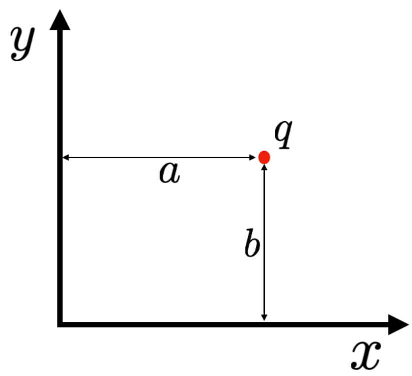
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE FÍSICA
Terceira lista complementar de Eletromagnetismo 1
Maio de 2025

Prof. João Torres de Mello Neto
Monitores: Mirela Beatriz e Pedro Khan

Problema 1

Dois planos condutores aterrados ao longo dos eixos x e y se interceptam na origem, conforme mostrado na figura. Uma carga q é colocada a uma distância b acima do eixo x e a uma distância a à direita do eixo y. Determine a força sobre a carga.
Sugestão: as cargas imagens devem fazer com que as condições de contorno sejam mantidas nos dois planos simultaneamente.



Problema 2

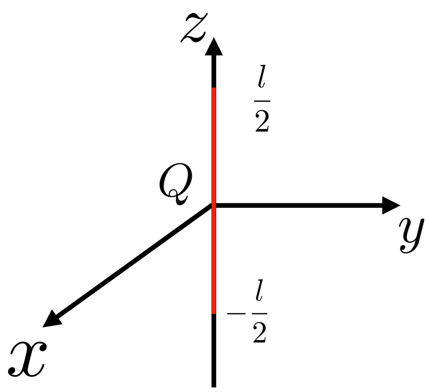
Uma distribuição de carga elétrica produz o campo elétrico

$$\mathbf{E} = c\left(1 - e^{-\alpha r}\right)\frac{\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

onde c e α são constantes. Encontre a carga total dentro do raio $r = \frac{1}{\alpha}$.

Problema 3

Uma haste fina e não condutora de comprimento l carrega uma carga Q uniformemente distribuída e está orientada conforme mostrado na figura



(a) Determine o potencial V devido à haste carregada para qualquer ponto sobre o eixo z, com $z > l/2$.

(b) Encontre $V(r, \theta, \varphi)$ para todos os pontos com $|\mathbf{r}| > l/2$, onde r, θ, φ são as coordenadas esféricas usuais.

Sugestão para a parte b: A solução geral da equação de Laplace em coordenadas esféricas com simetria azimutal é dada por

$$V(r,\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} \left(A_l r^l + \frac{B_l}{r^{l+1}} \right) P_l(\cos\theta) \qquad \text{Griffiths, 3.65}$$

Problema 4

Considere uma esfera de raio a contendo uma densidade de carga uniforme ρ no seu interior, e sem carga no exterior. Deseja-se determinar o potencial eletrostático $V(\mathbf{r})$ e o campo elétrico $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ em todo o espaço, assumindo que $V \to 0$ quando $r \to \infty$. Determine o campo elétrico dentro e fora da esfera. Resolva a equação de Poisson para dentro e fora da esfera.
Obs: esse problema foi resolvido muitas vezes desde Física 3 por meio da lei de Gauss na formulação integral.

Problema 5

Considere um tubo retangular de dimensões $0 \leq x \leq b$ e $0 \leq y \leq a$, infinito na direção z. As fronteiras em $x = 0$, $x = b$ e $y = a$ estão mantidas a potencial nulo ($V = 0$), enquanto a fronteira em $y = 0$ está mantida a um potencial constante V_0. Determinar o potencial eletrostático $V(x, y)$ dentro do tubo.

Problema 6

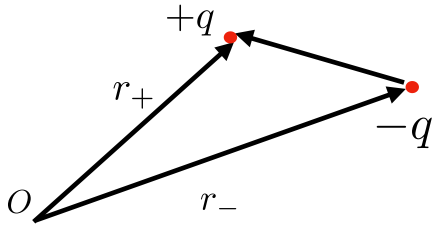
Em um dispositivo unidimensional, a densidade volumar de carga é dada por

$$\rho_v(x) = \rho_0 \frac{x}{a}$$

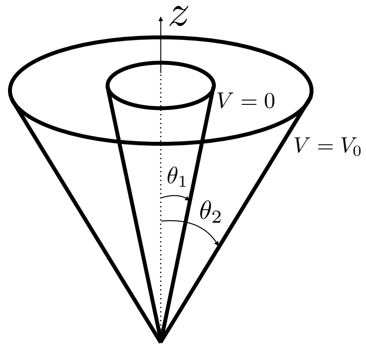
Sabendo que o campo elétrico $E = 0$ em $x = 0$ e o potencial $V = 0$ em $x = a$, determinar as expressões para $V(x)$ e $\mathbf{E}(x)$.

Problema 7

Considere duas cargas pontuais iguais e opostas, $+q$ e $-q$, localizadas nos vetores de posição $\mathbf{r}_+$ e $\mathbf{r}_-$, conforme mostra a figura. Mostre que em geral o termo de quadrupolo é diferente de zero. Mostre que para um dipolo "puro" na origem o termo de quadrupolo se anula.



Problema 8



Dois cones condutores infinitos formam um sistema coaxial, separados por um isolante infinitesimal em $r = 0$. Um cone está na direção $\theta = \theta_1$ e o outro em $\theta = \theta_2$, com $\theta_1 < \theta_2$. Os cones são mantidos a potenciais constantes: $V = 0$ para $\theta = \theta_1$ e $V = V_0$ para $\theta = \theta_2$. Encontrar o potencial $V(\theta)$ e o campo elétrico $\mathbf{E}(\theta)$ entre os cones.

Problema 9

Duas placas condutoras planas e infinitas são paralelas ao plano xy. Uma está localizada em $z = 0$ e mantida a potencial constante V_0. A outra, mantida a potencial constante V_d, está em $z = d$. A região entre elas contém uma densidade volumétrica de carga dada por:

$$\rho(z) = \rho_0 \left(\frac{z}{d}\right)^2$$

Resolver a equação de Poisson para obter o potencial $V(z)$ no intervalo $0 \leq z \leq d$, e determinar a densidade superficial de carga em cada uma das placas.