

Title	支持脚接地点の滑り接触を考慮したコンパス型2脚ロボットの3自由度受動歩行
Author(s)	坂, 利昭
Citation	
Issue Date	2015-09
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	http://hdl.handle.net/10119/12924
Rights	
Description	Supervisor:浅野文彦准教授, 情報科学研究科, 修士

修 士 論 文

支持脚接地点の滑り接触を考慮したコンパス型2脚
ロボットの3自由度受動歩行

北陸先端科学技術大学院大学
情報科学研究科情報科学専攻

坂 利昭

2015 年 9 月

修 士 論 文

支持脚接地点の滑り接触を考慮したコンパス型2脚 ロボットの3自由度受動歩行

指導教員 浅野 文彦 准教授

審査委員主査 浅野文彦 准教授
審査委員 丁洛榮 教授
審査委員 前園涼 准教授

北陸先端科学技術大学院大学
情報科学研究科情報科学専攻

1310705 坂 利昭

提出年月: 2015 年 8 月

概 要

歩行ロボットは様々な路面環境に適応するための十分な能力を有していなければならない。視覚や力覚を用いて不整地への適応を可能にしようとする研究は盛んに行われているが、氷上など滑り易い路面への適応については、そのモデリングや制御系設計が困難であることを理由に殆ど検討が行われていないのが実状である。また、路面への自然な適応を目指すのではなく、滑り止めの機構を用いて強制的に滑りのダイナミクスをキャンセルしようとする方策が採られるのが一般的である。しかしながら、高い環境適応能力をもつ歩行ロボットを実現する上で、路面の表面を破壊しない安全な運動生成法の確立は必須検討事項である。

本研究の目的は、上記を踏まえ、受動歩行を題材として滑り接触を伴う歩行運動生成における本質的難しさの考察を行うこと、および自然な歩行運動を実現するための必要最小条件を明らかにすることである。まず支持脚接地点の滑り接触を伴うコンパス型2脚受動歩行ロボットを解析対象として考え、その4自由度の運動方程式および衝突方程式を導出する。滑り動摩擦力については、単純なクーロン摩擦モデルを考える。下り斜面に沿って支持脚接地点が滑る拘束は1自由度拘束であるため、歩行運動は結果的に3自由度となる。次に適切なシステムパラメータを設定することで、安定な3自由度のコンパス型2脚受動歩行が実現可能であること、特に動摩擦力が生むグリップ効果が歩容全体を安定化することを数値シミュレーションを通して示す。更には、半円形状をした足部（半円足）をもつコンパス型2脚ロボットについても検討を行い、3自由度のコンパス型2脚受動歩行の高性能化における足裏形状の重要性についても議論する。本論文の解析を通して、滑り接触が安定な歩行運動を不可能にする致命的な要因でないこと、自然で安定な歩行運動生成のために最低限必要な拘束は1自由度であることを示す。

目次

第1章	はじめに	1
1.1	研究の目的	1
1.2	研究の背景, 特色	1
第2章	滑り要素を有しない緩斜面上の2脚歩行解析	4
2.1	2脚ロボットのモデリング	4
2.1.1	運動方程式の導出	4
2.1.2	衝突方程式の導出	6
2.2	歩行解析	10
2.3	まとめ	10
第3章	滑り要素を有する緩斜面上の2脚歩行解析	21
3.1	2脚ロボットのモデリング	21
3.1.1	運動方程式の導出	21
3.1.2	衝突方程式の導出	24
3.2	摩擦要素有り緩斜面における衝突方程式について	25
3.2.1	衝突時の動作における仮定	25
3.2.2	両脚支持動作発生時の力積の導出	27
3.2.3	$\lambda_{I2} > 0$ の証明	29
3.2.4	λ_{I1} の解析	31
3.3	歩行解析	31
3.4	まとめ	42
第4章	滑り要素を有する緩斜面上における半円足2脚歩行解析	43
4.1	2脚ロボットのモデリング	43
4.1.1	運動方程式の導出	43
4.1.2	衝突方程式の導出	47
4.2	歩行解析	60
4.3	まとめ	61
第5章	まとめと今後の課題	65

第1章 はじめに

1.1 研究の目的

これまでの歩行ロボット研究において、脚先（接地点）や関節に作用する摩擦力の影響を精密に考慮したモデリング・制御則は十分に検討されてきたとはいえない [7]. モデル化においては、接地点は滑らない、関節の摩擦は無視する、あるいは制御入力でキャンセルするなどの仮定をおくものが大半であった. しかしながら、沼地・砂地・凍結路面なども踏破可能な頑健な歩行ロボットの開発においては、摩擦は無視できない重要な問題である.

本研究では、まず、4自由度の受動2脚モデルを用いて、単純な滑り接触を伴う受動歩行運動の実現可能性を探求し、脚移動における滑り動摩擦の本質的役割・影響について考察する.

1.2 研究の背景, 特色

マルチボディシステムとしてのロボットの運動において、摩擦は常にエネルギーを散逸させるよう作用するため、非効率化の原因として見做されることが多い. しかし、歩行性能向上に有効であることも示されてきている. 例えば、氷上のリミットサイクル型動歩行において、接地点の摩擦効果が浮上を防ぎ、歩容を1周期に安定化する、コンパス型受動歩行において、股関節の粘性が歩行可能領域を劇的に拡大させる効果をもつ、1自由度の受動歩行において、足首関節の粘性により歩行の収束速度が劇的に向上する、などの事実が近年の研究で明らかにされている [7]. 一方で、滑り易い低摩擦な路面上においても、支持脚接地点が滑らない場合と同様に、安定歩容生成が可能であることが数理的に明らかにされてきている.

以上の観点から本研究では、脚移動における接地点摩擦がもつ役割の理解と、路面状態に依存しない高効率かつロバストな2脚歩行運動の実現を主な目標として、以下の手順で考察を進める. まず、滑り接触を伴わないコンパス型2脚モデルを構築し、下り斜面上での安定な受動歩行運動の実現可能性について検討する. 次に、滑り接触を伴うコンパス型2脚モデルを構築し、下り斜面上での安定な受動歩行運動の実現可能性について検討する. 歩行解析を通して得た知見を基に、各種摩擦の影響を積極的に利用した運動生成・制御則を提案すべく検討する. 滑りながらの多自由度リミットサイクル型動歩行は前例の無

い斬新な研究であり，その成立条件を解明することで，より高効率かつロバストな歩行制御則の構築につなげることができる．

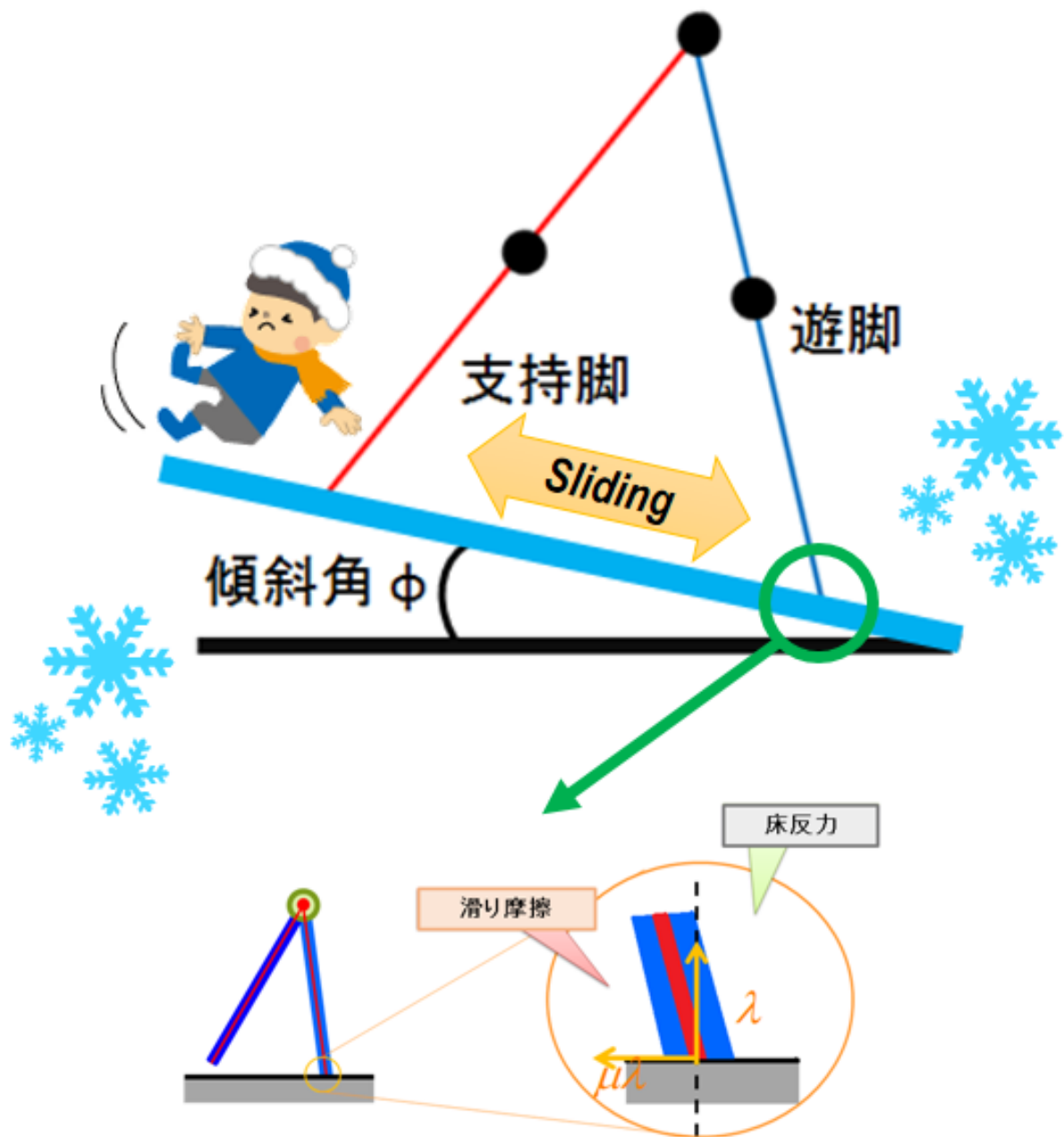


図 1.1: 滑り斜面上における受動2脚歩行ロボット

第2章 滑り要素を有しない緩斜面上の2脚歩行解析

2.1 2脚ロボットのモデリング

これまでの歩行ロボット研究では、ロボットは1自由度の剛体として、同じ位置に倒れ込む衝突姿勢に拘束したりミットサイクル歩行だけが研究されてきた。そのような歩行運動では、リムレスホイールと同様な安定したりミットサイクル歩行が生成できる [10][11]。そして、Hybrid Zero Dynamics (HZD)[12] の振る舞いは、数値シミュレーションを行うこと無しに定義できる [13]。特にリムレスホイールのようなリミットサイクル歩行では、低自由度であるが故に、路面の滑り要素有り、無しに関わらず、安定した歩行を容易に生成することができる。

しかし、受動2脚歩行 [10][14] に固有の本質的な難解さ、複雑さは、2脚ロボットの遊脚の自由な動きや、地面への様々な衝突姿勢に起因することに注意しなければならない。そのため、受動2脚歩行に関する安定性の原理・原則は、ロボットが歩行する状況が、脚先の接触地点が滑らない状態であっても、未だ十分に説明がなされていない。

そこで、最初に、滑り接触を伴うコンパス型2脚モデルを構築する前段階として、接地点の滑り要素を有しない、緩斜面上を歩行する2自由度をもつコンパス型2脚ロボットモデルを開発し、安定した歩行が可能な初期パラメータを抽出し、受動2脚歩行に関する安定性の原理・原則を追求する。

2.1.1 運動方程式の導出

図 2.1 において、平面での受動コンパス型2脚ロボットのモデルについて解説する。これまでコンパス型2脚歩行モデルに関しては、Goswami et al. [14] の研究にて明らかにされている。ここで、 (x, z) はそれぞれ支持脚の先端の座標を表している。また、 θ_1 は支持脚の垂直方向に対する角度となり、 θ_2 は遊脚の角度となる。本ロボットは、支持脚、遊脚、腰関節にそれぞれ質量をもち、長さ $L (= a + b)$ [m] の、2つの独立した、腰位置に固定された脚フレームから成り立っている。本モデルにおける脚フレームの慣性モーメントと、腰関節の摩擦は無視するものとする。

ここで、ロボットの一般化座標ベクトルを、以下のように定義する。

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} x & z & \theta_1 & \theta_2 \end{bmatrix}^T \quad (2.1)$$

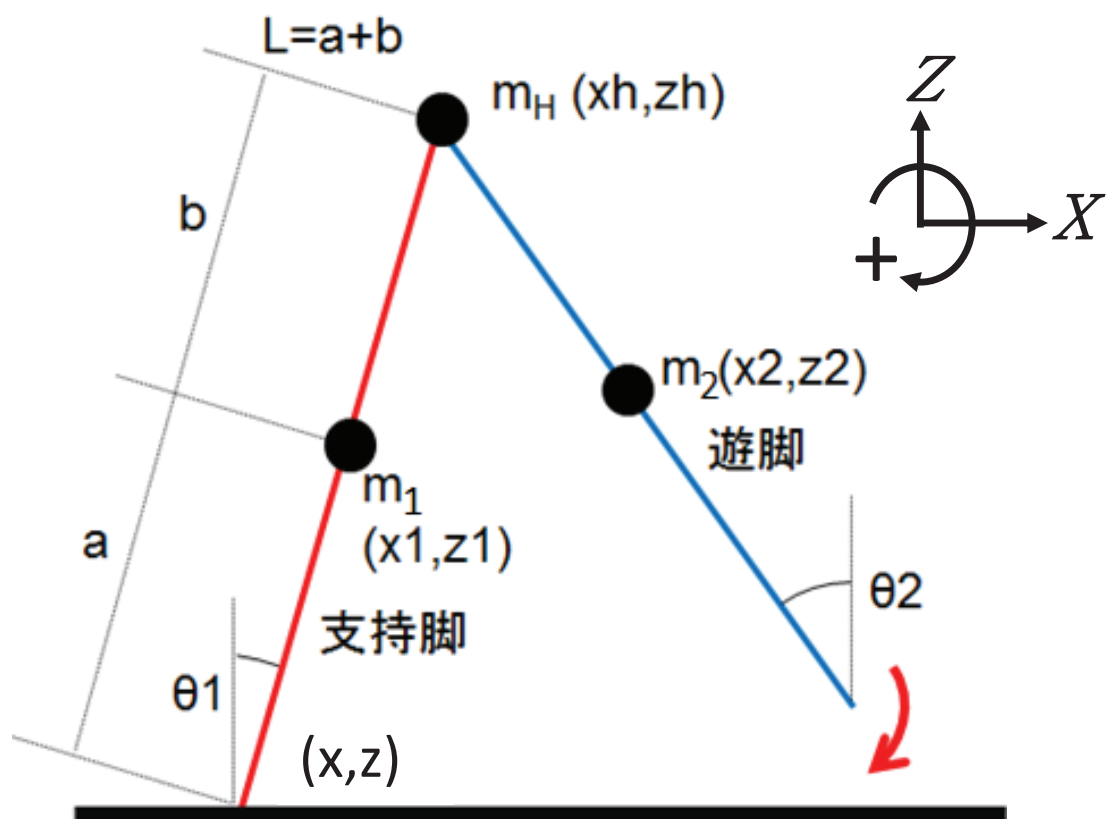


図 2.1: コンパス型 2 脚受動歩行モデル

支持脚，遊脚，腰関節の位置，速度，角速度を用いて，ラグランジュ方程式により，次のロボットの運動方程式を得る．

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{J}^T \lambda \quad (2.2)$$

式 (2.2) の左辺の詳細を以下に記載する．

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(\mathbf{q}) &= \begin{bmatrix} m_H + 2m & 0 & M_{13} & -mb \cos \theta_2 \\ 0 & m_H + 2m & M_{23} & mb \sin \theta_2 \\ M_{13} & M_{23} & M_{33} & M_{34} \\ -mb \cos \theta_2 & mb \sin \theta_2 & M_{34} & mb^2 \end{bmatrix} \\ M_{13} &= ((m_H + m)l + ma) \cos \theta_1 \\ M_{23} &= -((m_H + m)l + ma) \sin \theta_1 \\ M_{33} &= (m_H + m)l^2 + ma^2, \quad M_{34} = -mbl \cos(\theta_1 - \theta_2) \\ \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) &= \begin{bmatrix} mb\dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2 - (ma + (m_H + m)l) \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 \\ (m_H + 2m)g - ((m_H + m)l + ma) \dot{\theta}_1^2 \cos \theta_1 + mb\dot{\theta}_2^2 \cos \theta_2 \\ -((m_H + m)l + ma)g \sin \theta_1 - mbl\dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \\ mb \left(l\dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + g \sin \theta_2 \right) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

次に式 (2.2) の右辺について詳細に説明する．ヤコビ行列 $\mathbf{J} \in \mathbb{R}^{2 \times 4}$ は，速度拘束力から以下の式で定義される．

$$\mathbf{J}\dot{\mathbf{q}} = 0, \quad \mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

\mathbf{J} は定数項ベクトルであり， $\mathbf{J}\dot{\mathbf{q}} = 0$ が成立するため，式 (2.2) におけるラグランジュ未定乗数 $\lambda \in \mathbb{R}$ は，以下の式より求めることができる．

$$\lambda = (\mathbf{J}\mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1}\mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}\mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1}\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (2.4)$$

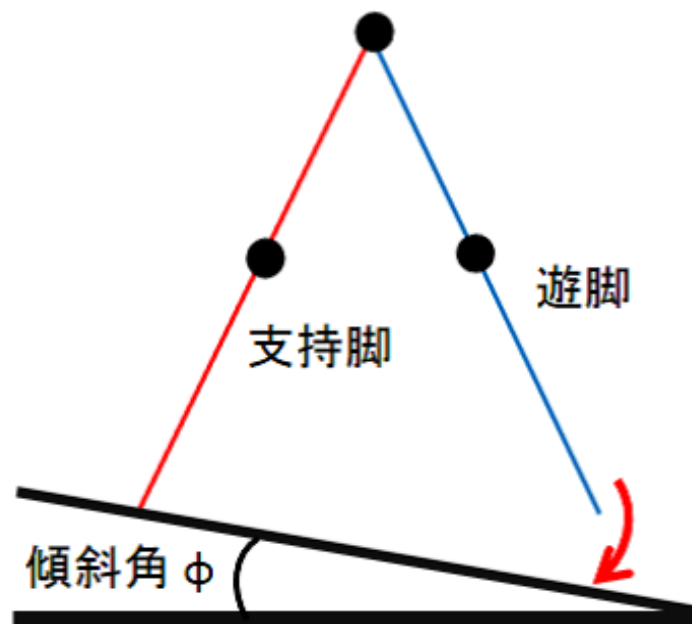
式 (2.4) は図 2.1 における垂直方向の床反力を表している．ここで，全力学的エネルギーは，これら反力に応じて変化することは無い．図 2.2(a) に示すような緩斜面上を歩行するロボットと平面上を歩行するロボットのモデルの違いは，遊脚が地面に衝突する際の幾何学的条件にて定義される．その詳細は次節にて解説する．

2.1.2 衝突方程式の導出

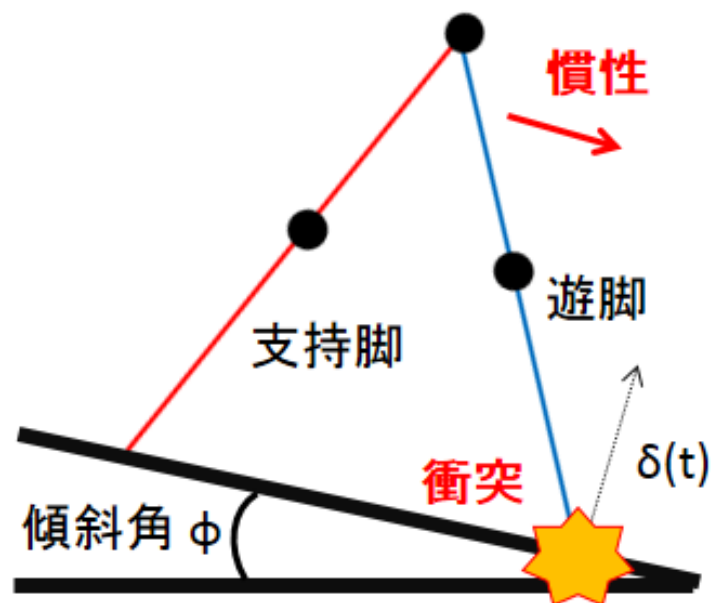
本研究におけるロボットのモデルは非弾性衝突モデルとして開発し，図 2.2(b) に示すような地面へ遊脚が非弾性衝突する際の方程式は下記のように定義することができる．

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}^+ = \mathbf{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}^- + \mathbf{J}_I(\mathbf{q})^T \lambda_I \quad (2.5)$$

$$\mathbf{J}_I(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}^+ = 0 \quad (2.6)$$



(a) 緩斜面と2脚歩行ロボットの関係



(b) 遊脚の地面への衝突

図 2.2: 緩斜面上における2脚歩行ロボット

はじめに、遊脚が地面に衝突後、即座に後脚が地面を離れるという仮定から、ヤコビ行列 $\mathbf{J}_I(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{1 \times 4}$ は、以下の手順から得られる。まず、緩斜面に沿って滑る際の前脚の先端の座標 (\bar{x}, \bar{z}) は以下の式で定義することができる。

$$\begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + L \sin \theta_1 - L \sin \theta_2 \\ z + L \cos \theta_1 - L \cos \theta_2 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

式 (2.7) を時間微分すると、下記の式に変形できる。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x} + L\dot{\theta}_1 \cos \theta_1 - L\dot{\theta}_2 \cos \theta_2 \\ \dot{z} - L\dot{\theta}_1 \sin \theta_1 + L\dot{\theta}_2 \sin \theta_2 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

ここで、式 (2.8) を一般化座標により整理すると、衝突方程式のヤコビ行列を得る。

$$\mathbf{J}_I(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & L \cos \theta_1 & -L \cos \theta_2 \\ 0 & 1 & -L \sin \theta_1 & L \sin \theta_2 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

また、ラグランジュ未定乗数 $\lambda_I \in \mathbb{R}$ は式 (2.5), (2.6) から導出することができる。

$$\lambda_I = -\mathbf{X}_I(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{J}_I(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}^- \quad (2.10)$$

ここで $\mathbf{X}_I(\mathbf{q})$ は、下記の式の省略形となる。

$$\mathbf{X}_I(\mathbf{q}) := \mathbf{J}_I(\mathbf{q}) \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{J}_I(\mathbf{q})^T$$

上記式を式 (2.5) に代入することにより、次式が得られる。

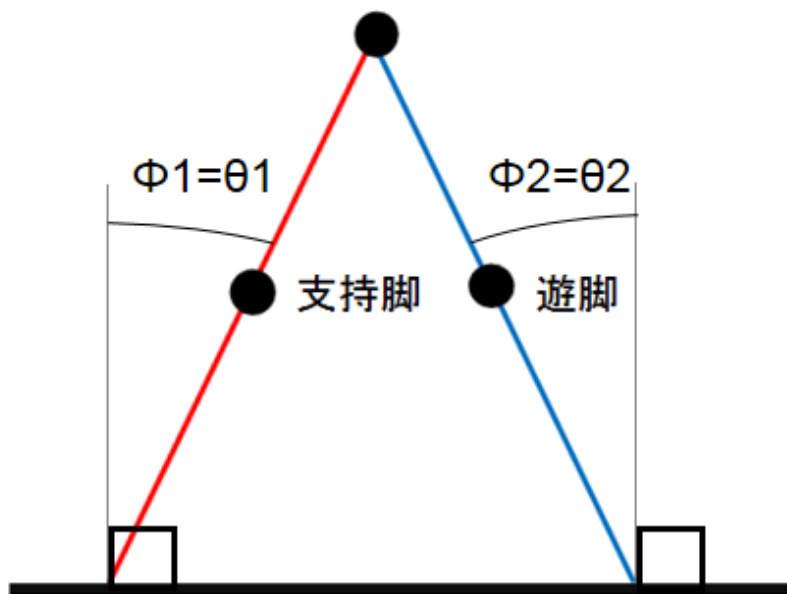
$$\dot{\mathbf{q}}^+ = (\mathbf{I}_4 - \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{J}_I(\mathbf{q})^T \mathbf{X}_I(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{J}_I(\mathbf{q})) \dot{\mathbf{q}}^- \quad (2.11)$$

式 (2.11) の要素を用いて、遊脚の衝突直後の速度ベクトル $\dot{\mathbf{q}}^+$ を、下記のように置き換える必要がある。

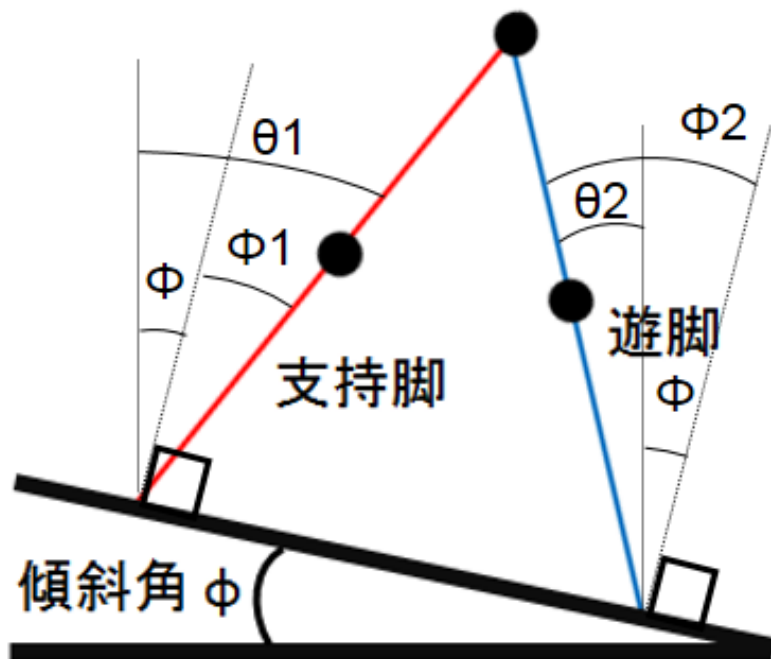
$$\dot{\mathbf{q}}^+ = \begin{bmatrix} \dot{x}^+ + L\dot{\theta}_1^+ \cos \theta_1^- - L\dot{\theta}_2^+ \cos \theta_2^- \\ \dot{z}^+ - L\dot{\theta}_1^+ \sin \theta_1^- + L\dot{\theta}_2^+ \sin \theta_2^- \\ \dot{\theta}_2^+ \\ \dot{\theta}_1^+ \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

また、位置ベクトル \mathbf{q}^+ も同様に、次のように置き換える必要がある。

$$\mathbf{q}^+ = \begin{bmatrix} x^- + l \sin \theta_1^- - l \sin \theta_2^- \\ z^- + l \cos \theta_1^- - l \cos \theta_2^- \\ \theta_2^- \\ \theta_1^- \end{bmatrix} \quad (2.13)$$



(a) 平面上における遊脚の接地条件



(b) 緩斜面上における遊脚の接地条件

図 2.3: 2 脚歩行ロボットの遊脚の接地条件

ここで、数値シミュレーションにおける、遊脚が地面へ衝突した状態を検知する条件について解説する。平面上における θ_1 , θ_2 の関係は、図 2.3(a) に示すように、幾何学的条件により、 $\theta_1 + \theta_2 = 0$ の場合に支持脚、遊脚共に接地していると定義することができる。上記の幾何学的条件を基に、斜面上での支持脚、遊脚の接地条件を考えると、斜度 ϕ の場合、図 2.3(b) に示す関係となる。

これらの条件を基に、 θ_1 , θ_2 , ϕ を関係式として表現すると、下記のように定義できる。

$$f(\theta_1, \theta_2) := \theta_1 + \theta_2 - 2\phi \quad (2.14)$$

θ_1 , θ_2 の関係は、遊脚の振り上げの状態では、図 2.4(a) に示すように $f(\theta_1, \theta_2) > 0$ となり、振り上げから振り降ろしの状態では、図 2.4(b) に示すように $f(\theta_1, \theta_2) < 0$ となり、遊脚が設置した際には図 2.5(a) に示すように $f(\theta_1, \theta_2) = 0$ となる。

これらの状態を、時間軸上における変化として表現すると、図 2.5(b) として表すことができる。このことから、 $f(\theta_1, \theta_2)$ の値が、負の方向からゼロクロスする際に、遊脚の先端が床面に接触すると定義することができる。また、下記条件も併せて必要となる。

$$\frac{d}{dt}f(\theta_1, \theta_2) = \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 > 0 \quad (2.15)$$

これらの運動方程式、衝突方程式を MATLAB を用いてモデル化した詳細を図 2.6 に示す。

2.2 歩行解析

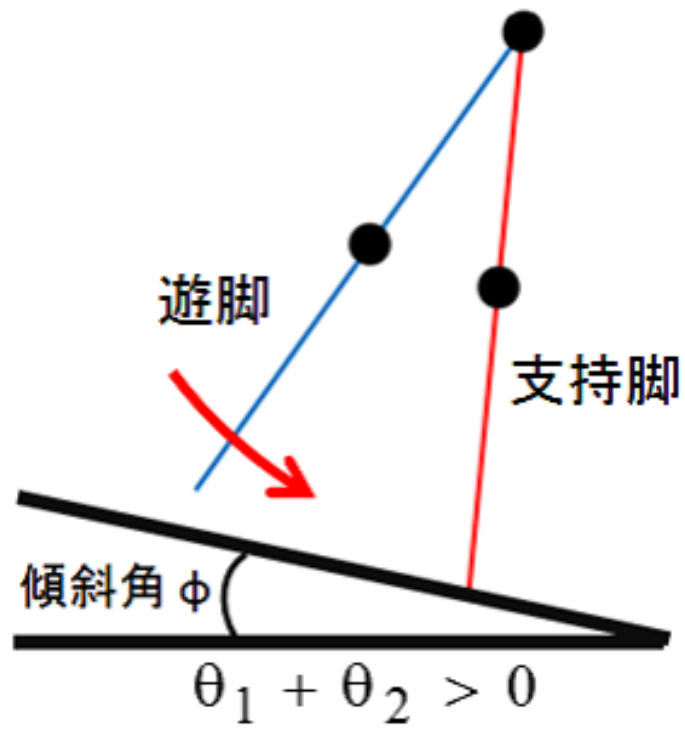
図 2.7～2.12 は、作成した数値計算アルゴリズムを用いた滑り無し緩斜面上でのコンパス型 2 脚歩行ロボットの受動歩行のシミュレーション結果である。ここで、図 2.7 は立脚の先端位置となる。図 2.8 は支持脚、遊脚の地面に対する角度となり、図 2.11 は位相平面図を示している。シミュレーションで使用したシステムパラメータは表 2.1 に示す値を用いている。このロボットモデルでは、以下に示す初期条件で受動歩行シミュレーションを実施した。

$$\mathbf{q}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.175 \\ 0.275 \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{q}}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1.0 \\ 0.4 \end{bmatrix}$$

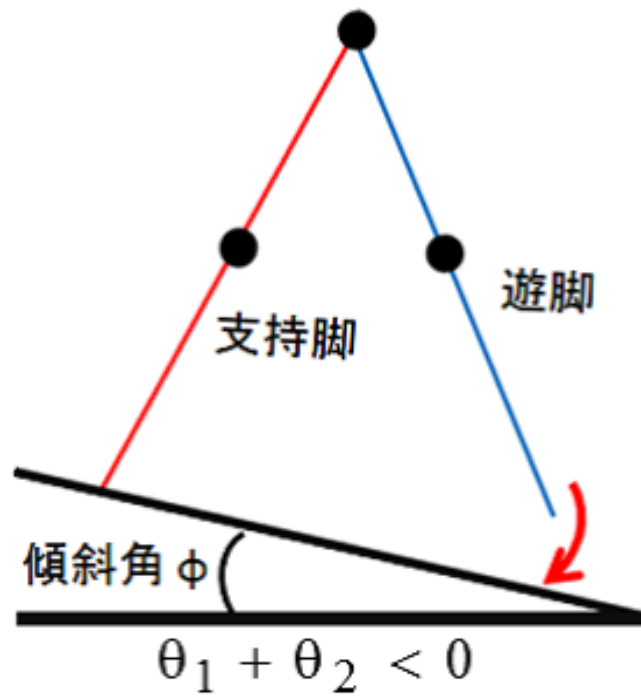
上記初期条件における状態は (0) 番目の衝突として、定義され、地面への遊脚の最初の衝突は (1) 番目の衝突として定義される。(0) 番目の衝突と (1) 番目の衝突の間の動作は、(0) 番目のステップとして定義する。

2.3 まとめ

本章では、滑り要素を有するコンパス型受動 2 脚ロボットの解析の準備段階として、滑り要素を有しない基本的なモデルを開発し、シミュレーションを行った。図 2.7～2.12 の

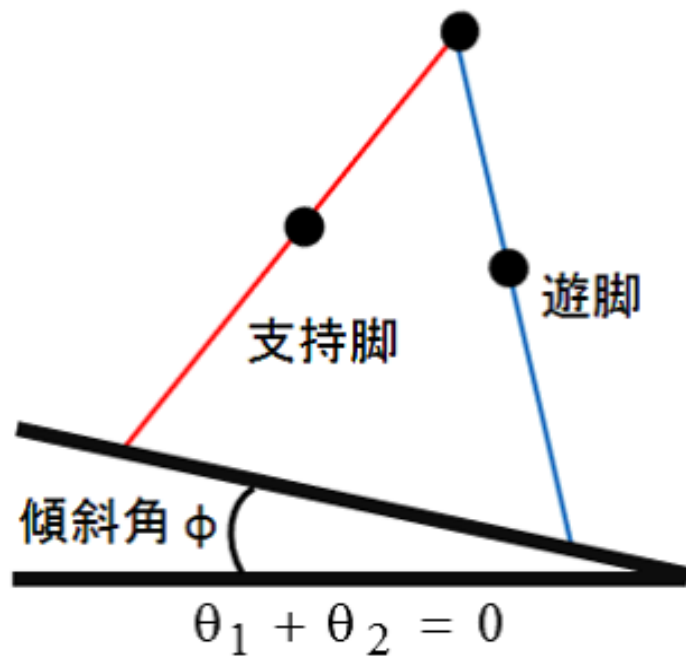


(a) 遊脚振り上げ時の遊脚，支持脚角度の関係

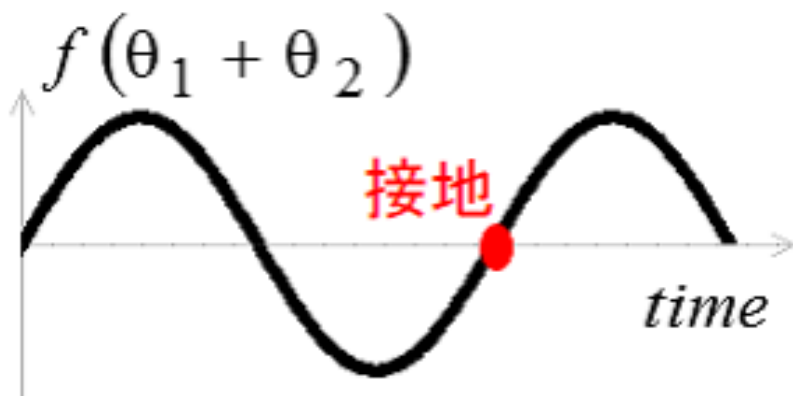


(b) 遊脚振り降ろし時の遊脚，支持脚角度の関係

図 2.4: 遊脚の地面への衝突検知の条件 1



(a) 遊脚接地時の遊脚，支持脚角度の関係



(b) 遊脚，支持脚角度の関係の時間変化

図 2.5: 遊脚の地面への衝突検知の条件 2

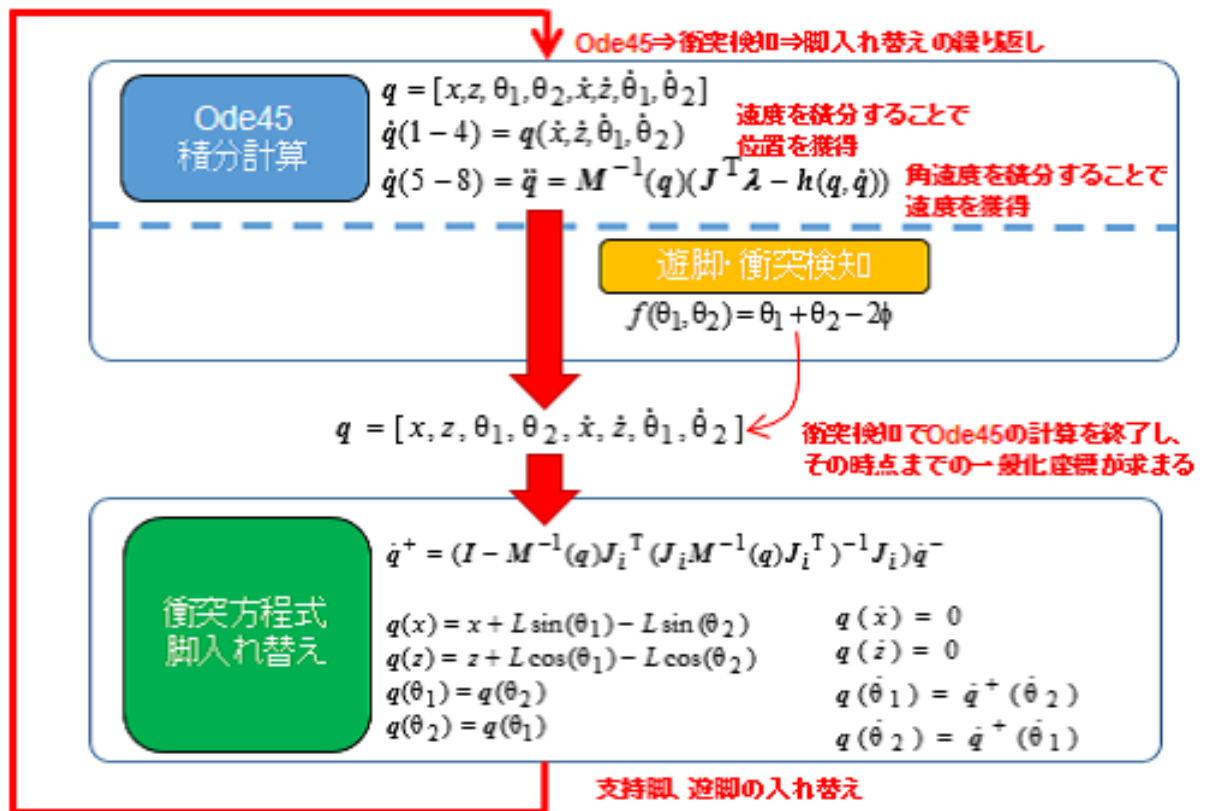
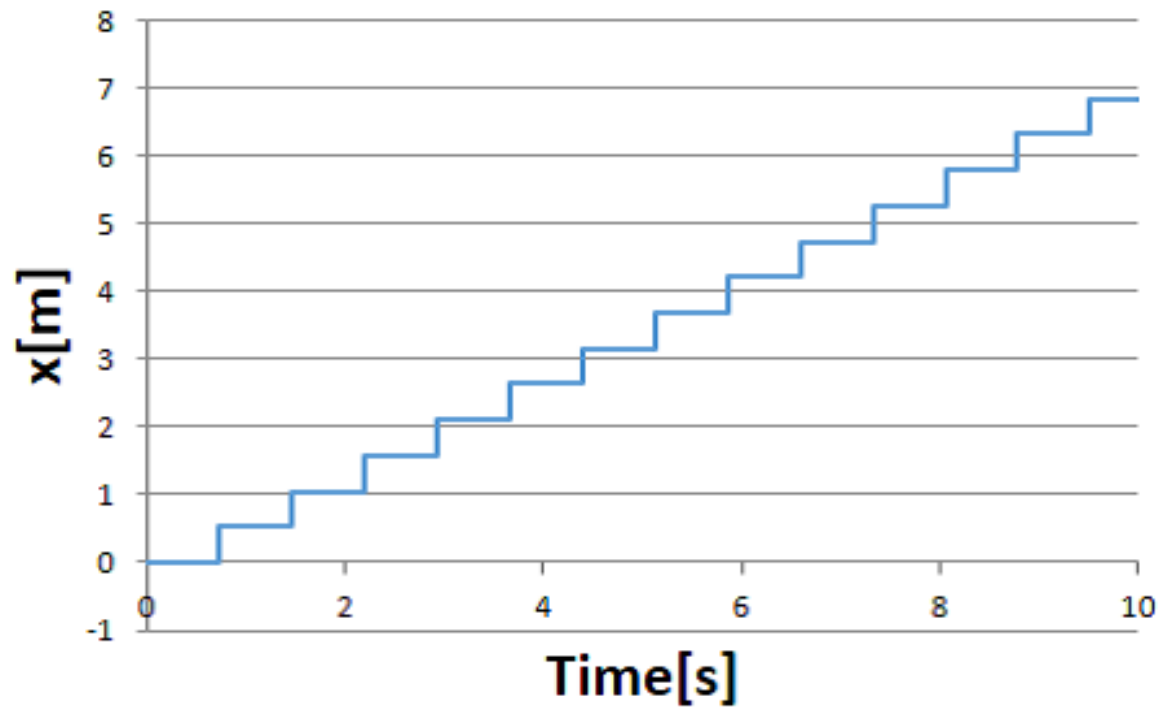
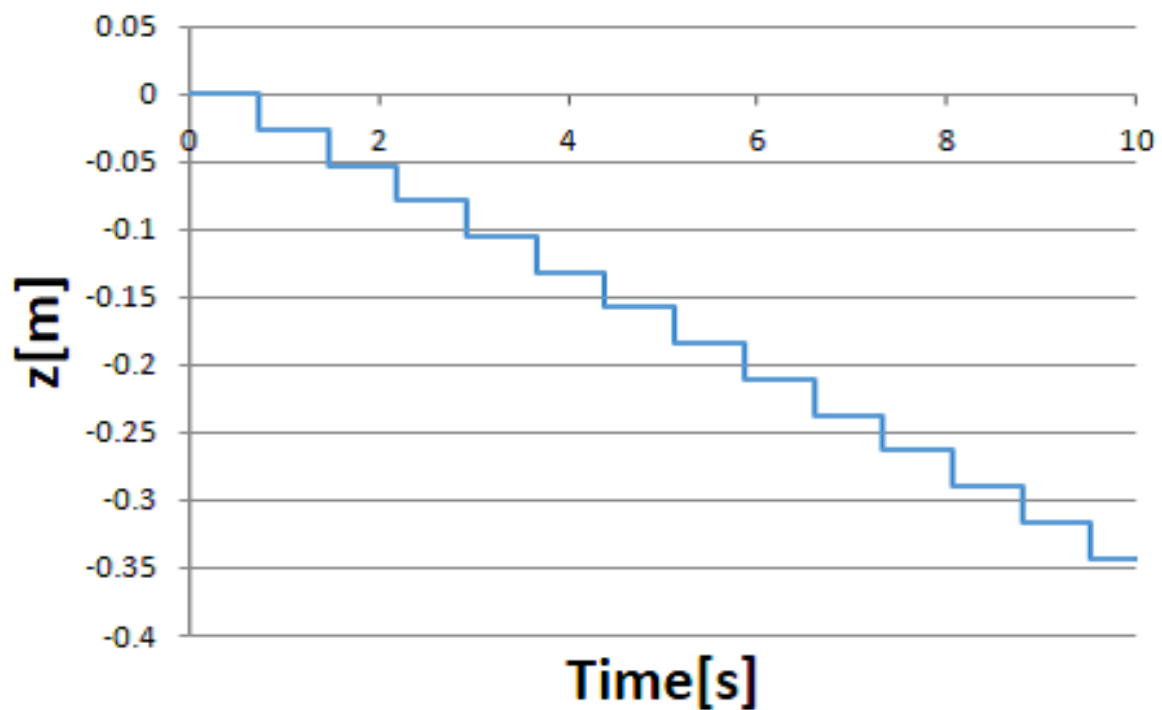


図 2.6: 緩斜面上の滑り要素無しコンパス型2脚ロボット数値計算アルゴリズム

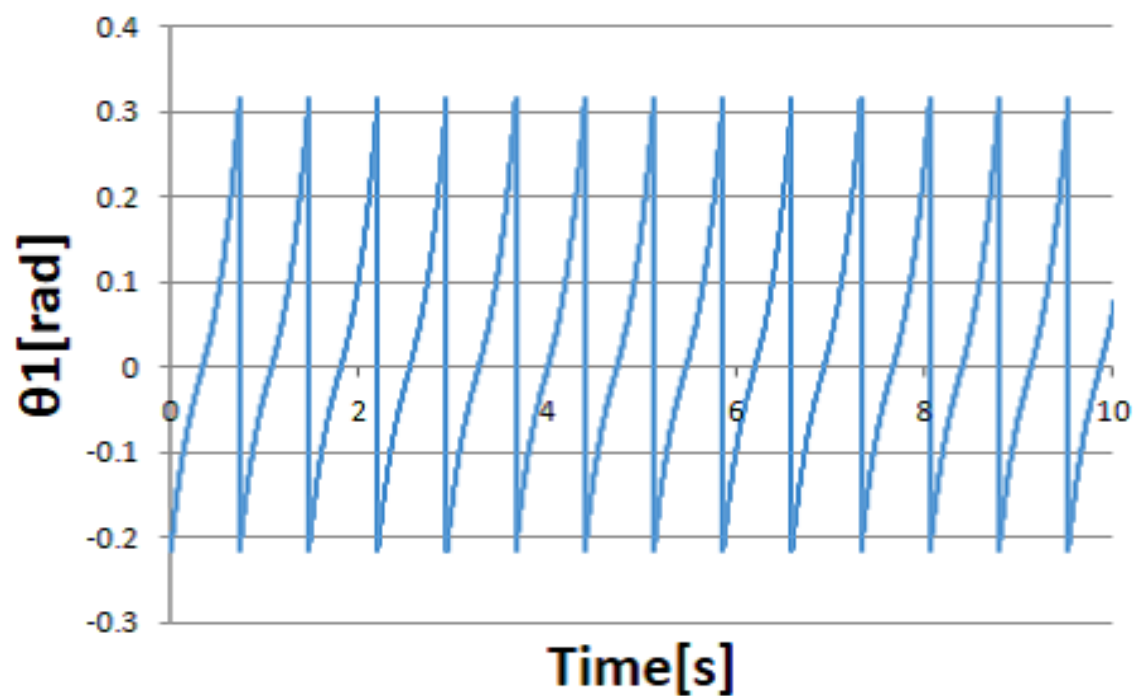


(a) 支持脚接地点 x 方向の移動距離

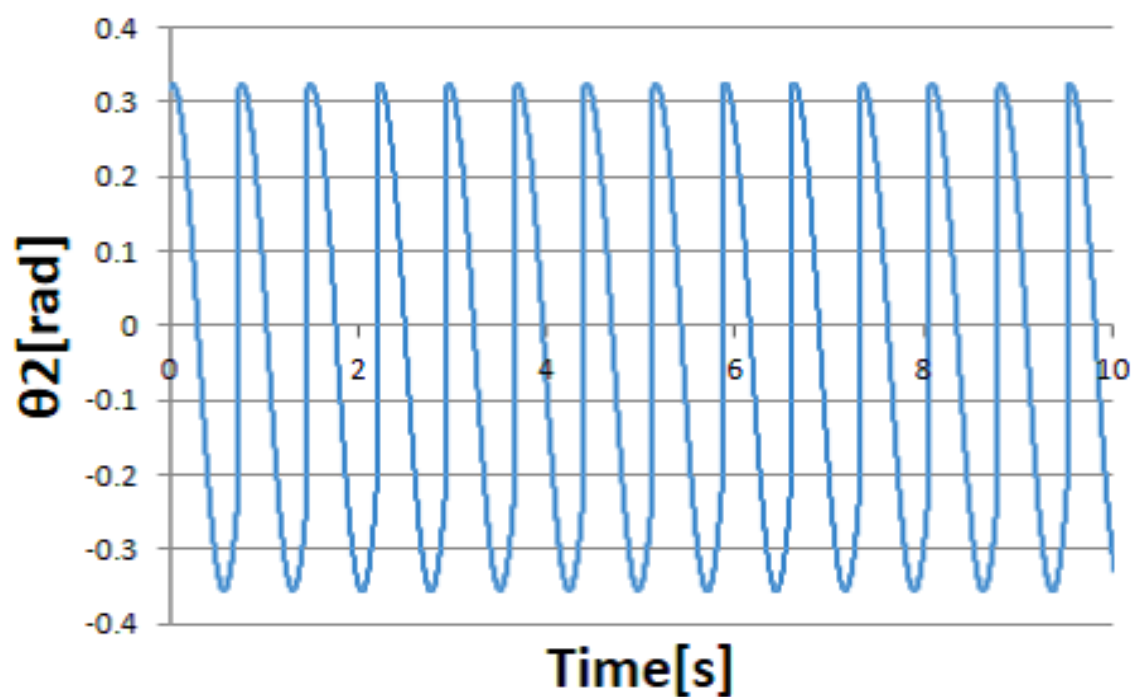


(b) 支持脚接地点 z 方向の移動距離

図 2.7: シミュレーション結果 1

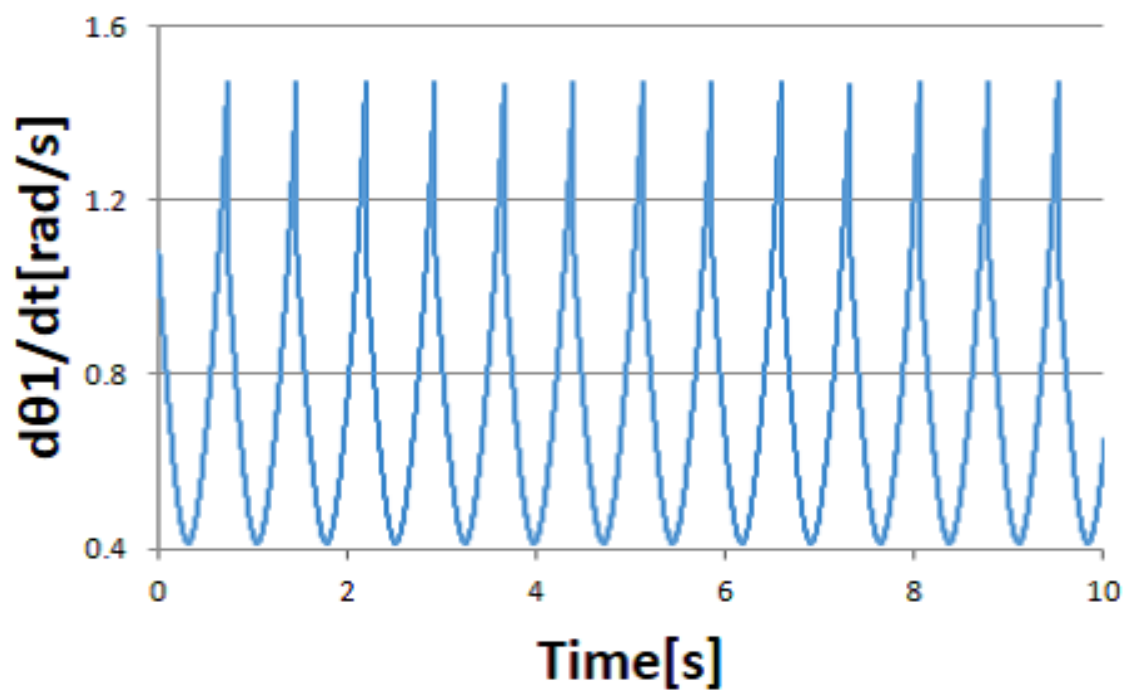


(a) 垂直方向に対する支持脚角度

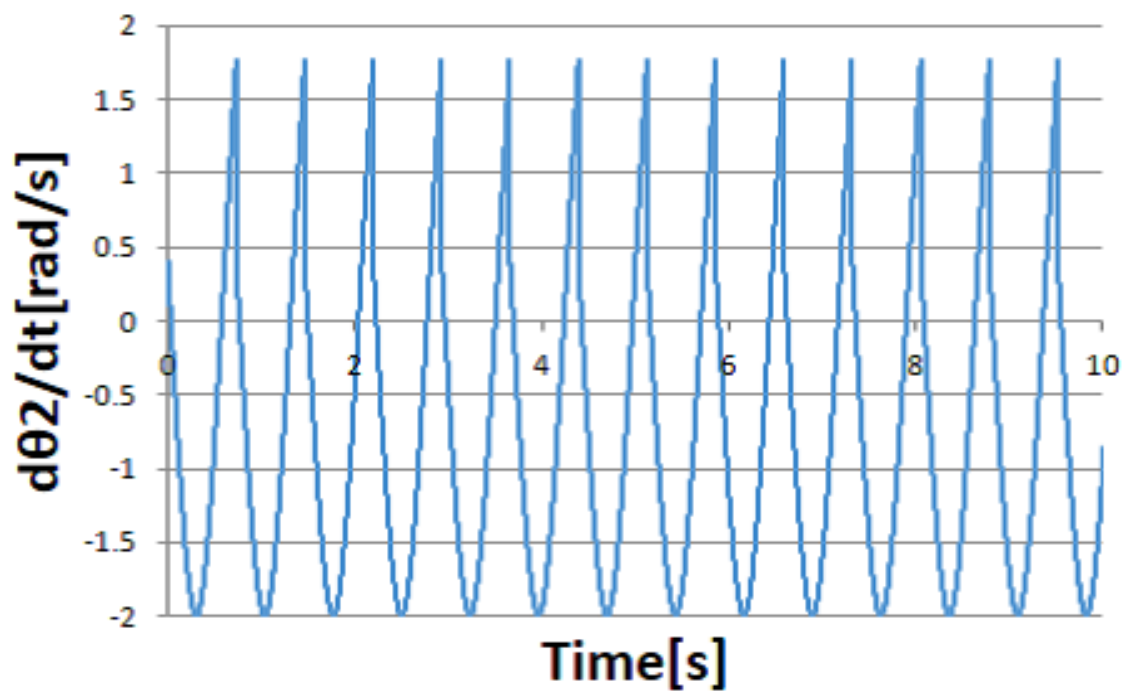


(b) 垂直方向に対する遊脚角度

図 2.8: シミュレーション結果 2

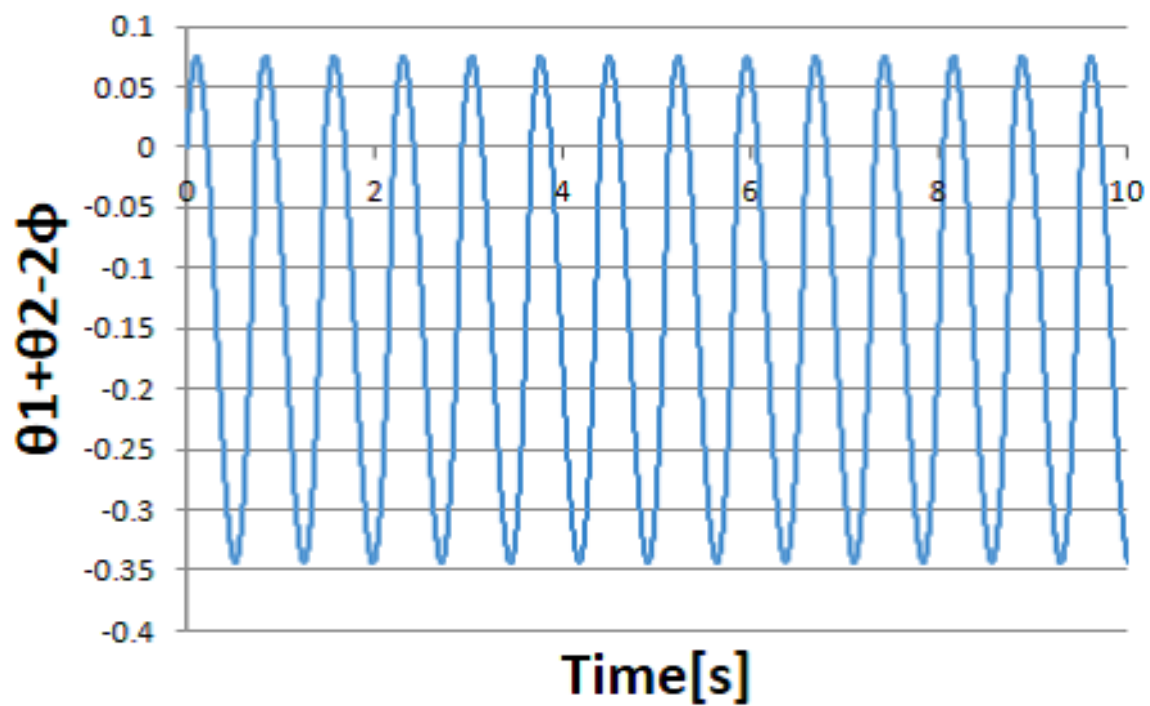


(a) 支持脚角速度

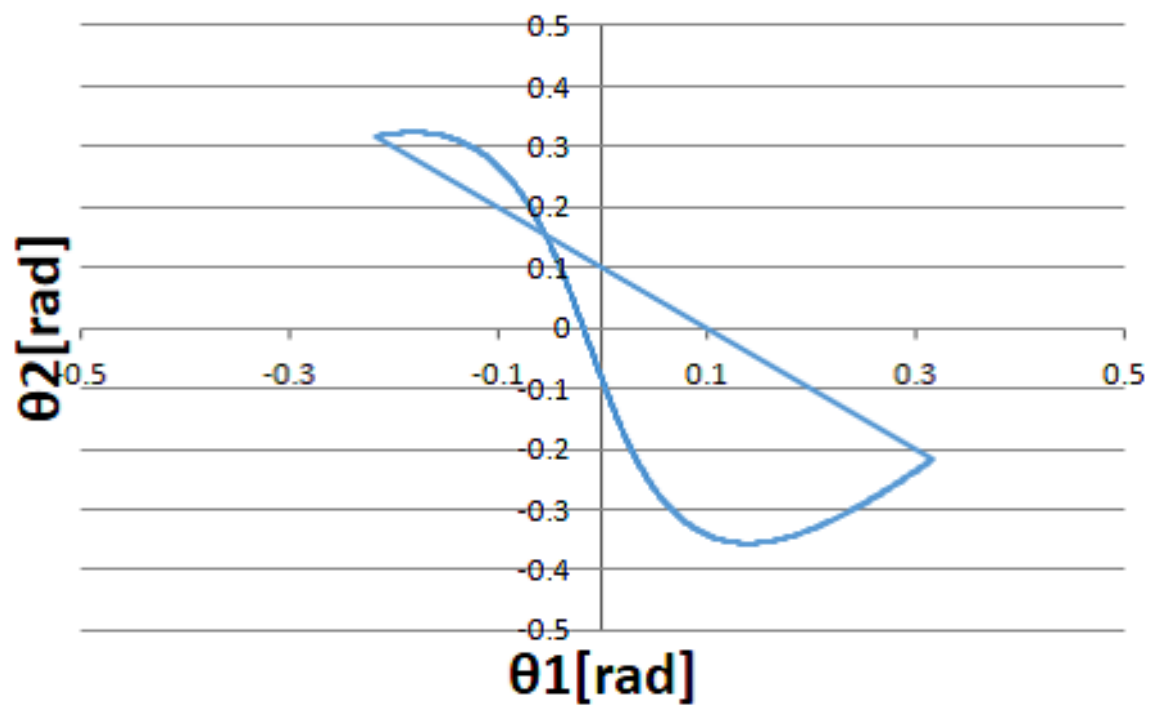


(b) 遊脚脚角速度

図 2.9: シミュレーション結果 3

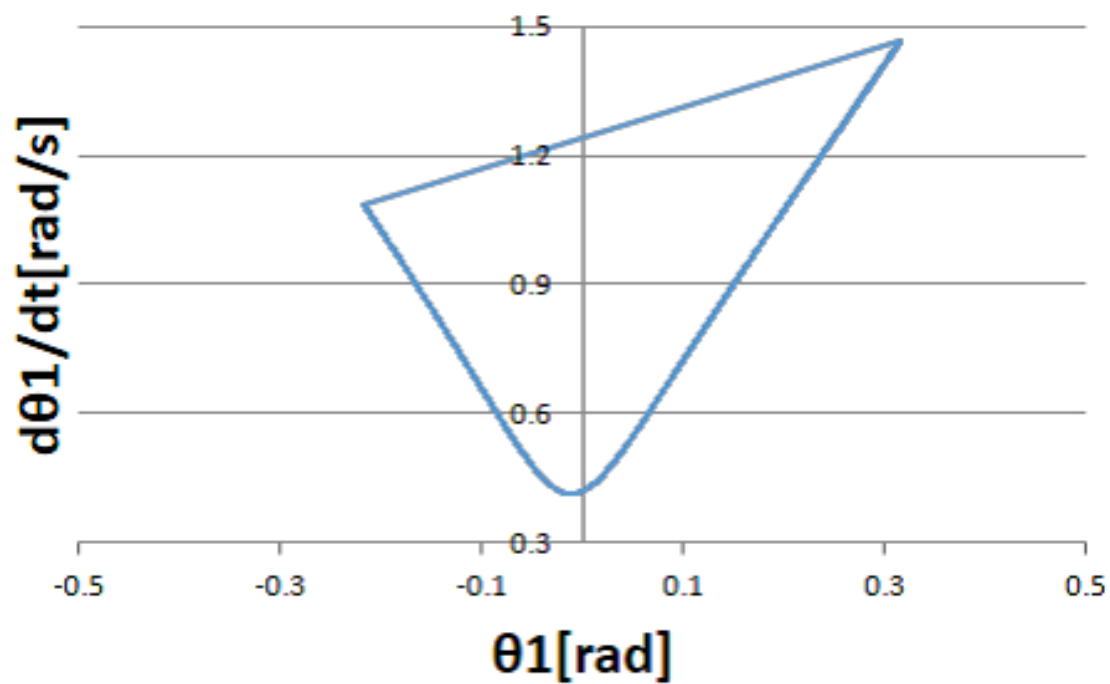


(a) $f(\theta_1, \theta_2)$ の時間変化

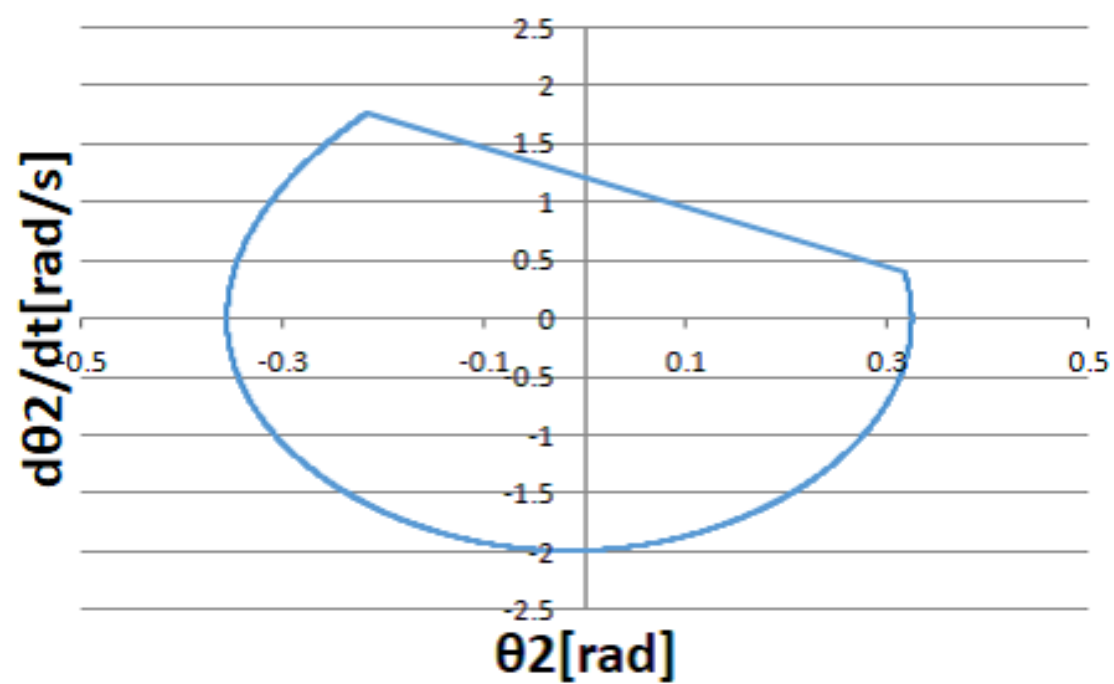


(b) 位相平面図：支持脚角度⇔遊脚角度

図 2.10: シミュレーション結果 4

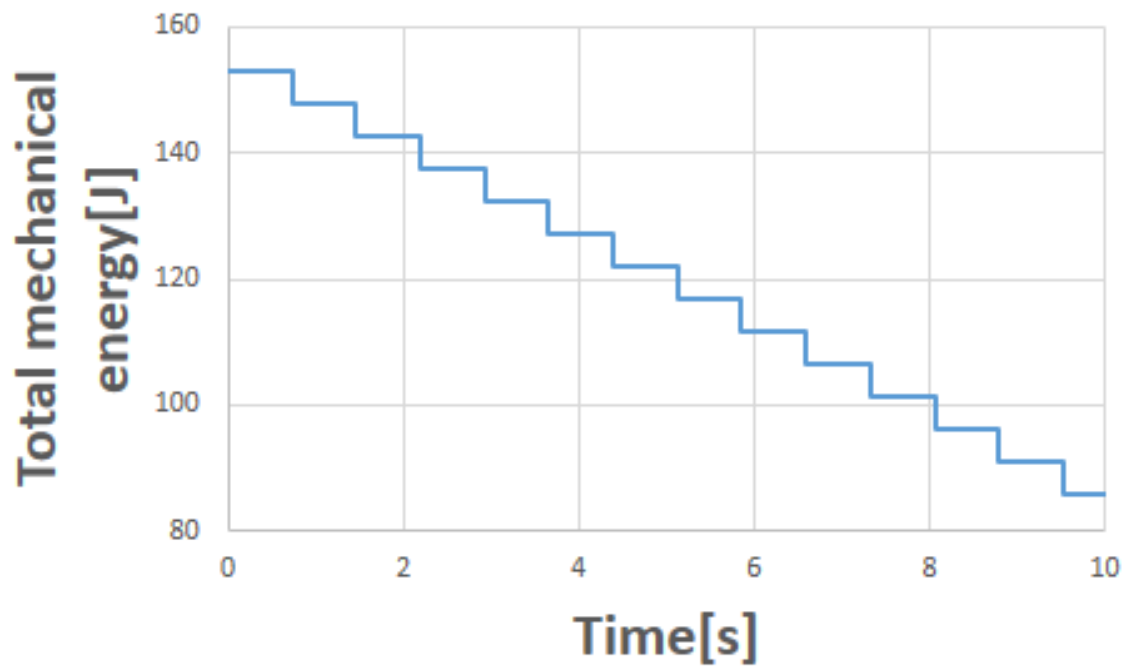


(a) 位相平面図：支持脚角度⇔支持脚角速度

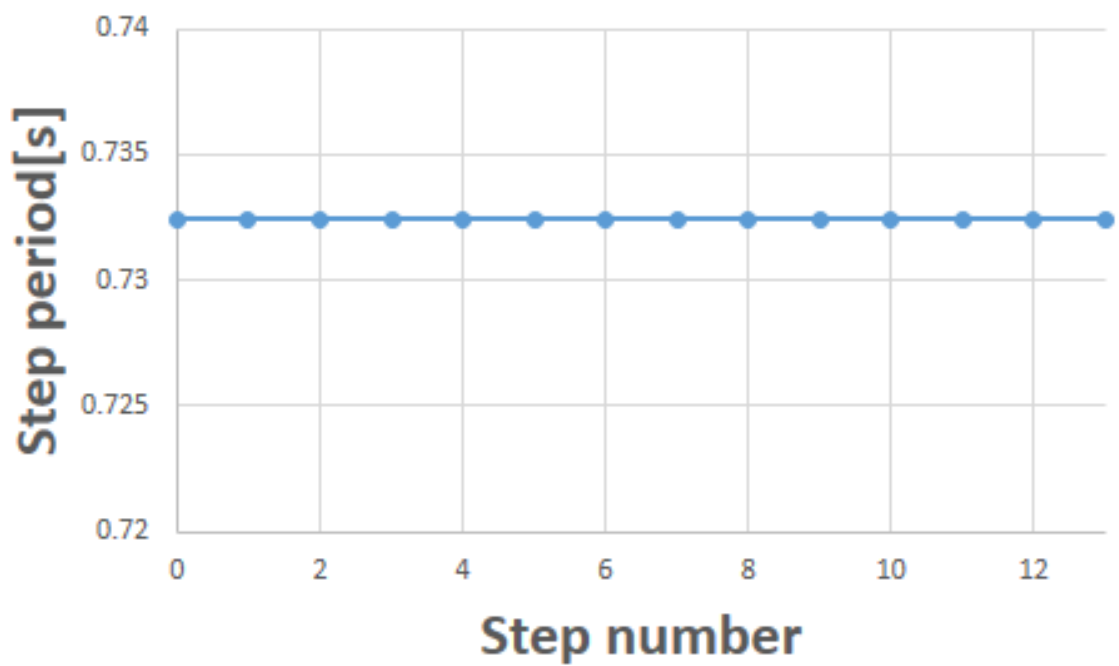


(b) 位相平面図：遊脚角度⇔遊脚角速度

図 2.11: シミュレーション結果 5



(a) 全力学的エネルギーの時間変化



(b) 歩行周期

図 2.12: シミュレーション結果 6

表 2.1: モデルパラメータ

m_H	10.0	kg
m	5.0	kg
a	0.5	m
b	0.5	m
$L (= a + b)$	1.0	m

シミュレーション結果に示したように，歩行の安定後，1 周期の歩容が生成可能であることを確認した．次章では，本章で開発したコンパス型受動2脚ロボットモデルに滑り要素を加え，緩斜面上における安定歩行の可能性を解析する．

第3章 滑り要素を有する緩斜面上の2脚歩行解析

3.1 2脚ロボットのモデリング

実際のロボットの歩行は、様々な状況の路面に対応しなければならない。脚式ロボットにとって、安定に歩行することが最も困難な接地面状況の一つとして、油まみれであったり、雪の積もった道路などが考えられる。本章では、滑り要素を有する路面上で安定リミットサイクル歩行が達成可能であることを証明する [7][8][9]。

これまでの研究におけるコンパス型2脚歩行ロボット [14] の大部分は、支持脚の先端と地面との接触点が滑らないことを前提としている。しかし、安定した2脚コンパス歩行の生成に関する本質的、または必要な条件は知られていない。自由な遊脚の動作をもった安定歩行生成に、最低限必要な条件を理解することは、受動2脚歩行の原理・原則を説明する際に、非常に重要となる。もし、滑り有りの緩斜面に沿って滑る間に、コンパス型2脚ロボットが安定歩行を生成できるのであれば、滑らない路面状況は必ずしも求められてはいない。そして、自然な2脚運動に内在する接地点の安定制御もまた、考慮することが可能となる。

第3章では、これらの考察を基に、滑り有りの緩斜面上の受動2脚歩行の可能性と、基本的な歩行特性について論じる。そこで、まず最初に、緩斜面上を滑りながら歩行する、4自由度をもつ受動コンパス型2脚ロボットを作成する。その際の滑り摩擦は、クーロン摩擦によって表現する。第二に、非瞬間的な両脚支持動作が、遊脚が地面へ衝突した際に発生する可能性について論じる。第三に滑り有り緩斜面上での歩行動作を観測するため、数値シミュレーションを実施し、滑り摩擦係数が小さくなるに伴い、歩行周期の倍分岐が発生することを示す。

3.1.1 運動方程式の導出

図3.1に示す、滑り有り緩斜面上での受動コンパス型2脚ロボットモデルについて解説する。ロボットのモデルは第2章で開発した滑り要素無し受動コンパス型2脚ロボットモデルと同様となり、今回のモデルでは緩斜面の路面状況のみが異なる。また、 (x, z) , θ_1 , θ_2 についても、第2章で開発した滑り要素無し受動コンパス型2脚ロボットモデルと同

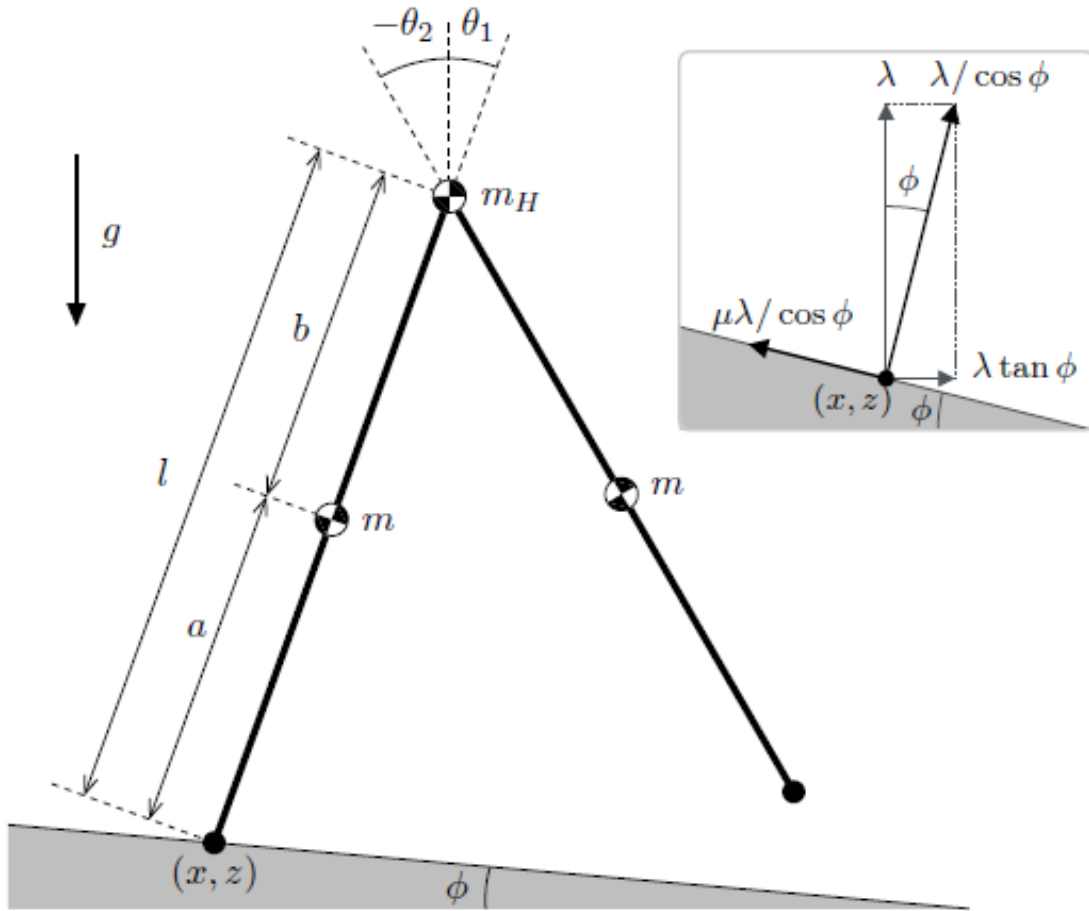


図 3.1: 緩斜面上の滑り要素有りコンパス型2脚ロボット

じ変数として定義する．本モデルにおける一般化座標ベクトルは

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} x & z & \theta_1 & \theta_2 \end{bmatrix}^T \quad (3.1)$$

で定義され，ロボットの運動方程式は以下のように定義することができる．

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{J}^T \lambda + \mathbf{J}_\mu(\dot{\mathbf{q}})^T \lambda \quad (3.2)$$

式 (3.2) の左辺の詳細を以下に記載する．

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(\mathbf{q}) &= \begin{bmatrix} m_H + 2m & 0 & M_{13} & -mb \cos \theta_2 \\ 0 & m_H + 2m & M_{23} & mb \sin \theta_2 \\ M_{13} & M_{23} & M_{33} & M_{34} \\ -mb \cos \theta_2 & mb \sin \theta_2 & M_{34} & mb^2 \end{bmatrix} \\ M_{13} &= ((m_H + m)l + ma) \cos \theta_1 \\ M_{23} &= -((m_H + m)l + ma) \sin \theta_1 \\ M_{33} &= (m_H + m)l^2 + ma^2, \quad M_{34} = -mbl \cos(\theta_1 - \theta_2) \\ \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) &= \begin{bmatrix} mb\dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2 - (ma + (m_H + m)l) \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 \\ (m_H + 2m)g - ((m_H + m)l + ma) \dot{\theta}_1^2 \cos \theta_1 + mb\dot{\theta}_2^2 \cos \theta_2 \\ -((m_H + m)l + ma) g \sin \theta_1 - mbl\dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \\ mb \left(l\dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + g \sin \theta_2 \right) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

次に式 (3.2) の右辺について詳細に説明する．緩斜面に沿って滑る支持脚の先端の速度拘束条件は，以下の式で与えられる．

$$\dot{z} = -\dot{x} \tan \phi \quad (3.3)$$

これよりヤコビ行列 $\mathbf{J} \in \mathbb{R}^{1 \times 4}$ は以下の式で定義される．

$$\mathbf{J}\dot{\mathbf{q}} = 0, \quad \mathbf{J} = \begin{bmatrix} \tan \phi & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

\mathbf{J} は定数項ベクトルで $\mathbf{J}\ddot{\mathbf{q}} = 0$ が成立する．また，式 (3.2) におけるラグランジュ未定乗数 $\lambda \in \mathbb{R}$ は，以下の式より求めることができる．

$$\lambda = \left(\mathbf{J}\mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1}\hat{\mathbf{J}}^T \right)^{-1} \mathbf{J}\mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1}\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (3.5)$$

ここで $\hat{\mathbf{J}}$ は，下記の式の省略形となる．

$$\hat{\mathbf{J}} := \mathbf{J} + \mathbf{J}_\mu(\dot{\mathbf{q}}) \quad (3.6)$$

式 (3.5) は図 3.1 における垂直方向の床反力を表している．また，水平方向の床反力は $\tan \phi \cdot \lambda$ [N] で定義される．全力学エネルギーは，これら反力に応じて変化することは

無い．次に，式 (3.2) における滑り摩擦項について解説する．本研究では，クーロン摩擦モデルとして，摩擦力を加味した運動を研究する．傾斜に対する通常の床反力は， $\lambda / \cos \phi$ [N] となり，滑り摩擦力は $\mu \lambda / \cos \phi$ [N] で定義される．そのため，摩擦力のベクトルは以下の式で定義することができる．

$$\mathbf{J}_\mu(\dot{\mathbf{q}})^T \boldsymbol{\lambda} = \begin{bmatrix} \cos \phi \\ -\sin \phi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{\mu \lambda}{\cos \phi} = \begin{bmatrix} \mu \\ -\mu \tan \phi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \lambda \quad (3.7)$$

ここで μ は，符号付きの摩擦係数となり，以下の式により求まる．

$$\mu = -\mu_0 \tanh \left(\frac{c \dot{x}}{\cos \phi} \right) \quad (3.8)$$

ここで μ_0 は，摩擦力の最大の大きさを定義する正の定数となる． $\dot{x} = 0$ 付近でのチャタリングを防止するため，双曲線関数 \tanh を使用し， c は \tanh の切れ味を調整する正の定数となる．

3.1.2 衝突方程式の導出

非弾性衝突モデルは，以下の式で定義することができる．

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}^+ = \mathbf{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}^- + \mathbf{J}_I(\mathbf{q})^T \boldsymbol{\lambda}_I \quad (3.9)$$

$$\mathbf{J}_I(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}^+ = 0 \quad (3.10)$$

始めに，遊脚が地面に衝突後，即座に後脚が地面を離れるという仮定から，ヤコビ行列 $\mathbf{J}_I(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{1 \times 4}$ は，以下の手順から得られる．まず，緩斜面に沿って滑る際の前脚の先端 (\bar{x}, \bar{z}) の速度拘束力は以下の式で定義できる．

$$\dot{\bar{z}}^+ = -\dot{\bar{x}}^+ \tan \phi \quad (3.11)$$

ここで， (\bar{x}, \bar{z}) は以下の式

$$\begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + l \sin \theta_1 - l \sin \theta_2 \\ z + l \cos \theta_1 - l \cos \theta_2 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

で定義できるため，式 (3.11) は，式 (3.11) の時間微分の結果から，以下のように変形できる．

$$\dot{x}^+ + l\dot{\theta}_1^+ \cos \theta_1^- - l\dot{\theta}_2^+ \cos \theta_2^- \tan \phi = \dot{z}^+ - l\dot{\theta}_1^+ \sin \theta_1^- + l\dot{\theta}_2^+ \sin \theta_2^- \quad (3.13)$$

ここで、式 (3.13) を一般化座標により整理すると、ヤコビ行列 $\mathbf{J}_I(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{1 \times 4}$ を得られる.

$$\mathbf{J}_I(\mathbf{q})^T = \begin{bmatrix} \tan \phi \\ 1 \\ l \cos \theta_1^- \tan \phi - l \sin \theta_1^- \\ -l \cos \theta_2^- \tan \phi + l \sin \theta_2^- \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

また、ラグランジュ未定乗数 $\lambda_I \in \mathbb{R}$ は式 (3.9), (3.10) から求められる.

$$\lambda_I = -\mathbf{X}_I(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{J}_I(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}^- \quad (3.15)$$

ここで $\mathbf{X}_I(\mathbf{q})$ は、下記の式の省略形となる.

$$\mathbf{X}_I(\mathbf{q}) := \mathbf{J}_I(\mathbf{q}) \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{J}_I(\mathbf{q})^T$$

上記式を式 (3.9) に代入することにより、次式が得られる.

$$\dot{\mathbf{q}}^+ = (\mathbf{I}_4 - \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{J}_I(\mathbf{q})^T \mathbf{X}_I(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{J}_I(\mathbf{q})) \dot{\mathbf{q}}^- \quad (3.16)$$

式 (3.16) の要素を用いて、遊脚の衝突直後に、速度ベクトル $\dot{\mathbf{q}}^+$ は以下のように置き換える必要がある.

$$\dot{\mathbf{q}}^+ = \begin{bmatrix} \dot{x}^+ + l \dot{\theta}_1^+ \cos \theta_1^- - l \dot{\theta}_2^+ \cos \theta_2^- \\ \dot{z}^+ - l \dot{\theta}_1^+ \sin \theta_1^- + l \dot{\theta}_2^+ \sin \theta_2^- \\ \dot{\theta}_2^+ \\ \dot{\theta}_1^+ \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

また、位置ベクトル \mathbf{q}^+ も同様に、下記のように置き換える必要がある.

$$\mathbf{q}^+ = \begin{bmatrix} x^- + l \sin \theta_1^- - l \sin \theta_2^- \\ z^- + l \cos \theta_1^- - l \cos \theta_2^- \\ \theta_2^- \\ \theta_1^- \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

数値シミュレーションにおける、遊脚の衝突検知は、第2章と同様の条件を用いる. これらの運動方程式、衝突方程式を MATLAB を用いてモデル化した詳細を図 2.6 に示す.

3.2 摩擦要素有り緩斜面における衝突方程式について

3.2.1 衝突時の動作における仮定

ここで、非瞬間的な両脚支持動作が、遊脚が地面へ衝突した際に発生する可能性について論じる. 滑る緩斜面上では、両脚支持動作、または後脚が、遊脚が衝突後すぐに、地

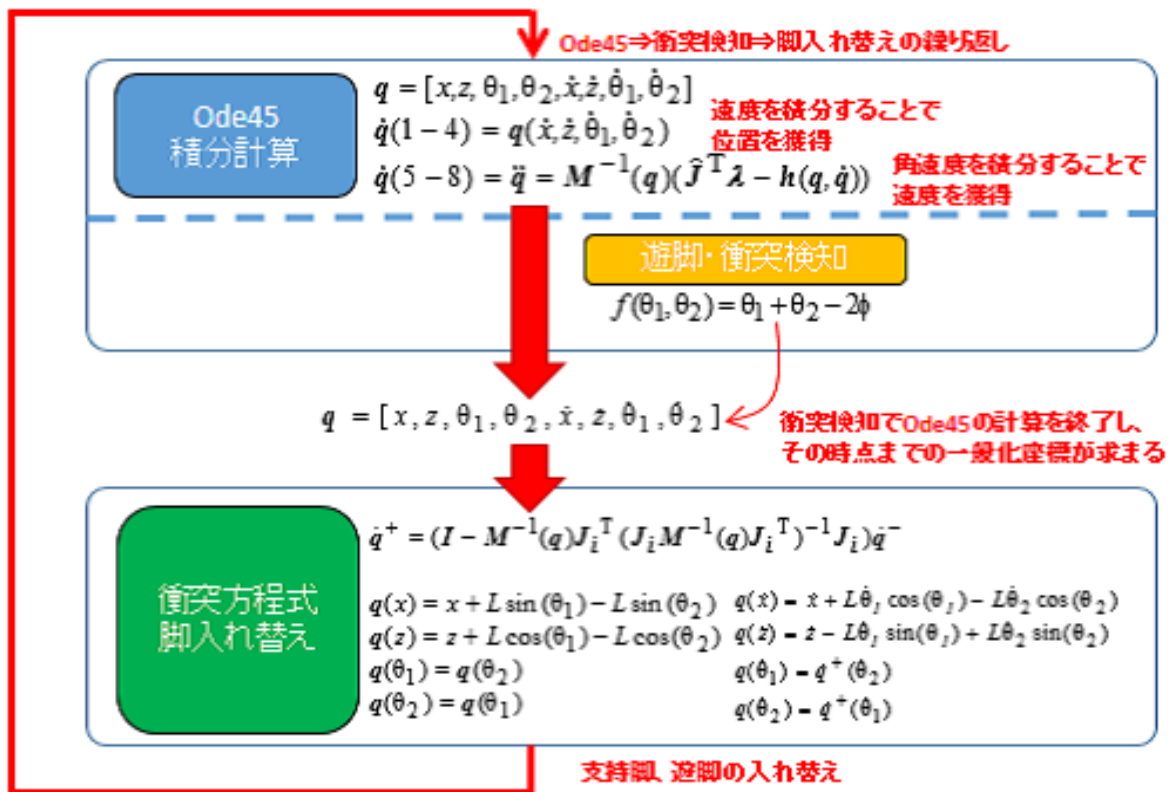


図 3.2: 緩斜面上の滑り要素有りコンパス型2脚ロボット数値計算アルゴリズム

面を離れないといった事象が発生する．図 3.3 では，状態遷移における二つの可能性を説明する．図 3.3(a) は非瞬間的な両脚支持動作について，図 3.3(b) では衝突した際に，ゼロ時間後に瞬間的に支持脚が交換される．そのため，前脚，後脚の先端の衝突発生時の符号を見分けることにより，遷移の状態を定義することができる．ここで $\lambda_{I1} > 0$ かつ $\lambda_{I2} > 0$ の場合，非瞬間的な両脚支持動作に遷移するのに対して， $\lambda_{I1} < 0$ かつ $\lambda_{I2} > 0$ の場合，片脚支持に遷移し，立脚の交換がゼロ時間で完了する． λ_{I2} は後述する通り，常に正の値となるため， λ_{I1} の符号を確認することで，次の衝突相を定義することができる．図 3.3(a) の場合には，ロボットは滑り，最終的には倒れ込む動作となる．図 3.3(b) の場合には，脚接地点が緩斜面に沿って滑るものの，歩行を継続することができる．下記では，解析的に衝突を導出し，図 3.3(a) の状態が発生する可能性について示す．

3.2.2 両脚支持動作発生時の力積の導出

式 (3.3)，(3.13) を要約すると，図 3.3(a) の場合におけるヤコビアン行列を得ることができる．

$$\hat{\mathbf{J}}_I(\mathbf{q})^T = \begin{bmatrix} \tan \phi & \tan \phi \\ 1 & 1 \\ 0 & l \cos \theta_1^- \tan \phi - l \sin \theta_1^- \\ 0 & -l \cos \theta_2^- \tan \phi + l \sin \theta_2^- \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

ここで，非弾性モデルは，以下の式で定義できる．

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}^+ = \mathbf{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}^- + \hat{\mathbf{J}}_I(\mathbf{q})^T \boldsymbol{\lambda}_I \quad (3.20)$$

$$\hat{\mathbf{J}}_I(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}^+ = \mathbf{0}_{2 \times 1} \quad (3.21)$$

$\boldsymbol{\lambda}_I \in \mathbb{R}^2$ は式 (3.20)，(3.21) から求めることができる．

$$\boldsymbol{\lambda}_I = - \left(\hat{\mathbf{J}}_I(\mathbf{q}) \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \hat{\mathbf{J}}_I(\mathbf{q})^T \right)^{-1} \hat{\mathbf{J}}_I(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}^- = \begin{bmatrix} \lambda_{I1} \\ \lambda_{I2} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

式 (3.22) の各要素の詳細は，以下の通りとなる．

$$\lambda_{I1} = -ml \left(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 \right) (1 - \beta)^2 \csc \alpha \cos \phi \frac{N_1}{2D} \quad (3.23)$$

$$\lambda_{I2} = ml \left(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 \right) (1 - \beta)^2 \csc \alpha \cos \phi \frac{N_2}{D} \quad (3.24)$$

ここで，遊脚衝突時の股下の半角 α [rad] は，以下のように定義できる．

$$\alpha := \frac{\theta_1^- - \theta_2^-}{2} = \frac{\theta_2^+ - \theta_1^+}{2} > 0$$

また，無次元化パラメータは以下のように定義した．

$$\beta := \frac{a}{l}, \quad \gamma := \frac{m_H}{m}$$

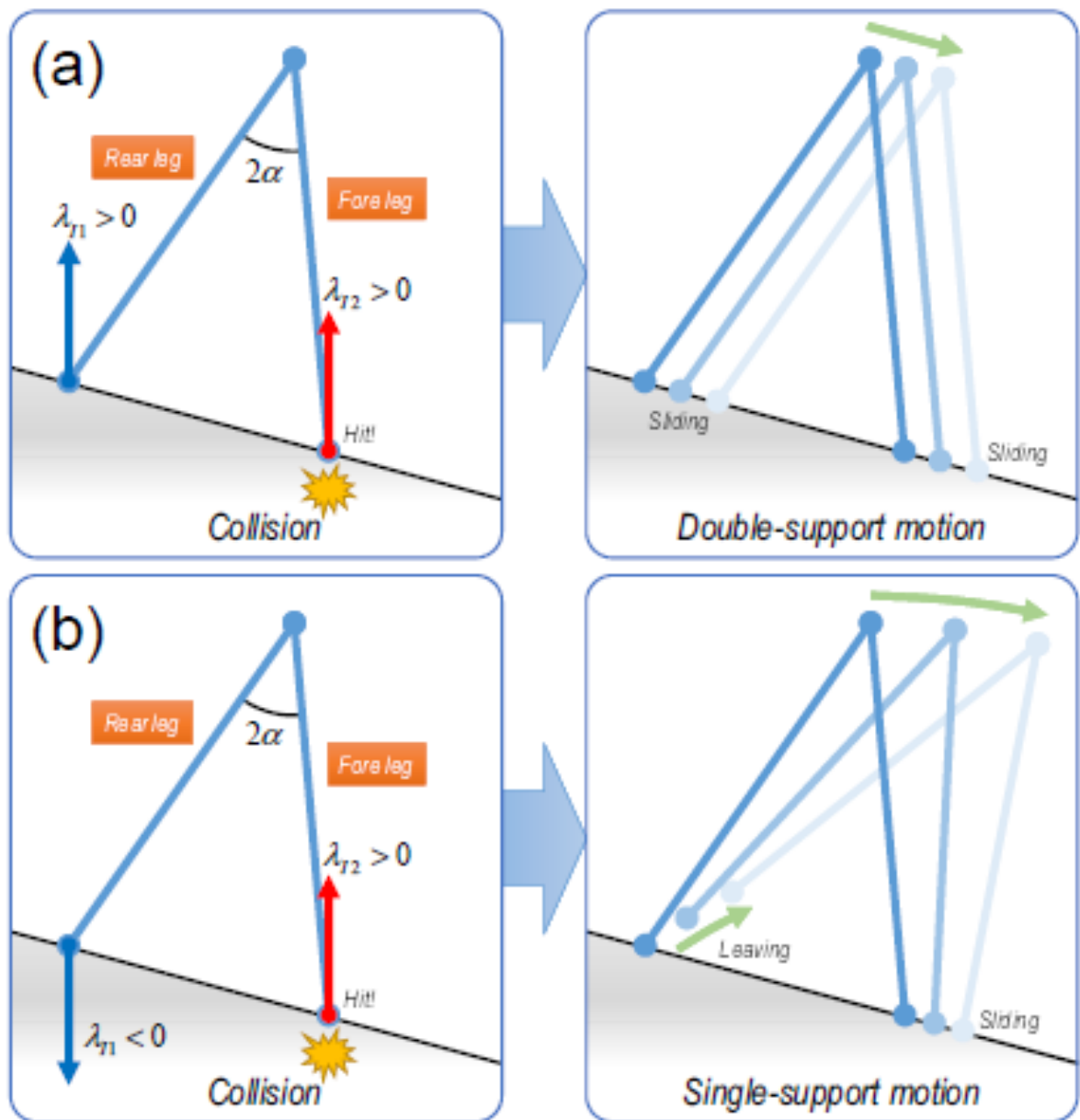


図 3.3: 滑り緩斜面上における遊脚衝突時の λ_{I1} , λ_{I2} の関係

これらのパラメータは共に正の値となり，その値の範囲は以下の通りとなる．

$$0 \leq \beta \leq 1, \quad 0 \leq \gamma \leq \infty$$

関数 N_1 , N_2 , D はそれぞれ， β の二次関数として整理される．その詳細は以下の通りとなる．

$$N_1 = a_2\beta^2 + a_1\beta + a_0 \quad (3.25)$$

$$a_2 = 4(1 - \cos(2\alpha) + \gamma) > 0 \quad (3.26)$$

$$a_1 = -8\cos^2\alpha(1 - \cos(2\alpha) + \gamma) > 0 \quad (3.27)$$

$$a_0 = 4\gamma\cos^2\alpha\cos(2\alpha) \geq 0 \quad (3.28)$$

$$N_2 = b_2\beta^2 + b_1\beta + b_0 \quad (3.29)$$

$$b_2 = 2(1 - \cos(2\alpha) + \gamma) > 0 \quad (3.30)$$

$$b_1 = -4\cos^2\alpha(1 - \cos(2\alpha) + \gamma) < 0 \quad (3.31)$$

$$b_0 = 1 + \gamma(3 + \gamma) - \gamma(1 + \gamma)\cos(2\alpha) - \cos(4\alpha) \quad (3.32)$$

$$D = c_2\beta^2 + c_1\beta + c_0 \quad (3.33)$$

$$c_2 = 4(2 + \gamma) > 0 \quad (3.34)$$

$$c_1 = -8(2 + \gamma)\cos^2\alpha < 0 \quad (3.35)$$

$$c_0 = (2 + \gamma)^2 - (\gamma^2 - 4)\cos(2\alpha) \quad (3.36)$$

3.2.3 $\lambda_{I2} > 0$ の証明

まず始めに， λ_{I2} が常に正の値であることを数学的に証明する． b_2 は正の値であることから， N_2 は下方向へ凸上の β の二次関数となる． N_2 の最小値は以下の通りとなる．

$$\min N_2 = N_2|_{\beta=\cos^2\alpha} = \frac{1}{2}\sin^2\alpha(5 + 2\gamma(5 + 2\gamma) + 2(2 + \gamma)\cos(2\alpha) - \cos(4\alpha)) > 0 \quad (3.37)$$

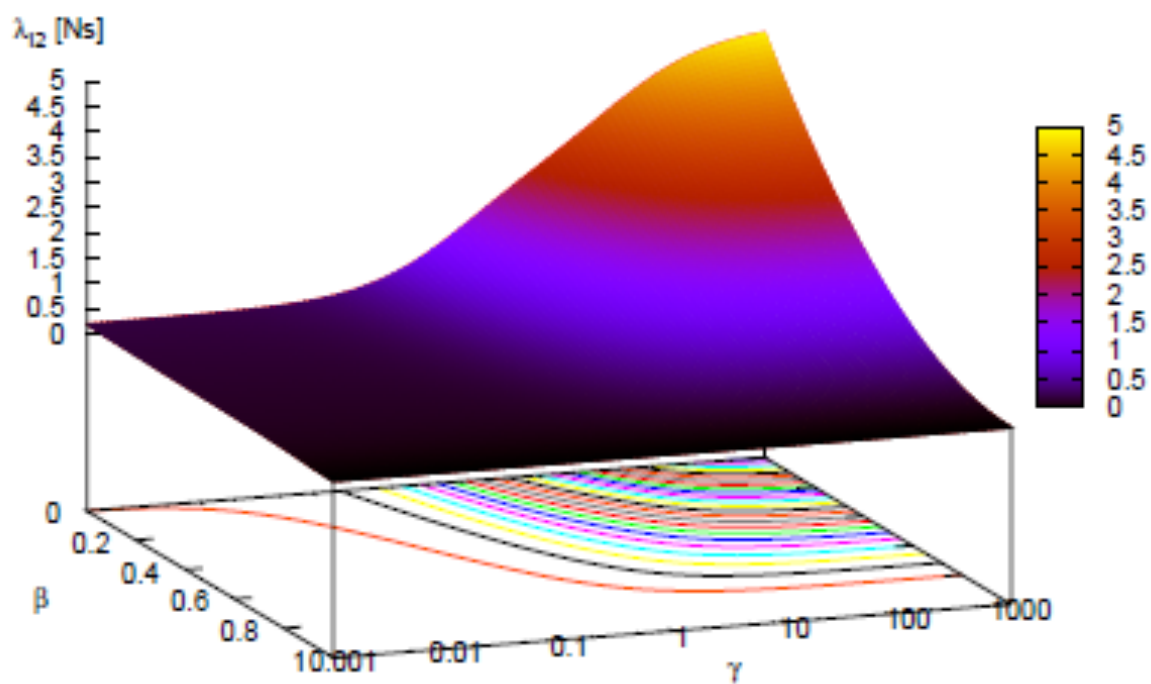
D の値は以下の通りとなる．

$$\min D = D|_{\beta=\cos^2\alpha} = 2(2 + \gamma)(1 + \cos(2\alpha) + \gamma)\sin^2\alpha > 0 \quad (3.38)$$

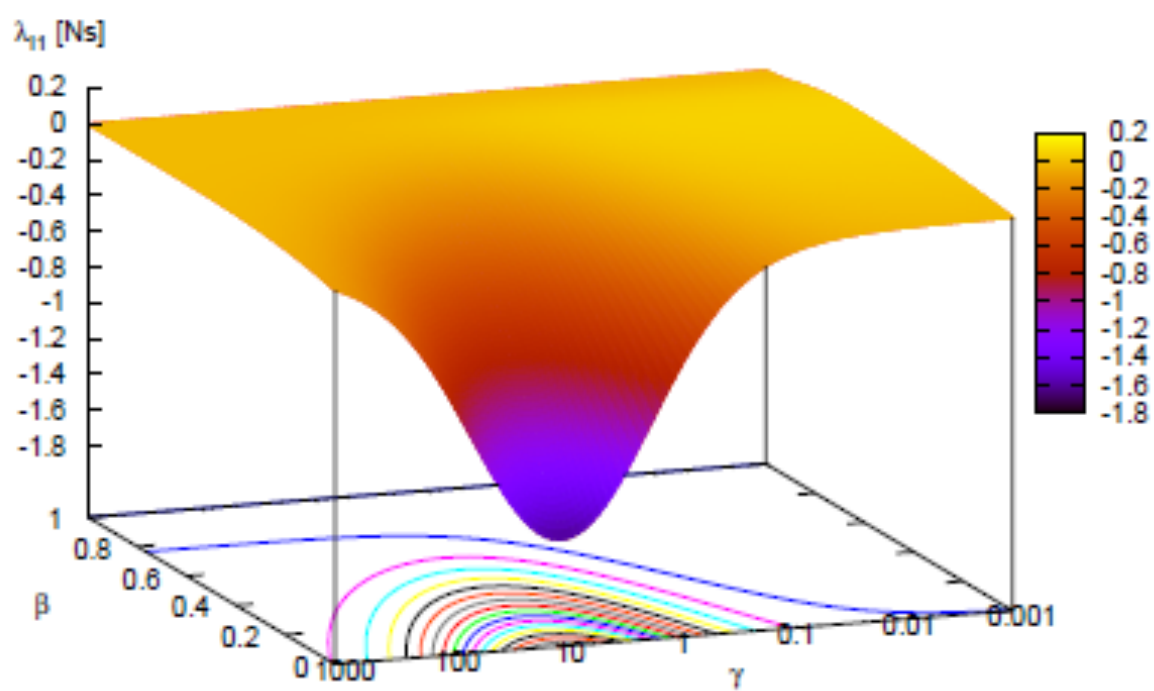
ここで， $N_2 > 0$ かつ $D > 0$ であるため， $\lambda_{I2} > 0$ であることを結論付けることができる． $0 \leq \beta \leq 1$ ， $0.001 \leq \gamma \leq 1000$ 間での β ， γ に対する λ_{I2} を図 3.4(a) に示す．ここで γ 軸は対数として表現する．式 (3.23)，(3.24) における正の項は， λ_{I1} ， λ_{I2} の符号に影響を与えないことから，以下のように一般化する．

$$ml(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)\cos\phi \rightarrow 1$$

また， α の値を 0.2 [rad] に設定する．図 3.4(a) より，前脚の衝突時に λ_{I2} は，常に正の値であることが判明する．



(a) β , γ に対する λ_{I2} のプロット結果



(b) β , γ に対する λ_{I1} のプロット結果

図 3.4: 床反力 λ_{I1} , λ_{I2} の解析結果

3.2.4 λ_{I1} の解析

図 3.4(a) と同様の条件下における, β , γ に対する λ_{I1} を図 3.4(b) に示す. ここで, λ_{I1} が正の値となる領域が存在し, この場合, 遊脚衝突後に非瞬間的な両脚支持動作が発生する. しかし, β と γ の関数 λ_{I1} は極めて複雑な要素を有する. ここで, λ_{I1} の概要を説明するため, 下記のような極限值に基づいて解析する. まず最初に, 脚重心が脚関節部 (hip joint) に位置する場合を考える.

$$\lim_{\beta \rightarrow 1} N_1 = -4(2 + \gamma) \cos(2\alpha) \sin^2 \alpha < 0 \quad (3.39)$$

式 (3.39) は脚質量がゼロとなる 2 脚ロボットが, 常に瞬間的に支持脚が交換されることを示している. 次に, 脚重心が脚先端に位置する場合は考えると, 以下の条件が得られる.

$$\lim_{\beta \rightarrow 0} N_1 = 4\gamma \cos(2\alpha) \cos^2 \alpha \geq 0 \quad (3.40)$$

上記式は, $\gamma = 0$ の場合のみ成立し, 以下に示すような極限值により定義され, 後脚が衝突後すぐに地面を離陸する場合と, 非瞬間的な両脚支持動作へ遷移する場合に分かれる.

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} N_1 = 8\beta (\beta - 2\cos^2 \alpha) \sin^2 \alpha \quad (3.41)$$

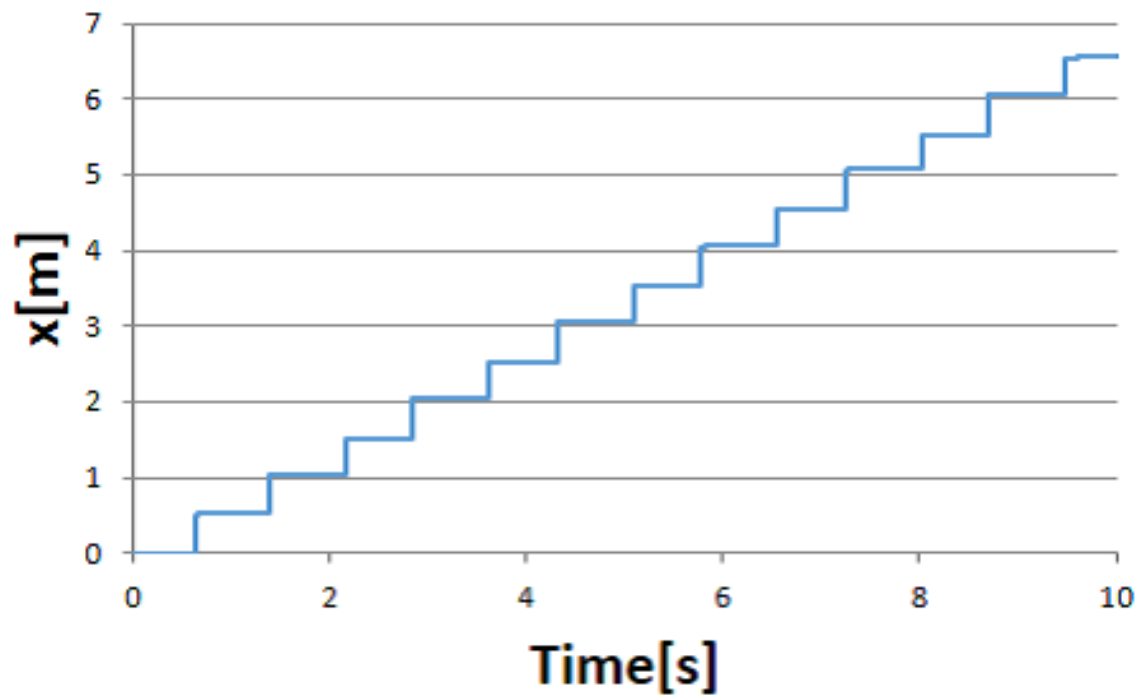
この極限値は, $0 < \beta < 2\cos^2 \alpha$ 間で負の値となる. ここで, 受動 2 脚歩行では α は $\pi/4$ [rad] 以下となり, $2\cos^2 \alpha > 1$ が一般的に成立する. そのため, 式 (3.41) の極限値は一般的に負の値となり, $\gamma = 0$ で $\lambda_{I1} > 0$ が成立する. この条件下ではロボットは腰質量をもたず, 滑り要素をもつ緩斜面上では, 支持脚を常に交換することができない.

3.3 歩行解析

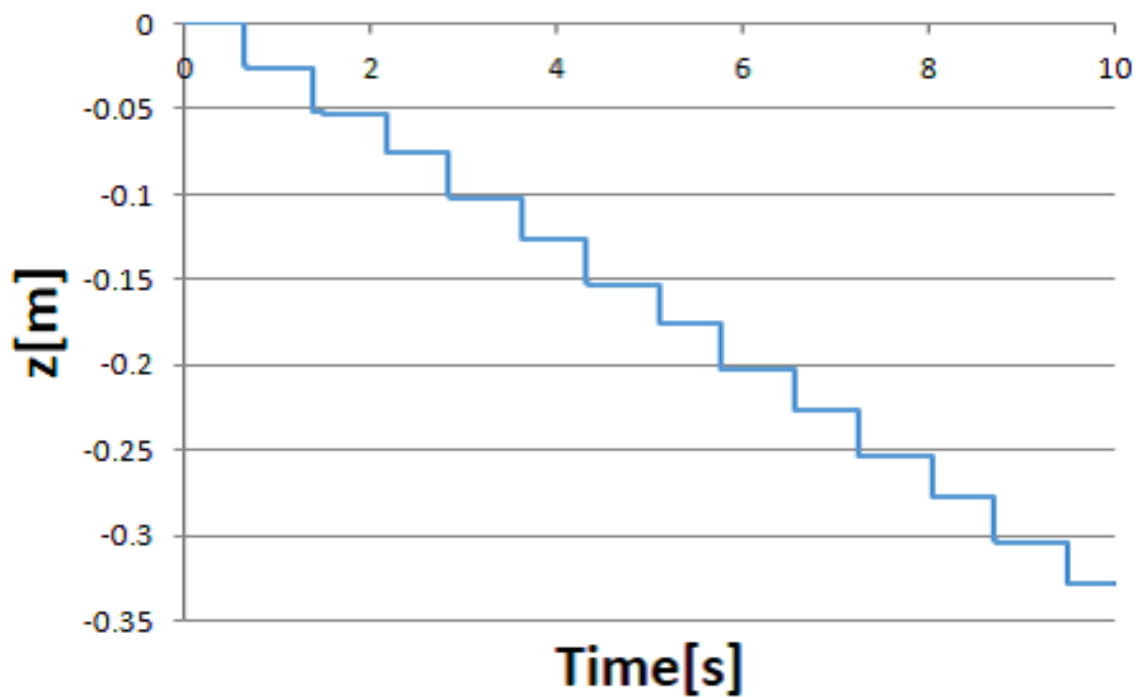
図 3.5~3.12 は滑り有り緩斜面上での, コンパス型 2 脚歩行ロボットの受動歩行シミュレーション結果である. ここで, 図 3.5 は立脚の先端位置となる. 図 3.7 は支持脚, 遊脚の地面に対する角度となり, 図 3.8 は角加速度を示す. 図 3.9 は関数 $f(\theta_1, \theta_2)$ となり, 図 3.11 は全力学的エネルギーの結果である. シミュレーションで使用したシステムパラメータは表 3.1 の通りである. このロボットは, 以下にあるような初期条件で受動歩行シミュレーションを実施する.

$$\mathbf{q}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.175 \\ 0.275 \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{q}}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1.0 \\ 0.4 \end{bmatrix}$$

上記の初期条件における状態は第 (0) 番目の衝突として, 定義され, 地面への遊脚の最初の衝突は第 (1) 番目の衝突として定義される. 第 (0) 番目の衝突と 第 (1) 番目の衝突の間

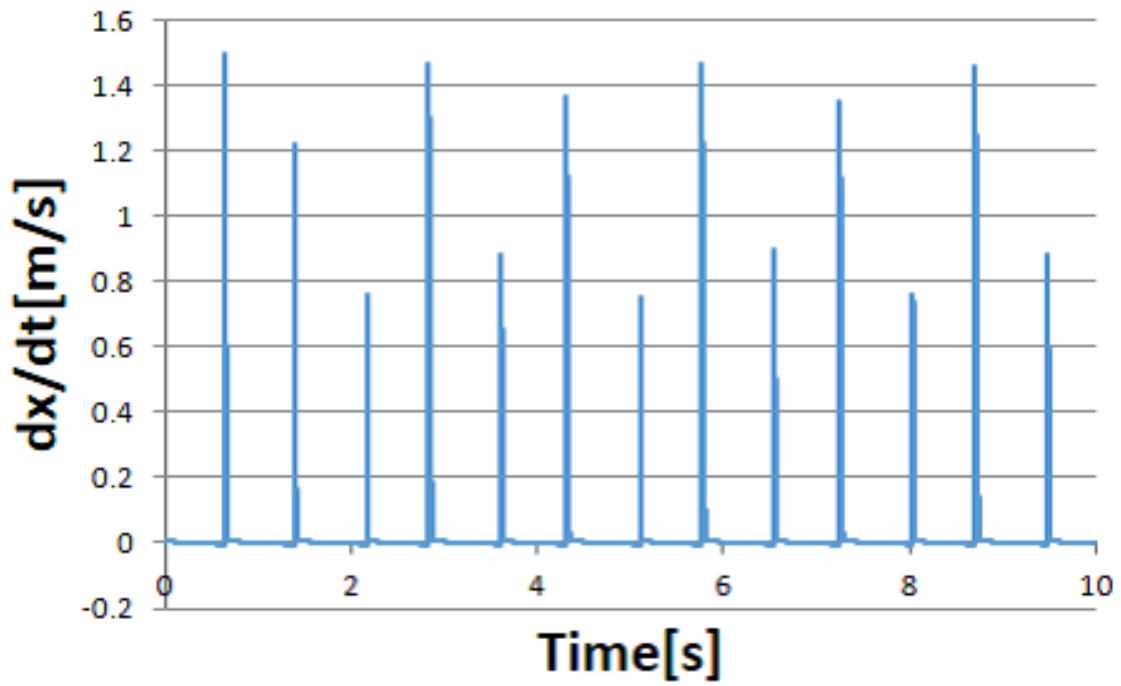


(a) 支持脚接地点 x 方向の移動距離

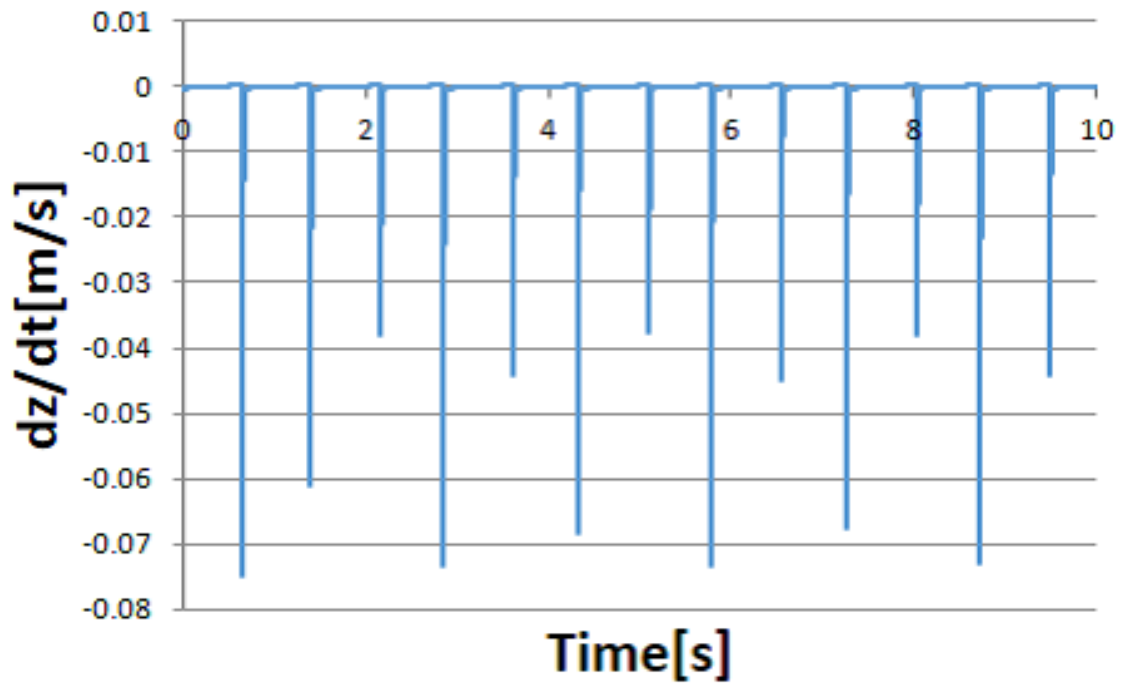


(b) 支持脚接地点 z 方向の移動距離

図 3.5: シミュレーション結果 1

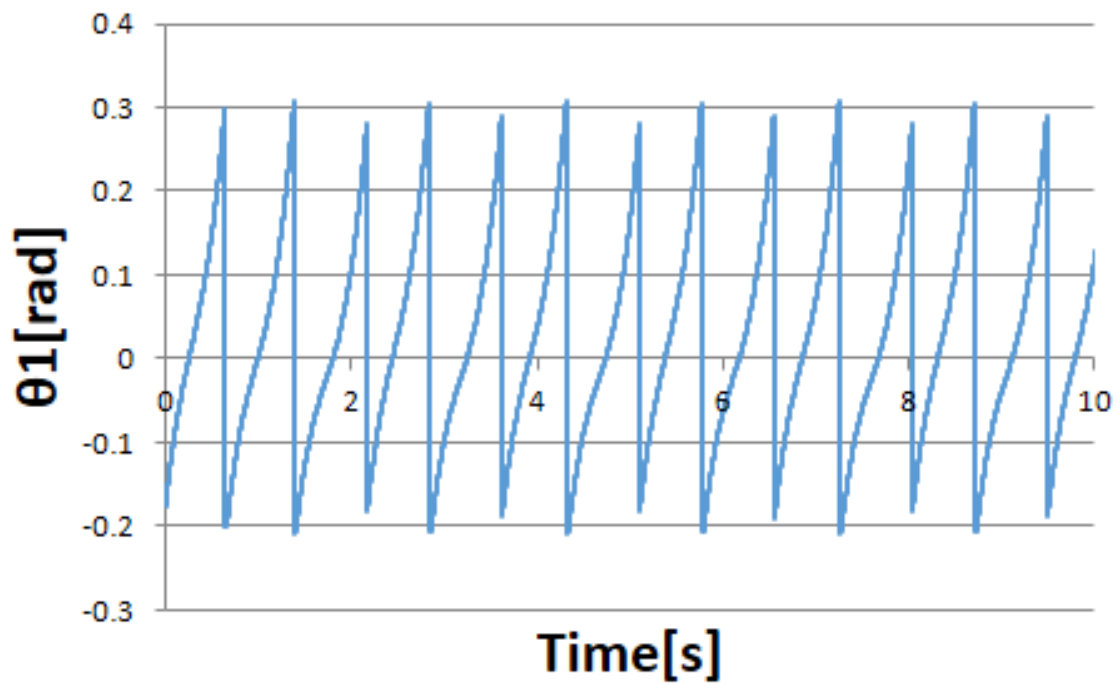


(a) 支持脚接地点 x 方向の時間微分

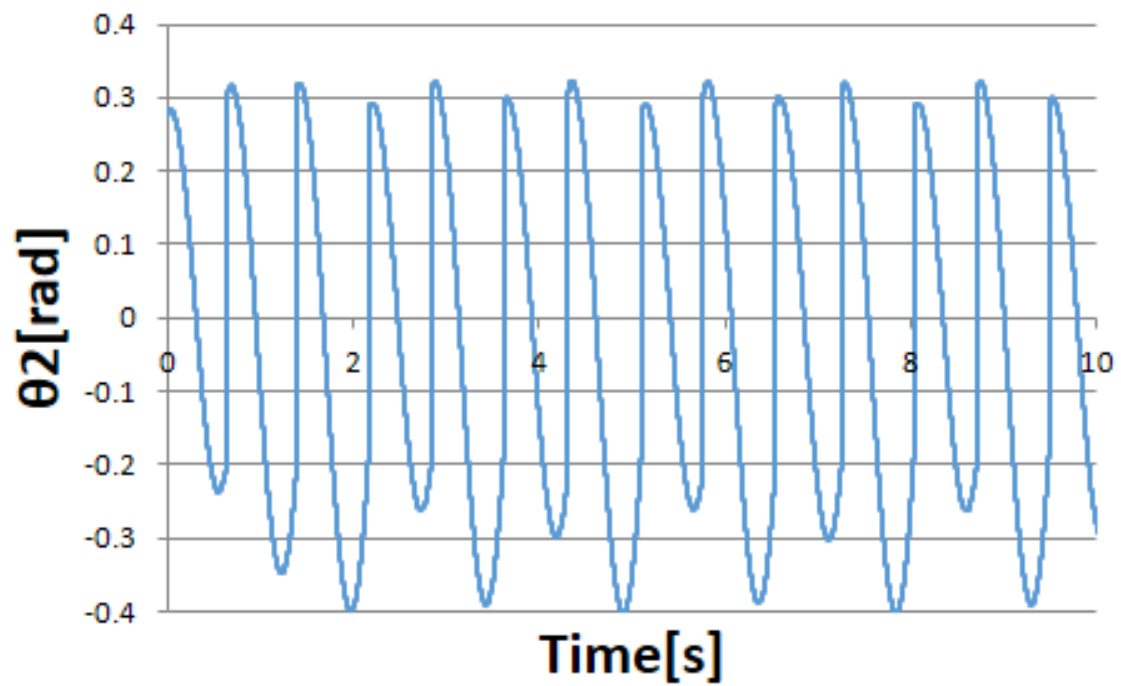


(b) 支持脚接地点 z 方向の時間微分

図 3.6: シミュレーション結果 2

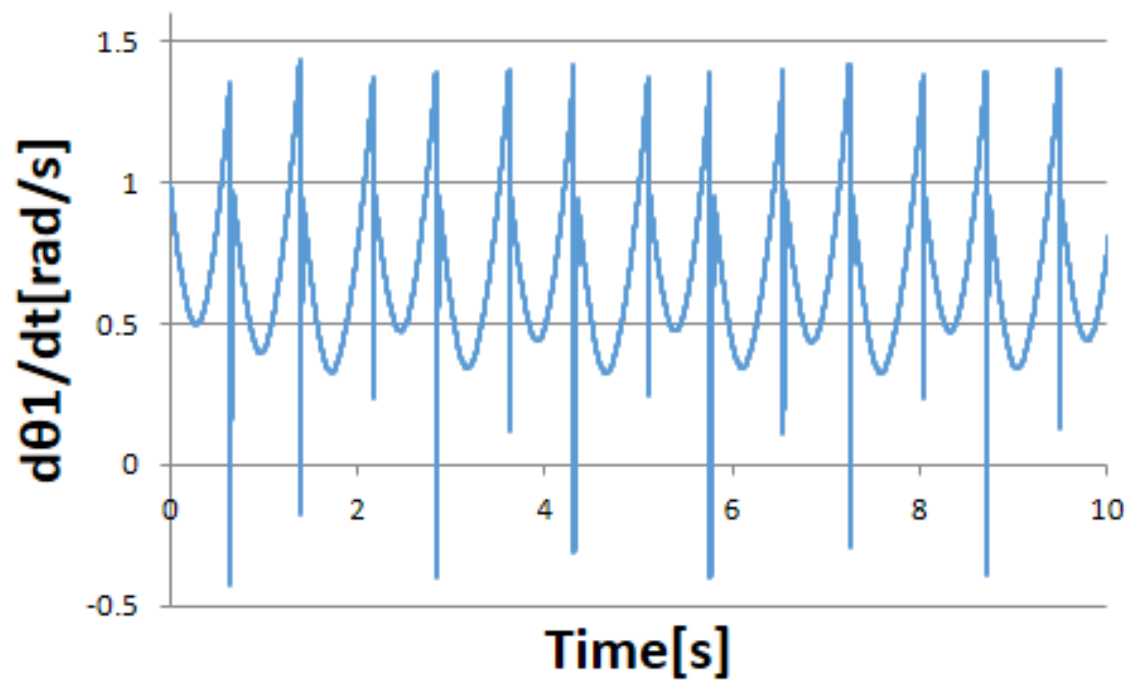


(a) 垂直方向に対する支持脚角度

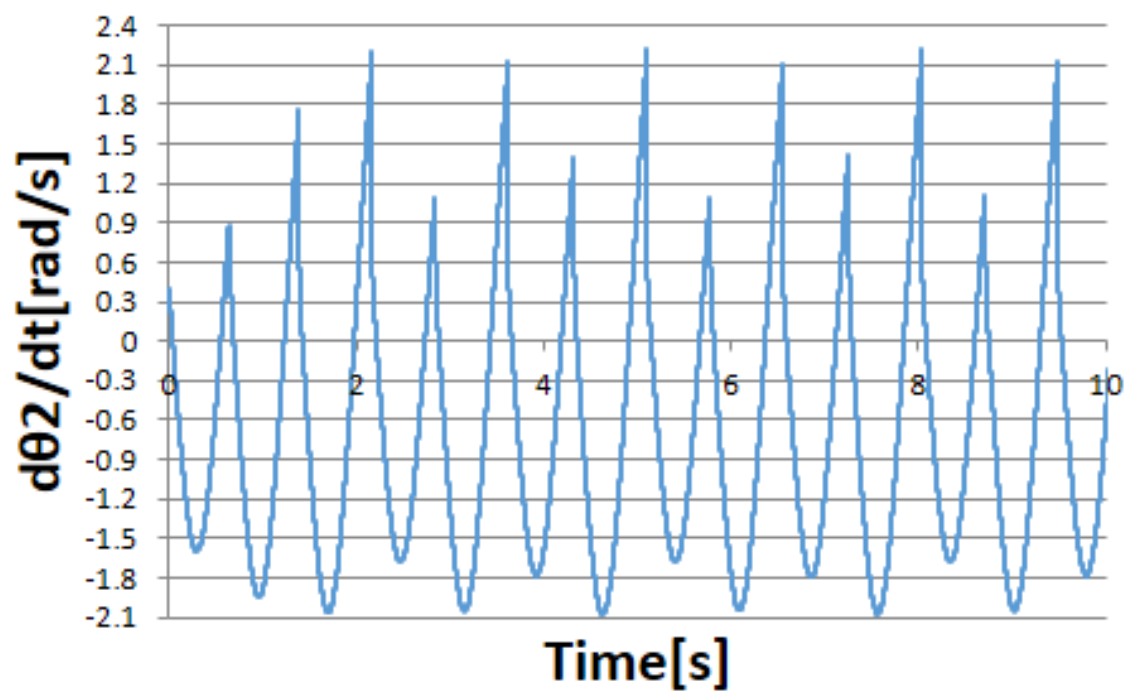


(b) 垂直方向に対する遊脚角度

図 3.7: シミュレーション結果 3

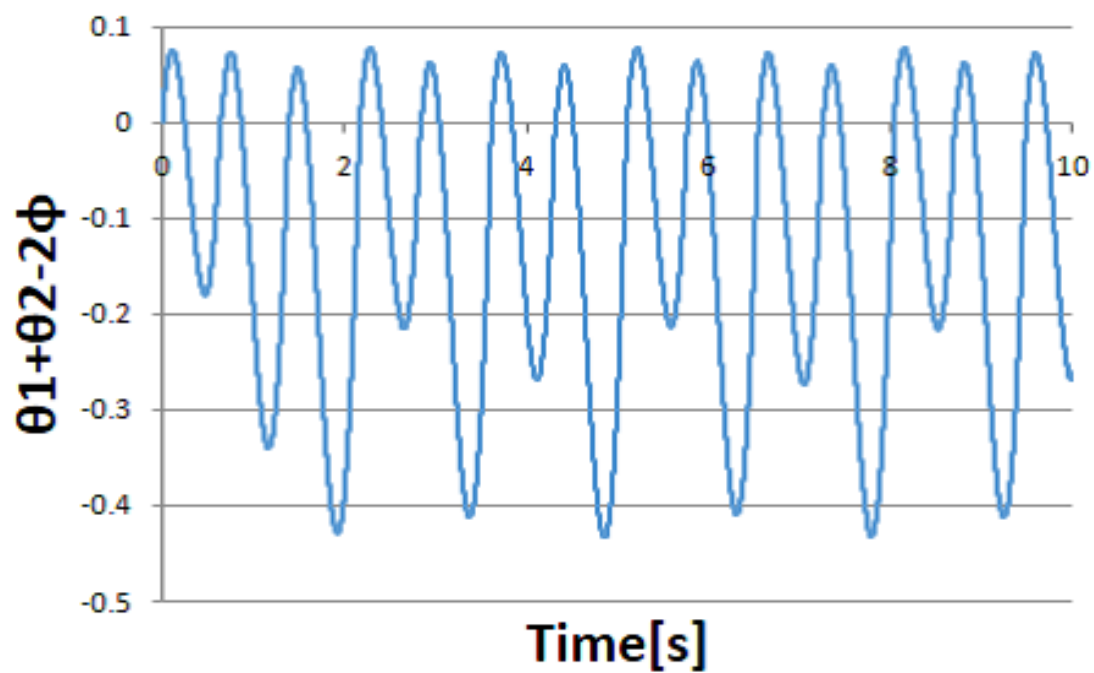


(a) 支持脚角速度

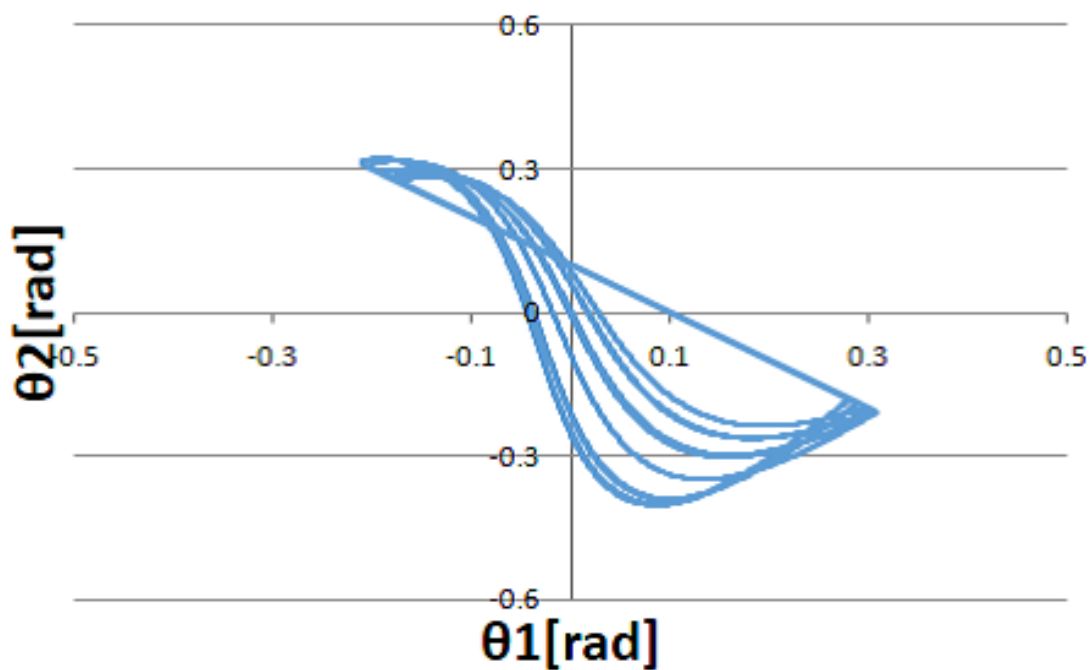


(b) 遊脚角速度

図 3.8: シミュレーション結果 4

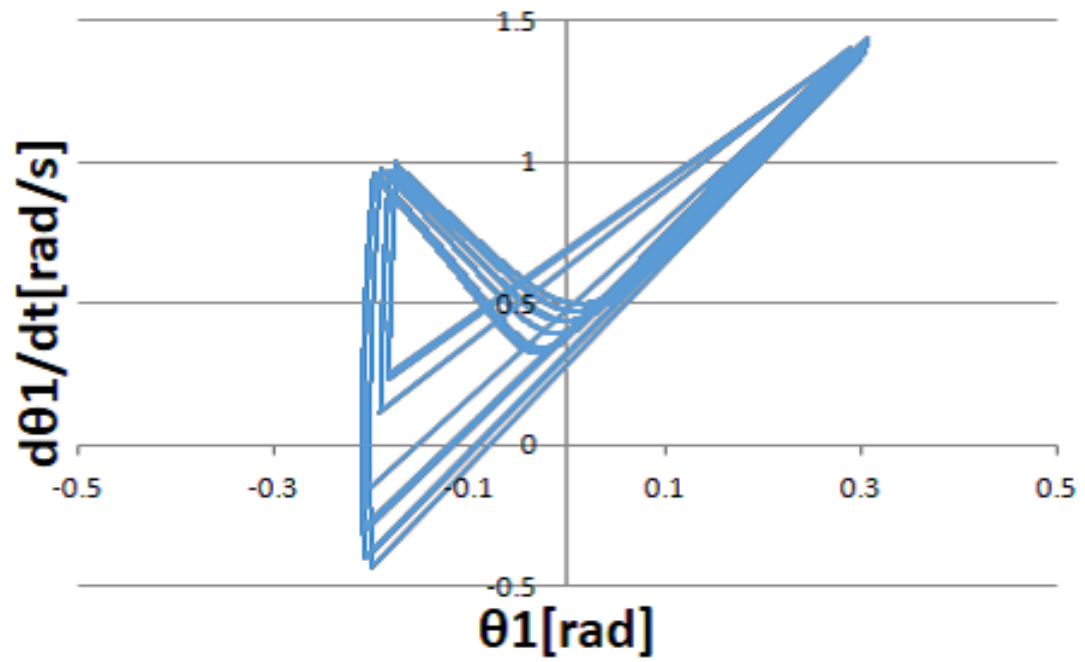


(a) $f(\theta_1, \theta_2)$ の時間変化

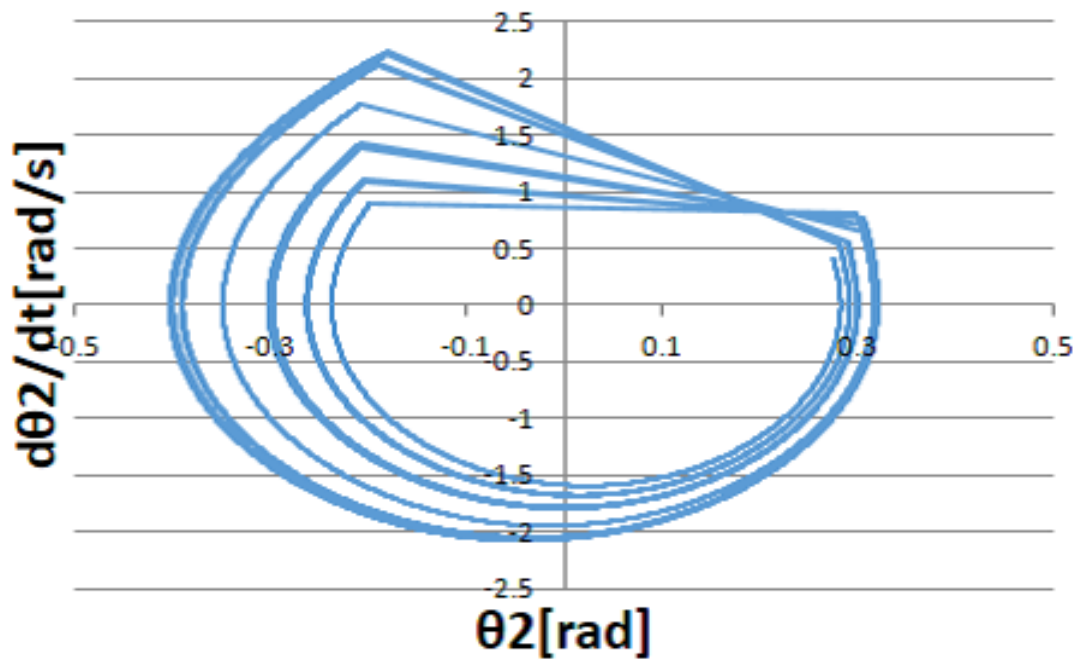


(b) 位相平面図：支持脚角度⇔遊脚角度

図 3.9: シミュレーション結果 5

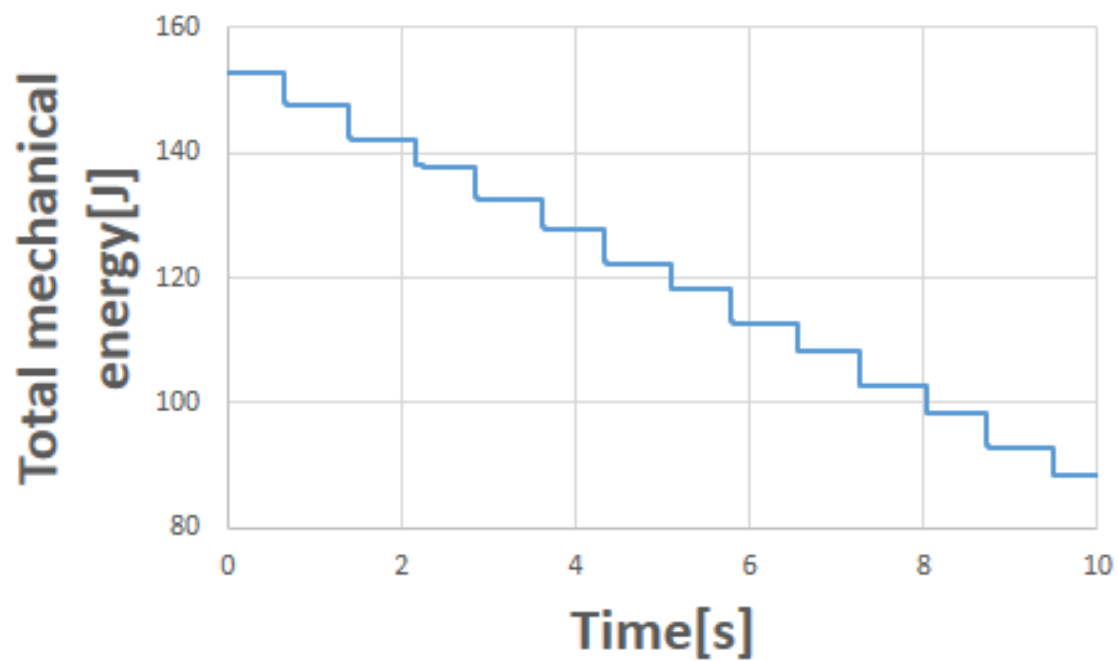


(a) 位相平面図：支持脚角度⇔支持脚角速度

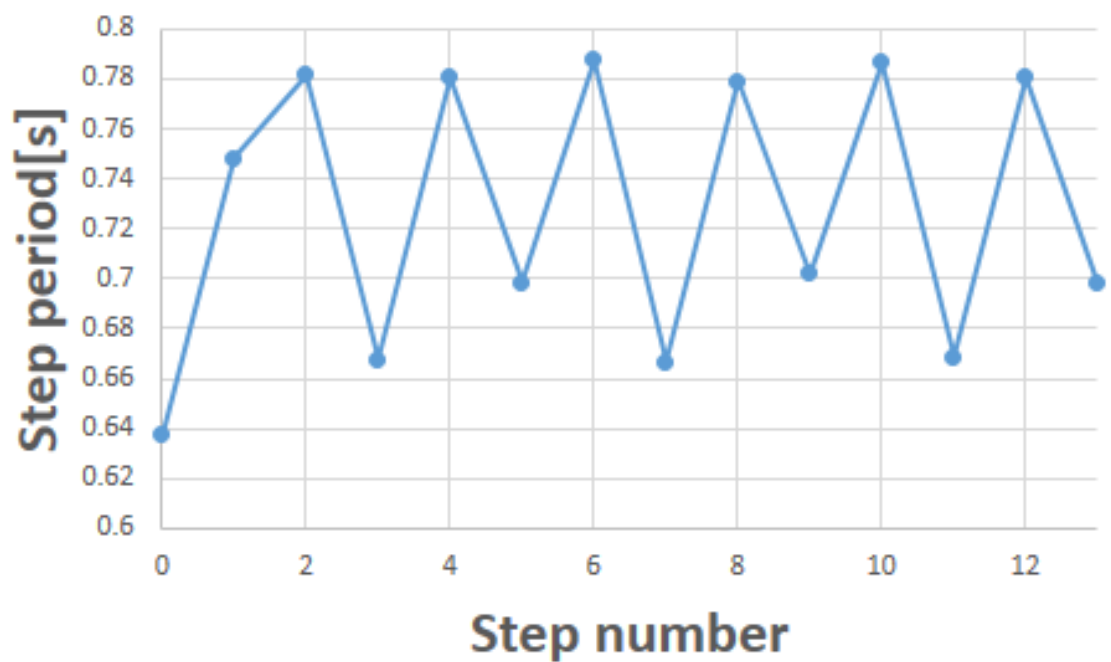


(b) 位相平面図：遊脚角度⇔遊脚角速度

図 3.10: シミュレーション結果 6

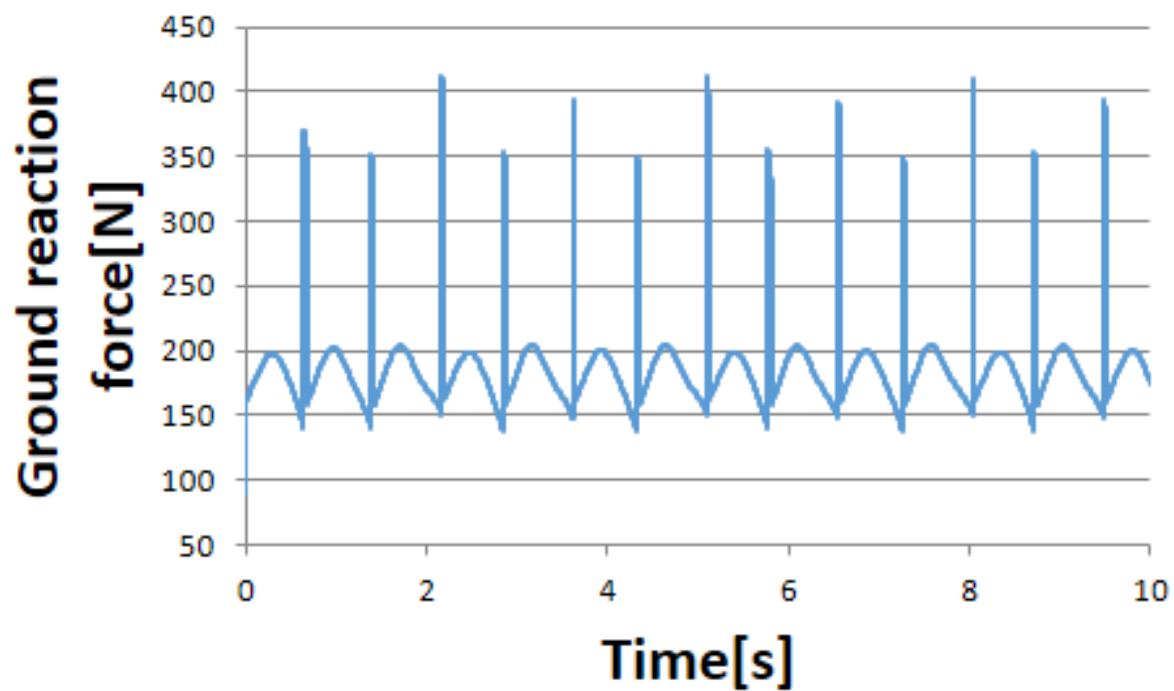


(a) 全力学的エネルギーの時間変化

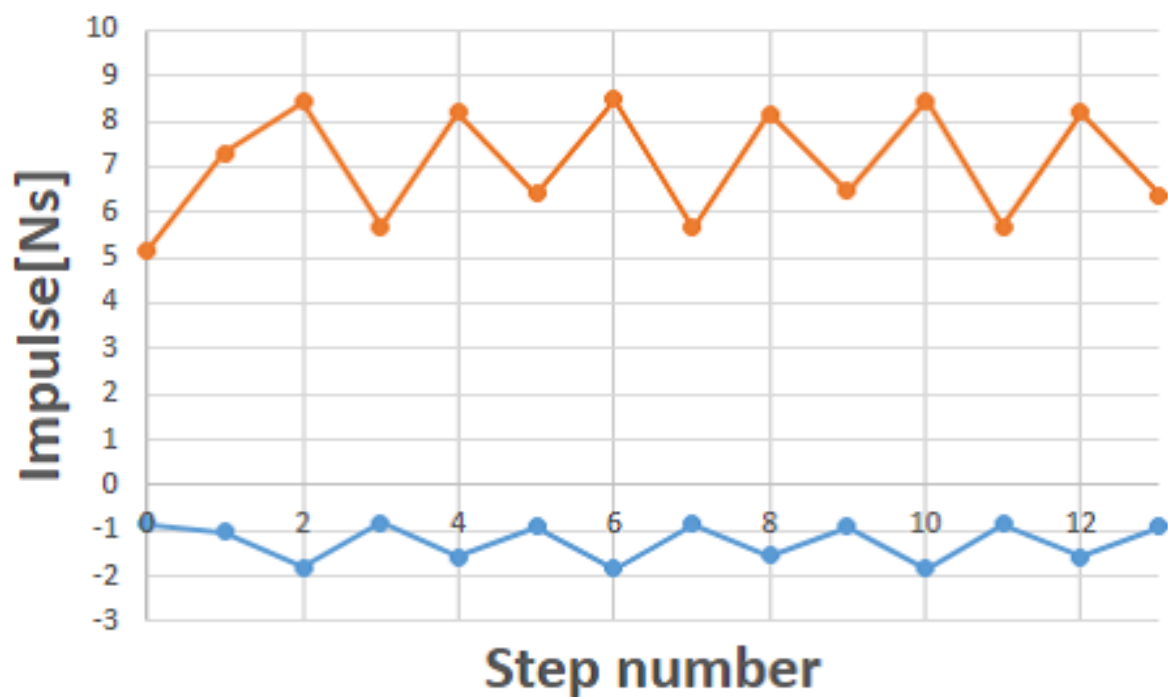


(b) 歩行周期

図 3.11: シミュレーション結果 7



(a) 床反力の時間変化



(b) $\lambda_{I1}, \lambda_{I2}$ の時間変化 blue: λ_{I2} orange: λ_{I1}

図 3.12: シミュレーション結果 8

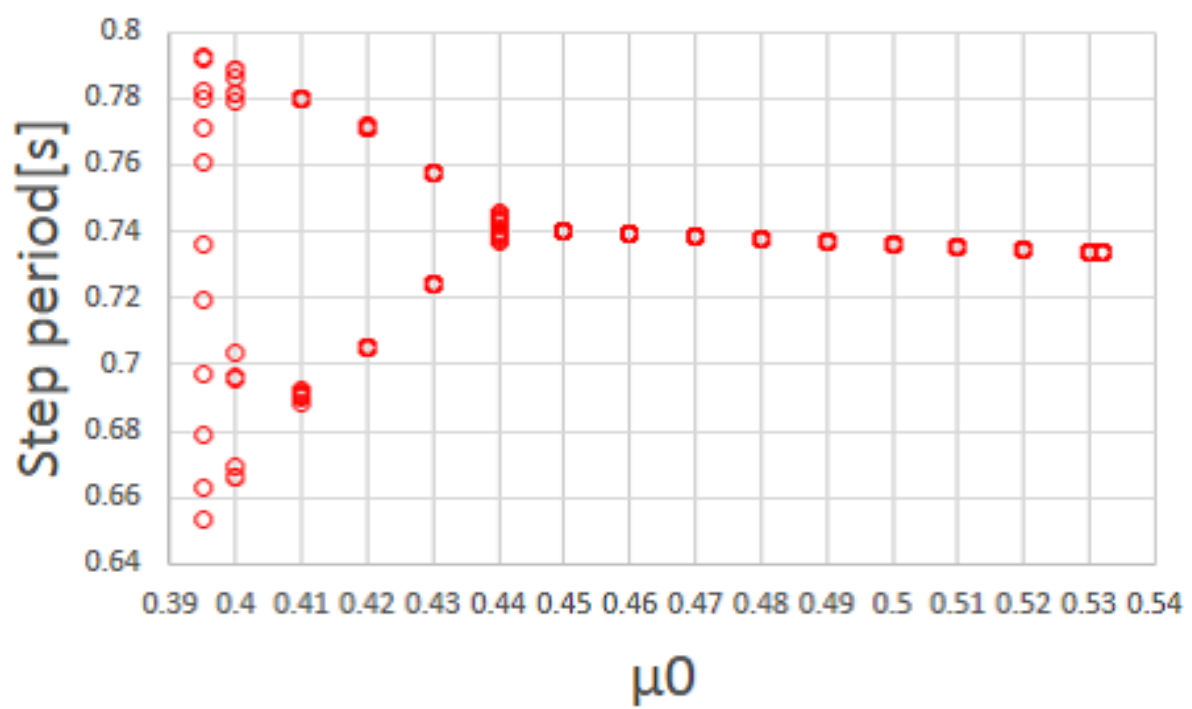


図 3.13: 0.01 刻みの μ_0 毎の 2 脚ロボットの歩行周期

表 3.1: モデルパラメータ

m_H	10.0	kg		
m	5.0	kg	ϕ	0.05 rad
a	0.5	m	μ_0	0.40
b	0.5	m	c	100
$L (= a + b)$	1.0	m		

の動作は、第 (0) 番目のステップとして定義する。ロボットの全力学エネルギー E [J] は、次の式で定義される。

$$E = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} + P(\mathbf{q}), \quad (3.42)$$

ここで $P(\mathbf{q})$ は、

$$P(\mathbf{q}) = (m_H + 2m)gz + m_H gl \cos \theta_1 + mga \cos \theta_1 - mbg \cos \theta_2 \quad (3.43)$$

で定義される位置エネルギーとなる。 E の時間微分は、以下の式を満足する。

$$\begin{aligned} \dot{E} &= \dot{\mathbf{q}}^T (\mathbf{J} + \mathbf{J}_\mu)^T \lambda = \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{J}_\mu^T \lambda \\ &= \dot{x}\mu - \dot{z}\mu \tan \phi = \dot{x}\mu + \dot{x}\mu \tan^2 \phi \\ &= \frac{\dot{x}\mu}{\cos^2 \phi} = \frac{-\mu_0 \dot{x}}{\cos^2 \phi} \tanh \left(\frac{c\dot{x}}{\cos \phi} \right) \leq 0 \end{aligned} \quad (3.44)$$

E の時間微分の解析から、滑り摩擦の影響により、力学的エネルギーは常に消費される。図 3.6 から、立脚の先端は衝突後すぐに前方へ滑るが、すぐに安定していることが分かる。脚先端の速度が、衝突後すぐにゼロに近づき、立脚相を維持している間に接地点がほぼ動いていないことが分かる。これは、地面に対する立脚の接地点が、滑りながら接地する際にも、一点に接地し続けていることを示している。また、図 3.9 から $f(\theta_1, \theta_2)$ が負の値からゼロに到達した際に、地面への遊脚の衝突が発生していることが分かる。図 3.11(a) はロボットの全力学エネルギーが、立脚相を維持している間に、単調に減少していることを示している。図 3.11(b) はロボットの歩行周期が、受動2脚ロボットが漸近的な安定歩行を生成しているが、多周期リミットサイクルになっていることが分かる。ここでコンパス型受動ロボットは、4 周期動作を示し、HZD の離散的動作は、漸近安定となることが分かる。図 3.12(a) は床反力 λ [N] を示しており、式 (3.5) で定義され、常に正の値となり、滑り動作の間は、極めて増大していることが分かる。図 3.12(b) では、遊脚衝突後に非瞬間的な両脚支持動作が発生することが想定される歩行条件における 30 ステップ間での λ_{I1} および λ_{I2} をプロットする。ここで、 λ_{I1} は常に負の値となり、 λ_{I2} は常に正の値となることから図 3.4 におけるシミュレーション結果の妥当性を示している。図 3.13 では、斜度 $\phi = 0.05$ [rad] における、 μ_0 を割り振った際の、安定歩行周期をプロットする。数値シミュレーションを実施し、その後の 10 ステップ間収束した歩行周期を保存した。安

定歩行は μ_0 が $0.390 \leq \mu_0 \leq 0.532$ 間で生成することができた．ここでは， μ_0 の値が減少するにつれて，歩行が周期倍分岐を示していることが分かる．また，別の観点から考察すると，図 3.13 で生成された歩行は，8 周期歩容であることが分かる．

3.4 まとめ

本章では，緩斜面を滑りながら歩行するコンパス型受動2脚ロボットの数学的モデルを作成し，遊脚の衝突動作の研究を通して，衝突後に非瞬間的な両脚支持動作が発生する可能性を研究した．また，緩斜面において，滑り要素をもつコンパス型受動2脚歩行の基本的な特性を研究し，数値シミュレーションを通して， μ_0 の減少に伴い，周期倍分岐が発生することを発見した．本章での研究を通して， λ_{I1} は，解析的に理解するためには，極めて複雑であり， $\lambda_{I1} > 0$ という条件に関する分析的解法は，今後の研究課題とする．また，滑り要素有りのコンパス型受動歩行に関する，より詳細な要因研究も今後の課題とする．ここで，本章で作成した滑り要素をもつコンパス型受動2脚歩行では， μ_0 が $0.390 \leq \mu_0 \leq 0.532$ 間で安定歩行が生成可能であるという検証結果となった． μ_0 が 0.390 以下で歩行が不可能となる結果については，一般的な物質の摩擦係数は表 3.2 のような値となることから，妥当な結果であると考察することができる．

それに対して， μ_0 が 0.532 以上で歩行が不可能となる現象について，本来であれば第 2 章で作成した滑り要素をもたないコンパス型受動2脚歩行における状態に近づくと想定されるが，結果として安定歩行は生成できなかった．仮定として，本研究において開発したコンパス型受動2脚歩行では，脚の接地を質点として定義しているため， μ_0 の値が 1 に近づくと従い，遊脚接地時に後ろ方向に押し戻されるような作用が働いているのではないかと考察した．そこで，上記現象について，次章では脚先に滑り接触をもつ半円足のコンパス型受動2脚歩行を作成し，上記現象をキャンセルし，安定歩行が生成できる可能性について考察する．

表 3.2: 物質と摩擦係数の関係

乾燥したアスファルト	$\mu_0 = 0.8$ 前後
濡れたアスファルト	$\mu_0 = 0.6 \sim 0.4$
雪路	$\mu_0 = 0.5 \sim 0.35$
圧雪路	$\mu_0 = 0.35 \sim 0.2$
氷結路	$\mu_0 = 0.2 \sim 0.1$ 以下

第4章 滑り要素を有する緩斜面上における半円足2脚歩行解析

4.1 2脚ロボットのモデリング

本章では，支持脚接地点に滑り接触と転がりの効果が同時に作用する3自由度受動歩行の運動特性について基礎的考察を行う．第3章と同一の4自由度コンパス型2脚ロボットに半円足を取り付けた状態でのホロノミック拘束力（1自由度の拘束力）を付加することで3自由度の数学モデルを導出する．歩行解析では主に足裏半径に対する運動特性の変化について考察する．

4.1.1 運動方程式の導出

図4.1に滑り有り緩斜面上での半円足有り受動コンパス型2脚ロボットモデルを示す．ロボットのモデルは第2章で開発した滑り要素無し受動コンパス型2脚ロボットと同様であり，今回のモデルでは緩斜面の路面状況と脚先の半円足のみが異なる．また， (x, z) ， θ_1 ， θ_2 についても，第2章で開発した滑り要素無し受動コンパス型2脚ロボットモデルと同じ変数として定義する．本モデルにおける一般化座標ベクトルを以下のように定義する．

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} x & z & \theta_1 & \theta_2 \end{bmatrix}^T \quad (4.1)$$

支持脚，遊脚，腰関節の位置，速度，角速度を用いて，ラグランジュ方程式に当てはめることにより，次のロボットの運動方程式を得る．

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{J}(\mathbf{q})^T \lambda + \mathbf{J}_\mu(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})^T \lambda \quad (4.2)$$

式 (4.2) の左辺の詳細を以下に記載する.

$$\begin{aligned}
\mathbf{M}(\mathbf{q}) &= \begin{bmatrix} m_H + 2m & 0 & M_{13} & -mb \cos \theta_2 \\ 0 & m_H + 2m & M_{23} & mb \sin \theta_2 \\ M_{13} & M_{23} & M_{33} & M_{34} \\ -mb \cos \theta_2 & mb \sin \theta_2 & M_{34} & mb^2 \end{bmatrix} \\
M_{13} &= ((m_H + m)l + ma) \cos \theta_1 \\
M_{23} &= -((m_H + m)l + ma) \sin \theta_1 \\
M_{33} &= (m_H + m)l^2 + ma^2, \quad M_{34} = -mbl \cos(\theta_1 - \theta_2) \\
\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) &= \begin{bmatrix} mb\dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2 - (ma + (m_H + m)l) \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 \\ (m_H + 2m)g - ((m_H + m)l + ma) \dot{\theta}_1^2 \cos \theta_1 + mb\dot{\theta}_2^2 \cos \theta_2 \\ -((m_H + m)l + ma) g \sin \theta_1 - mbl\dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \\ mb \left(l\dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + g \sin \theta_2 \right) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

次に, 式 (4.2) の右辺について詳細に説明する. まず, ヤコビ行列 $\mathbf{J}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{1 \times 4}$ を導出する. 半円足の中心位置は

$$\begin{bmatrix} x' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + R \sin \theta_1 \\ z + R \cos \theta_1 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

となる. また, 半円足の足裏と床面との接触点位置は, 以下のように定まる.

$$\begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + R \sin \theta_1 - R \sin \phi \\ z + R \cos \theta_1 - R \cos \phi \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

半円足の足裏の床面との接触点が斜面に沿って滑るための速度拘束条件は, 以下の式で与えられる.

$$\dot{\bar{z}} = -\dot{\bar{x}} \tan \phi \quad (4.5)$$

ここで, 半円足の中心位置を時間微分すると

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x} + R\dot{\theta}_1 \cos \theta_1 \\ \dot{z} - R\dot{\theta}_1 \sin \theta_1 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

となるので, これを式 (4.5) に代入して整理すると,

$$\mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \tan \phi & 1 & R(\cos \theta_1 \tan \phi - \sin \theta_1) & 0 \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} = 0 \quad (4.7)$$

を得る.

次に床反力 λ を導出する. 式 (4.7) を時間微分すると

$$\mathbf{J}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} = 0 \quad (4.8)$$

となるので、式 (4.2)(4.8) より λ が

$$\lambda = \left(\mathbf{J}(\mathbf{q})\mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1}\hat{\mathbf{J}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})^{\mathrm{T}} \right)^{-1} \left(\mathbf{J}(\mathbf{q})\mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1}\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} \right) \quad (4.9)$$

と求まる。ただし、

$$\hat{\mathbf{J}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) := \mathbf{J}(\mathbf{q}) + \mathbf{J}_{\mu}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$$

と置いた。式 (4.9) は図 4.1(b) における垂直方向の床反力を表している。また、水平方向の床反力は $\tan \phi \cdot \lambda$ [N] で定まる。全力学エネルギーは、これら床反力（ホロノミック拘束力）に応じて変化することはない。すなわち、

$$\dot{\mathbf{q}}^{\mathrm{T}} \mathbf{J}(\mathbf{q}) \lambda = 0$$

が成り立つ。

次に、摩擦力項のヤコビ行列 $\mathbf{J}_{\mu}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{1 \times 4}$ を導出する。まず注意事項について述べる。半円足の中心位置および半円足の足裏と床面との接触点位置をそれぞれ時間微分すると

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{z} \end{bmatrix} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} x' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x} + R\dot{\theta}_1 \cos \theta_1 \\ \dot{z} - R\dot{\theta}_1 \sin \theta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & R \cos \theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & -R \sin \theta_1 & 0 \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \quad (4.10)$$

となり、両者の速度が同じ結果となる。このことから、式 (4.10) のヤコビ行列を用いて摩擦力の効果を一般化座標系へ変換すると、半円足の中心位置に作用する摩擦力のそれとして変換されてしまうという問題が発生する。この問題を回避するために、本論文では以下に述べる外積ベクトルの方法を用いる。

図 4.1(b) より、3次元空間における摩擦力ベクトルは

$$\begin{bmatrix} \cos \phi \\ 0 \\ -\sin \phi \end{bmatrix} \frac{\mu \lambda}{\cos \phi} = \begin{bmatrix} \mu \\ 0 \\ -\mu \tan \phi \end{bmatrix} \lambda \quad (4.11)$$

となることが分かる。これより摩擦力作用の一般化座標系への変換は

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \bar{x} - x \\ 0 \\ \bar{z} - z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mu \\ 0 \\ -\mu \tan \phi \end{bmatrix} \lambda &= \begin{bmatrix} R \sin \theta_1 - R \sin \phi \\ 0 \\ R \cos \theta_1 - R \cos \phi \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mu \\ 0 \\ -\mu \tan \phi \end{bmatrix} \lambda \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ \mu R (\cos(\phi - \theta_1)) / \cos \phi \\ 0 \end{bmatrix} \lambda \end{aligned} \quad (4.12)$$

となる。式 (4.11)(4.12) をまとめることで、次の摩擦力項を得る。

$$\mathbf{J}_{\mu}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})^{\mathrm{T}} \lambda = \begin{bmatrix} \mu \\ -\mu \tan \phi \\ \mu R (\cos(\phi - \theta_1) - 1) / \cos \phi \\ 0 \end{bmatrix} \lambda \quad (4.13)$$

次に符号付き摩擦係数 μ を決定する．ロボットの全力学的エネルギー E の時間微分は

$$\dot{E} = \dot{\mathbf{q}}^T (\mathbf{J}(\mathbf{q}) + \mathbf{J}_\mu(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}))^T \lambda = \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{J}_\mu(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})^T \lambda = \frac{\mu \lambda}{\cos \phi} \left(\frac{\dot{x} + R\dot{\theta}_1 \cos \theta_1}{\cos \phi} - R\dot{\theta}_1 \right) \quad (4.14)$$

となり，これは摩擦力によって常に減少し続けなければならない．従って，クーロン摩擦モデルを適用すれば，

$$\mu = -\mu_0 \text{sign} \left(\frac{\dot{x} + R\dot{\theta}_1 \cos \theta_1}{\cos \phi} - R\dot{\theta}_1 \right) \quad (4.15)$$

となる．ここで，

$$\frac{\dot{x} + R\dot{\theta}_1 \cos \theta_1}{\cos \phi} - R\dot{\theta}_1 = 0 \quad (4.16)$$

は足裏の床面に対する転がり接触条件（ホロノミック拘束条件）を意味するものである．本論文における数値シミュレーションにおいては，式 (4.16) 周りでのチャタリング防止策として，次の平滑関数を導入する．

$$\mu = -\mu_0 \tanh \left(c \left(\frac{\dot{x} + R\dot{\theta}_1 \cos \theta_1}{\cos \phi} - R\dot{\theta}_1 \right) \right) \quad (4.17)$$

μ_0 は摩擦力の絶対値の最大値を決定する正の定数である．また， c は \tanh の切れ味を調整する正の定数である．

4.1.2 衝突方程式の導出

本モデルでは，斜面に対して法線方向には非弾性衝突するが，接線方向には拘束を受けないという仮定の下で，以下の式で定義される．

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}^+ = \mathbf{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}^- + \mathbf{J}_I(\mathbf{q})^T \lambda_I \quad (4.18)$$

$$\mathbf{J}_I(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}^+ = 0 \quad (4.19)$$

ここで， $\mathbf{J}_I(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{1 \times 4}$ の導出について解説する．遊脚が地面に衝突後，すぐに緩斜面に沿って滑る際の前脚の先端 (\bar{x}, \bar{z}) の速度拘束力は，以下の式で定義できる．

$$\dot{\bar{z}}^+ = -\dot{\bar{x}}^+ \tan \phi \quad (4.20)$$

ここで，前脚の先端の座標 (\bar{x}, \bar{z}) は以下の式で定まるため，

$$\begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + l \sin \theta_1 - (l - R) \sin \theta_2 - R \sin \phi \\ z + l \cos \theta_1 - (l - R) \cos \theta_2 - R \cos \phi \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

式 (4.21) を時間微分すると,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{z} \end{bmatrix}^+ = \begin{bmatrix} \dot{x}^+ + l\dot{\theta}_1^+ \cos \theta_1^- - (l-R)\dot{\theta}_2^+ \cos \theta_2^- \\ \dot{z}^+ - l\dot{\theta}_1^+ \sin \theta_1^- + (l-R)\dot{\theta}_2^+ \sin \theta_2^- \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

となり, 式 (4.22) を式 (4.20) に代入すると, 以下の式を得る.

$$-(\dot{x}^+ + l\dot{\theta}_1^+ \cos \theta_1^- - (l-R)\dot{\theta}_2^+ \cos \theta_2^-) \tan \phi = \dot{z}^+ - l\dot{\theta}_1^+ \sin \theta_1^- + (l-R)\dot{\theta}_2^+ \sin \theta_2^- \quad (4.23)$$

ここで, 式 (4.23) を一般化座標により整理すると

$$\mathbf{J}_I(\mathbf{q})^T = \begin{bmatrix} \tan \phi \\ 1 \\ l(\cos \theta_1^- \tan \phi - \sin \theta_1^-) \\ -(l-R)(\cos \theta_2^- \tan \phi - \sin \theta_2^-) \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

ラグランジュ未定乗数 $\lambda_I \in \mathbb{R}$ は式 (4.18), (4.19) から導出できる.

$$\lambda_I = -\mathbf{X}_I(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{J}_I(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}^- \quad (4.25)$$

ここで $\mathbf{X}_I(\mathbf{q})$ は, 下記の式の省略形となる

$$\mathbf{X}_I(\mathbf{q}) := \mathbf{J}_I(\mathbf{q}) \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{J}_I(\mathbf{q})^T$$

上式を 式 (4.19) に代入することにより, 次式が得られる.

$$\dot{\mathbf{q}}^+ = (\mathbf{I}_4 - \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{J}_I(\mathbf{q})^T \mathbf{X}_I(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{J}_I(\mathbf{q})) \dot{\mathbf{q}}^- \quad (4.26)$$

式 (4.26) の要素を用いて, 衝突直後に, 速度ベクトル $\dot{\mathbf{q}}^+$ は以下のように置き換える必要がある.

$$\dot{\mathbf{q}}^+ = \begin{bmatrix} \dot{x}^+ + l\dot{\theta}_1^+ \cos \theta_1^- - l\dot{\theta}_2^+ \cos \theta_2^- \\ \dot{z}^+ - l\dot{\theta}_1^+ \sin \theta_1^- + l\dot{\theta}_2^+ \sin \theta_2^- \\ \dot{\theta}_2^+ \\ \dot{\theta}_1^+ \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

また, 位置ベクトル \mathbf{q}^+ も同様に, 下記のように置き換える必要がある.

$$\mathbf{q}^+ = \begin{bmatrix} x^- + l \sin \theta_1^- - l \sin \theta_2^- \\ z^- + l \cos \theta_1^- - l \cos \theta_2^- \\ \theta_2^- \\ \theta_1^- \end{bmatrix}. \quad (4.28)$$

数値シミュレーションにおける, 遊脚の衝突検知には第2章と同様の条件を用いる. これらの運動方程式, 衝突方程式を MATLAB を用いてモデル化した詳細を図 4.2 に示す.

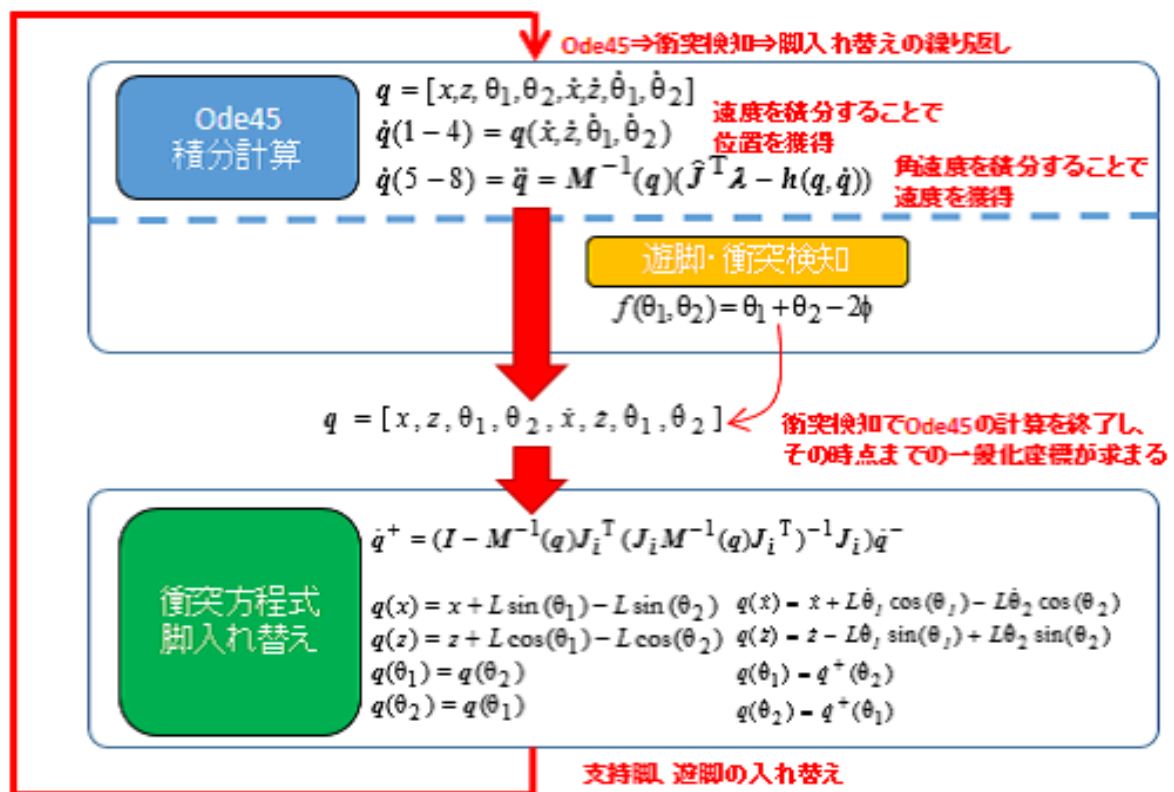
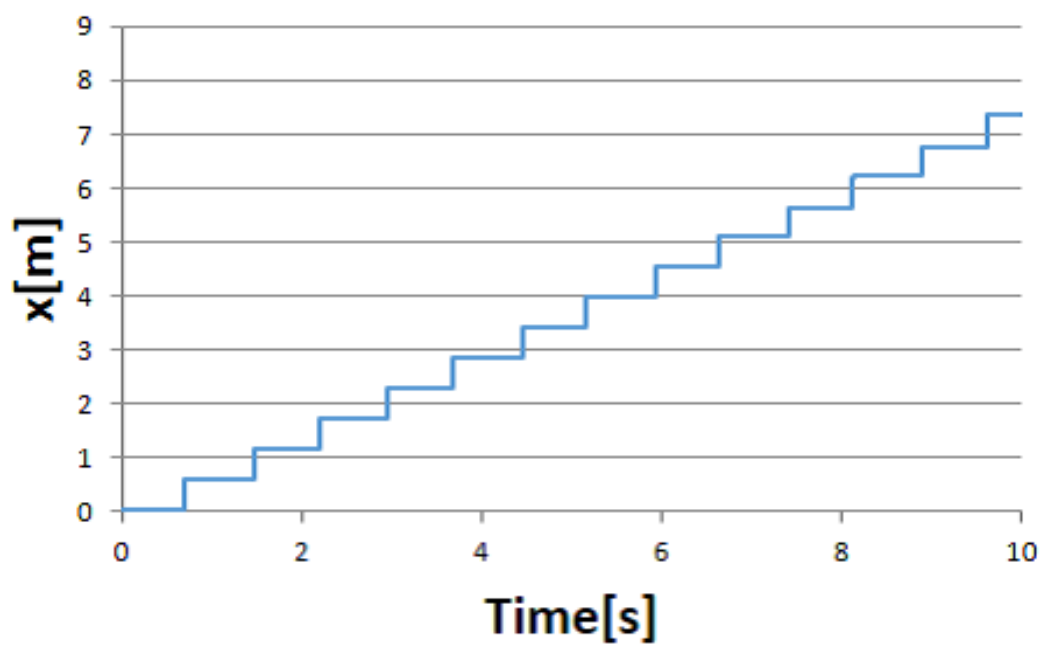
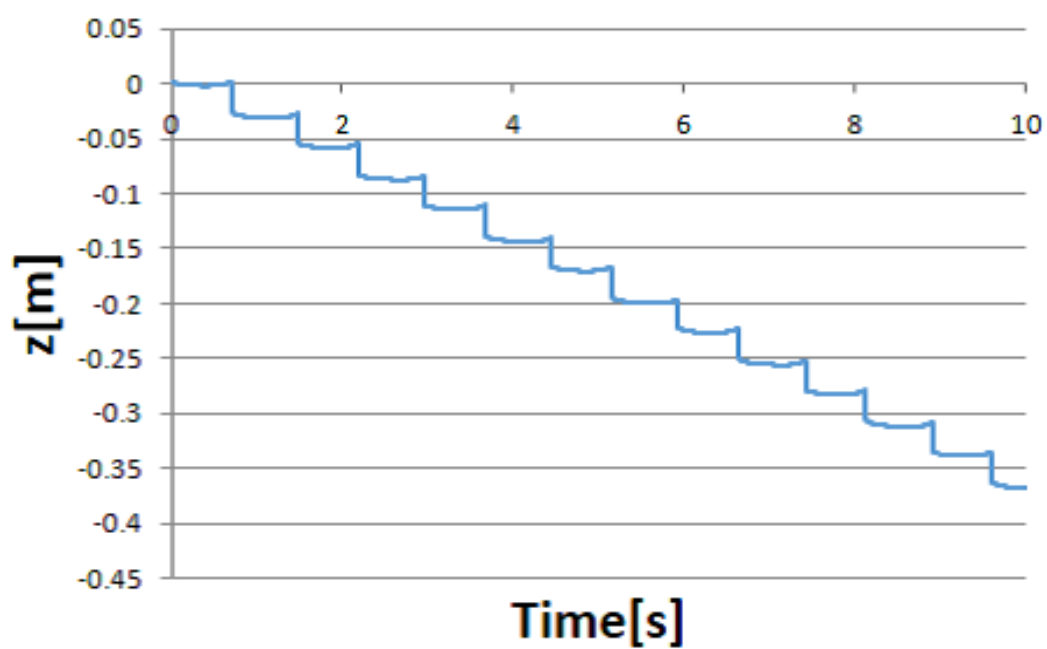


図 4.2: 半円足有り緩斜面上の滑り要素有りコンパス型2脚ロボット数値計算アルゴリズム

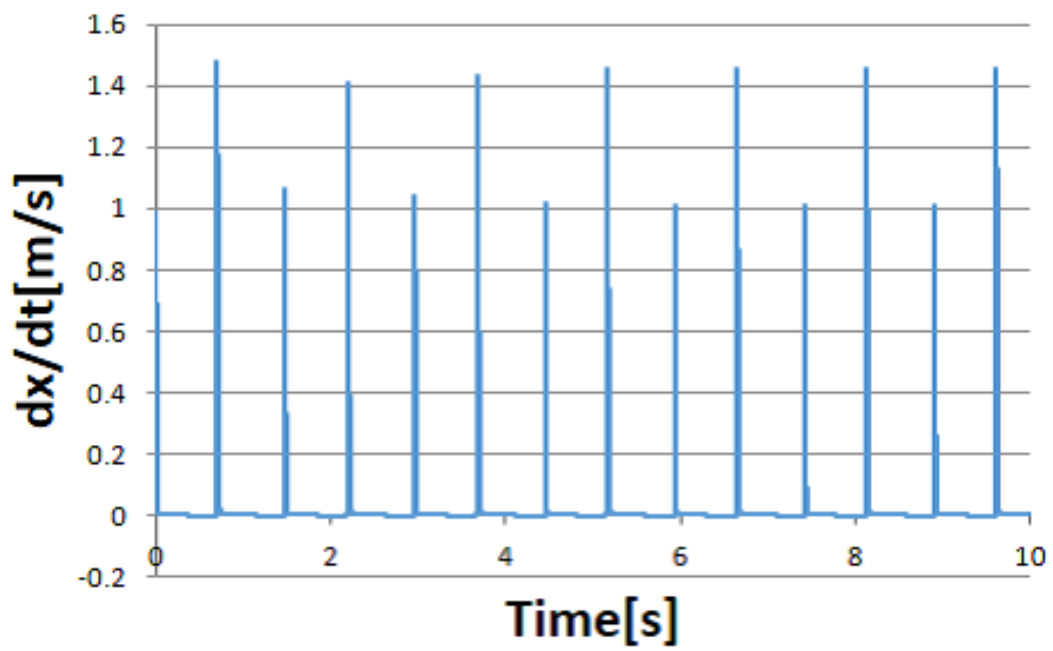


(a) 支持脚接地点 x 方向の移動距離

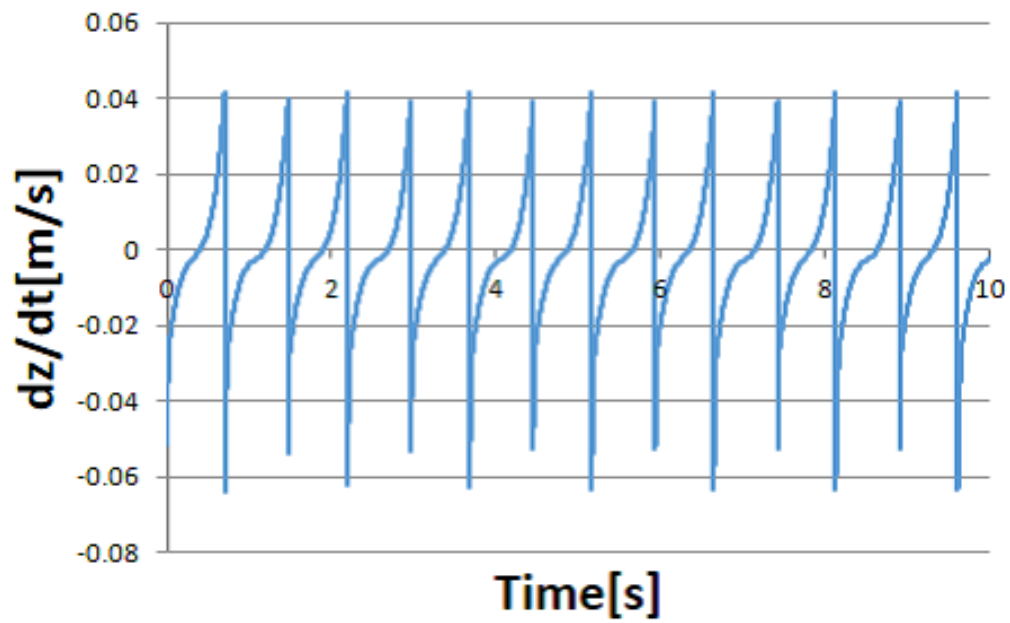


(b) 支持脚接地点 z 方向の移動距離

図 4.3: シミュレーション結果 1

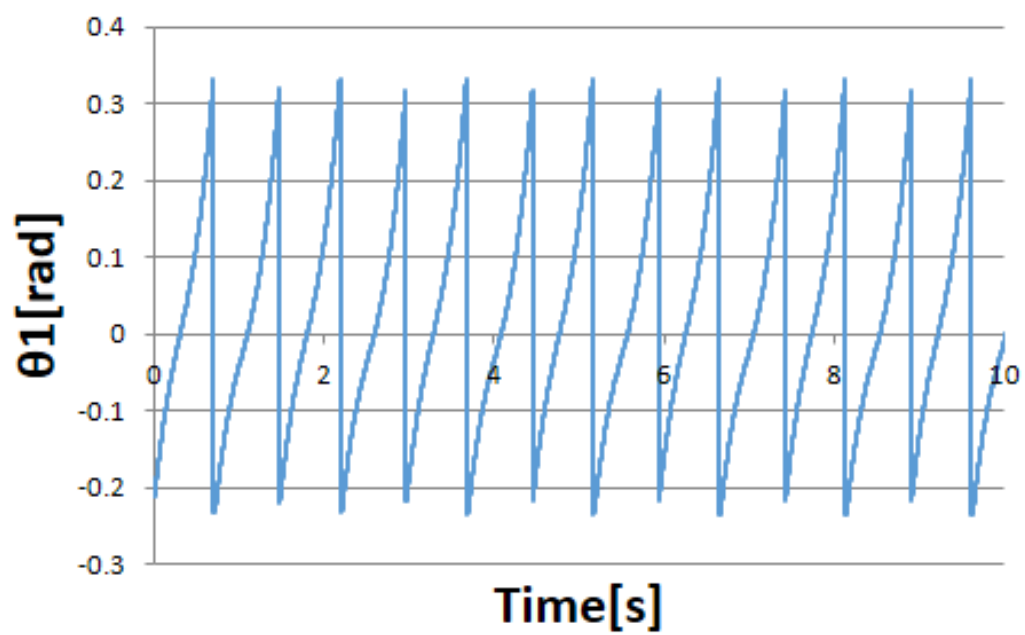


(a) 支持脚接地点 x 方向の時間微分

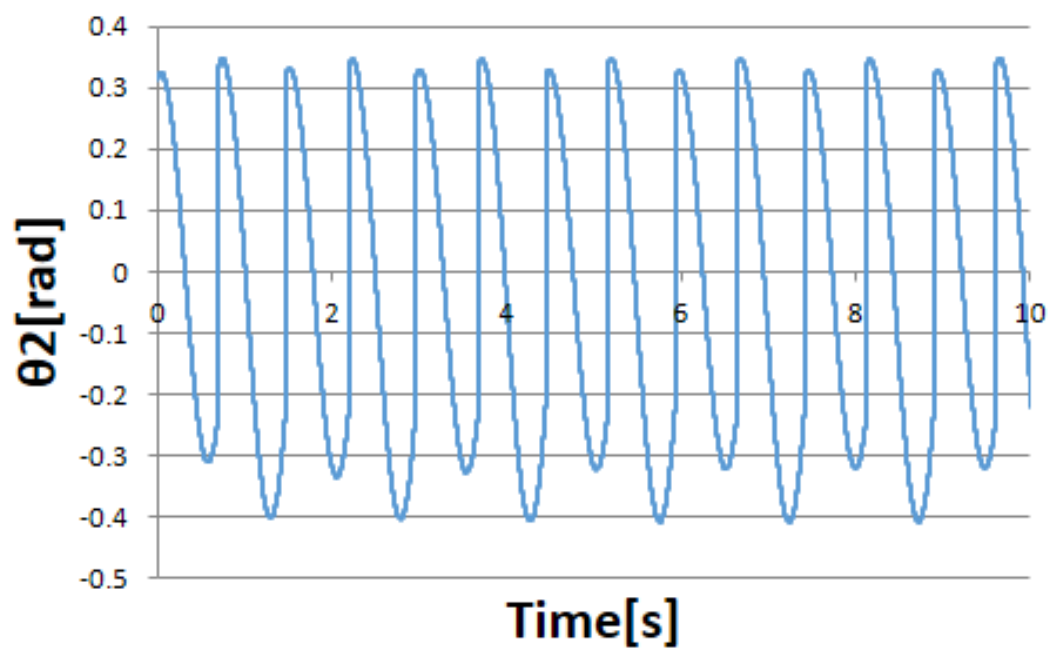


(b) 支持脚接地点 z 方向の時間微分

図 4.4: シミュレーション結果 2

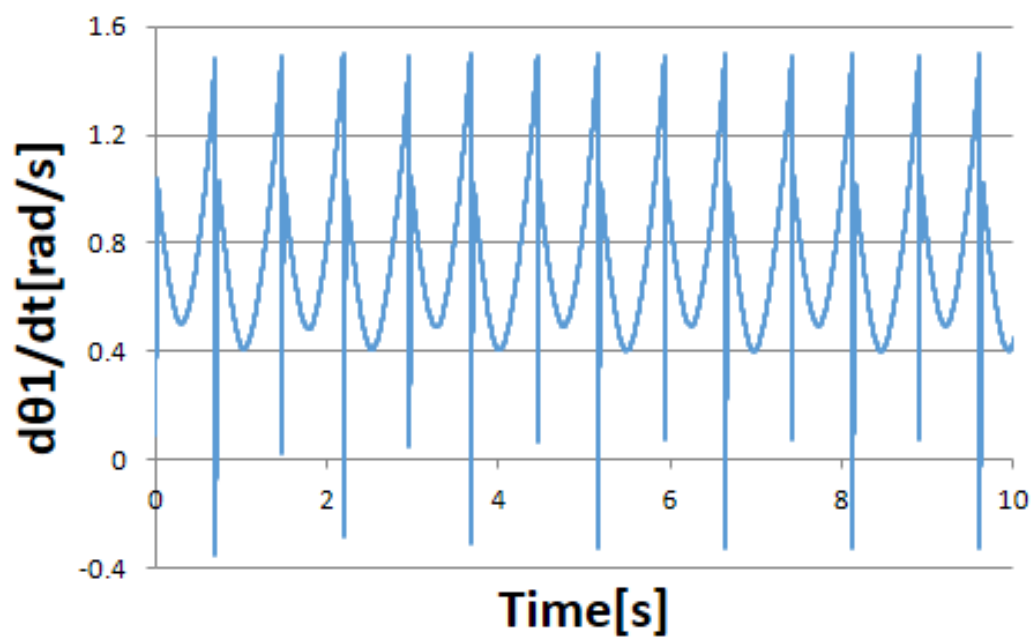


(a) 垂直方向に対する支持脚角度

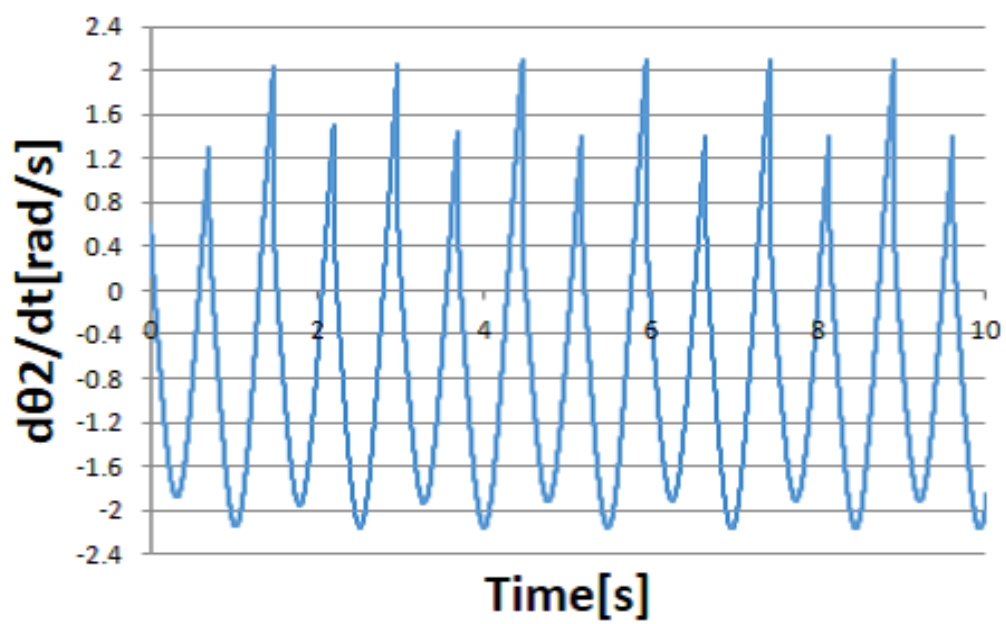


(b) 垂直方向に対する遊脚角度

図 4.5: シミュレーション結果 3

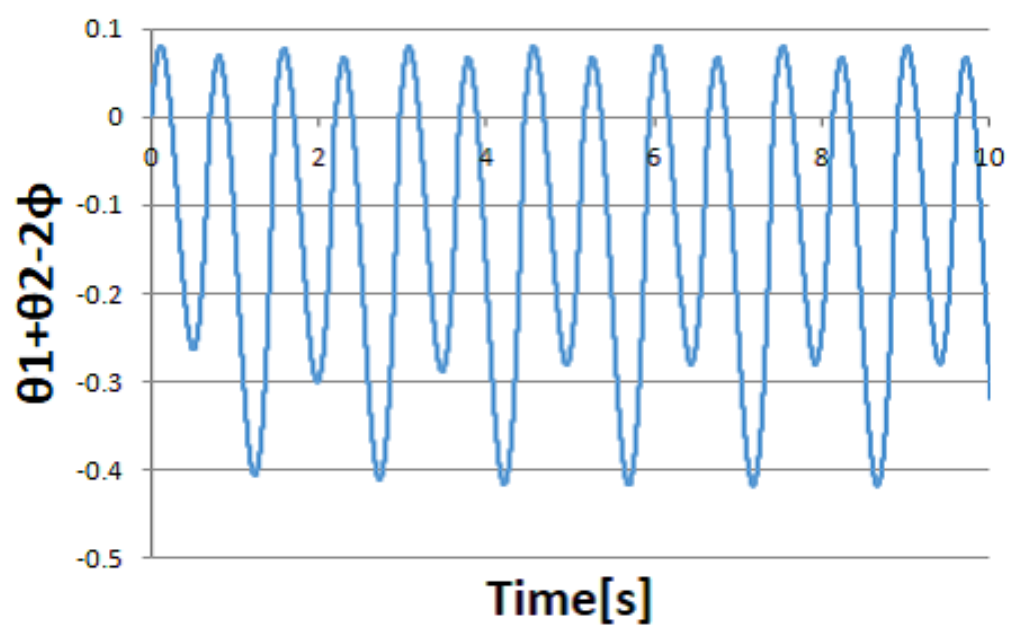


(a) 支持脚角速度

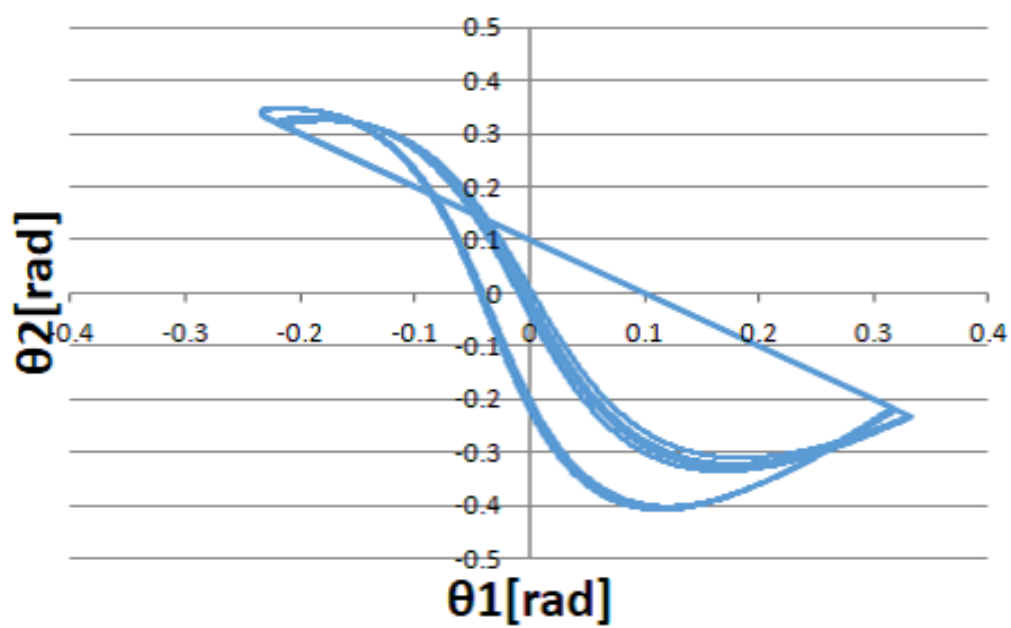


(b) 遊脚脚角速度

図 4.6: シミュレーション結果 4

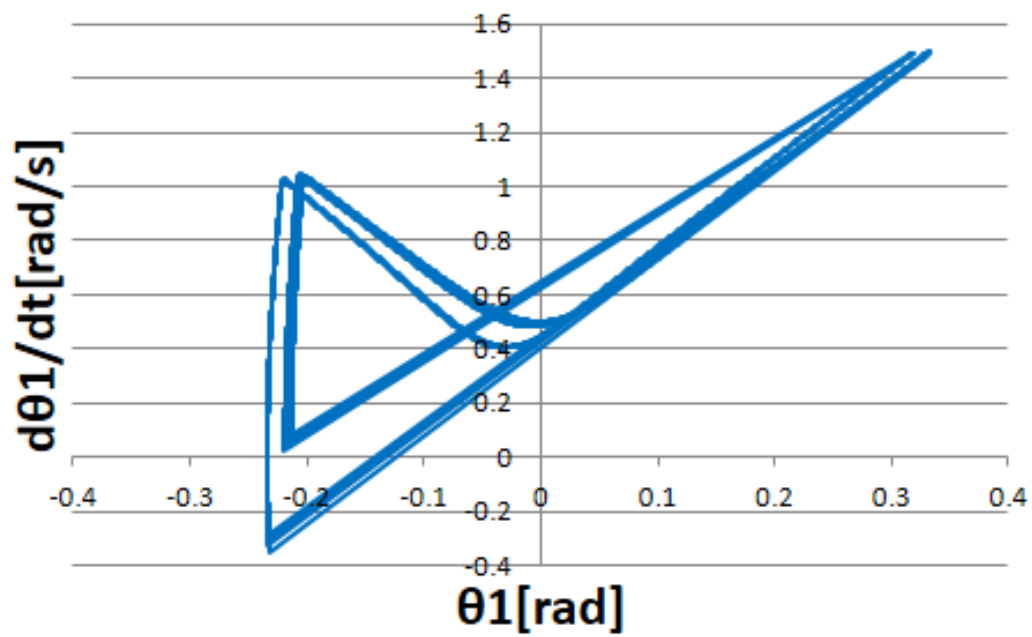


(a) $f(\theta_1, \theta_2)$ の時間変化

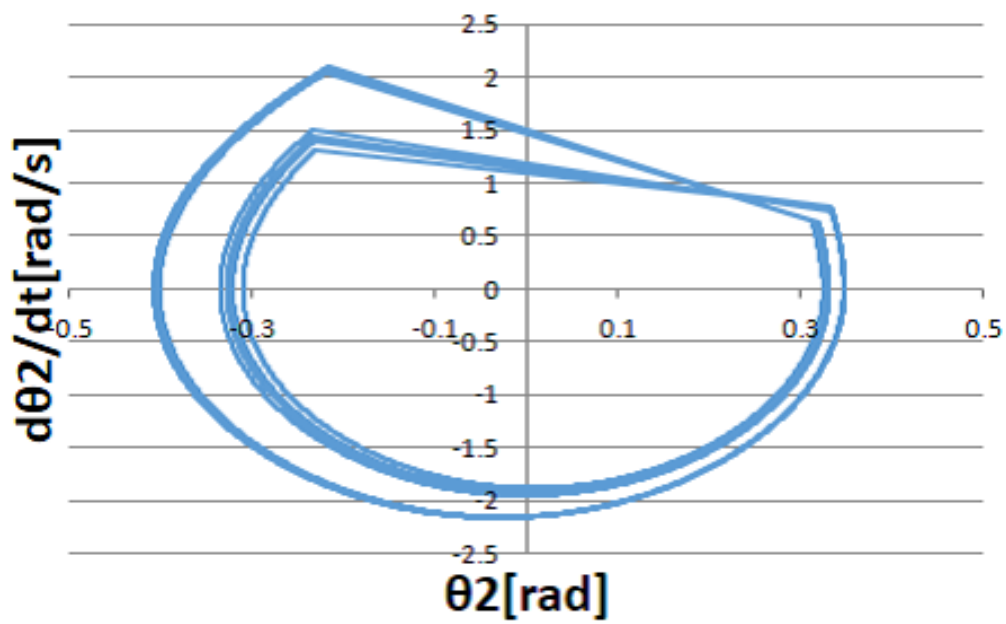


(b) 位相平面図：支持脚角度⇔遊脚角度

図 4.7: シミュレーション結果 5

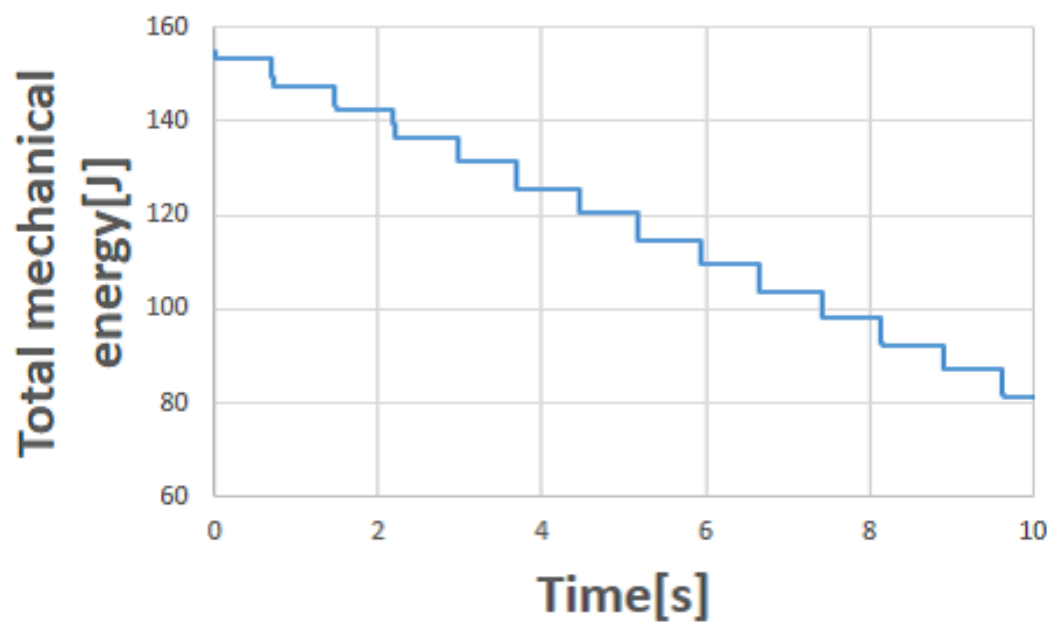


(a) 位相平面図：支持脚角度⇔支持脚角速度

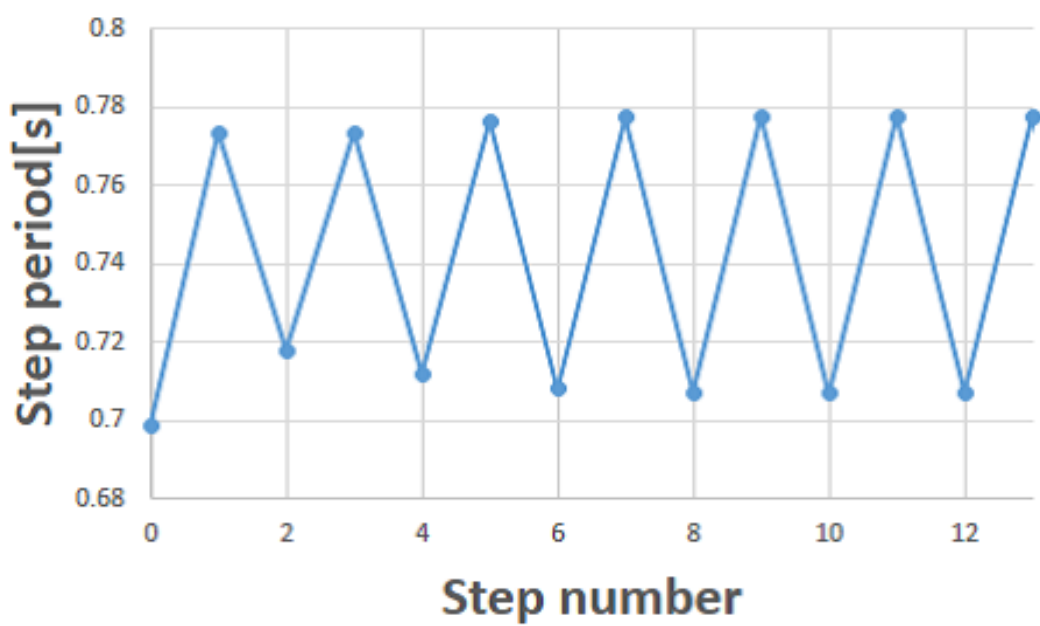


(b) 位相平面図：遊脚角度⇔遊脚角速度

図 4.8: シミュレーション結果 6

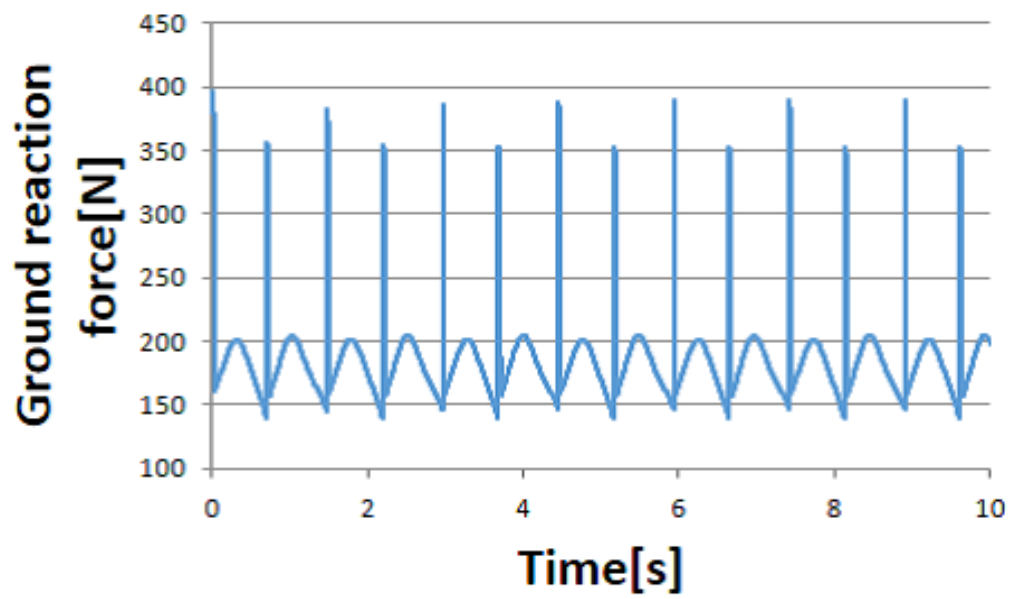


(a) 全力学的エネルギーの時間変化

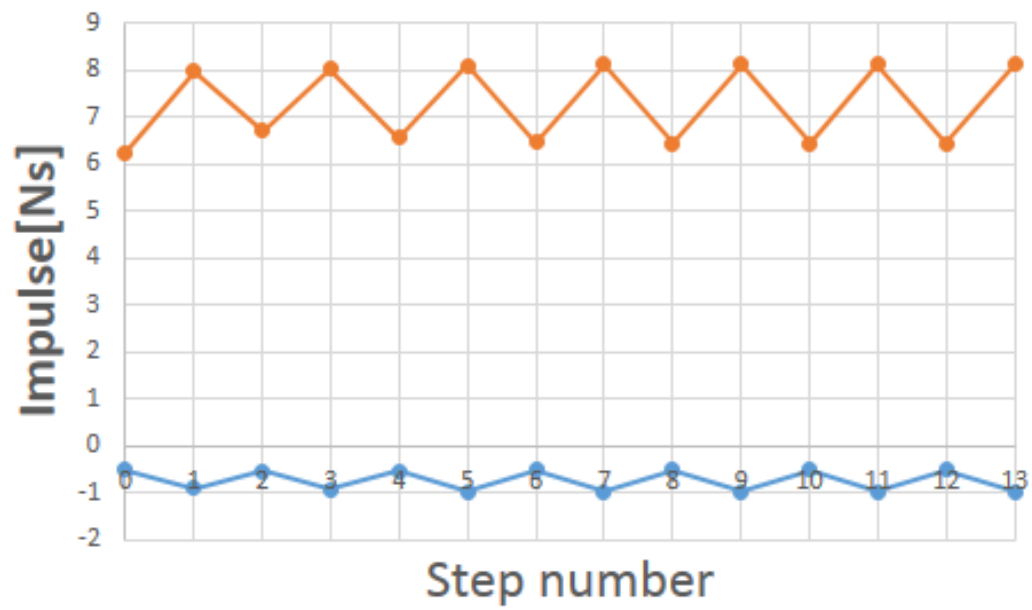


(b) 歩行周期

図 4.9: シミュレーション結果 7

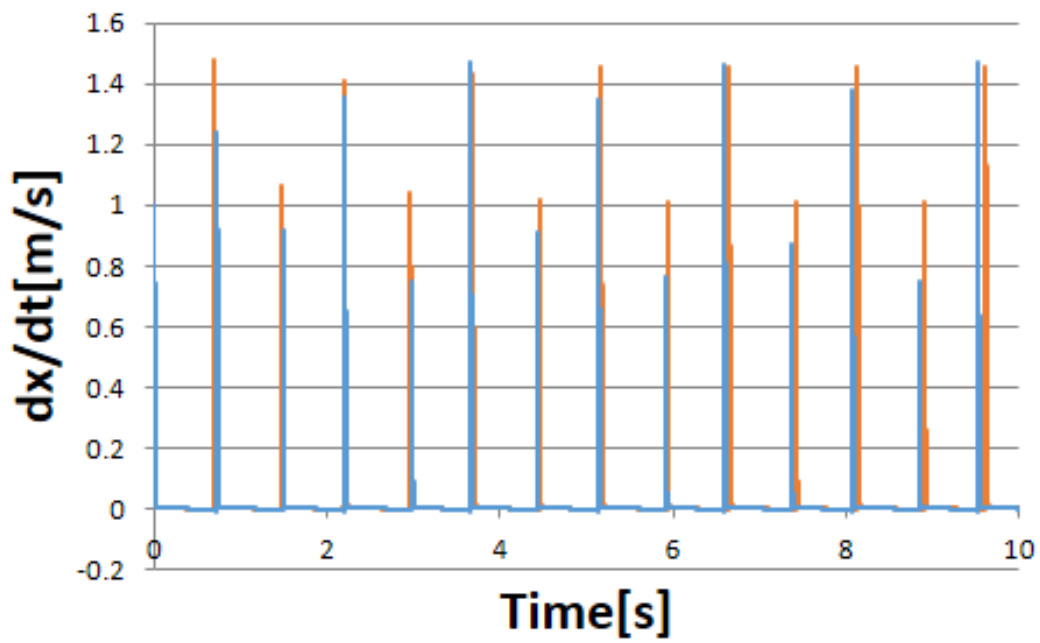


(a) 床反力の時間変化

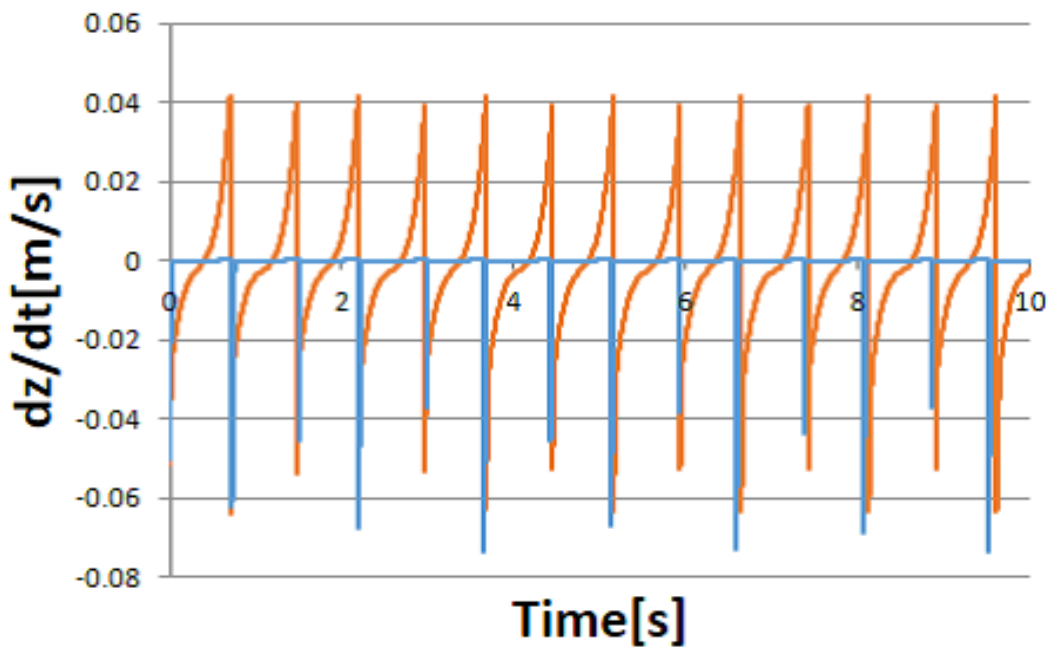


(b) $\lambda_{I1}, \lambda_{I2}$ の時間変化 blue: λ_{I2} orange: λ_{I1}

図 4.10: シミュレーション結果 8

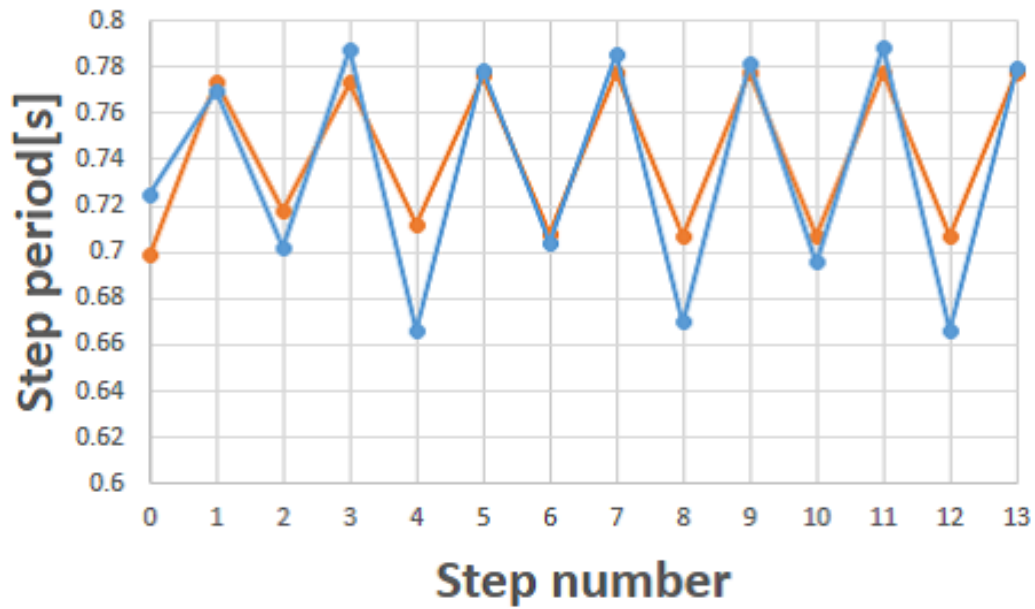


(a) 支持脚接地点 x 方向の時間微分 blue:半円足無 orange:半円足有

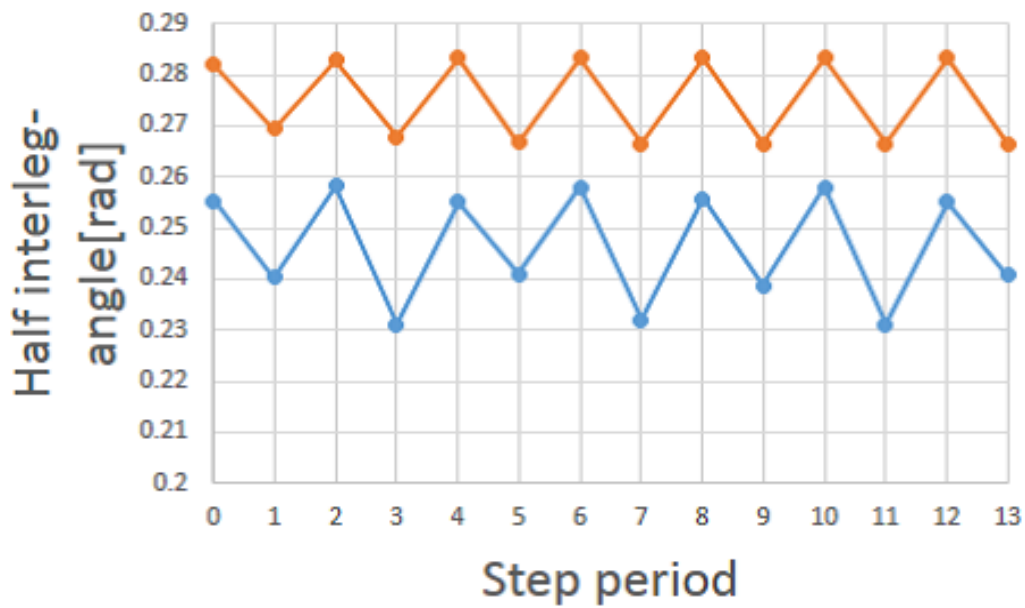


(b) 支持脚接地点 z 方向の時間微分 blue:半円足無 orange:半円足有

図 4.11: シミュレーション結果 9



(a) 半円足の有無による歩行周期の変化 blue:半円足無 orange:半円足有



(b) 半円足の有無による遊脚衝突時の股下角度の変化 blue:半円足無 orange:半円足有

図 4.12: シミュレーション結果 10

4.2 歩行解析

図 4.3～4.10 は滑り有り緩斜面上での、半円足をもつコンパス型 2 脚ロボットの受動歩行のシミュレーション結果である．ここで図 4.3 は支持脚先端位置，図 4.5 は脚リンクの角度，図 4.6 は脚リンクの角速度を示す．図 4.9 は全力学エネルギー，図 4.7 は関数 $f(\theta_1, \theta_2)$ の結果となる．シミュレーションで使用したシステムパラメータは表 4.1 の通りである．このロボットは，以下にあるような初期条件で受動歩行シミュレーションを実施する．

$$\mathbf{q}(0) = \begin{bmatrix} 11.8133 \\ -0.5871 \\ -0.2332 \\ 0.3333 \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{q}}(0) = \begin{bmatrix} 1.4577 \\ -0.0637 \\ -0.3301 \\ 0.7681 \end{bmatrix}$$

上記初期条件における状態は (0) 番目の衝突として，定義され，地面への遊脚の最初の衝突は第 (1) 番目の衝突として定義される．第 (0) 番目の衝突と第 (1) 番目の衝突の間の運動は，第 (0) 番目のステップとして定義する．

表 4.1: モデルパラメータ

m_H	10.0	kg	ϕ	0.05	rad
m	5.0	kg	μ_0	0.4	
a	0.5	m	c	100	
b	0.5	m	R	0.10	
$L (= a + b)$	1.0	m			

図 4.4 から，立脚の先端は衝突後すぐに前方へ滑るが，すぐに安定していることが分かる．また，脚先端の速度が衝突後すぐにゼロに近づき，その後で半円足の影響から x 座標は負の方向に， z 座標は正の方向に変化していることが分かる．図 4.9(a) はロボットの全力学エネルギーが立脚相に単調減少していることを示している．図 4.9(b) はロボットの歩行周期が，受動 2 脚ロボットが漸近的な安定歩行を生成しているが，多周期リミットサイクルになっていることが分かる．ここでコンパス型受動ロボットは，2 周期動作を示し，HZD の離散的動作は，漸近安定となることが分かる．

図 4.11～4.12 では，半円足の有無による歩行特性の比較を行った．基準として第 3 章でシミュレーション時に使用した設定（表 4.1 と同じ条件）に対して，半円足半径 $R=0.1[\text{m}]$ を付加した場合の結果となる．シミュレーション結果から，半円足を付加した場合，8 周期歩容から 2 周期歩容へ変化していることから，半円足を付加することにより，歩行が安定化していることが分かる．また，歩行可能な領域が $\mu_0=0.370$ まで拡大する結果となった．しかし，第 3 章での課題であった μ_0 が 0.532 以上での歩行については，実現できない結果となった．

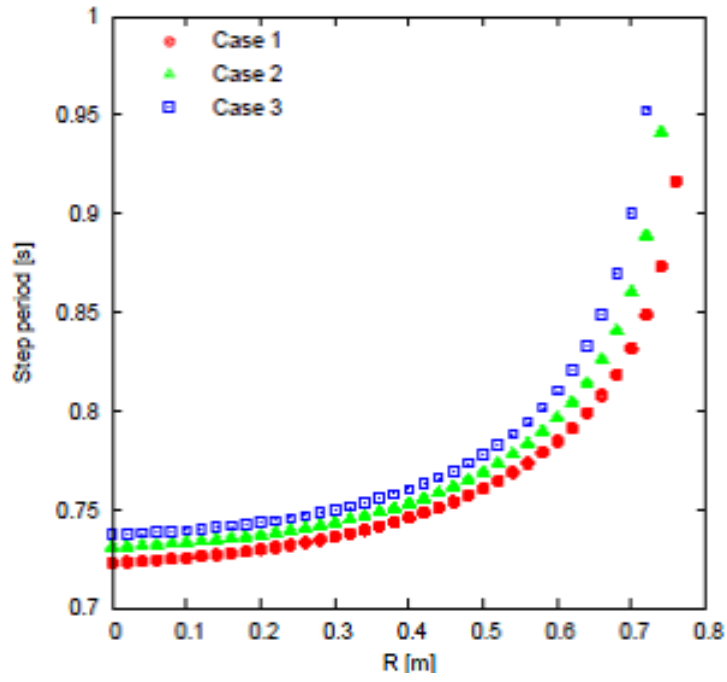
半円足に関する詳細な解析として、 ϕ と μ_0 を表 4.2 に示す値に設定して、半円足の半径に対する歩行特性の変化を解析した。各 ϕ に対する μ_0 の値は、 $R = 0$ [m] のときに 1 周期歩容が生成される値を参考に設定した。また、ロボットの物理パラメータは表 4.1 と同様の値を設定した。図 4.13～4.15 に解析結果を示す。図 4.13(b)4.14(a) より、半円足の半径の増加に伴い、歩行速度や歩幅が単調に増大していることが分かる。図 4.14(b)4.14(a) より、歩幅の増大は衝突時の股角度と滑り距離が同時に増大した結果であることが分かる。また、図 4.15(a) より、理論解析に従い、立脚相における消散エネルギーが常に負の値をとっていることも分かる。これらの歩行性能向上は、主に半円足を付加することによる衝突時の衝撃緩和効果に起因するものと考えられるが、立脚相における仮想的な足首関節トルクとしての作用も少なからず影響しているものと考えられる。今後、更なる解析を進めていく必要がある。

表 4.2: 歩行解析における μ_0 と ϕ の設定

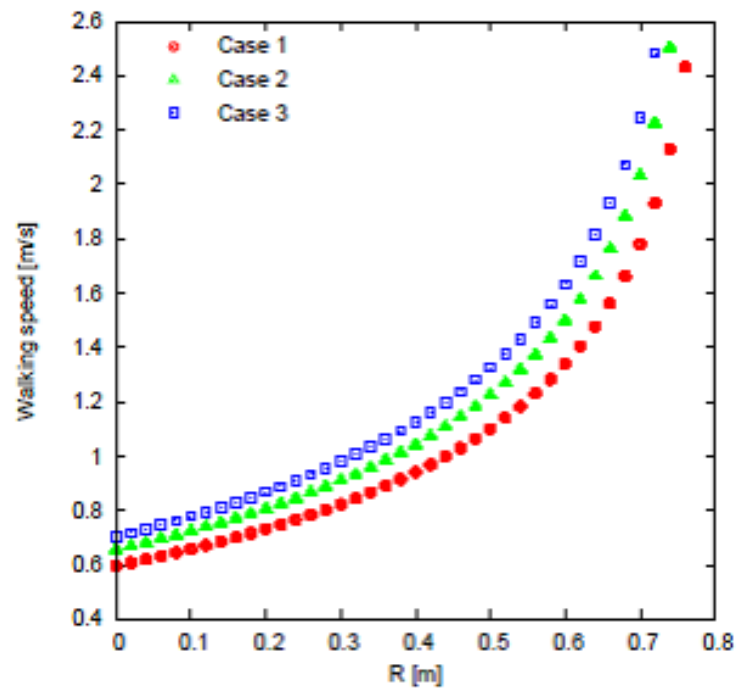
	$\mu_0[-]$	$\phi[\text{rad}]$
Case1	0.40	0.03
Case2	0.44	0.04
Case3	0.48	0.05

4.3 まとめ

本章では支持脚接地点の滑り接触を考慮した 3 自由度受動歩行における半円足の効果に関する基礎的考察を行った。歩行解析を通して、半円足無の歩行結果と比較すると、歩行が安定化することが分かった。また、足裏半径の増大に伴い周期倍分岐現象が抑制され、歩行が安定化する結果となった。第 3 章で解析した滑り要素有り緩斜面上のコンパス型受動 2 脚歩行と比較して、安定歩行生成の範囲が大きくなることが明らかになった。しかし、 μ_0 が 0.532 以上で歩行が不可能となる現象については、半円足の効果による改善ができない結果となった。安定歩行生成の範囲が大きくなることに関しては、半円足の効果によると考察されるが、 μ_0 が 0.532 以上で歩行ができない現象については、半円足の有無に関わらず摩擦モデルに起因する本質的な要因があると考察している。

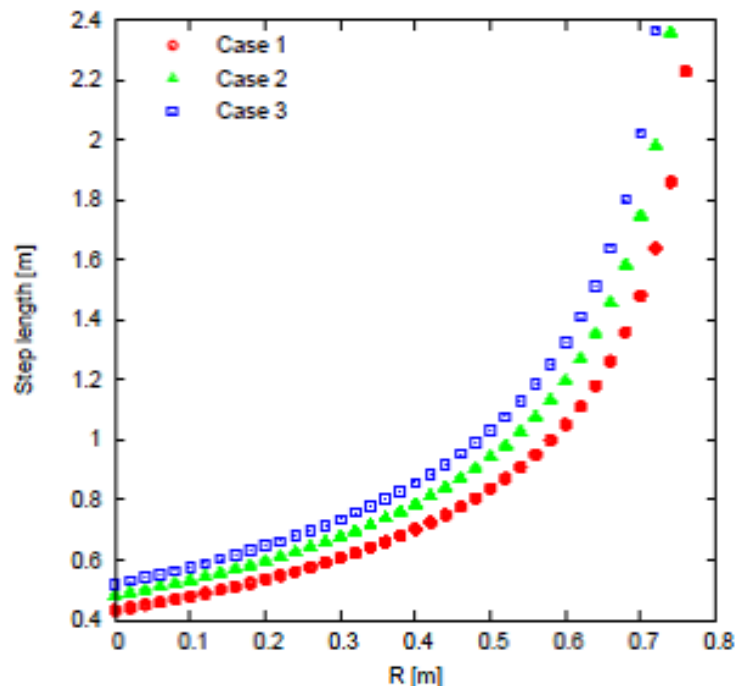


(a) 歩行周期

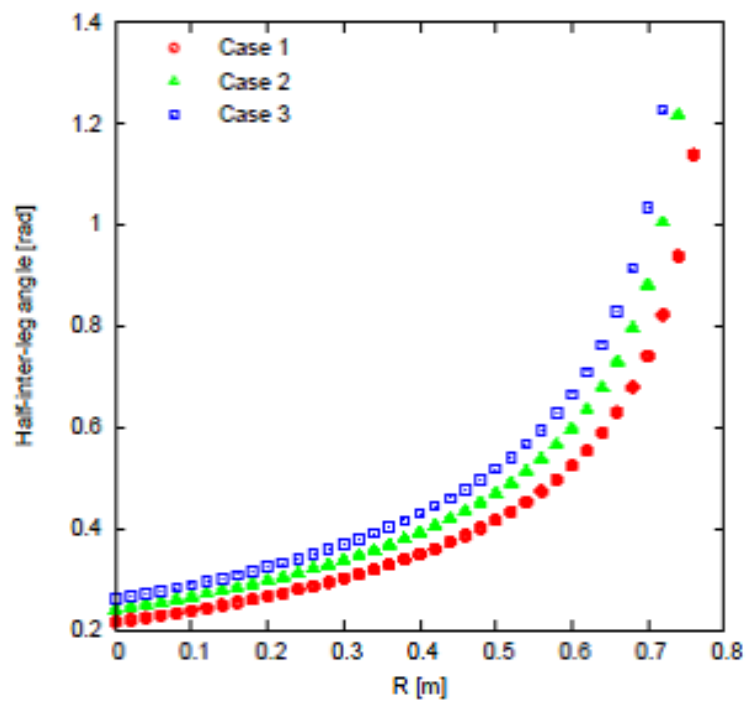


(b) 歩行速度

図 4.13: μ_0 に対する歩行特性の変化 1

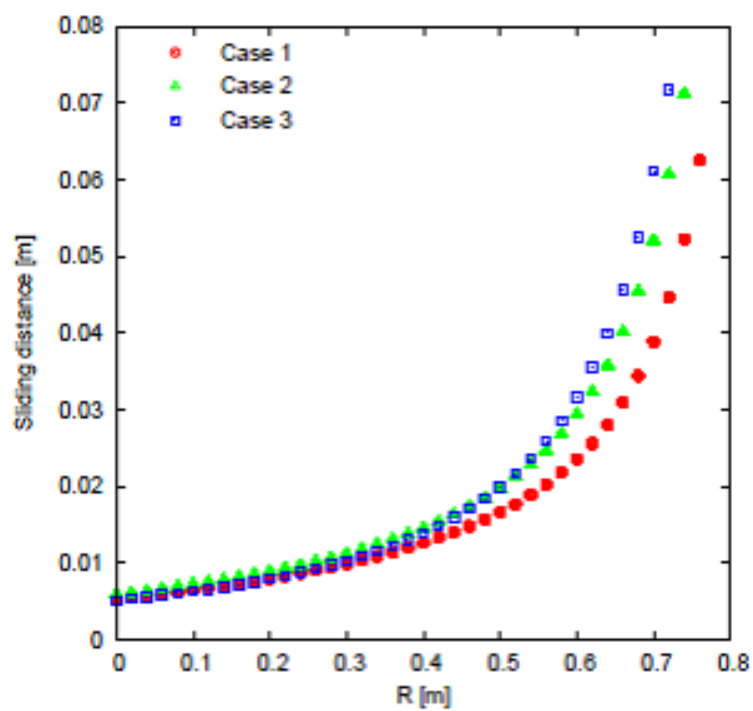


(a) 歩幅

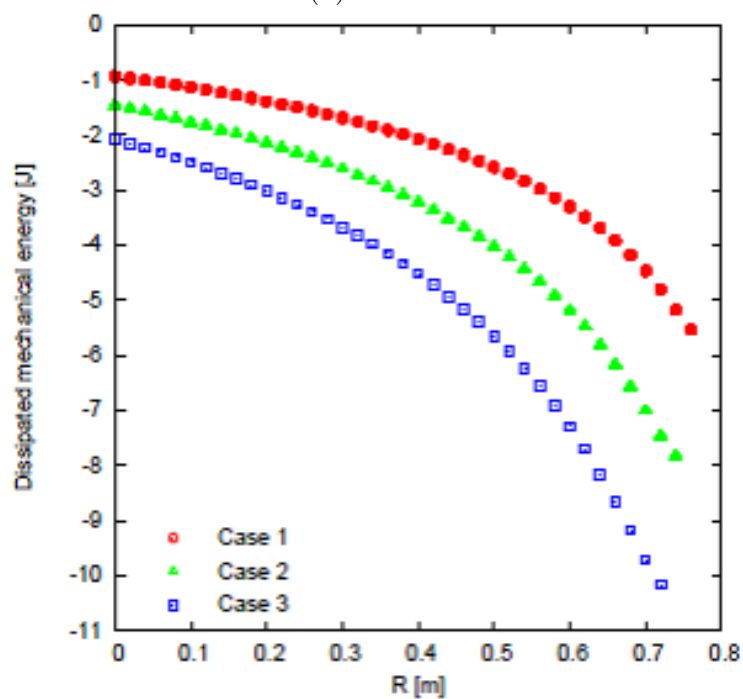


(b) 衝突時の股角度の半角

図 4.14: μ_0 に対する歩行特性の変化 2



(a) 滑り距離



(b) 消散エネルギー

図 4.15: μ_0 に対する歩行特性の変化 3

第5章 まとめと今後の課題

本論文では、コンパス型受動2脚歩行ロボットのモデリング、シミュレーション、および歩行解析を通して、主に以下の成果を得た。

1. 滑り要素が無い緩斜面上における安定歩行生成の条件、および特性の明確化
2. 滑り要素が有る緩斜面上における安定歩行生成の条件、および特性の明確化
3. 滑り要素が有る緩斜面上における非瞬間的な両脚支持動作の発生条件の特定
4. 脚先に半円足を付加したコンパス型受動2脚歩行モデルの滑り緩斜面上における特性変化の解析

本研究の一つの成果として、滑り要素有り緩斜面上における安定歩容生成の実現と条件を特定できたことが挙げられる。更には、安定歩容生成に必要な摩擦係数の範囲を数値解析を通して明らかにすることができた。しかしながら、本来歩行が可能であると考えられる摩擦係数 μ_0 が 0.532 以上で歩行が不可能となる事実も明らかになった。原因として遊脚接地時に滑り現象により支持脚の回転運動が後方に押し戻されるような作用が働いているためであろうという考察から、脚先に転がり拘束を実現する半円足を付加することにより、上記現象をキャンセルすることを試みた。数値シミュレーションを通して、半円足の力学効果により歩行性能が大幅に向上することを確認した。しかしながら、前述の μ_0 が 0.532 以上で歩行が不可能となる問題については、今回使用した脚先の摩擦モデルを使用する限りは解決することができなかった。低摩擦領域では支持脚が滑ることでポテンシャル・バリアを突破できずに後方へ倒れ込むことにより歩行が不可能となるが、高摩擦領域で歩行が不可能となる理由については十分に考察できていない。現時点では、クーロン摩擦のような単純なモデルを採用したことで、高摩擦領域に歩行を不可能にする不明瞭な現象が発生しているのではないかと考察している。より精度の高いシミュレーションを実現するためには、ルーグルモデルのような、摩擦の現象をより正確に表現するモデルが必要であろうと考えている。また、滑り接触を伴う半円足の力学効果はまだ基礎的考察の段階に留まっている。更なる半円足の効果と最適な足裏形状の設計論構築については今後の研究の課題である。

また、本研究のもう一つの成果は、支持脚接地点の滑り接触を伴うコンパス型2脚受動歩行運動、すなわち3自由度のコンパス型2脚受動歩行運動が実現可能であることを示したことである。McGeerの研究以来、コンパス型2脚ロボットの受動歩行運動は重力作用

のみを利用した2自由度の自由運動であり，これが究極的にリラックスした歩行運動であるという認識が浸透していた．これに対し本論文の第3章および第4章の解析結果は，支持脚の接地条件を更に緩和した，よりリラックスした受動歩行運動を示すものである．この結果は，受動歩行のモデリングにおける「支持脚接地点は斜面に対して滑らない」という不文律を見直し，新しい歩行モデル開発の契機となるものであると考える．滑り接触とグリップ効果を融合した新しい受動歩行解析を通して，自然な歩行運動の本質の理解が今後更に深まることを期待する．

謝辞

本研究にあたり，懇切丁寧かつ熱意のあるご指導を賜りました浅野文彦准教授に心より感謝いたします。ロボティクスの観点から鋭いご指摘を頂戴いたしました丁洛榮教授に深く感謝いたします。浅野文彦研究室のメンバーであり，討論・論文作成において貴重な意見・助言をいただいた菊地保公氏，肖軒氏，阿久津行裕氏，田村和希氏，寺田夕貴氏，藤本哲朗氏，板本拓也氏，福田豪氏に感謝いたします。

参考文献

- [1] 浅野文彦, 羅志偉, ”半円足の転がり効果を利用した劣駆動仮想受動歩行-(II) 性能解析と冗長モデルへの拡張-” 日本ロボット学会誌, Vol.25 ,No.4, pp.578-577, 2007.
- [2] F. Asano and Z.-W. Luo, “The effect of semicircular feet on energy dissipation by heel-strike in dynamic biped locomotion,” *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 3976–3981, 2007.
- [3] F. Asano: “Analytical solution to transition function of state error in 1-DOF semi-passive dynamic walking,” *Proc. of IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robotics and Systems*, pp. 3114-3119, 2013.
- [4] F. Asano: “Stability analysis method independent of numerical integration for limit cycle walking with constraint on impact posture” *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, 2014.
- [5] ペレド, A., (長尾眞, 佐藤理史 訳), 次のコンピュータ革命, 日経サイエンス, Vol.17, No.12, pp9–19, 日経サイエンス社, 1988.
- [6] 松本裕治, 黒橋禎夫, 妙木裕, 新保仁, 長尾眞, 利用者定義可能な日本語形態素解析システム JUMAN 使用説明書, 京都大学工学部長尾研究室, 1991.
- [7] F. Asano, M. Shibata and Y. Kikuchi, “Limit cycle walking on ice,” *Proc. of the IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp. 3132–3137, 2013.
- [8] F. Asano, Y. Kikuchi and M. Shibata, “Modeling, control and analysis of limit cycle walking on slippery road surface,” *Int. J. of Dynamics and Control*, Vol. 2, Iss. 4, pp. 463–473, 2014.
- [9] X. Xiao, Y. Kikuchi, F. Asano and T. Fujimoto, “Limit cycle walking of underactuated bipedal humanoid on slippery road surface,” *Proc. of the 14th IEEE-RAS Int. Conf. on Humanoid Robots*, pp. 622–627, 2014.
- [10] T. McGeer, “Passive dynamic walking,” *Int. J. of Robotics Research*, Vol. 9, No. 2, pp. 62–82, 1990.

- [11] M. J. Coleman, A. Chatterjee and A. Ruina, "Motions of a rimless spoked wheel: a simple three-dimensional system with impacts," *Dynamics and Stability of Systems*, Vol. 12, Iss. 3, pp. 139–159, 1997.
- [12] E. R. Westervelt, J. W. Grizzle, C. Chevallereau, J. H. Choi and B. Morris, *Feedback Control of Dynamic Bipedal Robot Locomotion*, CRC Press, 2007.
- [13] F. Asano, "Fully analytical solution to discrete behavior of hybrid zero dynamics in limit cycle walking with constraint on impact posture," *Multibody System Dynamics*, published as an online first view article. doi:10.1007/s11044-014-9445-4
- [14] A. Goswami, B. Thuilot and B. Espiau, "A study of the passive gait of a compass-like biped robot: symmetry and chaos," *Int. J. of Robotics Research*, Vol. 17, No. 12, pp. 1282–1301, 1998.
- [15] J.-M. Bourgeot, C. Canudas-de-Wit and B. Brogliato, "Impact shaping for double support walk: from the rocking block to the biped robot," *Proc. of the 8th Int. Conf. on Climbing and Walking Robots and the Support Technologies for Mobile Robots*, London, UK, pp. 509–516, 2005.
- [16] J. M. Font-Llagunes and J. Kövecses, "Dynamics and energetics of a class of bipedal walking systems," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 44, Iss. 11, pp. 1999–2019, 2009.
- [17] F. Asano and J. Kawamoto, "Modeling and analysis of passive viscoelastic-legged rimless wheel that generates measurable period of double-limb support," *Multibody System Dynamics*, Vol. 31, Iss. 2, pp. 111–126, 2014.
- [18] Y. Harata, F. Asano, Z.-W. Luo, K. Taji and Y. Uno: "Biped gait generation based on parametric excitation by knee-joint actuation" *Robotica*, Vol. 27, Iss. 7, pp. 1063–1073, 2009.
- [19] <http://www.wolfram.com/mathematica/>
- [20] <http://www.mathworks.co.jp/products/matlab/>