Concurso Público do Instituto Federal de Sergipe para provimento dos cargos efetivos de Professor do EBTT

Física.

André V. Silva

www.andrevsilva.com

Monday 7th July, 2025

A Terra não é um referencial inercial porque ela tem movimentos acelerados, como a rotação em torno de seu eixo e a translação em torno do Sol. Esses movimentos geram forças fictícias (como Coriolis e centrífuga) que só existem em referenciais não inerciais.

Cálculo da aceleração centrípeta de um ponto na superfície da Terra devido à rotação:

- Raio da Terra: $R \approx 6,37 \times 10^6\,\text{m}$
- Período de rotação: $T = 24\,\text{h} = 86400\,\text{s}$

Passo 1: velocidade angular

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \approx \frac{2\pi}{86400} \approx 7,27 \times 10^{-5}\,\text{rad/s}$$

Passo 2: aceleração centrípeta

$$a_c = \omega^2 R$$

Substituindo os valores numéricos:

$$a_c = \left(7,27 \times 10^{-5}\right)^2 \cdot 6,37 \times 10^6$$

$$a_c \approx 0,034\,\mathrm{m/s^2}$$

Resultado:

$$\boxed{a_c \approx 0,034\,\mathrm{m/s^2}}$$

Q31

A 1ª Lei de Newton do Movimento, ou Lei da Inércia, define os referenciais inerciais e os referenciais não inerciais. A Terra não é um referencial inercial porque possui

(A) massa maior que a massa da Lua.

(B) movimento de rotação em torno do seu eixo.

(C) superfície irregular, com deformações.

(D) massa menor que a massa do Sol.

Solução:

A resposta correta é alternativa **B**.

As Leis de Newton – Leis Fundamentais da Mecânica

Isaac Newton formulou, no século XVII, três princípios fundamentais que descrevem as relações entre as forças aplicadas a um corpo e o movimento que ele executa. Essas leis são a base da Mecânica Clássica.

1ª Lei de Newton – Lei da Inércia

"Todo corpo continua em seu estado de repouso ou de movimento retilíneo uniforme, a menos que seja obrigado a mudar esse estado por forças que sobre ele atuem."

Em outras palavras: um corpo tende a manter sua velocidade constante (em módulo, direção e sentido) se a força resultante sobre ele for nula. Isso significa que a tendência natural dos corpos não é "parar" (como pensavam os gregos), mas sim manter o estado em que estão, seja parado, seja em movimento retilíneo uniforme.

Matematicamente:

$$\sum \vec{F} = 0 \implies \vec{v} = \text{constante}$$

2ª Lei de Newton – Princípio Fundamental da Dinâmica

"A força resultante sobre um corpo é igual ao produto da sua massa pela aceleração que ele adquire."

Em outras palavras: quando a força resultante sobre um corpo é diferente de zero, ele sofre uma aceleração na mesma direção e sentido da força resultante.

Matematicamente:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

onde:

- $\sum \vec{F}$: força resultante sobre o corpo
- m: massa do corpo (constante)
- $\vec{a}$: aceleração do corpo

Essa lei também pode ser interpretada como a relação de causa (força resultante) e efeito (aceleração).

3ª Lei de Newton – Princípio da Ação e Reação

"A toda ação corresponde sempre uma reação, de mesma intensidade, mesma direção e sentido oposto."

Em outras palavras: sempre que um corpo A exerce uma força sobre um corpo B, o corpo B exerce uma força de mesma intensidade e direção, mas em sentido oposto, sobre o corpo A.

Matematicamente:

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

Essas forças:

- nunca se anulam entre si, pois atuam em corpos diferentes;
- sempre ocorrem em pares (ação e reação simultaneamente).

Resumo

Lei	Nome	Fórmula
1ª	Inércia	$\sum \vec{F} = 0 \implies \vec{v} = \text{constante}$
2ª	Dinâmica	$\sum \vec{F} = m\vec{a}$
3ª	Ação e Reação	$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$

Q32

Um bloco A de massa m_1 está sobre uma mesa horizontal. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a mesa é μ_k. Um fio inextensível e de massa desprezível, conectado ao bloco A, passa por uma polia de massa e atrito desprezíveis. Na outra extremidade do fio, está um bloco B de massa m_2, suspenso. Quando o bloco A desliza sobre a mesa, puxado pelo bloco B, a tensão no fio é igual a:

(A) $\frac{m_1 m_2 (1+\mu_k) g}{m_1+m_2}$

(B) $\frac{(m_2+\mu_k m_1) g}{m_1+m_2}$

(C) $\frac{m_1 m_2 (1-\mu_k) g}{m_1+m_2}$

(D) $\frac{(m_2-\mu_k m_1) g}{m_1+m_2}$

Solução:

Queremos determinar a **tensão** T no fio.

Análise das forças

Bloco A (horizontal)

Forças horizontais no bloco A:

$$T - f_{\text{at}} = m_1 a$$

O atrito cinético é dado por:

$$f_{\text{at}} = \mu_k m_1 g$$

Portanto:

$$T - \mu_k m_1 g = m_1 a$$

$$T = m_1 a + \mu_k m_1 g$$

Bloco B (vertical)

Forças verticais no bloco B:

$$m_2 g - T = m_2 a$$

Equação do sistema

Os blocos têm aceleração comum a. Somamos as equações:

$$(T - \mu_k m_1 g) + (m_2 g - T) = m_1 a + m_2 a$$

O termo T se cancela:

$$m_2 g - \mu_k m_1 g = (m_1 + m_2) a$$

Assim:

$$\boxed{a = \frac{m_2 g - \mu_k m_1 g}{m_1 + m_2}}$$

Substituindo a em T

Substituímos a na equação do bloco A:

$$T = m_1 a + \mu_k m_1 g$$

$$T = m_1 \cdot \frac{m_2 g - \mu_k m_1 g}{m_1 + m_2} + \mu_k m_1 g$$

Distribuindo:

$$T = \frac{m_1 m_2 g - \mu_k m_1^2 g}{m_1 + m_2} + \frac{\mu_k m_1 g (m_1 + m_2)}{m_1 + m_2}$$

Somamos os termos:

$$T = \frac{m_1 m_2 g - \mu_k m_1^2 g + \mu_k m_1^2 g + \mu_k m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}$$

Os termos $-\mu_k m_1^2 g + \mu_k m_1^2 g$ se cancelam:

$$T = \frac{m_1 m_2 g + \mu_k m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}$$

Fatorando:

$$T = \frac{m_1 m_2 g(1 + \mu_k)}{m_1 + m_2}$$

Resposta final:

$$\boxed{T = \frac{m_1 m_2 g(1 + \mu_k)}{m_1 + m_2}}$$

A resposta correta é alternativa **A**.

Q33

Num plano inclinado com atrito, que faz um ângulo θ com uma superfície horizontal, está uma esfera em repouso. Na direção da iminência do movimento, a força de atrito do plano inclinado sobre a esfera será

(A) perpendicular ao plano, apontando para baixo.

(B) paralela ao plano, apontando para baixo.

(C) perpendicular ao plano, apontando para cima.

(D) paralela ao plano, apontando para cima.

Solução:

Força de atrito no plano inclinado com atrito

Uma **esfera em repouso** sobre um plano inclinado com atrito está sujeita a forças. O plano faz um ângulo θ com a horizontal.

Forças na direção do movimento iminente (para baixo do plano):

- Componente do peso ao longo do plano:

$$P_{\parallel} = mg \sin \theta$$

- Força de atrito estático: Ela se opõe ao movimento iminente (para cima do plano), ajustando-se para manter o equilíbrio. Seu valor máximo possível é dado por:

  $$f_{\text{atrito máx}} = \mu_e N$$

  onde

  $$N = mg \cos \theta$$

  é a força normal.

Valor real do atrito:

O valor real do atrito enquanto a esfera está em repouso **não é necessariamente o máximo possível**. Ele é apenas o necessário para equilibrar a componente do peso ao longo do plano:

$$f_{\text{atrito}} = mg \sin \theta$$

Resposta final:

A força de atrito do plano inclinado sobre a esfera, na direção do movimento iminente, é:

$$\boxed{f_{\text{atrito}} = mg \sin \theta}$$

Condições:

- Direção: ao longo do plano, para cima.
- O valor máximo que o atrito pode assumir é:

$$f_{\text{atrito máx}} = \mu_e mg \cos \theta$$

Se $mg \sin\theta > \mu_e mg \cos\theta$, a esfera não permaneceria em repouso, pois o atrito não seria suficiente para manter o equilíbrio.

A resposta correta é alternativa **D**.

Q34

Um drone paira a uma altitude de 20 m quando abandona uma caixa de massa igual a $5,0$ kg, que cai e atinge o solo com velocidade de 12 m/s, numa região em que a gravidade vale $9,8$ m/s^2. Quanta energia foi dissipada devido à resistência do ar durante a descida da caixa?

(A) 620 J.

(B) 540 J.

(C) 480 J.

(D) 330 J.

Solução:

A energia potencial gravitacional inicial é:

$$E_{p,\,\text{inicial}} = mgh$$

Substituindo os valores:

$$E_{p,\,\text{inicial}} = 5,0 \cdot 9,8 \cdot 20 = 980 \text{ J}$$

A energia cinética final ao atingir o solo é:

$$E_{c,\,\text{final}} = \frac{1}{2} m v_f^2$$

Substituindo os valores:

$$E_{c,\,\text{final}} = \frac{1}{2} \cdot 5,0 \cdot (12)^2 = 360 \text{ J}$$

A energia dissipada pela resistência do ar é a diferença entre a energia potencial inicial e a energia cinética final:

$$E_d = E_{p,\,\text{inicial}} - E_{c,\,\text{final}} = 980 - 360 = 620 \text{ J}$$

Resposta final:

$$\boxed{E_d = 620 \text{ J}}$$

A resposta correta é alternativa **A**.

Q35

Em uma colisão unidimensional não relativística, uma partícula de massa 2m colide com uma partícula de massa m em repouso. Se as partículas se unirem após a colisão, que fração da energia cinética inicial será perdida na colisão?

(A) 1/5.

(B) 1/4.

(C) 1/3.

(D) 1/2.

Solução:

Em uma colisão unidimensional não relativística, uma partícula de massa $2m$ colide com uma partícula de massa m em repouso. Após a colisão, as partículas se unem.
Pergunta-se: que fração da energia cinética inicial é perdida na colisão?

Solução

1. Conservação do momento linear

Antes da colisão, apenas a partícula de massa $2m$ está em movimento, com velocidade v_0:

$$p_{\text{inicial}} = (2m)v_0$$

Depois da colisão, as partículas estão unidas, formando um corpo de massa $3m$, com velocidade final v_f:

$$p_{\text{final}} = (3m)v_f$$

Pela conservação do momento linear:

$$\boxed{2mv_0 = 3mv_f}$$

Cancelando m:

$$v_f = \frac{2}{3}v_0$$

2. Energia cinética inicial

Antes da colisão:

$$E_{c,\text{inicial}} = \frac{1}{2}(2m)v_0^2 = mv_0^2$$

3. Energia cinética final

Depois da colisão:

$$E_{c,\text{final}} = \frac{1}{2}(3m)v_f^2$$

Substituindo $v_f = \frac{2}{3}v_0$:

$$E_{c,\text{final}} = \frac{1}{2}(3m)\left(\frac{2}{3}v_0\right)^2$$

Calculando o quadrado:

$$E_{c,\text{final}} = \frac{1}{2}(3m) \cdot \frac{4}{9}v_0^2 = \frac{2}{3}mv_0^2$$

4. Energia perdida

Energia perdida:

$$E_{\text{perdida}} = E_{c,\text{inicial}} - E_{c,\text{final}} = mv_0^2 - \frac{2}{3}mv_0^2 = \frac{1}{3}mv_0^2$$

Fração perdida:

$$\text{Fração} = \frac{E_{\text{perdida}}}{E_{c,\text{inicial}}} = \frac{\frac{1}{3}mv_0^2}{mv_0^2} = \frac{1}{3}$$

Resposta final:

$$\boxed{\frac{E_{\text{perdida}}}{E_{c,\text{inicial}}} = \frac{1}{3}}$$

Portanto, a fração da energia cinética inicial perdida na colisão é $\frac{1}{3}$.

A resposta correta é alternativa **C**.

Conservação Momento Angular

O **momento angular** $\vec{L}$ de um corpo é dado por:

$$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$$

Onde:

- $\vec{L}$: momento angular
- I: momento de inércia
- $\vec{\omega}$: velocidade angular

Princípio da Conservação

Se o **torque resultante externo** sobre um sistema é nulo:

$$\vec{L}_{\text{inicial}} = \vec{L}_{\text{final}} \quad \Rightarrow \quad I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$

Aplicações

- Patinadores puxando os braços e girando mais rápido
- Estrelas colapsando em pulsares
- Satélites e giroscópios

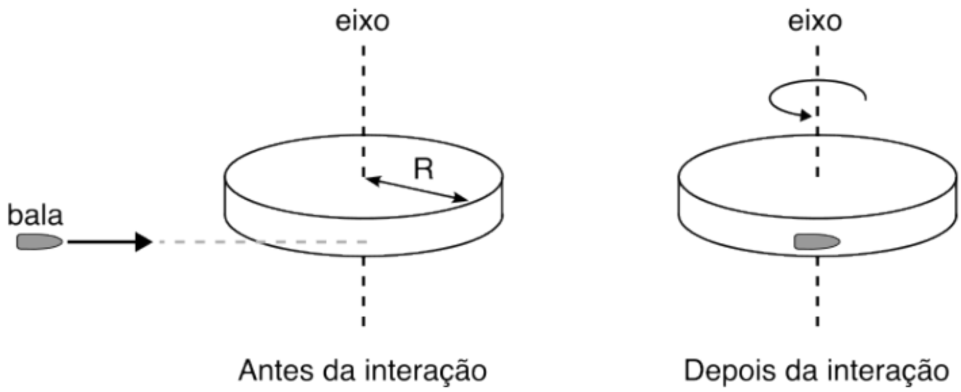
Teorema dos Eixos Paralelos (Steiner)

Seja I_{cm} o momento de inércia em relação ao centro de massa, então para um eixo paralelo a uma distância d:

$$\boxed{I = I_{cm} + Md^2}$$

Q36

Observe a figura a seguir.



Disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/7795179/mod_resource/content/0/aula_exercicios_P3.pdf>. Acesso em: 25 jun. 2024. [Adaptado].

Uma bala de massa m se move horizontalmente com velocidade v. A bala atinge a borda de um disco sólido, que está inicialmente em repouso, ficando cravada nele (ver a figura). O disco tem massa M, raio R, momento de inércia $MR^2/2$ e está livre para girar em torno de seu eixo. Qual é a velocidade angular do disco imediatamente após a bala ser cravada nele?

(A) $\omega = \frac{Mv}{(m+\frac{M}{2})R}$

(B) $\omega = \frac{mv}{(m+\frac{M}{2})R}$

(C) $\omega = \frac{mv}{(\frac{M}{2}-m)R}$

(D) $\omega = \frac{Mv}{(\frac{M}{2}-m)R}$

Solução:

Princípio: Como não há torques externos atuando em torno do eixo vertical, o momento angular do sistema em relação ao eixo é conservado.

Antes da colisão

O momento angular do sistema em torno do eixo é apenas devido à bala:

$$L_{\text{inicial}} = mvR$$

Depois da colisão

Após a colisão, a bala fica presa ao disco na borda, e o sistema (disco + bala) gira com velocidade angular ω.
Momento angular do disco:

$$L_{\text{disco}} = I_{\text{disco}} \cdot \omega = \frac{1}{2}MR^2 \cdot \omega$$

Momento angular da bala (considerada puntiforme a distância R do eixo):

$$L_{\text{bala}} = mR^2 \cdot \omega$$

Assim, o momento angular total após a colisão é:

$$L_{\text{final}} = \left(\frac{1}{2}MR^2 + mR^2\right)\omega$$

Conservação do momento angular

$$L_{\text{inicial}} = L_{\text{final}}$$

$$mvR = \left(\frac{1}{2}MR^2 + mR^2\right)\omega$$

Dividindo ambos os lados por R:

$$mv = \left(\frac{1}{2}M + m\right)R\omega$$

Isolando ω:

$$\omega = \frac{mv}{R\left(\frac{1}{2}M + m\right)}$$

Resposta final:

$$\boxed{\omega = \frac{mv}{\left(m + \frac{1}{2}M\right)R}}$$

A resposta correta é alternativa **B**.

Q38

Qual o astrônomo que propôs um modelo geocêntrico que permitia descrever e prever as posições dos planetas e que, para isso, propôs que o movimento retrógrado dos planetas não tem sempre o mesmo aspecto e duração?

(A) Galileu Galilei.

(B) Johannes Kepler.

(C) Cláudio Ptolomeu.

(D) Nicolau Copérnico.

Solução:

Resposta correta

$\boxed{\text{(C) Cláudio Ptolomeu}}$

Explicação detalhada

Quem foi Ptolomeu?

Cláudio Ptolomeu foi um astrônomo, matemático e geógrafo grego que viveu em Alexandria, no Egito, no século II d.C. Ele escreveu a obra *Almagesto*, que se tornou o principal tratado astronômico da Antiguidade e da Idade Média.

O que ele propôs?

Ptolomeu refinou o antigo modelo geocêntrico (originalmente defendido por Aristóteles e Hiparco), criando um sistema geométrico e matemático capaz de:

- Prever com precisão a posição dos planetas no céu em diferentes datas.
- Explicar por que os planetas às vezes parecem parar e andar para trás (*movimento retrógrado aparente*).

Como ele explicou o movimento retrógrado?

Para explicar o movimento retrógrado no **modelo geocêntrico**, Ptolomeu propôs que cada planeta não girava apenas em torno da Terra, mas fazia isso percorrendo duas trajetórias ao mesmo tempo:

- Um **deferente**: círculo grande ao redor da Terra.
- Um **epiciclo**: círculo menor, cujo centro se move ao longo do deferente.

Esse sistema (*deferente + epiciclo*) conseguia reproduzir as irregularidades do movimento dos planetas, inclusive o fato de que o movimento retrógrado não tinha sempre o mesmo tamanho nem a mesma duração para cada planeta.

Por que não as outras alternativas?

- **(A) Galileu Galilei**: Defendeu o heliocentrismo e fez observações com telescópio (*séc. XVII*).
- **(B) Johannes Kepler**: Refinou o heliocentrismo com órbitas elípticas, rejeitando o geocentrismo (*séc. XVII*).
- **(D) Nicolau Copérnico**: Propôs o heliocentrismo com órbitas circulares (*séc. XVI*).

Somente **Ptolomeu** defendeu um modelo **geocêntrico**, consistente com as crenças da época, que já explicava as variações do movimento retrógrado.

Resumo

Astrônomo	**Modelo**	**Movimento retrógrado**
Ptolomeu	Geocêntrico com epiciclos	Explicava corretamente o aspecto variável
Galileu	Heliocentrismo com telescópio	Observações em defesa do heliocentrismo
Kepler	Heliocentrismo com órbitas elípticas	Refinamento matemático
Copérnico	Heliocentrismo com órbitas circulares	Proposta inicial

A resposta correta é alternativa **C**.

Gravitação Universal

Lei da Gravitação Universal:

$$F = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Campo gravitacional:

$$g = \frac{GM}{r^2}$$

Energia potencial gravitacional:

$$E_p = -\frac{GMm}{r}$$

Demonstração da Velocidade de Escape

A velocidade de escape é a mínima velocidade necessária para um corpo escapar da gravidade de um planeta, sem considerar resistência do ar.

Conservação de Energia

Considerando um corpo de massa m lançado da superfície de um planeta de massa M e raio R:

- Energia mecânica inicial:

$$E_{\text{inicial}} = \frac{1}{2}mv_e^2 - \frac{GMm}{R}$$

- Energia mecânica final (no infinito):

$$E_{\text{final}} = 0$$

Aplicando a conservação da energia:

$$\frac{1}{2}mv_e^2 - \frac{GMm}{R} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}v_e^2 = \frac{GM}{R} \Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Conclusão: A velocidade de escape depende apenas da massa e do raio do corpo celeste, e não da massa do objeto lançado.

Questao 38

Um foguete é lançado verticalmente para cima a partir da superfície da Terra. Se a velocidade inicial do foguete for metade da velocidade de escape da Terra, qual a altura que o foguete atingirá, em unidades do raio da Terra (R_T)? Despreze as influências da rotação da Terra no movimento do foguete.

(A) $(7/3)R_T$.

(B) $(5/3)R_T$.

(C) $(2/3)R_T$.

(D) $(1/3)R_T$.

Solução:

A energia mecânica total do foguete se conserva, pois desprezamos a resistência do ar. Na superfície da Terra ($r = R_T$), a energia total é a soma da energia cinética e potencial:

$$E_i = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{GM_Tm}{R_T}$$

Na altura máxima ($r = r_{\max}$), a velocidade do foguete é nula ($v_f = 0$):

$$E_f = 0 - \frac{GM_T m}{r_{\max}}$$

Conservação da energia mecânica: $E_i = E_f$ Portanto:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{GM_T m}{R_T} = -\frac{GM_T m}{r_{\max}}$$

Cancelamos m em todos os termos:

$$\frac{1}{2}v_0^2 - \frac{GM_T}{R_T} = -\frac{GM_T}{r_{\max}}$$

Sabemos que a **velocidade de escape** é dada por:

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$$

Como a velocidade inicial do foguete é $v_0 = \frac{v_e}{2}$, temos:

$$v_0^2 = \left(\frac{v_e}{2}\right)^2 = \frac{v_e^2}{4} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2GM_T}{R_T} = \frac{GM_T}{2R_T}$$

Substituímos v_0^2 na equação da energia:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{GM_T}{2R_T} - \frac{GM_T}{R_T} = -\frac{GM_T}{r_{\max}}$$

$$\frac{GM_T}{4R_T} - \frac{GM_T}{R_T} = -\frac{GM_T}{r_{\max}}$$

$$-\frac{3}{4} \cdot \frac{GM_T}{R_T} = -\frac{GM_T}{r_{\max}}$$

Eliminamos o sinal e GM_T:

$$\frac{3}{4R_T} = \frac{1}{r_{\max}}$$

Então:

$$r_{\max} = \frac{4}{3}R_T$$

A altura máxima $h_{\max}$ acima da superfície é:

$$h_{\max} = r_{\max} - R_T = \frac{4}{3}R_T - R_T = \frac{1}{3}R_T$$

Resposta final:

$$\boxed{h_{\max} = \frac{1}{3}R_T}$$

O foguete atinge uma altura máxima igual a $\frac{1}{3}$ do raio da Terra.

A resposta correta é alternativa **D**.

Q39

Um satélite de massa m orbita um planeta de massa M em uma órbita circular de raio R. O tempo necessário para uma volta completa do satélite em torno do planeta é

(A) independente de M.

(B) proporcional a $R^{3/2}$.

(C) dependente de m.

(D) proporcional a R^2.

Solução:

A força gravitacional fornece a força centrípeta necessária:

$$\frac{GMm}{R^2} = m\frac{v^2}{R}$$

Cancelando m e resolvendo para v:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

O período T é dado por:

$$T = \frac{2\pi R}{v}$$

Substituindo v:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 R^3}{GM}} = \sqrt{\frac{4\pi^2}{GM}}\sqrt{R^3} = \sqrt{\frac{4\pi^2}{GM}}R^{3/2}$$

Resposta final:

$$\boxed{T \propto R^{3/2}}$$

A resposta correta é alternativa **B**.

Q40

Uma função de estado de um sistema termodinâmico fica completamente definida quando o estado do sistema é especificado. Isso pode ser representado num diagrama pressão-volume do sistema, que ilustra seus estados inicial e final. Qual das grandezas abaixo é uma função de estado de um sistema termodinâmico?

(A) A energia interna.

(B) O calor.

(C) O trabalho.

(D) A massa.

Solução:

Introdução: Funções de Estado em Termodinâmica

A Termodinâmica é a área da Física que estuda as transformações de energia e as propriedades macroscópicas da matéria, como temperatura, pressão e volume. Para

descrever um sistema termodinâmico, é necessário especificar o **estado do sistema**, que é determinado por um conjunto de variáveis chamadas **variáveis de estado**.
Quando um sistema evolui de um estado inicial para um estado final, podemos calcular as mudanças sofridas em algumas grandezas físicas. Algumas dessas grandezas dependem apenas do estado inicial e final do sistema, enquanto outras dependem do caminho seguido durante o processo.

O que é uma função de estado?

Uma **função de estado** é uma grandeza física cujo valor só depende do estado atual do sistema, isto é, das condições termodinâmicas (como P, V, T, U etc.), e **não depende do processo pelo qual o sistema chegou a esse estado**.
Ou seja:

> As funções de estado são propriedades macroscópicas que caracterizam completamente o estado do sistema. Sua variação entre dois estados é a mesma, independentemente do caminho percorrido entre eles.

Exemplos clássicos de funções de estado:

- Energia interna (U)
- Entalpia (H)
- Entropia (S)
- Pressão (P)
- Volume (V)
- Temperatura (T)

Essas grandezas podem ser representadas em diagramas, como os famosos diagramas $P \times V$ ou $T \times S$, que ilustram estados e trajetórias de processos.

E o que não é função de estado?

Grandezas como o **calor trocado** (Q) e o **trabalho realizado** (W) durante um processo dependem de como o sistema evoluiu — são chamadas de **funções de processo**.

Por exemplo: para comprimir um gás do volume V_1 ao volume V_2, o trabalho realizado pode ser maior ou menor dependendo do caminho seguido (isotérmico, adiabático etc.), mas a variação de energia interna só depende do estado inicial e final.
A resposta correta é alternativa **A**.

Q41

Uma bomba de calor serve para extrair calor do ambiente externo a 7°C e aquecer o interior de uma casa a 27°C. Considerando que a bomba é uma máquina de Carnot, para cada 15.000 J de calor entregue dentro de casa, a menor quantidade de trabalho que deve ser fornecido à bomba é

(A) 2.500 J.

(B) 2.000 J.

(C) 1.500 J.

(D) 1.000 J.

Solução:

Definição

Uma máquina térmica converte calor em trabalho, operando entre duas fontes térmicas.

Rendimento

$$\eta = \frac{W}{Q_q} = \frac{Q_q - Q_f}{Q_q} = 1 - \frac{Q_f}{Q_q}$$

- η: rendimento
- W: trabalho útil
- Q_q: calor absorvido da fonte quente
- Q_f: calor rejeitado à fonte fria

Rendimento da Máquina de Carnot

$$\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_f}{T_q}$$

Calcular o rendimento da bomba de calor:

$$\eta = 1 - \frac{T_f}{T_q} = 1 - \frac{7°\text{C} + 273\text{K}}{27°\text{C} + 273\text{K}} = 1 - \frac{280}{300} = 1 - 0.933333 = 0.066667 = 6.67\%$$

Agora podemos calcular o trabalho realizado pela bomba de calor:

$$W = \eta Q_q = 6.67\% \times 15.000\text{J} = 1.000\text{J}$$

A resposta correta é alternativa **D**.

Princípios da Termodinâmica

Primeiro Princípio

$$\Delta U = Q - W \quad \longrightarrow \quad Q = W + \Delta U$$

Segundo Princípio

- O calor não flui espontaneamente de um corpo frio para um corpo quente.
- Entropia tende a aumentar.

O que é entropia?

A entropia (S) é uma função de estado que mede o grau de desordem de um sistema, a quantidade de microestados possíveis, e a irreversibilidade de processos.

Definição termodinâmica

Para processos reversíveis:

$$\Delta S = \int \frac{dQ_{\text{rev}}}{T}$$

Para temperatura constante (isotérmico):

$$\Delta S = \frac{Q_{\text{rev}}}{T}$$

Segunda Lei da Termodinâmica

$$\Delta S_{\text{total}} \geq 0$$

- $\Delta S_{\text{total}} = 0$: processo reversível
- $\Delta S_{\text{total}} > 0$: processo irreversível

Entropia estatística (Boltzmann)

$$S = k_B \ln \Omega$$

- $k_B = 1{,}38 \times 10^{-23}$ J/K
- Ω: número de microestados possíveis

Unidade

Joules por Kelvin (J/K)

Exemplos onde a entropia aumenta

- Derretimento de gelo
- Expansão de gás
- Mistura de substâncias

Terceiro Princípio

- A entropia de um cristal perfeito é zero no zero absoluto ($0\,K$).

Q42

Um corpo de massa m com calor específico C à temperatura de 500 K é colocado em contato com outro corpo de mesma massa e mesmo calor específico à temperatura de 100 K. O sistema é colocado dentro de uma caixa isolada termicamente durante o processo. A variação da entropia do sistema quando os blocos alcançam o equilíbrio térmico é

(A) mCln 5.

(B) mCln 3.

(C) mCln(9/5).

(D) mCln(5/3).

Solução:

Variação de Entropia do Sistema

Dados do problema:

- Dois corpos idênticos: mesma massa m e mesmo calor específico C
- Temperatura inicial do corpo quente: $T_q = 500\,\mathrm{K}$
- Temperatura inicial do corpo frio: $T_f = 100\,\mathrm{K}$
- Caixa isolada termicamente (processo adiabático para o universo, mas irreversível para o sistema)

Queremos calcular a variação de entropia do sistema quando os corpos atingem o equilíbrio térmico.

Temperatura de equilíbrio

Como os corpos têm mesma massa e mesmo calor específico, a energia perdida pelo quente é igual à energia ganha pelo frio. Assim, a temperatura de equilíbrio é a média aritmética:

$$T_e = \frac{T_q + T_f}{2} = \frac{500 + 100}{2} = 300\,\mathrm{K}$$

Variação de entropia de cada corpo

Sabemos que a variação de entropia de um corpo com calor específico constante é dada por:

$$\Delta S = mC \int_{T_i}^{T_f} \frac{dT}{T} = mC \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right)$$

Para o corpo quente:

$$\Delta S_q = mC \ln\left(\frac{T_e}{T_q}\right) = mC \ln\left(\frac{300}{500}\right) = mC \ln(0{,}6)$$

Para o corpo frio:

$$\Delta S_f = mC \ln\left(\frac{T_e}{T_f}\right) = mC \ln\left(\frac{300}{100}\right) = mC \ln(3)$$

Variação de entropia total do sistema

A variação de entropia total do sistema é a soma das variações de cada corpo:

$$\Delta S_{\text{total}} = \Delta S_q + \Delta S_f = mC \ln(0{,}6) + mC \ln(3)$$

Utilizando a propriedade dos logaritmos:

$$\ln(0{,}6) + \ln(3) = \ln(0{,}6 \times 3) = \ln(1{,}8)$$

Logo:

$$\Delta S_{\text{total}} = mC \ln\left(\frac{9}{5}\right)$$

Resposta final:

$$\boxed{\Delta S_{\text{total}} = mC \ln\left(\frac{9}{5}\right)}$$

A resposta correta é alternativa **C**.

Condições para Interferência em Filmes Finos (Incidência Normal)

Quando a luz incide perpendicularmente a um filme fino de espessura d e índice de refração n, a diferença de caminho óptico entre os dois feixes refletidos é:

$$\Delta = 2nd$$

A condição de interferência depende da ocorrência (ou não) de inversão de fase ao refletir nas interfaces.

Interferência Construtiva

- **Com inversão de fase em uma das interfaces:**

$$2nd = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

- **Sem inversão de fase (ou inversão em ambas):**

$$2nd = m\lambda$$

Interferência Destrutiva

- **Com inversão de fase em uma das interfaces:**

$$2nd = m\lambda$$

- **Sem inversão de fase (ou inversão em ambas):**

$$2nd = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

Onde:

- n é o índice de refração do filme;
- d é a espessura do filme;
- λ é o comprimento de onda da luz no ar;
- $m \in \mathbb{Z}$ é a ordem da interferência.

Q43

Luz com 650 nm de comprimento de onda incide perpendicularmente em um filme fino de sabão, que tem índice de refração igual a 1,30. Sabendo que esse filme está suspenso no ar, qual a menor espessura que esse filme deve ter para que as ondas refletidas por ele sofram interferência construtiva?

(A) 320 nm.

(B) 242 nm.

(C) 125 nm.

(D) 117 nm.

Solução:

Interferência construtiva em um filme de sabão

Dados:

- Comprimento de onda no ar: $\lambda_0 = 650\,\text{nm}$

- Índice de refração do filme: $n_f = 1{,}30$
- Índice de refração do ar: $n_{ar} \approx 1$

O filme está suspenso no ar. Queremos a menor espessura e para que a luz refletida tenha interferência construtiva.

Condição de fase

Quando a luz incide sobre a superfície do filme:

- Na interface ar–sabão ($n_{\text{ar}} < n_{\text{sabão}}$), ocorre inversão de fase de π (equivalente a $\lambda/2$).
- Na interface sabão–ar ($n_{\text{sabão}} > n_{\text{ar}}$), não ocorre inversão.

Como há uma inversão de fase, a condição para **interferência construtiva** é:

$$2e = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_f$$

Para a menor espessura ($m = 0$):

$$2e = \frac{\lambda_f}{2} \qquad \Longrightarrow \qquad e = \frac{\lambda_f}{4}$$

Comprimento de onda no filme

No interior do filme, o comprimento de onda é menor:

$$\lambda_f = \frac{\lambda_0}{n_f} = \frac{650}{1{,}30} \approx 500\,\text{nm}$$

Espessura mínima

Substituindo:

$$e_{\text{mín}} = \frac{\lambda_f}{4} = \frac{500}{4} = 125\,\text{nm}$$

Resposta final:

$$\boxed{e_{\text{mín}} = 125\,\text{nm}}$$

A resposta correta é alternativa **C**.

Intervalo válido para o comprimento de onda de um laser

O comprimento de onda (λ) de um laser depende do material ativo utilizado no laser e pode abranger diferentes regiões do espectro eletromagnético. Abaixo estão os intervalos típicos para lasers comuns:

Tipo de laser	**Comprimento de onda (λ)**
Laser ultravioleta (UV)	180 nm a 400 nm
Laser visível (vermelho–violeta)	400 nm a 700 nm
Laser infravermelho próximo (NIR)	700 nm a 1400 nm
Laser infravermelho médio	1400 nm a 3000 nm
Laser infravermelho distante	> 3000 nm

Exemplos comuns de lasers visíveis:

- Laser vermelho (He-Ne ou diodo): 630 nm˘680 nm
- Laser verde (Nd:YAG com dobro da frequência): 532 nm
- Laser azul: 405 nm˘488 nm
- Laser violeta: ~ 400 nm

Para lasers visíveis, o intervalo típico de comprimento de onda válido é aproximadamente:

$$\boxed{400\,\text{nm} \leq \lambda \leq 700\,\text{nm}}$$

Q44

Um feixe de luz laser incide sobre uma fenda estreita, e uma figura de difração é observada sobre uma tela localizada a 5,0 m da fenda. A distância vertical entre o centro do primeiro mínimo acima do máximo central e o centro do primeiro mínimo abaixo do máximo central é de 20 mm. Qual é a largura da fenda?

(A) 0,30 mm.

(B) 0,45 mm.

(C) 0,55 mm.

(D) 0,65 mm.

Solução:

Passo 1: Condição para os mínimos

Para uma fenda simples, os mínimos ocorrem em ângulos θ tais que:

$$a \cdot \sin\theta = m\lambda$$

Para o primeiro mínimo ($m = 1$):

$$\sin\theta_1 = \frac{\lambda}{a}$$

Passo 2: Relação geométrica na tela

Na tela, a distância vertical entre o máximo central e o primeiro mínimo é aproximadamente:

$$y_1 = L \cdot \tan\theta_1 \approx L \cdot \sin\theta_1$$

A distância total entre o primeiro mínimo acima e o primeiro mínimo abaixo é:

$$\Delta y = 2y_1$$

Substituindo y_1:

$$\Delta y = 2L \cdot \sin\theta_1$$

E como $\sin\theta_1 = \lambda/a$:

$$\Delta y = 2L \cdot \frac{\lambda}{a}$$

Passo 3: Resolvendo para a

Isolando a:

$$a = 2L \cdot \frac{\lambda}{\Delta y}$$

Substituindo os valores numéricos:

$$a = 2 \cdot 5{,}0 \cdot \frac{6{,}5 \times 10^{-7}}{0{,}020}$$

$$a = 10{,}0 \cdot 3{,}25 \times 10^{-5} = 3{,}25 \times 10^{-4}\, m$$

Convertendo para milímetros:

$$a = 0{,}325\, mm$$

Resposta final:

$$\boxed{a \approx 0{,}325\, mm}$$

A resposta correta é alternativa **A**.

Q45

Uma rede de difração possui $1{,}25 \times 10^4$ fendas uniformemente espaçadas, de forma que a largura total da rede é $25,0\,\text{mm}$. Determine o ângulo θ correspondente ao máximo de primeira ordem.

(A) $4{,}35 \times 10^{-4}$ rad/nm.

(B) $5{,}26 \times 10^{-4}$ rad/nm.

(C) $3{,}87 \times 10^{-4}$ rad/nm.

(D) $2{,}19 \times 10^{-4}$ rad/nm.

Solução:

Dados:

- Número de fendas: $N = 1{,}25 \times 10^4$
- Largura da rede: $L = 25.0\,\text{mm} = 25,0 \times 10^{-3}\,\text{m}$
- Ordem do máximo: $m = 1$

Passo 1: Condição para o máximo de difração

Para um máximo de ordem m, a condição de difração é:

$$d \sin\theta = m\lambda$$

Para $m = 1$ e pequenos ângulos ($\sin\theta \approx \theta$):

$$\theta \approx \frac{\lambda}{d}$$

Logo, a razão θ/λ é:

$$\frac{\theta}{\lambda} \approx \frac{1}{d}$$

Passo 2: Espaçamento entre as fendas

O espaçamento d entre fendas é dado por:

$$d = \frac{L}{N}$$

Substituindo os valores:

$$d = \frac{25{,}0 \times 10^{-3}}{1{,}25 \times 10^4} = 2{,}0 \times 10^{-6}\,\text{m}$$

Passo 3: Calculando θ/λ

Em m^{-1}:

$$\frac{\theta}{\lambda} = \frac{1}{2{,}0 \times 10^{-6}} = 5{,}0 \times 10^5\,\text{m}^{-1}$$

Convertendo para nm^{-1}, sabendo que $1\,\text{m} = 10^9\,\text{nm}$:

$$\frac{\theta}{\lambda} = 5{,}0 \times 10^5 \times 10^{-9} = 5{,}0 \times 10^{-4}\,\text{rad/nm}$$

O valor mais próximo entre as alternativas é:

$$\boxed{\frac{\theta}{\lambda} = 5{,}26 \times 10^{-4}\,\text{rad/nm}}$$

A resposta correta é alternativa **B**.

Q46

Um pesquisador que está estudando a propagação de ondas em uma corda observa a seguinte situação: uma onda estacionária se forma na corda, com nós (pontos de amplitude zero) a cada 0,5 m, amplitude de 2,0 m e velocidade de propagação de 2,0 m/s. A equação que o pesquisador obtém para descrever a onda estacionária é

(A) $y(x,t) = 2\sin(\pi x)\cos(4\pi t)$

(B) $y(x,t) = 2\sin(2\pi x)\cos(4\pi t)$

(C) $y(x,t) = 2\sin(2\pi x)\cos(\pi t)$

(D) $y(x,t) = 2\sin(\pi x)\cos(\pi t)$

Solução:

Resolução:

Dados do problema:

- Distância entre nós consecutivos: $0{,}5\,m$
- Amplitude máxima: $A = 2,0\,m$
- Velocidade de propagação: $v = 2,0\,m/s$

Queremos encontrar a equação da onda estacionária no formato:

$$y(x,t) = 2A\sin(kx)\cos(\omega t)$$

Sabemos que o fator $2A$ já é dado como $2,0$, então apenas precisamos determinar k e ω.

Passo 1: distância entre nós

Em uma onda estacionária, a distância entre dois nós consecutivos é igual a $\lambda/2$. Como o problema informa que essa distância é 0,5 m, temos:

$$\frac{\lambda}{2} = 0{,}5 \quad \Longrightarrow \quad \lambda = 1,0\,m$$

Passo 2: número de onda k

O número de onda é dado por:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1,0} = 2\pi$$

Portanto, o fator espacial da solução é $\sin(2\pi x)$.

Passo 3: frequência angular ω

Usamos a relação entre velocidade, frequência e comprimento de onda:

$$v = \lambda f \quad \Longrightarrow \quad f = \frac{v}{\lambda} = \frac{2,0}{1,0} = 2,0\,Hz$$

E como $\omega = 2\pi f$, temos:

$$\omega = 2\pi \cdot 2 = 4\pi$$

Passo 4: equação final

Substituindo os valores encontrados:

$$y(x,t) = 2\sin(2\pi x)\cos(4\pi t)$$

Resposta correta:

$$\boxed{y(x,t) = 2\sin(2\pi x)\cos(4\pi t)}$$

Essa equação possui duas partes principais:

Parte espacial: $\sin(kx)$

- Determina o padrão fixo de **nós** (onde a amplitude é sempre zero) e **ventres** (onde a amplitude é máxima).

- Define a forma da onda ao longo do espaço.

Parte temporal: $\cos(\omega t)$

- Descreve a oscilação harmônica no tempo.
- Cada ponto vibra com a frequência angular ω, mas com amplitude espacialmente determinada.

A resposta correta é alternativa **B**.

Q47

Duas fontes de ondas sonoras idênticas emitem ondas com comprimento de onda de 0,5 m em fase. As fontes estão separadas por uma distância de 1,5 m. Haverá interferência construtiva ao longo da linha que liga as duas fontes nas posições:

(A) 0,25 m, 0,75 m, 1,25 m.

(B) 0,5 m, 1,0 m, 1,25 m.

(C) 0,5 m, 1,0 m, 1,5 m.

(D) 0,25 m, 0,5 m, 1,25 m.

Solução:

A diferença de caminhos entre as ondas emitidas pelas duas fontes deve ser um múltiplo inteiro de λ para que ocorra **interferência construtiva**:

$$\Delta r = m\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Colocando as fontes nos pontos $x = 0$ e $x = d$, ao longo do eixo x, temos para um ponto x:

$$\Delta r = |x - (d - x)| = |2x - d|$$

Para interferência construtiva:

$$2x - d = m\lambda$$

Resolvendo para x:

$$x = \frac{d + m\lambda}{2}$$

Substituindo $d = 1{,}5$ e $\lambda = 0{,}5$:

$$x = \frac{1{,}5 + 0{,}5m}{2} = 0{,}75 + 0{,}25m$$

Para que x esteja entre 0 e 1,5, os valores possíveis de m são $m = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$, o que resulta nas posições:

$$x = 0{,}0;\ \ 0{,}25;\ \ 0{,}5;\ \ 0{,}75;\ \ 1{,}0;\ \ 1{,}25;\ \ 1{,}5\ \mathrm{m}$$

Entre as alternativas dadas, a correta é:

$$\boxed{\text{(A) } 0{,}25\,m,\ 0{,}75\,m,\ 1{,}25\,m}$$

A resposta correta é alternativa **A**.

Equilíbrio do Corpo Rígido e da Partícula

Condições de equilíbrio:

$$\sum \vec{F} = 0 \quad \text{(equilíbrio translacional)}$$
$$\sum \vec{\tau} = 0 \quad \text{(equilíbrio rotacional)}$$

Torque (momento de uma força):

$$\tau = rF\sin\theta$$

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

$$\tau = I.\alpha$$

$$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\sin\theta = 0 \quad \text{MHS}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\sin\theta = 0 \quad \text{MHS}$$

Solução geral EDO:

$$\theta(t) = \theta_0\cos(\omega t + \varphi)$$

Rotação de um Corpo Rígido

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}, \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

Q48

Um pêndulo simples de comprimento $L = 10\,m$ oscila com um ângulo máximo de oito graus 0,14 rad. Considere a aceleração da gravidade $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$. A equação diferencial que descreve o movimento do pêndulo para pequenos ângulos é dada por: $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0$ sendo ω a frequência angular do pêndulo e θ o ângulo de deslocamento em função do tempo t. Considerando as condições iniciais $\theta(0) = \theta_0$ e $\frac{d\theta}{dt}(0) = 0$, a solução geral da equação diferencial para o pêndulo é:

(A) $\theta(t) = 0{,}14\cos(0{,}1t)$.

(B) $\theta(t) = 0{,}14\cos(0{,}4t)$.

(C) $\theta(t) = 0{,}14\cos(0{,}8t)$.

(D) $\theta(t) = 0{,}14\cos(t)$.

Solução:

Demonstração da equação do movimento do pêndulo simples a partir do torque

Considere um pêndulo simples com comprimento L e massa m, oscilando em torno do ponto de suspensão com um ângulo $\theta(t)$ em relação à posição de equilíbrio vertical.

1. Torque devido à força peso

A força peso atua verticalmente para baixo com intensidade mg. O torque em relação ao ponto de suspensão é:

$$\boxed{\tau = -mgL\sin\theta,}$$

onde o sinal negativo indica que o torque tende a restaurar o pêndulo para a posição de equilíbrio ($\theta = 0$).

2. Momento de inércia do pêndulo simples

Como o pêndulo é uma massa pontual no final de um fio de massa desprezível, o momento de inércia em relação ao ponto de suspensão é:

$$\boxed{I = mL^2.}$$

3. Equação do movimento rotacional

Aplicando a segunda lei de Newton para rotações, temos:

$$\boxed{\tau = I\alpha,}$$

onde $\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2}$ é a aceleração angular. Substituindo,

$$-mgL\sin\theta = mL^2\frac{d^2\theta}{dt^2}.$$

Dividindo ambos os lados por mL^2:

$$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\sin\theta = 0.}$$

4. Aproximação para pequenos ângulos

Para pequenas oscilações, onde $\theta \ll 1$ (rad), podemos aproximar $\sin\theta \approx \theta$, obtendo a equação linearizada:

$$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta = 0.}$$

Definindo

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}},$$

a equação diferencial torna-se

$$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0.}$$

5. Solução da equação diferencial

A solução geral da equação é

$$\boxed{\theta(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t),}$$

onde as constantes A e B são determinadas pelas condições iniciais.

Dadas as condições:

$$\theta(0) = \theta_0, \quad \frac{d\theta}{dt}(0) = 0,$$

temos:

$$\theta(0) = A = \theta_0,$$

e

$$\frac{d\theta}{dt} = -A\omega\sin(\omega t) + B\omega\cos(\omega t) \implies \frac{d\theta}{dt}(0) = B\omega = 0 \Rightarrow B = 0.$$

Assim, a solução final é

$$\theta(t) = \theta_0\cos(\omega t) = \theta_0\cos\left(\sqrt{\frac{g}{L}}\,t\right).$$

$$\boxed{\theta(t) = \theta_0 \cos\left(\sqrt{\frac{10}{10}}\, t\right) = \theta_0 \cos(t)\,.}$$

A resposta correta é alternativa **D**.

Q49

Considere uma região no espaço onde existe um campo elétrico variável no tempo, dado por $\vec{E} = E_0 \sin(\omega t)\,\hat{z}$, sendo E_0 a amplitude do campo elétrico, ω a frequência angular e t o tempo. De acordo com as equações de Maxwell, esse campo elétrico variável irá induzir um campo magnético também variável, dando origem a uma onda eletromagnética. Supondo que a onda eletromagnética se propague na direção $+y$ e que não haja cargas livres ou correntes na região, a expressão que descreve o campo magnético B induzido nessa região é:

(A) $B = \frac{E_0}{c} \sin(\omega t)\,\hat{x}$.

(B) $B = -\frac{E_0}{c} \sin(\omega t)\,\hat{x}$.

(C) $B = \frac{E_0}{c} \cos(\omega t)\,\hat{x}$.

(D) $B = -\frac{E_0}{c} \cos(\omega t)\,\hat{x}$.

Solução:

1. Forma geral da onda eletromagnética no vácuo

No vácuo, uma onda plana que se propaga na direção $+\hat{y}$ tem os campos elétrico e magnético na forma:

$$\vec{E}(y,t) = E_0 \sin(ky - \omega t)\,\hat{z},$$

$$\vec{B}(y,t) = B_0 \sin(ky - \omega t)\,\hat{x}.$$

A relação entre as amplitudes E_0 e B_0 é dada por:

$$B_0 = \frac{E_0}{c}.$$

Considere a região do espaço onde o campo elétrico é dado por:

$$\vec{E}(y,t) = E_0 \sin(ky - \omega t)\, \hat{z}.$$

Queremos determinar o campo magnético associado $\vec{B}(y,t)$, calculando o rotacional de $\vec{E}$ e usando a **lei de Faraday**:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

2. Cálculo do rotacional de $\vec{E}$

O campo elétrico tem apenas a componente z, que depende apenas de y e t. Em coordenadas cartesianas:

$$\nabla \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ 0 & 0 & E_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial E_z}{\partial y}\right)\hat{x} - \left(\frac{\partial E_z}{\partial x}\right)\hat{y} + 0\,\hat{z}.$$

Como $E_z = E_0 \sin(ky - \omega t)$, temos:

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = kE_0 \cos(ky - \omega t), \quad \frac{\partial E_z}{\partial x} = 0.$$

Assim:

$$\nabla \times \vec{E} = kE_0 \cos(ky - \omega t)\, \hat{x}.$$

3. Lei de Faraday

Pela lei de Faraday:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

Logo:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\nabla \times \vec{E} = -kE_0 \cos(ky - \omega t)\, \hat{x}.$$

4. Integração no tempo

Para encontrar $\vec{B}(y,t)$, integramos no tempo:

$$\vec{B}(y,t) = \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\, dt = -kE_0 \int \cos(ky - \omega t)\, dt\, \hat{x}.$$

Como y é constante na derivada temporal, podemos integrar diretamente:

$$\int \cos(ky - \omega t)\, dt = -\frac{1}{\omega} \sin(ky - \omega t).$$

Portanto:

$$\vec{B}(y,t) = \frac{kE_0}{\omega} \sin(ky - \omega t)\, \hat{x}.$$

5. Relação entre k, ω e c

No vácuo, sabemos que:

$$c = \frac{\omega}{k} \quad \text{ou equivalentemente} \quad \frac{k}{\omega} = \frac{1}{c}.$$

Substituindo:

$$\vec{B}(y,t) = \frac{E_0}{c} \sin(ky - \omega t)\, \hat{x}.$$

6. Resposta final

Portanto, a expressão para o campo magnético induzido é:

$$\boxed{\vec{B}(y,t) = \frac{E_0}{c} \sin(ky - \omega t)\, \hat{x}}$$

A resposta correta é alternativa **A**.

Q50

Considere uma esfera de raio R feita de um material dielétrico linear e homogêneo com permissividade elétrica ε. Uma carga total $+Q$ está uniformemente distribuída no volume da esfera. De acordo com a lei de Gauss, o campo elétrico E dentro ($r < R$) e fora ($r \geq R$) da esfera é:

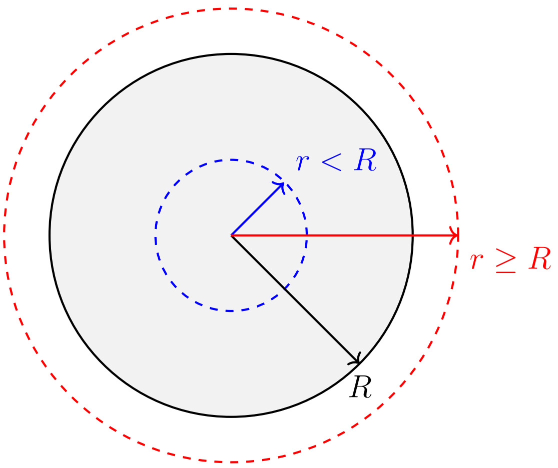
(A) $\frac{Q}{4\pi\varepsilon R^3}\,\hat{\mathrm{r}}$ se $r < R$ e $\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\hat{\mathrm{r}}$ se $r \geq R$.

(B) $\frac{Qr^2}{4\pi\varepsilon R^2}\,\hat{\mathrm{r}}$ se $r < R$ e $\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\hat{\mathrm{r}}$ se $r \geq R$.

(C) $\frac{Qr}{4\pi\varepsilon R^3}\,\hat{\mathrm{r}}$ se $r < R$ e $\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\hat{\mathrm{r}}$ se $r \geq R$.

(D) $\frac{Qr}{4\pi\varepsilon R^2}\,\hat{\mathrm{r}}$ se $r < R$ e $\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\hat{\mathrm{r}}$ se $r \geq R$.

Superfícies gaussianas para os casos $r < R$ e $r \geq R$



Solução:

1. Densidade de carga volumétrica

A carga está uniformemente distribuída no volume da esfera:

$$\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3Q}{4\pi R^3}.$$

2. Lei de Gauss para dielétricos

No material dielétrico, o campo elétrico $\vec{E}$ está relacionado ao deslocamento elétrico $\vec{D}$ por:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}.$$

A lei de Gauss para $\vec{D}$ em forma integral:

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q_{\text{int}}.$$

Para simetria esférica, escolhemos uma superfície gaussiana esférica de raio r.

—

3. Campo dentro da esfera $(r < R)$

A carga contida em uma esfera de raio $r < R$ é:

$$Q_{\text{int}}(r) = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3.$$

Aplicando a lei de Gauss para D_r:

$$D_r \cdot 4\pi r^2 = Q_{\text{int}}(r) \quad \Rightarrow \quad D_r = \frac{\rho r}{3}.$$

Como $\vec{E} = \vec{D}/\varepsilon$, temos:

$$E_r(r < R) = \frac{D_r}{\varepsilon} = \frac{\rho r}{3\varepsilon}.$$

Substituindo ρ:

$$E_r(r < R) = \frac{1}{3\varepsilon} \cdot \frac{3Q}{4\pi R^3} \cdot r = \frac{Qr}{4\pi\varepsilon R^3}.$$

—

4. Campo fora da esfera $(r \geq R)$

Para $r \geq R$, toda a carga Q está contida:

$$D_r \cdot 4\pi r^2 = Q \quad \Rightarrow \quad D_r = \frac{Q}{4\pi r^2}.$$

Logo:

$$E_r(r \geq R) = \frac{D_r}{\varepsilon} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}.$$

—

5. Resposta final

O campo elétrico E_r em todos os pontos do espaço é dado por:

$$\boxed{E_r(r) = \begin{cases} \dfrac{Qr}{4\pi\varepsilon R^3}, & r < R \\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}, & r \geq R \end{cases}}$$

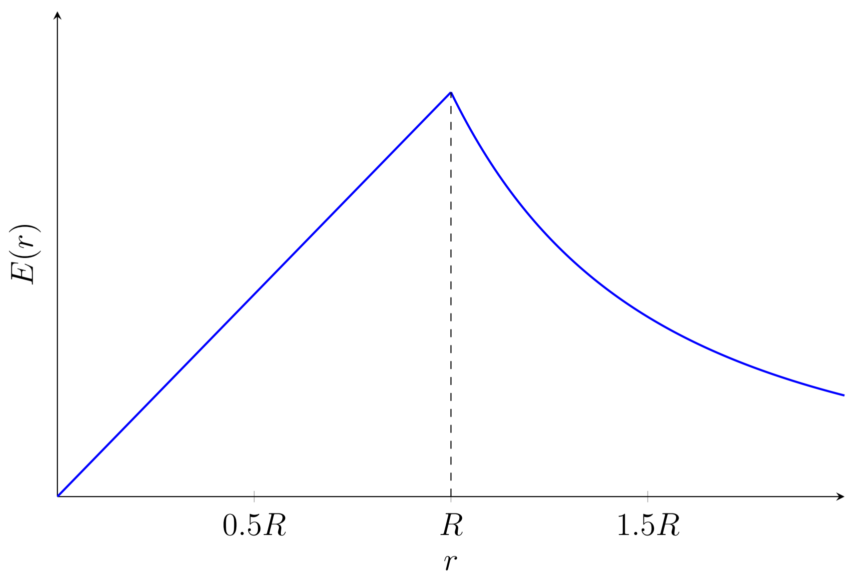
A resposta correta é alternativa **C**.

Campo elétrico $E(r)$ em função de r

O campo elétrico radial $E(r)$ em uma esfera uniformemente carregada com raio R é dado por:

$$E(r) = \begin{cases} \dfrac{Qr}{4\pi\varepsilon R^3}, & r < R \\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}, & r \geq R \end{cases}$$

O gráfico abaixo mostra qualitativamente o comportamento de $E(r)$ em função de r.



Q51

Se a temperatura de um corpo negro dobra, a potência total irradiada por unidade de área

(A) aumenta por um fator 2.

(B) aumenta por um fator 4.

(C) aumenta por um fator 8.

(D) aumenta por um fator 16.

Solução:

Variação da potência irradiada por um corpo negro ao dobrar a temperatura

De acordo com a **lei de Stefan–Boltzmann**, a potência irradiada por unidade de área P/A de um corpo negro é dada por:

$$\frac{P}{A} = \sigma T^4,$$

onde:

- $\sigma \approx 5,67 \times 10^{-8}\,\mathrm{W/m^2 \cdot K^4}$ é a constante de Stefan–Boltzmann;
- T é a temperatura absoluta do corpo em kelvins.

Suponha que a temperatura inicial do corpo seja T_0, e a potência inicial irradiada por unidade de área seja:

$$\left(\frac{P}{A}\right)_0 = \sigma T_0^4.$$

Quando a temperatura dobra ($T = 2T_0$), a nova potência irradiada por unidade de área é:

$$\frac{P}{A} = \sigma(2T_0)^4 = \sigma \cdot 2^4 T_0^4 = 16 \cdot \sigma T_0^4.$$

Ou seja:

$$\frac{P}{A} = 16 \cdot \left(\frac{P}{A}\right)_0$$

Resposta final

Se a temperatura de um corpo negro dobra, a potência irradiada por unidade de área aumenta 16 vezes.
A resposta correta é alternativa **D**.

Aplicação da Lei do Deslocamento de Wien

A **Lei do Deslocamento de Wien** estabelece uma relação inversa entre o comprimento de onda no qual a emissão de radiação de um corpo negro é máxima e a sua temperatura absoluta. Matematicamente:

$$\lambda_{\text{pico}} \cdot T = b$$

onde:

- λ_{pico} é o comprimento de onda de pico (em metros),
- T é a temperatura absoluta (em kelvins),
- $b = 2,897 \times 10^{-3}\,\text{m} \cdot \text{K}$ é a constante de Wien.

Importância e aplicações

A Lei de Wien é amplamente utilizada para:

- Determinar a temperatura de estrelas, planetas e outros corpos celestes a partir de suas curvas espectrais.
- Estimar a cor de um corpo aquecido (por exemplo, metais incandescentes em fundições).
- Diagnóstico em processos industriais de aquecimento, fornos e lâmpadas.
- Prever a emissão dominante de radiação térmica em diferentes temperaturas.

Exemplos práticos

1. **O Sol:** O pico de emissão do Sol está em aproximadamente $\lambda_{\text{pico}} = 500\,\text{nm}$ (luz verde). Aplicando a Lei de Wien:

$$T = \frac{b}{\lambda_{\text{pico}}} = \frac{2,897 \times 10^{-3}}{500 \times 10^{-9}} \approx 5794\,\text{K}.$$

   Portanto, a temperatura superficial do Sol é cerca de $5800\,\text{K}$.

2. **Uma lâmpada incandescente:** Para uma lâmpada cujo filamento brilha com pico em $\lambda_{\text{pico}} = 1000\,\text{nm}$ (infravermelho próximo):

$$T = \frac{2,897 \times 10^{-3}}{1000 \times 10^{-9}} \approx 2897\,\text{K}.$$

   Essa é uma temperatura típica do filamento de tungstênio.

3. **Uma estrela fria:** Uma estrela com temperatura superficial $T = 3000\,\text{K}$ emite radiação de pico em:

$$\lambda_{\text{pico}} = \frac{b}{T} = \frac{2,897 \times 10^{-3}}{3000} \approx 966\,\text{nm}.$$

   O que está no infravermelho próximo.

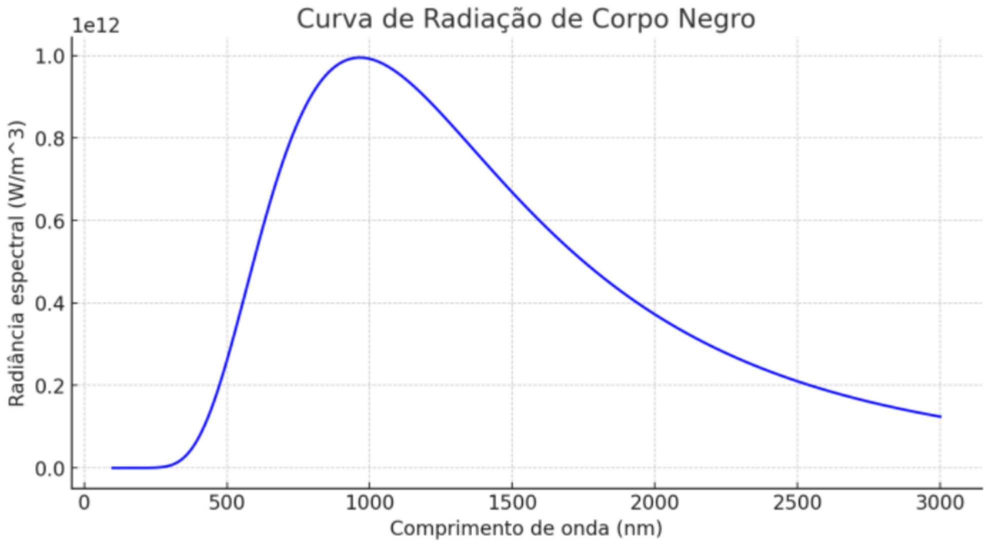
Resumo

A Lei de Wien é uma ferramenta fundamental para relacionar a cor aparente ou o comprimento de onda dominante da radiação emitida por um corpo negro à sua temperatura, permitindo medições indiretas de temperatura em muitas áreas da ciência e tecnologia.

Q52

Observe o gráfico a seguir.

O gráfico acima mostra a curva de radiância espectral de um corpo negro, com o pico da emissão ocorrendo em 966 nm. Utilizando a Lei de Wien, que relaciona o comprimento de onda de pico da emissão de um corpo negro com a sua temperatura, selecione a resposta que mais se aproxima do resultado calculado para a temperatura desse corpo negro. (Dados: Constante de deslocamento de Wien $b = 2{,}897 \times 10^{-3}\,\text{m}\,.\text{K}$.)



Elaborado pelo(a) autor(a).

(A) 3000 K.

(B) 3100 K.

(C) 3300 K.

(D) 3900 K.

Solução:

Determinação da temperatura de um corpo negro usando a lei de Wien

A **lei do deslocamento de Wien** estabelece que:

$$\lambda_{\text{pico}} \cdot T = b$$

onde:

- λ_{pico} é o comprimento de onda no qual a radiância espectral é máxima (em metros),
- T é a temperatura absoluta do corpo negro (em kelvins),
- $b = 2,897 \times 10^{-3}\,\text{m} \cdot \text{K}$ é a constante de deslocamento de Wien.

Dados do problema:

O pico da emissão ocorre em:

$$\lambda_{\text{pico}} = 966\,\text{nm} = 966 \times 10^{-9}\,\text{m} = 9,66 \times 10^{-7}\,\text{m}.$$

Cálculo da temperatura:

A temperatura é dada por:

$$T = \frac{b}{\lambda_{\text{pico}}}$$

Substituindo os valores:

$$T = \frac{2,897 \times 10^{-3}}{9,66 \times 10^{-7}}.$$

Efetuando a divisão:

$$T \approx 2998\,\text{K}.$$

Resposta final:

$$\boxed{T \approx 3000\,\text{K}}$$

Portanto, a temperatura do corpo negro é aproximadamente **3000 K**.

A resposta correta é alternativa **A**.

Q53

Uma superfície metálica é exposta a luz de comprimento de onda de 400 nm para induzir o efeito fotoelétrico. A função trabalho do metal é de 2,0 eV. São dadas a Constante de Planck $h = 6{,}626 \times 10^{-34} J.s$, a velocidade da luz $c = 3{,}0 \times 10^{8} m/s$ e $e = 1{,}602 \times 10^{-19} J$. Utilizando a equação do efeito fotoelétrico podemos determinar a energia cinética máxima dos elétrons ejetados da superfície metálica, que

(A) 0,95 eV.

(B) 1,10 eV.

(C) 1,25 eV.

(D) 1,50 eV.

Solução:

Efeito Fotoelétrico: Cálculo da energia cinética máxima

Uma superfície metálica é iluminada com luz de comprimento de onda $\lambda = 400\,\text{nm}$, e sua função trabalho é:

$$W_0 = 2{,}0\,\text{eV}.$$

Queremos calcular a energia cinética máxima $K_{\text{máx}}$ dos elétrons ejetados.

Equação do efeito fotoelétrico

A equação do efeito fotoelétrico é:

$$E_f = W_0 + K_{\text{máx}},$$

onde E_f é a energia do fóton incidente:

$$E_f = h\nu = \frac{hc}{\lambda}.$$

Conversão de unidades

O comprimento de onda em metros:

$$\lambda = 400\,\text{nm} = 400 \times 10^{-9}\,\text{m}.$$

A constante de Planck:

$$h = 6{,}626 \times 10^{-34}\,\text{J} \cdot \text{s}.$$

Velocidade da luz:

$$c = 3{,}0 \times 10^{8}\,\text{m/s}.$$

Energia do fóton

Calculamos E_f em joules:

$$E_f = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}626 \times 10^{-34} \cdot 3{,}0 \times 10^{8}}{400 \times 10^{-9}}.$$

Efetuando a conta:

$$E_f \approx 4{,}97 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}.$$

Convertendo para elétron-volts ($1\,\mathrm{eV} = 1{,}602 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}$):

$$E_f = \frac{4{,}97 \times 10^{-19}}{1{,}602 \times 10^{-19}} \approx 3,1\,\mathrm{eV}.$$

Energia cinética máxima

Usamos:

$$K_{\text{máx}} = E_f - W_0.$$

Substituindo os valores:

$$K_{\text{máx}} = 3{,}1\,\mathrm{eV} - 2{,}0\,\mathrm{eV} = 1{,}1\,\mathrm{eV}.$$

Resposta final

$$\boxed{K_{\text{máx}} \approx 1{,}1\,\mathrm{eV}}$$

A energia cinética máxima dos elétrons ejetados é aproximadamente 1,1 eV.

A resposta correta é alternativa **B**.

Q54

No efeito fotoelétrico ocorre a emissão de elétrons de uma superfície metálica quando radiação incide sobre essa superfície. A radiação mais eficaz para que o efeito fotoelétrico ocorra é a

(A) radiação de raios X.

(B) radiação infravermelha.

(C) radiação ultravioleta.

(D) radiação de micro-ondas.

Solução:

Efeito Fotoelétrico: Resolução e valores típicos da função trabalho

Quando luz incide sobre a superfície de um metal, elétrons podem ser ejetados se a energia do fóton E_f for maior ou igual à função trabalho W_0 do metal:

$$E_f = W_0 + K_{\text{máx}}$$

onde:

- $E_f = \frac{hc}{\lambda}$ é a energia do fóton;
- W_0 é a função trabalho do metal;
- $K_{\text{máx}}$ é a energia cinética máxima dos elétrons.

Resolução do problema:

Dados:

$$\lambda = 400\,\text{nm}, \quad W_0 = 2{,}0\,\text{eV}, \quad hc = 1240\,\text{eV}\cdot\text{nm}.$$

Energia do fóton:

$$E_f = \frac{1240}{400} = 3{,}1\,\text{eV}.$$

Energia cinética máxima:

$$K_{\text{máx}} = E_f - W_0 = 3{,}1 - 2{,}0 = 1{,}1\,\text{eV}.$$

Resposta:

$$\boxed{K_{\text{máx}} \approx 1{,}1\,\text{eV}}$$

Função trabalho de alguns metais e comprimentos de onda limites:

A função trabalho W_0 está relacionada ao comprimento de onda máximo λ_{lim} para que o efeito fotoelétrico ocorra:

$$\lambda_{\text{lim}} = \frac{hc}{W_0}$$

com $hc = 1240\,\text{eV} \cdot \text{nm}$.

Metal	**Função trabalho** W_0 (eV)	$\boldsymbol{\lambda_{\text{lim}}}$ (nm)
Césio (Cs)	1,9	653
Potássio (K)	2,3	539
Sódio (Na)	2,7	459
Cálcio (Ca)	3,2	388
Cobre (Cu)	4,7	264
Prata (Ag)	4,3	288
Ouro (Au)	5,1	243

Resumo:

- A energia cinética máxima dos elétrons ejetados é a diferença entre a energia do fóton incidente e a função trabalho.
- Quanto menor a função trabalho, maior o comprimento de onda limite para o efeito fotoelétrico.
- Metais alcalinos (como césio e potássio) são mais fáceis de ionizar.

A resposta correta é alternativa **C**.

Q55

Um fóton com um comprimento de onda inicial de $0,10\,\text{nm}$ colide com um elétron inicialmente em repouso. Após a colisão, o fóton é espalhado com um ângulo de $60°$ em relação à sua direção original. Sabendo que $\cos 60° = 0,5$, dada a constante de Compton $2,43 \times 10^{-12}\,m$ e usando a fórmula do efeito Compton para calcular a mudança no comprimento de onda do fóton espalhado, podemos determinar o novo comprimento de onda do fóton após o espalhamento, que é de:

(A) 0,102 nm.

(B) 0,222 nm.

(C) 0,220 nm.

(D) 0,232 nm.

Solução:

Efeito Compton: Cálculo do novo comprimento de onda do fóton

Um fóton com comprimento de onda inicial:

$$\lambda_0 = 0{,}10\,\text{nm} = 1{,}0 \times 10^{-10}\,\text{m}$$

é espalhado por um elétron inicialmente em repouso, formando um ângulo de:

$$\theta = 60°.$$

Sabemos que:

$$\cos 60° = 0{,}5$$

e a **constante de Compton** do elétron é:

$$\lambda_C = 2{,}43 \times 10^{-12}\,\text{m}.$$

Fórmula do efeito Compton

A variação no comprimento de onda do fóton é dada por:

$$\Delta\lambda = \lambda_C(1 - \cos\theta)$$

Substituindo os valores:

$$\Delta\lambda = 2{,}43 \times 10^{-12} \cdot (1 - 0{,}5) = 2{,}43 \times 10^{-12} \cdot 0{,}5 = 1{,}215 \times 10^{-12}\,\text{m}.$$

Novo comprimento de onda

O novo comprimento de onda do fóton é:

$$\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda$$

Substituindo:

$$\lambda = 1{,}0 \times 10^{-10} + 1{,}215 \times 10^{-12} = 1{,}01215 \times 10^{-10}\,\text{m}.$$

Convertendo para nanômetros ($1\,\text{nm} = 10^{-9}\,\text{m}$):

$$\lambda = 0{,}101215\,\text{nm}.$$

Resposta final

$$\boxed{\lambda \approx 0{,}1012\,\text{nm}}$$

O novo comprimento de onda do fóton espalhado é aproximadamente $0{,}1012\,\text{nm}$.

A resposta correta é alternativa **A**.

Q56

No efeito Compton, um fóton incide sobre um elétron inicialmente em repouso e é espalhado, fazendo com que o elétron recue. Quando o ângulo de espalhamento φ varia de 0° a 90°, o ângulo de recuo do elétron θ varia no intervalo:

(A) $0° \leq \theta \leq 180°$.

(B) $0° \leq \theta < 90°$.

(C) $0° \leq \theta < 120°$.

(D) $90° \leq \theta < 120°$.

Solução:

Demonstração da relação entre os ângulos no efeito Compton

No efeito Compton, um fóton incide com momento $\vec{p}_\gamma$ e energia $E_\gamma = h\nu$ sobre um elétron em repouso. Após a colisão:

- o fóton é espalhado com ângulo φ e comprimento de onda aumentado (λ'),
- o elétron recua com ângulo θ e energia cinética K.

Conservação da quantidade de movimento

No sistema de coordenadas onde o fóton inicial se propaga ao longo do eixo x, temos:

$$\vec{p}_\gamma = p_\gamma \hat{x}$$

e após a colisão:

$$\vec{p}'_\gamma = p'_\gamma \Big(\cos\varphi \, \hat{x} + \sin\varphi \, \hat{y} \Big)$$

$$\vec{p}_e = p_e \Big(\cos\theta \, \hat{x} + \sin\theta \, \hat{y} \Big)$$

Componentes no eixo x

$$p_\gamma = p'_\gamma \cos\varphi + p_e \cos\theta$$

Componentes no eixo y

$$0 = p'_\gamma \sin\varphi - p_e \sin\theta$$

Da segunda equação, obtemos:

$$p_e \sin\theta = p'_\gamma \sin\varphi$$

Da primeira equação, isolamos $p_e \cos\theta$:

$$p_e \cos\theta = p_\gamma - p'_\gamma \cos\varphi$$

Tangente do ângulo θ

Dividindo as componentes y/x, temos:

$$\tan\theta = \frac{p_e \sin\theta}{p_e \cos\theta} = \frac{p'_\gamma \sin\varphi}{p_\gamma - p'_\gamma \cos\varphi}$$

Expressando em termos de energias

Sabemos que $p_\gamma = \frac{E_\gamma}{c}$ e $p'_\gamma = \frac{E'_\gamma}{c}$, onde E'_γ é a energia do fóton espalhado:

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2}(1 - \cos\varphi)}$$

Substituímos p'_γ na equação anterior para obter $\tan\theta$ em função de φ e E_γ.

Resultado final:

A relação geral é:

$$\tan\theta = \frac{\sin\varphi}{\dfrac{E_\gamma}{E'_\gamma} - \cos\varphi}$$

ou ainda, substituindo E'_γ:

$$\tan\theta = \frac{\sin\varphi}{\left(1 + \dfrac{E_\gamma}{m_e c^2}(1 - \cos\varphi)\right) - \cos\varphi}$$

Essa é a relação entre o ângulo de espalhamento do fóton φ e o ângulo de recuo do elétron θ no efeito Compton.

O E_γ é a energia inicial do fóton, e definimos a razão adimensional:

$$\alpha = \frac{E_\gamma}{m_e c^2}.$$

Substituindo α, a expressão fica:

$$\tan\theta = \frac{\sin\varphi}{\big(1 + \alpha(1 - \cos\varphi)\big) - \cos\varphi}.$$

Limite quando $\varphi \to 0°$

Para $\varphi \to 0°$, temos:

$$\sin\varphi \to 0, \quad \cos\varphi \to 1.$$

No denominador:

$$\big(1 + \alpha(1 - \cos\varphi)\big) - \cos\varphi \to (1 + 0) - 1 = 0.$$

Portanto:

$$\tan\theta \to 0 \quad \Longrightarrow \quad \theta \to 0.$$

Limite quando $\varphi = 90°$

Para $\varphi = 90°$, temos:

$$\sin\varphi = 1, \quad \cos\varphi = 0.$$

No denominador:

$$\big(1 + \alpha(1 - 0)\big) - 0 = 1 + \alpha.$$

Logo:

$$\tan\theta = \frac{1}{1 + \alpha}.$$

Observações:

- Para fótons de baixa energia ($\alpha \ll 1$): $1 + \alpha \approx 1$, então $\tan\theta \approx 1$, ou seja, $\theta \approx 45°$.
- Para fótons de alta energia ($\alpha \gg 1$): $1 + \alpha$ é grande, então $\tan\theta \approx 0$, ou seja, θ pequeno.

Portanto, mesmo para $\varphi = 90°$, o ângulo θ permanece **menor que** $90°$.

Conclusão

O ângulo de recuo do elétron θ varia no intervalo:

$$\boxed{0° \leq \theta < 90°}$$

A resposta correta é alternativa **B**.

Q57

Sabendo que a massa do elétron é $9,11 \times 10^{-31}$ kg, a velocidade da luz é 3×10^8 m/s e $1\,\text{eV} = 1{,}602 \times 10^{-19}$ J, a energia total de um elétron movendo-se com uma velocidade de $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) c$ é de:

(A) 0,510 MeV.

(B) 0,723 MeV.

(C) 1,024 MeV.

(D) 1,105 MeV.

Solução:

Cálculo da energia total relativística do elétron

Dados:

- Massa do elétron: $m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}\,\text{kg}$
- Velocidade da luz: $c = 3{,}0 \times 10^8\,\text{m/s}$
- $1\,\text{eV} = 1{,}602 \times 10^{-19}\,\text{J}$
- Velocidade do elétron: $v = \frac{\sqrt{3}}{2}c$

Fator de Lorentz

A energia total relativística do elétron é dada por:

$$E = \gamma m_e c^2$$

com o fator de Lorentz:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Sabemos que:

$$\frac{v}{c} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \Longrightarrow \quad \left(\frac{v}{c}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

Portanto:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{3}{4}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = 2$$

Energia de repouso do elétron

A energia de repouso do elétron é:

$$E_0 = m_e c^2$$

Substituindo os valores:

$$E_0 = \left(9{,}11 \times 10^{-31}\right) \cdot \left(3{,}0 \times 10^{8}\right)^2 = 9{,}11 \times 10^{-31} \cdot 9{,}0 \times 10^{16} = 8{,}199 \times 10^{-14}\,\mathrm{J}$$

Energia total do elétron

$$E = \gamma E_0 = 2 \cdot 8{,}199 \times 10^{-14} = 1{,}6398 \times 10^{-13}\,\mathrm{J}$$

Conversão para eV

Sabemos que $1\,\mathrm{eV} = 1{,}602 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}$, então:

$$E = \frac{1{,}6398 \times 10^{-13}}{1{,}602 \times 10^{-19}} \approx 1{,}024 \times 10^{6}\,\mathrm{eV} = 1{,}024\,\mathrm{MeV}$$

Resposta final:

$$\boxed{E \approx 1{,}02\,\mathrm{MeV}}$$

A energia total do elétron em movimento com velocidade $\frac{\sqrt{3}}{2}c$ é aproximadamente: $1{,}02\,\text{MeV}$**.**

A resposta correta é alternativa **C**.

Q58

Uma nave espacial viaja a uma velocidade de $0{,}85c$ em relação à Terra, sendo $c = 3 \times 10^8\,\text{m/s}$ a velocidade da luz no vácuo. Um relógio a bordo da nave marca 1 hora. Aproximando $\sqrt{0{,}2775} = 0{,}53$, durante esse tempo a distância percorrida e o tempo decorrido para um observador na Terra são, respectivamente:

(A) Distância: $1{,}7 \times 10^9\,km$, Tempo: 1,9 horas.

(B) Distância: $1{,}7 \times 10^9\,km$, Tempo: 3,8 horas.

(C) Distância: $3{,}1 \times 10^8\,km$, Tempo: 2,9 horas.

(D) Distância: $3{,}1 \times 10^8\,km$, Tempo: 3,9 horas.

Solução:

Problema: nave viajando a $0{,}85c$

Uma nave espacial viaja a uma velocidade $v = 0{,}85c$, com $c = 3{,}0 \times 10^8\,\text{m/s}$. O relógio a bordo da nave marca um tempo próprio $t_0 = 1\,\text{h}$. Sabendo que $\sqrt{0{,}2775} = 0{,}53$, queremos calcular:

- A distância percorrida para um observador na Terra.
- O tempo decorrido para um observador na Terra.

Fator de Lorentz

O tempo medido na Terra é dilatado:

$$t = \gamma t_0$$

com:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Calculamos:

$$\left(\frac{v}{c}\right) = 0{,}85 \quad \Longrightarrow \quad \left(\frac{v}{c}\right)^2 = 0{,}7225$$

Logo:

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = 1 - 0{,}7225 = 0{,}2775$$

Como $\sqrt{0{,}2775} = 0{,}53$, temos:

$$\gamma = \frac{1}{0{,}53} \approx 1{,}89$$

Assim:

$$t = \gamma t_0 = 1{,}89 \cdot 1 = 1{,}89\,\mathrm{h} \approx 1{,}9\,\mathrm{h}$$

Distância percorrida na Terra

Na Terra, a distância percorrida é:

$$d = vt$$

com:

$$v = 0{,}85 \cdot 3{,}0 \times 10^8 = 2{,}55 \times 10^8\,\mathrm{m/s}$$

Convertendo $t = 1{,}9\,\mathrm{h}$ para segundos:

$$t = 1{,}9 \cdot 3600 = 6840\,\mathrm{s}$$

Então:

$$d = 2{,}55 \times 10^8 \cdot 6840 \approx 1{,}744 \times 10^{12}\,\mathrm{m} = 1{,}744 \times 10^9\,\mathrm{km} \approx 1{,}7 \times 10^9\,\mathrm{km}$$

Resposta final:

$$\boxed{\text{Distância: } 1{,}7 \times 10^9\,\mathrm{km} \quad \text{Tempo: } 1{,}9\,\mathrm{h}}$$

A resposta correta é alternativa **A**.

Q59

Um hospital utiliza o isótopo radioativo Tecnécio-99m (^{99m}Tc) para exames de diagnóstico por imagem. O Tecnécio-99m tem uma meia-vida de aproximadamente 6 horas. Se uma dose inicial de 120 mg de Tecnécio-99m é administrada a um paciente, quanto tempo será necessário para que a quantidade de isótopo no corpo do paciente caia para 15 mg? (Dados: $\ln 2 = 0{,}693$ e $\ln(0{,}125) = -2{,}079$.)

(A) 10 horas.

(B) 12 horas.

(C) 14 horas.

(D) 18 horas.

Solução:

Dados:

- Meia-vida do Tecnécio-99m: $T_{1/2} = 6$ horas
- Dose inicial: $N_0 = 120\,\text{mg}$
- Dose final desejada: $N = 15\,\text{mg}$
- $\ln 2 = 0{,}693$
- $\ln(0{,}125) = -2{,}079$

A quantidade de isótopo após um tempo t é dada por:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

onde λ é a constante de decaimento.

A constante λ está relacionada à meia-vida por:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \implies \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{6} = 0{,}1155\,\text{h}^{-1}$$

Queremos o tempo t para que a quantidade caia para 15 mg, ou seja:

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} \implies \ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\lambda t \implies t = -\frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{N}{N_0}\right)$$

Calculando:

$$\frac{N}{N_0} = \frac{15}{120} = 0{,}125$$

$$t = -\frac{1}{0{,}1155}\ln(0{,}125) = -\frac{1}{0{,}1155} \times (-2{,}079) = \frac{2{,}079}{0{,}1155} \approx 18 \text{ horas}$$

$\boxed{\text{Resposta: } t \approx 18 \text{ horas}}$

A resposta correta é alternativa **D**.

Q60

Durante uma escavação arqueológica, um arqueólogo encontra restos de uma antiga fogueira contendo pedaços de madeira. A atividade do carbono-14 na amostra de madeira é medida e encontrada como sendo 12,5% da atividade do carbono-14 em organismos vivos. Sabendo que a meia-vida do carbono-14 é de aproximadamente 5730 anos, a idade da amostra de madeira pode ser determinada e vale: (Dados: $\ln 2 = 0{,}693$ e $\ln(0{,}125) = -2{,}079$.)

(A) 5.730 anos.

(B) 8.585 anos.

(C) 11.460 anos.

(D) 17.190 anos.

Solução:

Dados:

- Fração da atividade atual em relação à original: $\frac{N}{N_0} = 12{,}5\% = 0{,}125$

- Meia-vida do carbono-14: $T_{1/2} = 5730$ anos
- $\ln 2 = 0{,}693$
- $\ln(0{,}125) = -2{,}079$

A atividade após um tempo t é dada por:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

onde λ é a constante de decaimento.

Calculando λ:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{5730} \approx 1{,}21 \times 10^{-4}\,\text{ano}^{-1}$$

Determinando o tempo t:

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} \implies \ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\lambda t \implies t = -\frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{N}{N_0}\right)$$

Substituindo os valores:

$$t = -\frac{1}{1{,}21 \times 10^{-4}} \times \ln(0{,}125) = \frac{2{,}079}{1{,}21 \times 10^{-4}} \approx 17\,190\ \text{anos}$$

$\boxed{\text{Resposta: } t \approx 17\,190 \text{ anos}}$

A resposta correta é alternativa **D**.
