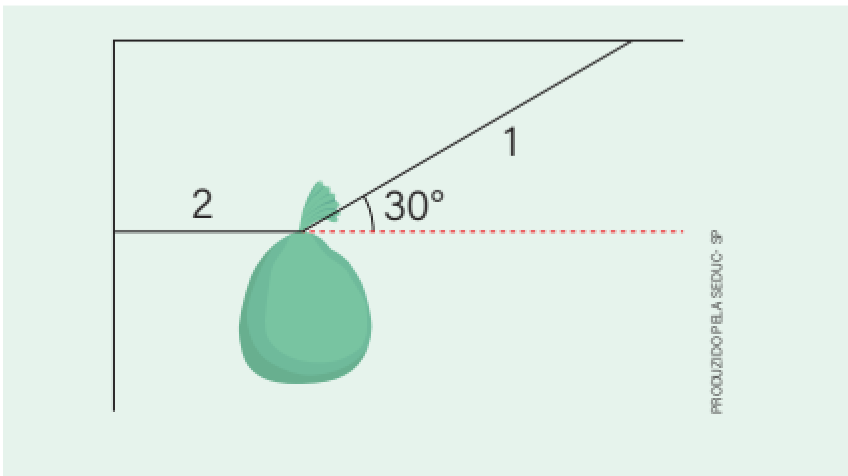
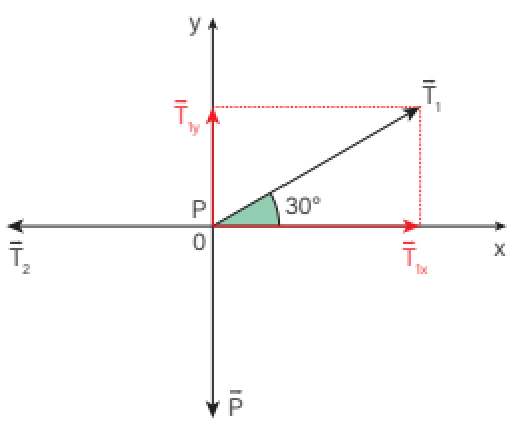
1 Aula 1: Estática dos Sólidos

Questão - Tensões em equilíbrio

Na figura a seguir, um corpo de peso 100 N encontra-se em equilíbrio, pendurado por duas cordas, 1 e 2. Calcule o valor da tensão nessas duas cordas.

Dados: $\cos 30° = 0{,}8$ e $\sin 30° = 0{,}5$.





Solução:

O corpo está em equilíbrio, logo a soma das forças deve ser nula:

$$\sum F_x = 0 \quad \text{e} \quad \sum F_y = 0$$

- Pela condição de equilíbrio vertical:

$$T_{1y} = P = 100 \quad \Rightarrow \quad T_1 \cdot \sin 30^\circ = 100$$

$$T_1 = \frac{100}{\sin 30^\circ} = \frac{100}{0,5} = 200\,\mathrm{N}$$

- Pela condição de equilíbrio horizontal:

$$T_{1x} = T_2 \quad \Rightarrow \quad T_1 \cdot \cos 30^\circ = T_2$$

$$T_2 = 200 \cdot 0,8 = 160\,\mathrm{N}$$

Portanto:

$$T_1 = 200\,\mathrm{N} \quad \text{e} \quad T_2 = 160\,\mathrm{N}$$

Questão - Equilíbrio de um corpo pendurado

Introdução:

Quando um corpo encontra-se em repouso, pendurado por cordas ou fios, ele está em equilíbrio. Isso significa que a soma das forças que atuam sobre ele *em todas as direções* deve ser zero:

$$\sum F_x = 0 \quad \text{e} \quad \sum F_y = 0$$

As cordas transmitem forças chamadas *trações*, que podem ser decompostas em componentes horizontal e vertical usando trigonometria.

Exemplo: Um corpo de peso $P = 120\,\mathrm{N}$ está pendurado por duas cordas, 1 e 2, fixadas em diferentes pontos acima do corpo. A corda 1 faz um ângulo de 45° com a horizontal e a corda 2 forma 30° com a horizontal, como na figura a seguir.

Dados: $\sin 30^\circ = 0,5$, $\cos 30^\circ = 0,87$, $\sin 45^\circ = 0,707$, $\cos 45^\circ = 0,707$.

Perguntas:

1. **Calcular a componente vertical da tensão da corda 1.**

   Como o corpo está em equilíbrio, a soma das componentes verticais das tensões deve equilibrar o peso:

   $$T_{1y} + T_{2y} = P$$

   Dica: $T_{iy} = T_i \sin \theta_i$.

2. **Calcular a componente horizontal da tensão da corda 1.**

   A soma das componentes horizontais deve ser zero:

   $$T_{1x} = T_{2x} \quad \Rightarrow \quad T_1 \cos 45^\circ = T_2 \cos 30^\circ$$

3. **Determinar a tensão total em cada corda.**

   Resolva o sistema de equações das componentes horizontais e verticais para encontrar T_1 e T_2.

4. **Verificar o equilíbrio do corpo.**

   Confirme que a soma das componentes verticais e horizontais das tensões *igualam* o peso e se anulam, respectivamente.

2 Aula 2: Estática dos Sólidos

Equilíbrio de uma barra rígida - Torque

Introdução Teórica:

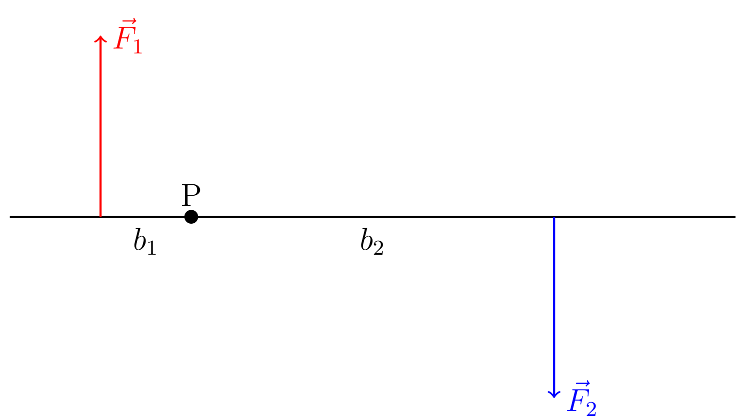
Para compreender o equilíbrio de um corpo extenso, é fundamental definir o *momento de uma força* ou *torque*. O torque τ de uma força $\vec{F}$ em relação a um ponto fixo P é dado por:

$$\tau = F \cdot b,$$

onde b é o braço de alavanca, ou seja, a distância perpendicular entre a linha de ação da força e o ponto P. Se o torque tende a girar a barra no sentido anti-horário, considera-se $\tau > 0$, e se tende a girar no sentido horário, $\tau < 0$.

Exemplo de situação:

Considere uma barra rígida homogênea submetida às forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, conforme a figura abaixo. O ponto P é fixo e arbitrário. As linhas de ação de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ estão a distâncias b_1 e b_2 de P, respectivamente.



Questão:

(a) Calcule o torque de cada força em relação ao ponto P.

(b) Determine a condição de equilíbrio da barra.

(c) Exemplo resolvido: verifique o equilíbrio para $F_1 = 12$ N, $F_2 = 8$ N, $b_1 = 0,4$ m, $b_2 = 0,6$ m.

Solução:

(a) O torque de cada força em relação ao ponto P é calculado por:

$$\tau_1 = F_1 \cdot b_1, \quad \tau_2 = F_2 \cdot b_2$$

(b) Condição de equilíbrio: a soma dos torques deve ser zero, considerando os sentidos:

$$\sum \tau = 0 \quad \Rightarrow \quad \tau_1 - \tau_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad F_1 b_1 = F_2 b_2$$

(c) Substituindo os valores do exemplo:

$$\tau_1 = 12 \cdot 0,4 = 4,8 \text{ N·m}, \quad \tau_2 = 8 \cdot 0,6 = 4,8 \text{ N·m}$$

Como $\tau_1 = \tau_2$, a barra está **em equilíbrio**.

Observação: Sempre verifique o sentido do torque para somar corretamente. No exemplo, assumimos que $\vec{F}_1$ tende a girar a barra no sentido anti-horário e $\vec{F}_2$ no sentido horário.

Equilíbrio de uma barra rígida - Torque

Introdução Teórica:

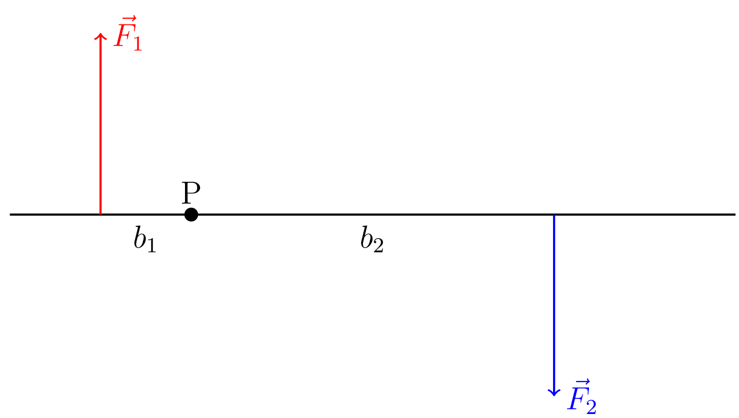
Para compreender o equilíbrio de um corpo extenso, é fundamental definir o *momento de uma força* ou *torque*. O torque τ de uma força $\vec{F}$ em relação a um ponto fixo P é dado por:

$$\tau = F \cdot b,$$

onde b é o braço de alavanca, ou seja, a distância perpendicular entre a linha de ação da força e o ponto P.

Situação proposta:

Considere uma barra rígida homogênea submetida às forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, conforme a figura abaixo. O ponto P é fixo e arbitrário, servindo como nosso polo de referência. As linhas de ação de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ estão a distâncias b_1 e b_2 de P, respectivamente.



Questão:

(a) Calcule o torque de cada força em relação ao ponto P.

(b) Determine a condição de equilíbrio da barra, considerando que ela está fixa apenas no ponto P e sujeita às forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$.

(c) Se $F_1 = 10$ N, $F_2 = 15$ N e $b_1 = 0,5$ m, $b_2 = 1$ m, verifique se a barra está em equilíbrio.

3 Aula 3: Estática dos Sólidos

Centro de Gravidade de uma Barra Composta

Introdução Teórica:

O **centro de gravidade (CG)** de um corpo ou sistema de partículas é o ponto onde podemos considerar concentrada toda a massa do sistema, de modo que os efeitos da gravidade sobre ele sejam equivalentes aos efeitos sobre a distribuição real de massa. Para corpos extensos compostos por partes distintas com distribuição de massa uniforme, o cálculo do centro de gravidade pode ser feito utilizando a **média ponderada das posições de cada parte**, considerando suas massas.

Se um sistema é formado por n partículas ou partes com massas $m_1, m_2, \ldots, m_n$ localizadas em posições $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ao longo de um eixo, a posição do centro de gravidade x_{cg} é dada por:

$$x_{\mathrm{cg}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

No caso de uma barra composta por dois metais diferentes, cada segmento pode ser tratado como uma "massa concentrada" no seu **centro geométrico**, desde que a distribuição de massa seja uniforme. Assim, o centro de gravidade total da barra é a média ponderada das posições centrais de cada metal.

Resolução do Problema:

Considere a barra composta de dois metais:

- Metal A: $m_A = 4\,\mathrm{kg}$
- Metal B: $m_B = 12\,\mathrm{kg}$

Assumindo distribuição de massa uniforme, o centro de gravidade de cada parte será **no centro de seu segmento**.

Se a barra estiver disposta horizontalmente com a extremidade do metal A em $x = 0$, temos:

$$x_A = \frac{L_A}{2}, \quad x_B = L_A + \frac{L_B}{2}$$

O centro de gravidade da barra inteira é calculado por:

$$x_{\mathrm{cg}} = \frac{m_A x_A + m_B x_B}{m_A + m_B}$$

Exemplo numérico:

Suponha que:

$$L_A = 1\,\mathrm{m}, \quad L_B = 3\,\mathrm{m}$$

$$x_A = 0,5\,\mathrm{m}, \quad x_B = 2,5\,\mathrm{m}$$

$$x_{\mathrm{cg}} = \frac{4 \cdot 0,5 + 12 \cdot 2,5}{4 + 12} = \frac{32}{16} = 2\,\mathrm{m}$$

Portanto, o centro de gravidade da barra está a **2 metros da extremidade do metal A**.

Questão - Centro de Gravidade de uma Barra Composta

Enunciado:

Uma barra metálica é composta por duas partes: uma de metal C e outra de metal D.

- Massa do metal C: $m_C = 6\,\mathrm{kg}$, comprimento $L_C = 2\,\mathrm{m}$
- Massa do metal D: $m_D = 9\,\mathrm{kg}$, comprimento $L_D = 3\,\mathrm{m}$

Assumindo que a massa de cada parte está distribuída uniformemente, determine a posição do **centro de gravidade** da barra a partir da extremidade do metal C.

Dica: O centro de gravidade de cada segmento uniforme está no meio do segmento, e o centro de gravidade total é a média ponderada das posições dos centros de massa de cada parte.

Centro de massa de cada segmento:

$$x_C = \frac{L_C}{2} = ?, \quad x_D = L_C + \frac{L_D}{2} = ?$$

$$x_{\text{cg}} = \frac{m_C x_C + m_D x_D}{m_C + m_D} = ?$$