

# Concurso Público do Instituto Federal de Sertão

## EBTT Física.

André V. Silva

[www.andrevsilva.com](http://www.andrevsilva.com)

Thursday 28<sup>th</sup> August, 2025

### Contents

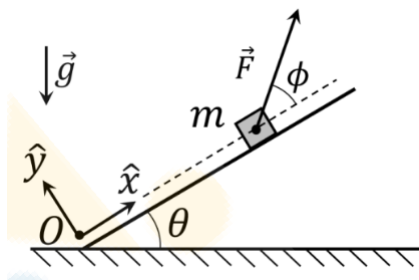
<b>1</b>	<b>Mecânica</b>	<b>2</b>
1.1	Questão 41 — Força mínima para iminência de movimento rampa acima .	2
1.2	Questão 42 — Cilindro com atrito . . . . .	4
1.3	Questão 43 - Trabalho de uma força de resistência . . . . .	7
1.4	Questão 44 - Pêndulo Físico . . . . .	12
1.5	Questão 45 - Colisão Unidimensional inelástica . . . . .	14

---

## 1 Mecânica

### 1.1 Questão 41 — Força mínima para iminência de movimento rampa acima

Um bloco de massa  $m$  encontra-se em repouso sobre um plano inclinado de ângulo  $\theta$  com a horizontal. Uma força  $\vec{F}$  é aplicada ao bloco, formando ângulo  $\varphi$  com a direção do plano, como indicado na figura. O coeficiente de atrito estático entre o bloco e o plano é  $\mu$ . Determine a intensidade mínima da força  $\vec{F}$  necessária para colocar o bloco na iminência de subir a rampa.



#### 1) Equilíbrio de forças

Projetando as forças ao longo dos eixos  $\hat{x}$  (paralelo à rampa, apontando para cima) e  $\hat{y}$  (normal ao plano):

$$F \cos \varphi - mg \sin \theta - \mu N = 0 \quad (1)$$

$$N - mg \cos \theta + F \sin \varphi = 0 \quad \Rightarrow \quad N = mg \cos \theta - F \sin \varphi \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1), obtemos:

$$F \cos \varphi = mg \sin \theta + \mu (mg \cos \theta - F \sin \varphi). \quad (3)$$

#### 2) Expressão para a força aplicada

Da equação (3), resulta:

$$F(\varphi) = \frac{mg(\sin \theta + \mu \cos \theta)}{\cos \varphi + \mu \sin \varphi}. \quad (4)$$

### 3) Maximização do denominador via Cauchy–Schwarz

O denominador pode ser escrito como produto escalar:

$$\cos \varphi + \mu \sin \varphi = (\cos \varphi, \sin \varphi) \cdot (1, \mu).$$

Pela desigualdade de Cauchy–Schwarz :

$$\boxed{\cos \varphi + \mu \sin \varphi \leq \sqrt{1 + \mu^2}.} \quad (5)$$

A igualdade em (5) ocorre quando

$$\tan \varphi^* = \mu, \quad (6)$$

isto é,

$$\cos \varphi^* = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}}, \quad \sin \varphi^* = \frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu^2}}.$$

### 4) Força mínima

Substituindo o valor máximo do denominador (5) em (4), temos:

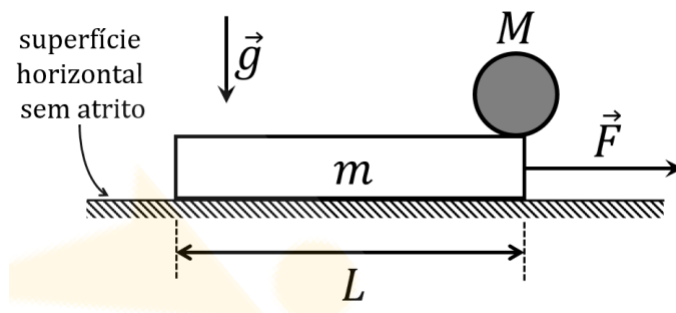
$$F_{\min} = \frac{mg(\sin \theta + \mu \cos \theta)}{\sqrt{1 + \mu^2}}. \quad (7)$$

Portanto, a força mínima aplicada que coloca o bloco na iminência de subir a rampa é dada por (7), atingida quando (6) vale.

**Alternativa correta: D.**

## 1.2 Questão 42 — Cilindro com atrito

Uma prancha de madeira, com comprimento  $L = 1,0$  m e massa  $m = 0,4$  kg, possui um cilindro maciço e homogêneo de aço, com massa  $M = 0,6$  kg, localizado na extremidade direita da prancha. O sistema está em repouso sobre um plano horizontal liso. Uma força constante  $\vec{F} = (20 \text{ N}) \hat{x}$  é aplicada à prancha, fazendo com que os objetos comecem a se mover acelerados. O cilindro rola suavemente, sem escorregar, sobre a prancha, devido à presença de atrito entre eles. Desprezando o atrito entre a prancha e a superfície horizontal, bem como qualquer força de resistência do ar, determine o intervalo de tempo, em segundos, que o cilindro levará para cair da prancha, ou seja, para atingir a extremidade oposta e deixar de estar em contato com ela.



- (A) 0,1 s
- (B) 0,2 s
- (C) 0,3 s
- (D) 0,4 s
- (E) 0,5 s

### 1) Definição das variáveis e forças

Seja  $a_p$  a aceleração da prancha (para a direita) e  $a_c$  a aceleração do centro do cilindro (para a direita), ambas medidas no referencial inercial do solo. Seja  $f$  a força de atrito

horizontal exercida pela prancha sobre o cilindro (no ponto de contato). Pela ação e reação, a prancha sofre  $-f$  da parte do cilindro.

Para o cilindro maciço homogêneo, momento de inércia em relação ao centro:

$$I = \frac{1}{2}MR^2. \quad (8)$$

Não precisamos do valor de  $R$  explicitamente, apenas das relações de rotação/translação.

## 2) Equações de movimento

Equilíbrio (segunda lei) para a prancha (força total horizontal):

$$F - f = ma_p. \quad (9)$$

Equação de translação para o cilindro:

$$f = Ma_c. \quad (10)$$

Equação de rotação para o cilindro (torque causado por  $f$ ):

$$fR = I\alpha = \left(\frac{1}{2}MR^2\right)\alpha. \quad (11)$$

**Condição de rolamento sem escorregar entre cilindro e prancha: a velocidade do ponto de contato do cilindro iguala a velocidade da prancha.** Em termos das acelerações:

$$a_c - a_p = -R\alpha. \quad (12)$$

(A escolha do sinal garante consistência: se a prancha acelera mais que o cilindro, o contato induz uma rotação que satisfaz (12).)

## 3) Eliminação das incógnitas

Da (11) e de (12) obtemos:

$$fR = \frac{1}{2}MR^2\alpha \quad \Rightarrow \quad f = \frac{1}{2}MR\alpha.$$

Usando (12)  $\alpha = -(a_c - a_p)/R$ , resulta

$$f = -\frac{1}{2}M(a_c - a_p). \quad (13)$$

Por outro lado, pela translação do cilindro (10):

$$f = Ma_c. \quad (14)$$

Igualando (13) e (14):

$$Ma_c = -\frac{1}{2}M(a_c - a_p).$$

Dividindo por  $M$  e rearranjando:

$$a_c = -\frac{1}{2}a_c + \frac{1}{2}a_p \quad \Rightarrow \quad \frac{3}{2}a_c = \frac{1}{2}a_p \quad \Rightarrow \quad a_c = \frac{1}{3}a_p.$$

Substituindo (1.2) em (9) e usando (10) ( $f = Ma_c$ ):

$$F - Ma_c = ma_p.$$

Como  $a_c = a_p/3$ , obtemos

$$F - M\frac{a_p}{3} = ma_p \quad \Rightarrow \quad F = a_p\left(m + \frac{M}{3}\right).$$

Logo a aceleração da prancha:

$$a_p = \frac{F}{m + \frac{M}{3}} = \frac{3F}{3m + M}. \quad (15)$$

E, pela (1.2),

$$a_c = \frac{a_p}{3} = \frac{F}{3m + M}. \quad (16)$$

#### 4) Aceleração relativa e tempo até cair

A aceleração relativa entre prancha e cilindro (aceleração com que a prancha “afasta-se” do cilindro) é

$$a_{\text{rel}} = a_p - a_c = a_p - \frac{a_p}{3} = \frac{2}{3}a_p.$$

Usando (15):

$$a_{\text{rel}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3F}{3m + M} = \frac{2F}{3m + M}. \quad (17)$$

Inicialmente a velocidade relativa é zero (sistema parte do repouso). A distância relativa a percorrer para que o cilindro passe da extremidade direita até a esquerda da prancha é  $L$ . Para movimento uniformemente acelerado, o tempo  $t$  satisfaz  $L = \frac{1}{2}a_{\text{rel}}t^2$ , portanto

$$t = \sqrt{\frac{2L}{a_{\text{rel}}}} = \sqrt{\frac{2L(3m + M)}{2F}} = \sqrt{\frac{(3m + M)L}{F}}. \quad (18)$$

### 5) Substituição numérica

Dados:  $m = 0,4$  kg,  $M = 0,6$  kg,  $L = 1,0$  m,  $F = 20$  N.

Calcule  $3m + M$ :

$$3m + M = 3(0,4) + 0,6 = 1,2 + 0,6 = 1,8 \text{ kg}.$$

Substituindo em (18):

$$t = \sqrt{\frac{(3m + M)L}{F}} = \sqrt{\frac{1,8 \times 1,0}{20}} = \sqrt{\frac{1,8}{20}} = \sqrt{0,09} = 0,30 \text{ s}.$$

**Resposta:**  $t = 0,3$  s. (Alternativa C.)

---

### 1.3 Questão 43 - Trabalho de uma força de resistência

Um projétil de massa  $m$  é lançado verticalmente para cima a partir da posição  $z = 0$  com velocidade inicial  $\vec{v} = v_0\hat{z}$  ( $v_0 > 0$ ) no instante  $t = 0$ . Além da força gravitacional, atua sobre ele uma força de resistência do ar proporcional à velocidade:  $\vec{F} = -\beta m\vec{v}$ , onde  $\beta > 0$  é o parâmetro de amortecimento. A aceleração da gravidade é  $\vec{g} = -g\hat{z}$ . Determine o trabalho realizado pela força de resistência desde o lançamento até a altura máxima.

**Solução:**

A força de resistência é:

$$\vec{F}_r = -\beta m\vec{v} = -\beta mv\hat{z}.$$

O trabalho realizado pela força de resistência até a altura máxima é:

$$W_r = \int_0^{z_{\max}} \vec{F}_r \cdot d\vec{z} = -\beta m \int_0^{z_{\max}} v \, dz.$$

A equação do movimento é:

$$m \frac{dv}{dt} = -mg - \beta m v \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{dv}{dt} + \beta v = -g.}$$

Solução da equação diferencial:

$$\frac{dv}{dt} + \beta v = -g \Rightarrow \frac{dv}{dt} = -g - \beta v$$

$$\frac{dv}{g + \beta v} = -dt$$

$$\int \frac{dv}{g + \beta v} = - \int dt$$

$$\frac{\ln(g + \beta v)}{\beta} = -t + C$$

Usando as condições de contorno do problema (quando  $t = 0$  e  $v = v_0$ ):

$$C = \frac{\ln(g + \beta v_0)}{\beta}$$

$$\frac{\ln(g + \beta v)}{\beta} = -t + \frac{\ln(g + \beta v_0)}{\beta}$$

$$\frac{\ln(g + \beta v)}{\beta} - \frac{\ln(g + \beta v_0)}{\beta} = -t$$

$$\ln(g + \beta v) - \ln(g + \beta v_0) = -\beta t$$

$$\ln \left[ \frac{(g + \beta v)}{(g + \beta v_0)} \right] = -\beta t$$



$$\frac{(g + \beta v)}{(g + \beta v_0)} = e^{-\beta t}$$

$$(g + \beta v) = (g + \beta v_0) e^{-\beta t}$$

$$\beta v = (g + \beta v_0) e^{-\beta t} - g$$

$$v(t) = \left( v_0 + \frac{g}{\beta} \right) e^{-\beta t} - \frac{g}{\beta}.$$

Altura máxima ocorre em  $t_{\max}$  tal que  $v(t_{\max}) = 0$ :

$$0 = \left( v_0 + \frac{g}{\beta} \right) e^{-\beta t_{\max}} - \frac{g}{\beta} \Rightarrow e^{-\beta t_{\max}} = \frac{g/\beta}{v_0 + g/\beta} \Rightarrow t_{\max} = \frac{1}{\beta} \ln \left( 1 + \frac{\beta v_0}{g} \right).$$

O trabalho da força de resistência:

$$W_r = -\beta m \int_0^{t_{\max}} v^2(t) dt = -\beta m \int_0^{t_{\max}} \left[ \left( v_0 + \frac{g}{\beta} \right) e^{-\beta t} - \frac{g}{\beta} \right]^2 dt.$$

$$W_r = -\beta m \int_0^{t_{\max}} \left[ \left( v_0 + \frac{g}{\beta} \right) e^{-\beta t} - \frac{g}{\beta} \right]^2 dt$$

$$\begin{aligned} W_r &= -\beta m \int_0^{t_{\max}} \left[ \left( v_0 + \frac{g}{\beta} \right)^2 e^{-2\beta t} - 2 \left( v_0 + \frac{g}{\beta} \right) \frac{g}{\beta} e^{-\beta t} + \left( \frac{g}{\beta} \right)^2 \right] dt \\ &= -\beta m \left[ \left( v_0 + \frac{g}{\beta} \right)^2 \int_0^{t_{\max}} e^{-2\beta t} dt - 2 \left( v_0 + \frac{g}{\beta} \right) \frac{g}{\beta} \int_0^{t_{\max}} e^{-\beta t} dt + \left( \frac{g}{\beta} \right)^2 \int_0^{t_{\max}} dt \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^{t_{\max}} e^{-2\beta t} dt &= \frac{1 - e^{-2\beta t_{\max}}}{2\beta}, \\ \int_0^{t_{\max}} e^{-\beta t} dt &= \frac{1 - e^{-\beta t_{\max}}}{\beta}, \\ \int_0^{t_{\max}} dt &= t_{\max}. \end{aligned}$$

Integrando e substituindo  $t_{\max}$  e  $e^{-\beta t_{\max}}$ :

$$t_{\max} = \frac{1}{\beta} \ln \left( 1 + \frac{\beta v_0}{g} \right)$$

$$1 - e^{-2\beta t_{\max}} = 1 - e^{-2\beta \left( \frac{1}{\beta} \ln \left( 1 + \frac{\beta v_0}{g} \right) \right)}$$

$$1 - e^{-2\beta t_{\max}} = 1 - e^{-\ln \left( 1 + \frac{\beta v_0}{g} \right)^2}$$

$$1 - e^{-2\beta t_{\max}} = 1 - \left( 1 + \frac{\beta v_0}{g} \right)^{-2}$$

$$1 - e^{-2\beta t_{\max}} = 1 - \frac{1}{\left( 1 + \frac{\beta v_0}{g} \right)^2}$$

$$1 - e^{-2\beta t_{\max}} = \frac{\left( 1 + \frac{\beta v_0}{g} \right)^2 - 1}{\left( 1 + \frac{\beta v_0}{g} \right)^2}$$

$$1 - e^{-2\beta t_{\max}} = \frac{1 + \frac{2\beta v_0}{g} + \frac{\beta^2 v_0^2}{g^2} - 1}{\left( 1 + \frac{\beta v_0}{g} \right)^2}$$

$$1 - e^{-2\beta t_{\max}} = \frac{\frac{2\beta v_0}{g} + \frac{\beta^2 v_0^2}{g^2}}{\left( 1 + \frac{\beta v_0}{g} \right)^2}$$

$$\int_0^{t_{\max}} e^{-2\beta t} dt = \frac{1 - e^{-2\beta t_{\max}}}{2\beta} = \frac{1}{2\beta} \frac{\left[ \frac{2\beta v_0}{g} + \frac{\beta^2 v_0^2}{g^2} \right]}{\left( \frac{\beta}{g} \right)^2 \left( \frac{g}{\beta} + v_0 \right)^2}$$

$$\int_0^{t_{\max}} e^{-2\beta t} dt = \frac{g^2}{2\beta^3} \frac{\left[ \frac{2\beta v_0}{g} + \frac{\beta^2 v_0^2}{g^2} \right]}{\left( v_0 + \frac{g}{\beta} \right)^2}. \quad \checkmark$$

$$1 - e^{-\beta t_{\max}} = 1 - e^{-\beta \left( \frac{1}{\beta} \ln \left( 1 + \frac{\beta v_0}{g} \right) \right)}$$

$$1 - e^{-\beta t_{\max}} = 1 - e^{\ln \left( 1 + \frac{\beta v_0}{g} \right)^{-1}}$$

$$1 - e^{-\beta t_{\max}} = 1 - \left(1 + \frac{\beta v_0}{g}\right)^{-1}$$

$$1 - e^{-\beta t_{\max}} = 1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{\beta v_0}{g}\right)}$$

$$1 - e^{-\beta t_{\max}} = \frac{\left(1 + \frac{\beta v_0}{g}\right) - 1}{\left(1 + \frac{\beta v_0}{g}\right)}$$

$$1 - e^{-\beta t_{\max}} = \frac{\left(\frac{\beta v_0}{g}\right)}{\left(1 + \frac{\beta v_0}{g}\right)}$$

$$1 - e^{-\beta t_{\max}} = \frac{\left(\frac{\beta v_0}{g}\right)}{\left(1 + \frac{\beta v_0}{g}\right)} = \frac{\left(\frac{\beta v_0}{g}\right)}{\frac{\beta}{g} \left(v_0 + \frac{g}{\beta}\right)} = \frac{v_0}{\left(v_0 + \frac{g}{\beta}\right)}$$

$$\int_0^{t_{\max}} e^{-\beta t} dt = \frac{1 - e^{-\beta t_{\max}}}{\beta} = \frac{\frac{v_0}{\left(v_0 + \frac{g}{\beta}\right)}}{\beta} = \frac{v_0}{\beta \left(v_0 + \frac{g}{\beta}\right)}$$

$$\int_0^{t_{\max}} e^{-\beta t} dt = \frac{v_0}{\beta \left(v_0 + \frac{g}{\beta}\right)}. \quad \checkmark$$

$$W_r = -\beta m \left[ \left( \cancel{v_0 + \frac{g}{\beta}} \right)^2 \left[ \frac{g^2 \left[ \frac{2\beta v_0}{g} + \frac{\beta^2 v_0^2}{g^2} \right]}{2\beta^3 \left( \cancel{v_0 + \frac{g}{\beta}} \right)^2} \right] - 2 \left( \cancel{v_0 + \frac{g}{\beta}} \right) \frac{g}{\beta} \frac{v_0}{\beta \left( \cancel{v_0 + \frac{g}{\beta}} \right)} + \left( \frac{g^2}{\beta^3} \right) \ln \left( 1 + \frac{\beta v_0}{g} \right) \right]$$

$$W_r = -\beta m \left[ \frac{g^2 \left[ \frac{2\beta v_0}{g} + \frac{\beta^2 v_0^2}{g^2} \right]}{2\beta^3} - 2g \frac{v_0}{\beta} + \left( \frac{g^2}{\beta^3} \right) \ln \left( 1 + \frac{\beta v_0}{g} \right) \right]$$

$$W_r = - \left[ \frac{mg^2}{2\beta^2} \left[ \frac{2\beta v_0}{g} + \frac{\beta^2 v_0^2}{g^2} \right] - 2mg \frac{v_0}{\beta} + \left( \frac{mg^2}{\beta^2} \right) \ln \left( 1 + \frac{\beta v_0}{g} \right) \right]$$

$$W_r = - \left[ \frac{mgv_0}{\beta} + \frac{mv_0^2}{2} - 2mg \frac{v_0}{\beta} + \left( \frac{mg^2}{\beta^2} \right) \ln \left( 1 + \frac{\beta v_0}{g} \right) \right]$$

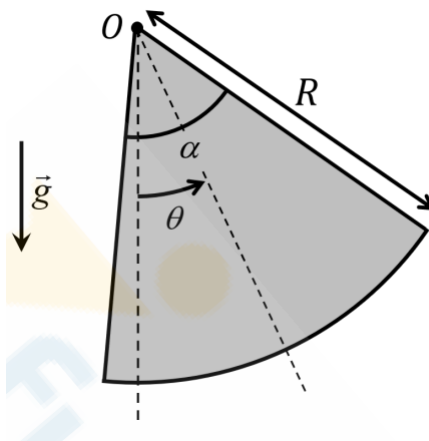
$$W_r = - \frac{mgv_0}{\beta} - \frac{mv_0^2}{2} + \frac{2mgv_0}{\beta} - \left( \frac{mg^2}{\beta^2} \right) \ln \left( 1 + \frac{\beta v_0}{g} \right)$$

$$W_r = \frac{mgv_0}{\beta} - \left( \frac{mg^2}{\beta^2} \right) \ln \left( 1 + \frac{\beta v_0}{g} \right) - \frac{mv_0^2}{2}$$

$$W_r = \frac{mgv_0}{\beta} \left[ 1 - \left( \frac{mg^2}{\beta^2} \right) \ln \left( 1 + \frac{\beta v_0}{g} \right) \right] - \frac{mv_0^2}{2} \quad \blacksquare$$

#### 1.4 Questão 44 - Pêndulo Físico

Um pêndulo físico constituído por uma placa fina e homogênea em forma de um setor circular de raio  $R$  e ângulo central  $\alpha$ , está suspenso verticalmente no centro  $O$  do disco de origem. O pêndulo é deslocado por um ângulo  $\theta$  em relação à vertical e, em seguida, abandonado a partir do repouso para oscilar. A aceleração local da gravidade é  $g$  e possíveis atritos são desprezíveis. Assinale a alternativa que apresenta a expressão correta para a frequência angular  $\omega$  de pequenas oscilações do pêndulo físico.



- (A)  $\omega = \sqrt{\frac{4g}{3R}}$
- (B)  $\omega = \sqrt{\frac{8g \cos(\alpha)}{3R \alpha}}$
- (C)  $\omega = \sqrt{\frac{8g \sin(\alpha/2)}{3R \alpha}}$
- (D)  $\omega = \sqrt{\frac{4g \sin(\alpha)}{3R \alpha}}$
- (E)  $\omega = \sqrt{\frac{4g \cos(\alpha/2)}{3R \alpha}}$

**Solução:**

Para pequenas oscilações linearizamos  $\sin \theta \approx \theta$  e usamos a equação do pêndulo físico:

$$I_O \ddot{\theta} + mgh \theta = 0,$$

$$\ddot{\theta} + \frac{mgh}{I_O} \theta = 0,$$

$$\ddot{\theta} + \omega^2 \theta = 0,$$

onde  $I_O$  é o momento de inércia em relação ao ponto de suspensão  $O$  (eixo perpendicular ao plano) e  $h$  é a distância do centro de massa ao ponto  $O$ .

**1) Massa e momento de inércia:**

Para uma placa homogênea em forma de setor, a densidade superficial  $\sigma$  satisfaz

$$m = \sigma \cdot \text{área} = \sigma \left( \frac{1}{2} \alpha R^2 \right).$$

O momento de inércia em relação a  $O$  (eixo perpendicular ao plano) é

$$I_O = \sigma \int_0^\alpha \int_0^R r^2 r dr d\phi = \sigma \frac{\alpha R^4}{4}.$$

Substituindo  $\sigma = \frac{2m}{\alpha R^2}$  obtemos

$$I_O = \frac{2m}{\alpha R^2} \cdot \frac{\alpha R^4}{4} = \frac{mR^2}{2}.$$

**2) Centro de massa (distância radial  $h$  a partir de  $O$ ):**

O centro de massa de um setor circular encontra-se sobre a bissetriz e sua distância ao centro é

$$h = r_{CM} = \frac{4R \sin(\alpha/2)}{3\alpha}.$$

**3) Frequência angular:**

$$\omega = \sqrt{\frac{mgh}{I_O}} = \sqrt{\frac{mg \frac{4R \sin(\alpha/2)}{3\alpha}}{\frac{mR^2}{2}}} = \sqrt{\frac{8g \sin(\alpha/2)}{3R\alpha}}.$$

Portanto, a alternativa correta é **(C)**.

### 1.5 Questão 45 - Colisão Unidimensional inelástica

Considere uma partícula de massa  $m$ , que se move com velocidade  $v_0$ , e realiza uma colisão unidimensional inelástica com outra partícula de massa  $M$ , inicialmente em repouso. O coeficiente de restituição do material constituinte das partículas é denotado por  $\varepsilon$ . Considerando que a razão das massas das partículas é  $M/m = \lambda$ , analise as assertivas abaixo:

- I. A velocidade da partícula de massa  $m$  após a colisão é  $v = v_0(1 - \varepsilon\lambda)/(1 + \lambda)$ .
- II. A velocidade da partícula de massa  $M$  após a colisão é  $V = v_0(1 + \varepsilon)/(1 + \lambda)$ .
- III. A razão entre a energia cinética adquirida pela partícula de massa  $M$  e a energia cinética inicial da partícula de massa  $m$  é  $\lambda(\varepsilon + 1)/(\lambda + 1)$ .

Quais estão corretas?

- (A) Apenas I.
- (B) Apenas II.
- (C) Apenas III.
- (D) Apenas I e II.
- (E) I, II e III.

### Solução:

Pela conservação do momento e definição do coeficiente de restituição:

$$mv_0 = mv + MV, \quad V - v = \varepsilon(v_0 - 0) = \varepsilon v_0.$$

Da segunda equação temos  $V = v + \varepsilon v_0$ . Substituindo na conservação do momento:

$$mv_0 = mv + M(v + \varepsilon v_0) = (m + M)v + M\varepsilon v_0.$$

Isolando  $v$ :

$$(m + M)v = v_0(m - M\varepsilon) \quad \Rightarrow \quad v = v_0 \frac{m - M\varepsilon}{m + M} = v_0 \frac{1 - \lambda\varepsilon}{1 + \lambda},$$

o que confirma a assertiva **I**.

Agora  $V = v + \varepsilon v_0$ :

$$V = v_0 \frac{1 - \lambda\varepsilon}{1 + \lambda} + \varepsilon v_0 = v_0 \frac{1 - \lambda\varepsilon + \varepsilon(1 + \lambda)}{1 + \lambda} = v_0 \frac{1 + \varepsilon}{1 + \lambda},$$

confirmando a assertiva **II**.

Para a assertiva **III**, calculemos a razão das energias:

$$\frac{K_M}{K_{m, \text{inicial}}} = \frac{\frac{1}{2}MV^2}{\frac{1}{2}mv_0^2} = \frac{M}{m} \left( \frac{V}{v_0} \right)^2 = \lambda \left( \frac{1 + \varepsilon}{1 + \lambda} \right)^2 = \frac{\lambda(1 + \varepsilon)^2}{(1 + \lambda)^2},$$

que **não** coincide com  $\frac{\lambda(1 + \varepsilon)}{1 + \lambda}$  (a dada na III). Portanto a assertiva **III** é falsa.

Assim, estão corretas apenas I e II.

A resposta correta é alternativa **(D)**.

**Problema.** Um pêndulo de massa  $m_2$  e comprimento  $L$  é solto do repouso na posição  $A$ , que faz um ângulo  $\theta$  com a vertical. A corda passa por uma roldana ideal e traciona um bloco de massa  $m_1$  sobre uma mesa horizontal. Ao o pêndulo atingir o ponto mais baixo  $B$ , qual deve ser o menor coeficiente de atrito estático  $\mu_s$  entre  $m_1$  e a mesa para que  $m_1$  não deslize?

**Solução.**

1) *Velocidade do pêndulo em B.* Pela conservação de energia entre  $A$  e  $B$ :

$$m_2 g L (1 - \cos \theta) = \frac{1}{2} m_2 v_B^2 \Rightarrow v_B^2 = 2 g L (1 - \cos \theta).$$

2) *Tração na corda em B.* No ponto mais baixo, as forças radiais no pêndulo dão

$$T_B - m_2 g = m_2 \frac{v_B^2}{L} \Rightarrow T_B = m_2 \left( g + \frac{v_B^2}{L} \right) = m_2 g [1 + 2(1 - \cos \theta)] = m_2 g (3 - 2 \cos \theta).$$

Como a roldana é ideal, a tração que puxa  $m_1$  na horizontal é  $T_B$ .

3) *Condição de não deslizamento de  $m_1$ .* Para  $m_1$  permanecer em repouso, a força de atrito estático máxima deve ser ao menos igual à tração:

$$f_{s,\max} = \mu_s N = \mu_s m_1 g \geq T_B.$$

Logo, o coeficiente mínimo é

$$\boxed{\mu_{s,\min} = \frac{T_B}{m_1 g} = \frac{m_2}{m_1} (3 - 2 \cos \theta)}.$$

**Observação:** O ponto  $B$  é o ponto mais baixo da trajetória, onde a tração é máxima; portanto, se  $m_1$  não desliza em  $B$ , não deslizará em nenhuma outra posição.