$
2. ¿Qué pasa con W^* si R se incrementa? Grafique

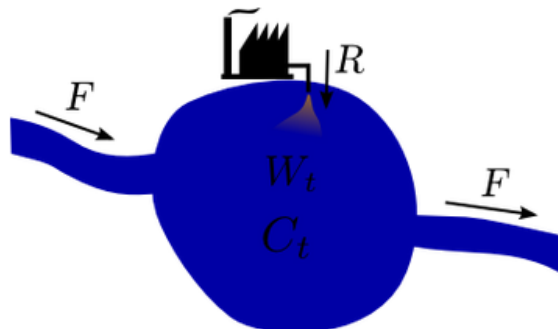
El lago sostiene una industria pesquera y la comunidad cercana realiza actividades recreativas en el lago. Los vertimientos de la fábrica deterioran la calidad del agua y por lo tanto afectan negativamente la pesca y las actividades recreativas. Sea h la pesca en kg y L el esfuerzo pesquero, decimos que la producción pesquera está dada por

$$h = L^\alpha - W^{*\beta}$$

El beneficio de la pesca está dado por

$$\pi = ph - wL$$

donde p es el precio por kg de pescado y w el costo por unidad de esfuerzo pesquero



2. Si $L = 100$, $\alpha = 0.8$ y $\beta = 0.2$, $p = \$2,000$ y $w = \$500$, calcule el beneficio antes de la fábrica y el beneficio una vez se instala la fábrica ¿Cuánto se pierde de beneficio como consecuencia de la fábrica?
3. ¿Qué tendría que ocurrir para que la instalación de la fábrica fuese recomendable desde el punto de vista social?

Las actividades recreativas son llevadas a cabo por los miembros de la comunidad, para quienes su bienestar depende del consumo de bienes privados, x y las actividades recreativas, q . El lago es de acceso libre y las personas no tienen que pagar por usarlo. Decimos entonces la utilidad de un individuo está dada por

$$U = x^\gamma + q^{1-\gamma}$$

Las actividades recreativas que se pueden realizar dependen de la calidad del agua. Decimos que $q = 1$ si $R = 0$, y si $R > 0$ entonces

$$q = W^{*-v}$$

5. Sea $x = \$10,000$, $\gamma = 0.75$, $v = 0.1$. La comunidad está compuesta por mil individuos. Encuentre la cantidad de dinero que debería recibir cada individuo para que sea indiferente entre la situación sin fábrica y la situación con fábrica ¿Cuánto debería ser para la comunidad como un todo?
6. ¿Cómo interpreta el resultado anterior?
7. Si considera el impacto sobre la pesca y sobre las actividades recreativas ¿Cuánto es el valor económico del impacto ambiental generado por la fábrica? ¿Bajo que circunstancias económicas es recomendable socialmente la fábrica?