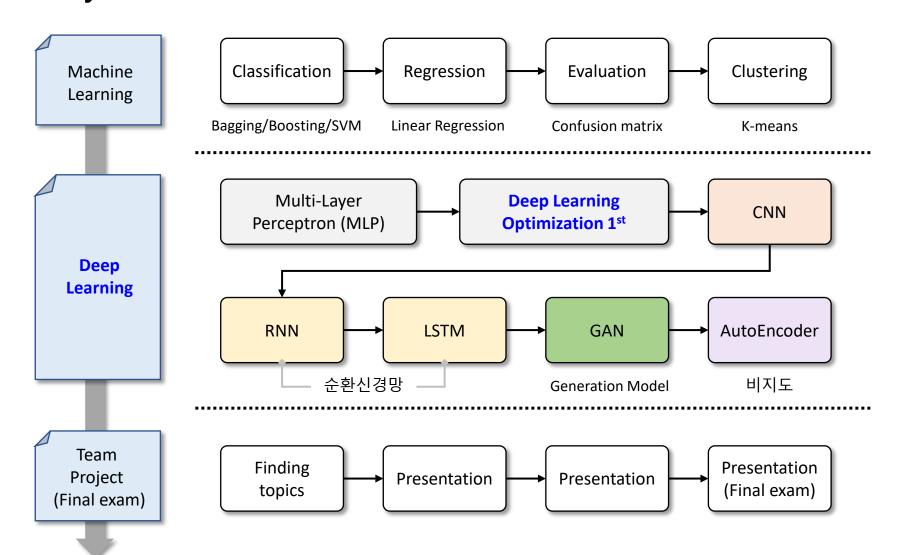




Machine Learning vs. Deep Learning

■Study Plan



CONTENTS

- Deep learning optimization
 - Loss function
 - Performance improvement

■ Loss function

- □개념
 - 지도학습 시 알고리즘이 예측한 값 (출력값)과 실제 정답의 차이를 비교하기 위한 함수
 - 학습 중에 알고리즘이 얼마나 잘못 예측하는지 그 정도를 확인하기 위한 함수

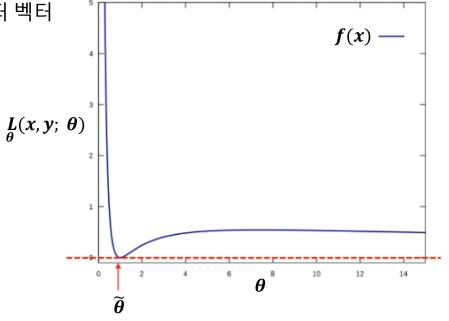
Loss Function = Cost function = Objective Function = Energy Function

- □특징
 - 출력값과 실제 정답이 일치할수록 <u>손실함수의 값은 작아</u>지고, 불일치할수록 <u>손실함수의 값은 커짐</u>
 - 손실 함수는 성능 척도 (Performance Measure)와는 다른 개념

■Loss function 의미

- □ Loss function의 수식
 - L: 손실 함수
 - argmin: arguments of minimum, 목적 함수를 최소화하는 입력값을 찾는 역할
 - x: 학습 데이터의 입력값, x 로 얻어낸 예측값 (\hat{y})은 정답 (y)과 비교하게 됨
 - y: 학습 데이터의 정답
 - θ : 알고리즘 학습 시 사용되는 모든 파라미터 벡터
 - $\widetilde{\boldsymbol{\theta}}$: 추정된 최적의 파라미터

$$\widetilde{\theta} = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} L(x, y; \theta)$$



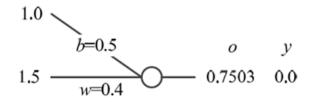
- ✓ 최적화: 매개변수 (가중치, Bias 등)를 조절하여 손실함수 값을 최저로 만드는 과정
- ✓ 대표적인 최적화 방법 -> 경사하강법

■ Loss function

- □ 평균 제곱 오차 (Mean Square Error, MSE)
 - 오차가 클수록 아래 e 값이 커짐 -> 좋지 않은 모델

$$e = \frac{1}{2} ||\mathbf{y} - \mathbf{o}||^2 = \frac{1}{2} (\mathbf{y} - \sigma(\mathbf{w}\mathbf{x} + \mathbf{b}))^2$$

- MSE가 목적함수로 부적절한 상황 (예시)
 - (좌) *e*=0.2815



$$= \frac{1}{2}(0.0 - 0.7503)^2 = 0.281475045$$

$$b=3.0$$
 0.9971 0.0

$$= \frac{1}{2}(0.0 - 0.9971)^2 = \mathbf{0.497104205}$$

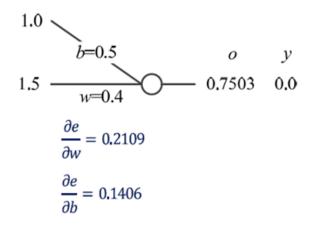
오차 값이 더 크므로 좋지 않은 모델

- □ 경사하강법 (Gradient Descent)
 - 손실함수 값을 최저로 만드는 대표적인 최적화 방법

$$e^2 = \frac{1}{2} ||\mathbf{y} - \mathbf{o}||^2 = \frac{1}{2} (\mathbf{y} - \sigma(wx + b))^2$$

$$\frac{\partial e}{\partial w} = -(y - o)x\sigma'(wx + b)$$

$$\frac{\partial e}{\partial b} = -(y - o)\sigma'(wx + b)$$



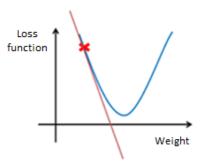
1.0
$$b=3.0 o y$$
1.5
$$\frac{\partial e}{\partial w} = 0.0043$$

$$\frac{\partial e}{\partial b} = 0.0029$$

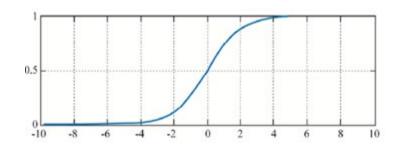
- ✓ Gradient를 계산해보면 왼쪽의 Gradient가 더 큼
- ✓ 더 많은 오류를 범한 상황이지만 MSE로 측정할 경우, 더 낮은 벌점을 받게 되는 상황

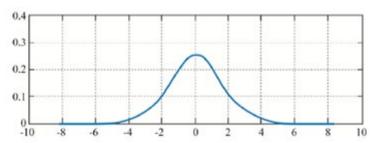
- □ 경사하강법 (Gradient Descent)
 - 손실함수 값을 최저로 만드는 대표적인 최적화 방법

$$\mathbf{e} = \frac{1}{2} \|\mathbf{y} - \mathbf{o}\|^2 = \frac{1}{2} (\mathbf{y} - \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{w}\mathbf{x} + \mathbf{b}))^2$$



- wx + b
 - 아래 그래프의 가로축의 값이 커지면 Gradient 가 작아짐

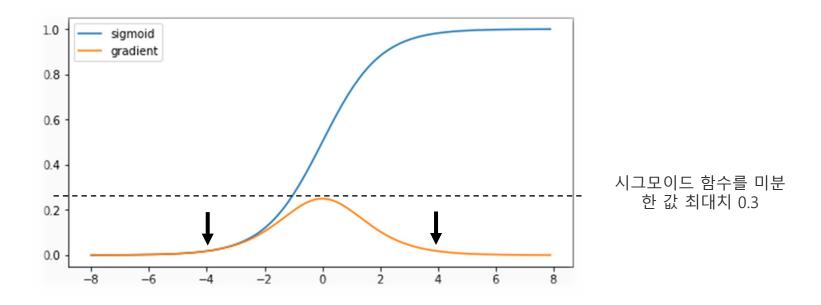




Sigmoid function

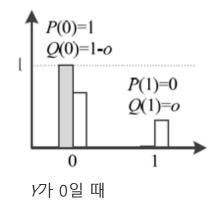
<u>도함수</u>

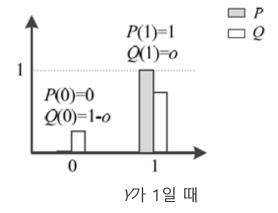
- □ 시그모이드 함수의 미분 최대치는 0.3, 즉, 1보다 작은 값
- □ 은닉층이 많아질수록 기울기는 점점 0에 가까워지게 됨



- □ 활성화 (activation)들이 [-4,4] 범위에 들어가지 않게 되면 전체 곱의 기울기는 소멸
- □ 시그모이드 함수를 대체할 수 있는 활성화 함수를 사용하려면 시그모이드 함수와 모양이 비슷하고 경사가 소실되지 않는 함수를 사용 -> ReLU 함수사용

- □ 교차 엔트로피 (Cross Entropy)
 - 레이블에 해당하는 y가 확률변수 (Class가 2개라고 가정하면 $y \in \{0,1\}$) / Binary-class classification
 - P는 정답 레이블의 확률 분포2, Q는 신경망 출력의 확률 분포
 - Y가 0과 1일 때의 P와 Q의 확률 분포





- P(0) = 1 y Q(0) = 1 o
- P(1) = y Q(1) = o
- 교차 엔트로피 수식 $H(P,Q) = -\sum_{y \in \{0,1\}} P(y) log_2 Q(y)$

■ Loss function

- □ 교차 엔트로피 목적함수 (Cross Entropy Loss Function)
 - 교차 엔트로피 수식

$$H(P,Q) = -\sum_{y \in \{0,1\}} P(y) log_2 Q(y)$$

• 교차 엔트로피 목적함수

$$e = -(ylog_2o + (1 - y)log_2(1 - o)), \quad 0$$
 (III), $e = \sigma(Z) \circ | \Box, Z = wx + b$

- y가 1, o가 0.98일 때 (예측이 잘된 경우)
 - 오류 $e = -(1 \log_2 0.98 + (1-1) \log_2 (1-0.98)) = 0.0291$ 로서 낮은 값 (**오차가 작은 값**)
- *y*가 1, *o*가 0.0001일 때 (예측이 엉터리인 경우)
 - 오류 $e = -(1 \log_2 0.0001 + (1-1) \log_2 (1-0.0001)) = 13.2877로서 높은 값 ($ **오차가 큰 값**)

■ Loss function

- □ 교차 엔트로피 목적함수 (Cross Entropy Loss Function)
 - 도함수 측정

$$\frac{\partial e}{\partial w} = -\left(\frac{y}{o} - \frac{1 - y}{1 - o}\right) \frac{\partial o}{\partial w}$$

$$= -\left(\frac{y}{o} - \frac{1 - y}{1 - o}\right) x \sigma'(z)$$

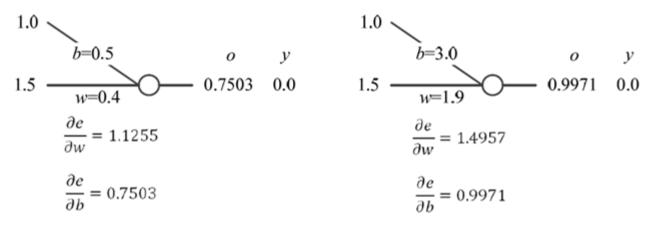
$$= -x\left(\frac{y}{o} - \frac{1 - y}{1 - o}\right) o(1 - o)$$

$$= x(o - y)$$

$$\frac{\partial e}{\partial w} = x(o - y)$$

$$\frac{\partial e}{\partial b} = (o - y)$$

• 그레이디언트를 계산해 보면, 오류가 더 큰 오른쪽에 더 큰 벌점 (그레이디언트) 부과



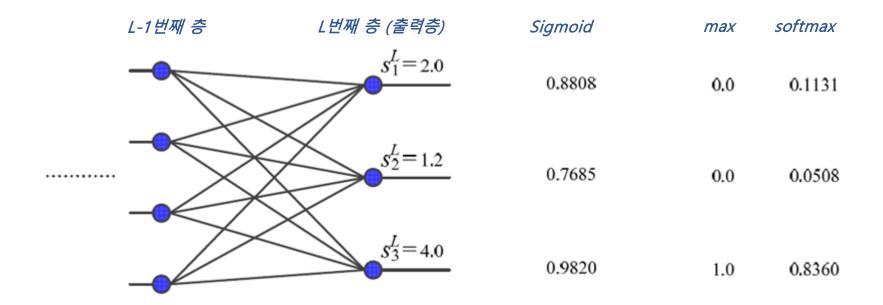
교차 엔트로피를 목적함수로 사용하여 느린 학습 문제를 해결

■ Loss function

□ Softmax

- \max 를 모방(출력 노드의 중간 계산 결과 s_i^L 에서 최댓값은 더욱 활성화하고 작은 값은 억제
- 모두 더하면 1이 되어 확률 모방

$$\boldsymbol{O_j} = \frac{\boldsymbol{e}^{S_j}}{\sum_{i=1,c} \boldsymbol{e}^{S_j}}$$



- □ 로그우도 목적함수 (Log Likelihood)
 - 출력층의 활성화함수로 softmax가 사용됐을 경우, 목적함수로 사용 / Multi-class classification
 - 모든 노드를 고려하는 평균 제곱 오차나 교차 엔트로피와는 달리, 정답에 해당하는 노드만 확인

$$e = -log_2o_y$$

- □ Softmax와 로그우도
 - Softmax는 최댓값이 아닌 값을 억제하여 0에 가깝게 만든다는 의도 내포
 - 학습 샘플이 알려주는 부류에 해당하는 노드만 보겠다는 로그우도와 잘 어울림
 - 따라서 둘을 결합하여 사용하는 경우가 많음

```
import numpy as np

y_pred = np.array([0.001, 0.9, 0.001, 0.098])

y_real = np.array([0, 0, 0, 1])

print(-np.log(0.098))
```

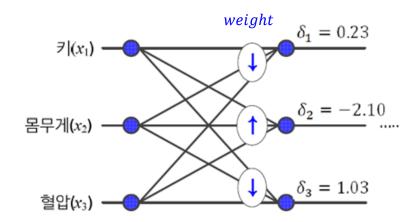
CONTENTS

Performance improvement

- Pre-processing
- Weight Initialization
- Gradient Descent & Momentum
- Adaptive Methods
- Epoch
- Batch Normalization
- Activation Function
- Stochastic Pooling

■딥러닝의 최적화 기법

- □ 데이터 셋 내 각 Feature의 규모 문제
 - 예) 건강에 관련된 데이터 (키(m),몸무게(kg),혈압)
 - 키: 1.885m와 1.525m는 **차이는 33cm**/ 특징값을 미터로 기준값 설정했을 때, **차이는 0.33**
 - 몸무게: 65.5kg과 45.0kg은 **20.5라는 차이**
 - 키와 몸무게 Feature 는 대략 62배의 규모 차이
 - $-\delta_{i}Z_{i}$ 가 gradient 이기 때문에 첫 번째 특징에 연결된 가중치는 두 번째 특징에 연결된 가중치에 비해 대략 62 배 느리게 학습됨



■딥러닝의 최적화 기법

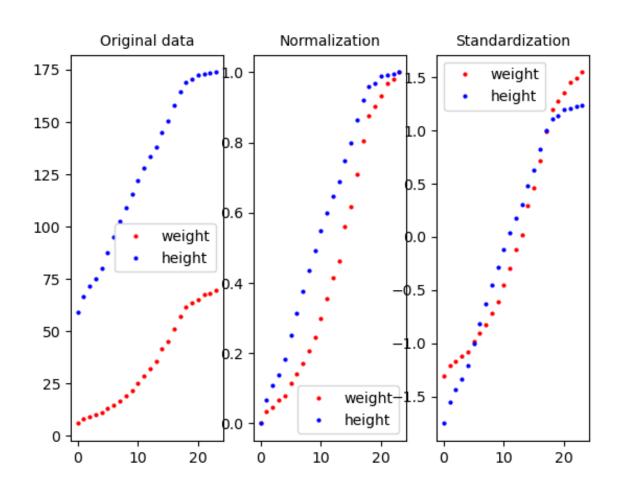
- 정규화 (Normalization)
 - 데이터 값들을 공통된 규정/규범의 간격에 맞게 변경
 - Min-Max 정규화
 - 데이터들을 0~1 사이의 공통 간격으로 재배치, 최대값=1, 최소값=0으로 설정

$$MinMax = \frac{data - data.min}{data.max - data.min}$$

- 표준화 (Standardization)
 - 데이터 값들을 공통된 근거나 기준인 척도를 변경
 - Z-score = 데이터를 데이터의 평균을 뺀 값을 표준편차로 나눔
 - 데이터 간격의 크기는 달라질 수 있어도, 데이터 간격의 의미는 달라지지 않음

$$Zscore = \frac{data - data.mean}{data.std}$$

■딥러닝의 최적화 기법



■딥러닝의 최적화 기법

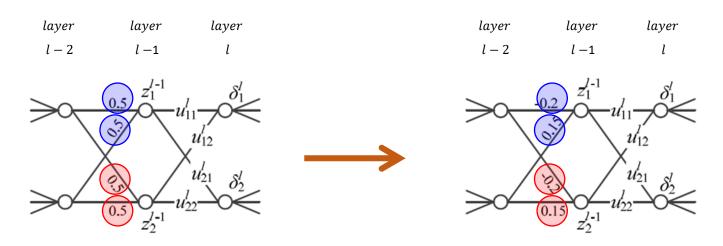
- □ 명칭값 (Norminal value) one-hot 코드로 변환
 - Norminal value 은 거리 개념이 없음
 - one-hot 코드는 값의 개수만큼 비트를 부여
 - Ex) 성별의 남(1)과 여(2), 체질의 태양인(1), 태음인(2), 소양인(3), 소음인(4)
 - 성별은 2비트, 체질은 4비트 부여

$$(1.755, 65.5, 122, 1, 3) \rightarrow (1.755, 65.5, 122, \underbrace{1, 0}_{\text{dg}}, \underbrace{0, 0, 1, 0}_{\text{MQ}})$$

■딥러닝의 최적화 기법

(2) 가중치 초기화

- □ 가중치의 초기값을 무엇으로 설정하느냐가 신경망 학습에 영향을 끼치게 됨
- □ 각 뉴런의 가중치를 기반으로 error를 결정하기 때문
- □ 정확한 모델을 얻기 위해 가장 작은 error가 도출되도록 해야함



- 대칭적 가중치에서는 Z_1^{l-1} 과 Z_2^{l-1} 가 같은 값이 됨
- $-\delta_i z_i$ 가 gradient 이기 때문에 u_{11}^l 과 u_{12}^l 이 같은 값으로 갱신됨
- 두 노드가 같은 일을 하는 중복성 발생하게 됨
- → <u>난수로 초기화</u>함으로써 대칭 파괴

■딥러닝의 최적화 기법

(2) 가중치 초기화 (실습 코드)

```
import numpy as np
import matplotlib.ptplot as plt
def sigmoid(x):
return 1/(1+np.exp(-x))
x = np.random.randn*1000, 100) # 1000개의 데이터
                   # 각 은닉층의 노드 수
node num = 100
hidden layer sioze = 5 # 은닉층이 5개
activations = {}# 이곳에 활성화값을 저장
for i in range(hidden layer size):
      if i !=0:
             x = activations[i-1]
      ## (1)
      w = np.random.randn(node num, node num) * 1
      ## (2) 가우시안 분포 N(0.0.01)
      w = np.random.randn(node_num, node_num) * 0.01
      ## (3) Xavier Initialization
      w = np.random.randn(node num, node num) / np.sqrt(node num)
      a = np.dot(x, w)
  z = sigmoid(a)
  activations[i] = z
```

```
for i, a in activations.items():
        plt.subplot(1, len(activations), i+1)
    plt.title(str(i+1) + '-layer')
    plt.hist(a.flatten(), 30, range(0,1))

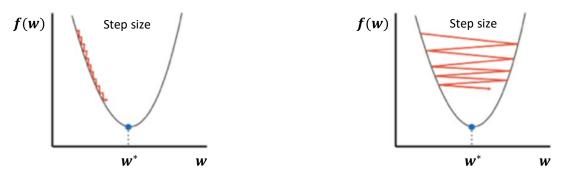
plt.show()
```

- ✓ 총 5개의 layer
- ✓ 각 layer의 neuron 수는 100개
- ✓ N(0,1)을 따르는 1,000개의 input data
- ✓ activation function: sigmoid
- ✓ activations 변수에 활성화값이 저장

■딥러닝의 최적화 기법

(3) Gradient Descent & Momentum (탄력, 가속도)

- □ Gradient Descent
 - 미분값 (기울기)이 최소가 되는 지점에 알맞은 가중치 매개변수를 찾아냄
 - 비용함수의 경사 반대방향으로 정의된 Step size에 따라 움직이면서 최적의 파라미터를 찾으려 함
 - 경사하강법에서는 학습 시 step size 중요

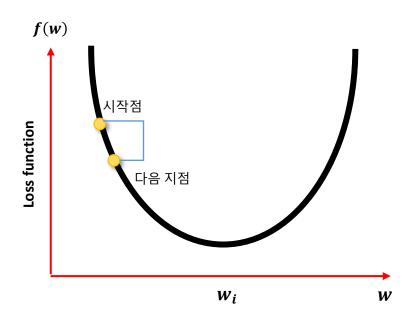


[Reference] https://velog.io/@arittung/DeepLearningStudyDay8

- 학습률 (step size) 이 너무 작을 경우
 - 알고리즘이 수렴하기 위해 반복해야 하는 값이 많으므로 학습시간이 오래 걸림
 - 지역 최소값(local minimum)에 수렴할 수 있음
- 학습률 (step size) 이 너무 클 경우
 - 학습 시간은 적게 걸림
 - step size 너무 커서 전역 최소값(global minimum)을 가로질러 반대편으로 건너뛰어 최소값에서 멀어질 수 있음

■딥러닝의 최적화 기법

- (3) Gradient Descent & Momentum (탄력, 가속도)
- □ Gradient Descent

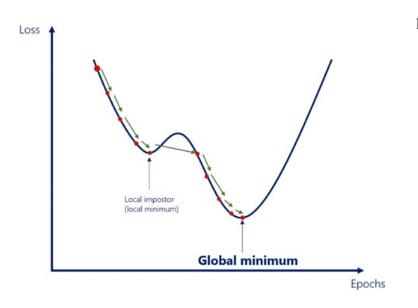


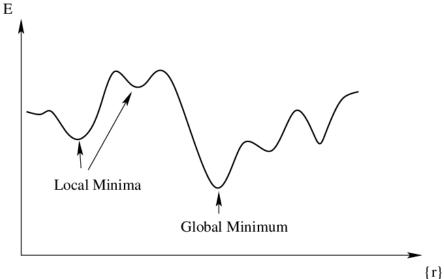
$$x_o=x_o-\etarac{\partial f}{\partial x_0}$$
 η : Step size (=learning rate) $rac{\partial f}{\partial x_0}$: 기울기

■딥러닝의 최적화 기법

(3) Gradient Descent & Momentum (탄력, 가속도)

- □ Gradient Descent
 - 경사하강법은 현재 위치에서 기울기를 사용하기 때문에 지역 최소값에 빠질 수 있음
 - 무작위 초기화 (random initialization)로 인해 알고리즘이 전역 최소값이 아닌 지역 최소값에 수렴할 수 있음.

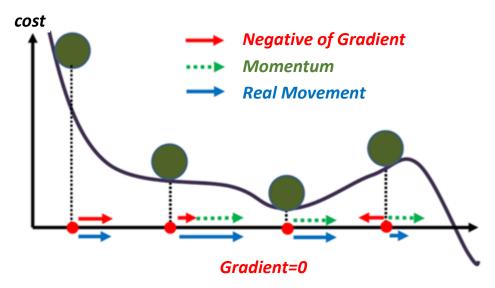




■딥러닝의 최적화 기법

(3) Gradient Descent & Momentum (탄력, 가속도)

- □ Momentum
 - 학습 방향이 바로 바뀌지 않고, 일정한 방향을 유지하려는 성질
 - 같은 방향의 학습이 진행된다면 가속을 가지며 더 빠른 학습을 기대할 수 있음
 - Movement = Negative of Gradient + Momentum
 - 기울기에 관성을 부과하여 작은 기울기는 쉽게 넘어갈 수 있도록 만들어 줌
 - 공의 관성을 이용하여 쉽게 넘어갈 수 있게 하여 지역 최소값을 탈출t
 - 모멘텀을 사용하지 않으면 기울기가 매우 작은 구간을 빠져나오는데 아주 오랜 시간이 걸림

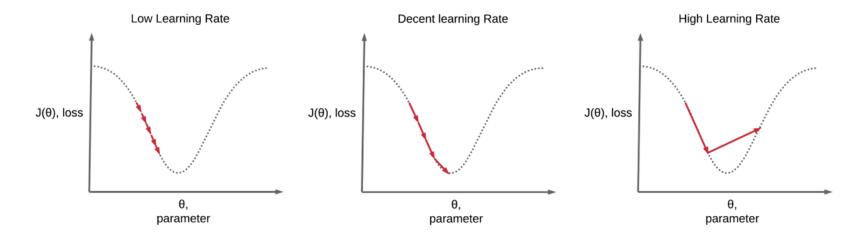


[Reference] https://velog.io/@arittung/DeepLearningStudyDay8

■딥러닝의 최적화 기법

(4) 적응적 학습률 (Adaptive Methods)

- □ 학습률 (step size) (Momentum) 의 중요성
 - 학습률이 너무 작으면 학습에 많은 시간이 소요
 - 학습률이 너무 크면 진동할 가능성이 높음 (오버슈팅에 따른 진자 현상)



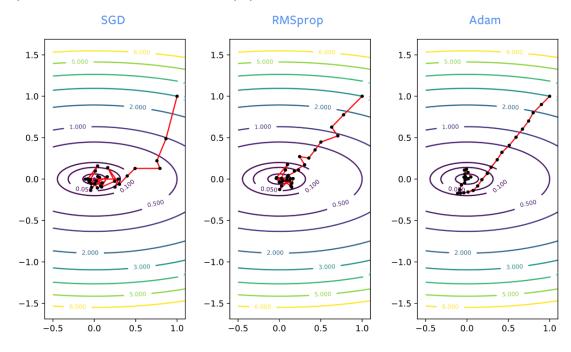
□ 적응적 학습률

- Momentum는 질량(m) * 속도(v)
- 신경망에서는 질량을 1로 가정하여 속도만 나타냄
- 적응적 학습률은 매개변수마다 자신의 상황에 따라 학습률을 조절해 사용

■딥러닝의 최적화 기법

(4) 적응적 학습률 (Adaptive Methods)

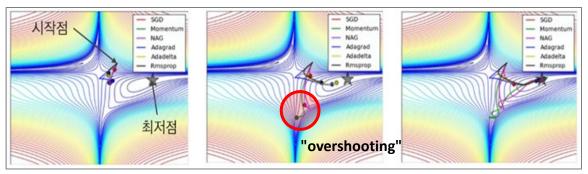
- □ 적응적 학습률
 - SGD: 네트워크 상 모든 개별 가중치는 동일한 학습률 사용
 - Adagrad: 이전 gradient 를 누적한 정보 벡터 r를 이용, 이전 gradient 누적값이 크면, 다음에는 파라미터가 조금만 이동하고, 반대로 누적값이 작으면 많이 이동
 - RMSprop: 이전 gradient를 누적할 때 오래된 것의 영향을 지수적으로 줄이기 위해 가중 이동평균 기법을 사용하여 Adagrad를 개선한 기법
 - Adam: RMSProp에 모멘텀을 적용하여 RMSprp를 개선한 기법, 가장 일반적으로 사용되는 기법

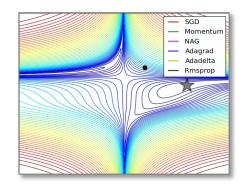


■딥러닝의 최적화 기법

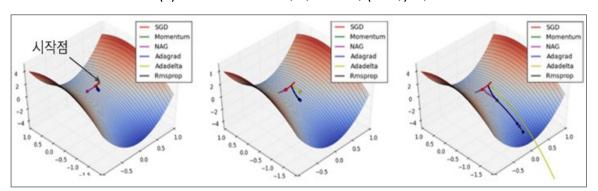
(4) 적응적 학습률 (Adaptive Methods)

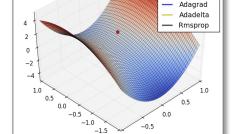
- □ SGD: 대칭을 깨는데 매우 어려움을 겪고 상단에 고정
- □ RMSprop: 안장 방향에서 매우 낮은 기울기, RMSprop 업데이트의 분모 항으로 인해 이 방향을 따라 효과적인 학습 속도가 증가





(a) 중앙으로 급강하하는 절벽 (협곡) 지형





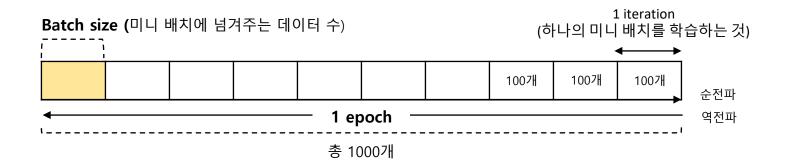
SGDMomentum

(b) 중앙 부근에 안장점이 saddle point 있는 지형

■딥러닝의 최적화 기법

(5) Epoch (에포크)

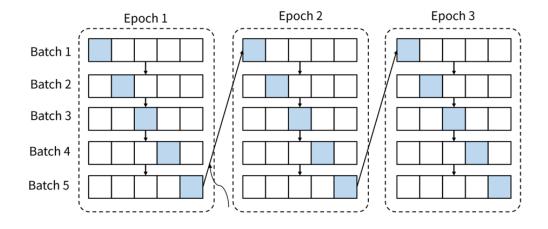
- □ 훈련 데이터 셋에 포함된 모든 데이터들이 한 번씩 모델을 통과한 횟수
- □ 학습데이터 전체를 한번 학습하는 것
- □ 1 epoch
 - 전체 학습 데이터 셋이 한 신경망에 적용되어 순전파와 역전파를 통해 신경망을 한 번 통과했다는 의미
 - 10 epoch 은 동일한 학습 데이터 셋을 10회 모델에 학습시켰다는 의미
- □ epoch 값이 높을수록 다양한 무작위 가중치로 학습하였다는 의미
- □ 지나치게 epoch이 올라가면 학습 데이터 셋에 대한 과적합 발생



■딥러닝의 최적화 기법

(5) Epoch (에포크)

- □ Batch size
 - Batch는 단일 반복에서 기울기를 계산하는데 사용하는 data의 총 개수, Gradient를 구하는 단위
 - 연산 한번에 들어가는 데이터 크기
 - mini Batch: 1 Batch size에 해당하는 데이터 셋

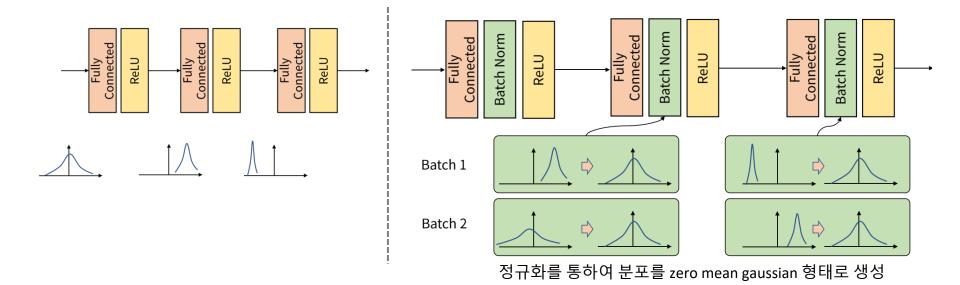


- 배치 사이즈가 너무 큰 경우
 - ✓ 한번에 처리해야 할 데이터의 양이 많음
 - ✓ 학습 속도가 느려지고, 메모리 부족 문제가 발생 가능
- 배치 사이즈가 너무 작은 경우
 - ✓ 적은 데이터를 대상으로 가중치를 업데이트하고 이 업데이트가 자주 발생하므로 훈련이 불안정

■딥러닝의 최적화 기법

(6) Batch Normalization

- □ Internal Covariate Shift 현상 (내부 공변량 이동)
 - Batch 단위로 학습을 하게 되면 발생하는 문제점
 - 학습 과정에서 계층 별로 입력의 데이터 분포가 달라지는 현상
 - 한 레이어 마다 입력과 출력을 가지고 있는데 이 레이어들끼리 covariate shift가 발생
 - 레이어가 깊어질 수록 분포 형태가 더 변화가 심함 → Batch Normalization을 이용

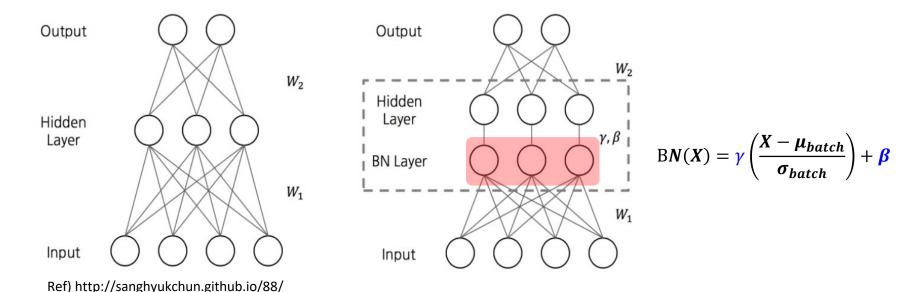


[Reference] https://gaussian37.github.io/dl-concept-batchnorm/

■딥러닝의 최적화 기법

(6) Batch Normalization

- □ 학습 과정에서 각 배치 단위 별로 데이터가 다양한 분포를 가지더라도 각 배치별로 평균과 분산을 이용해 정규화하는 과정
- □ Batch마다 입력값의 범위를 스케일링하는 과정
- □ 장점
 - 데이터 Scale 통일: 모든 Layer의 Feature가 동일한 Scale이 되도록 함
 - **활성화 함수 맞춤형 분포 변화**: 추가적인 스케일링(γ)과 편향(β)을 학습함으로써 활성화 함수 종류에 맞게 적합한 분포로 변환 가능



■딥러닝의 최적화 기법

(6) Batch Normalization

- 🗆 배치 정규화의 장점
 - 학습률을 높게 설정할 수 있어서 학습 속도가 개선됨
 - 과적합 (Overfitting) 억제 / 기울기 소실 (Gradient vanishing) 방지
- □ 배치 정규화 알고리즘 (수식적인 접근)

Mini-batch 평균
$$\mu_B \leftarrow \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

• 미니배치 $B = x_1, x_2, ..., x_n$ 을 평균이 0, 분산이 1인 표준정규분포를 따르는 $\hat{B} = \widehat{x_1}, \widehat{x_2}, ..., \widehat{x_n}$ 로 정규화

Mini-batch 분산
$$\sigma^2_B \leftarrow \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_B)^2$$

• 정규화에서 $x_i - \mu_B$ 가 평균을 0으로 설정

Normalization
$$\hat{x}_i \leftarrow \frac{x_i - \mu_B}{\sqrt{\sigma_B^2 + \epsilon}}$$

√σ²_B + ε 가 분산을 1로 설정
 표준편차로 나누면 분산이 1이 됨

• ϵ 은 0으로 나뉘어지는 것을 방지하기 위한 상수

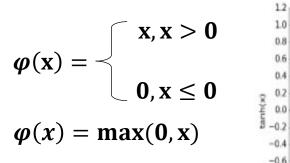
Scale and shift
$$y_i \leftarrow \gamma \hat{x}_i + \beta \equiv BN_{\gamma,\beta(x_i)}$$

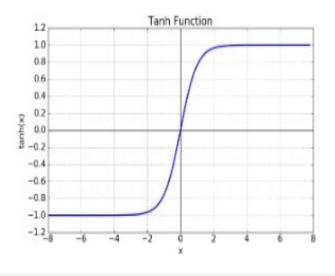
 배치 정규화 계층마다 데이터에 대한 고유한 스케일링(Scaling, γ), 쉬프팅(Shifting, β) 수행

■딥러닝의 최적화 기법

(7) ReLU (Rectified Linear Unit) 활성함수

- □ tanh(x) 함수 (시그모이드와 비슷) 를 사용하면 미분값의 범위가 확장
- □ 고차원 데이터를 다룰 경우에는 값이 커질 수 있어 다시 경사가 소실될 수 있음
- □ 복잡한 데이터일수록 고차원일 경우가 많은데 이를 회피할 수 있는 활성화 함수가 ReLU 함수





$$f'(x) = \begin{cases} 1, x > 0 \\ 0, x \le 0 \end{cases}$$

ReLU 함수의 도함수 (미분한 식)

- x (입력값)가 0보다 작을 때 (음수)는 모든 값을 0으로 출력
- x (입력값)가 0보다 클 때 (양수)는 입력값을 그대로 출력
- x가 0보다 크기만 하면 미분값이 1이 되기 때문에 여러 은닉층을 거쳐도 맨 처음 층까지 사라지지 않고 남아있음
- 딥러닝의 발전에 기여!!!

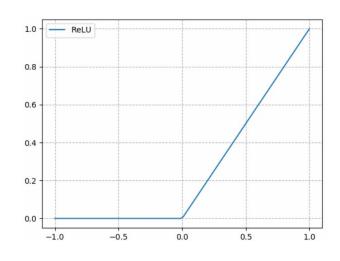
■딥러닝의 최적화 기법

(7) ReLU (Rectified Linear Unit) 활성함수

- □ tanh(x) 함수 (시그모이드와 비슷) 를 사용하면 미분값의 범위가 확장
- □ 고차원 데이터를 다룰 경우에는 값이 커질 수 있어 다시 경사가 소실될 수 있음
- □ 복잡한 데이터일수록 고차원일 경우가 많은데 이를 회피할 수 있는 활성화 함수가 ReLU 함수

$$\varphi(x) = \begin{cases} x, x > 0 \\ 0, x \le 0 \end{cases}$$

$$\varphi(x) = \max(0, x)$$



$$f'(x) = \begin{cases} 1, x > 0 \\ 0, x \le 0 \end{cases}$$

ReLU 함수의 도함수 (미분한 식)

- ReLU 함수의 도함수는 x가 아무리 커져도 1을 반환하므로 경사가 소실되지 않음
- 시그모이드 함수나 쌍곡탄젠트 함수에 비교해 학습 속도가 빠름
- ReLU와 ReLU의 도함수는 단순한 식으로 표현되기 때문에 빠르게 계산이 가능
- 단점으로는 x≦0일 때는 함수값도 경사도 0이기 때문에 ReLU를 활성화 함수로 사용한 신경망모델의 뉴런 중 활성화되지 못한 뉴런은 학습 동안 활성화가 되지 않는 문제가 있음

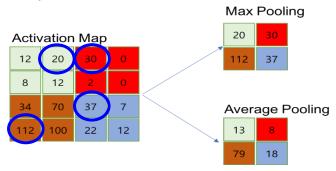
Thank you



■딥러닝의 최적화 기법

(8) Stochastic Pooling

- □ Pooling
 - sub-sampling을 이용하여 feature map의 크기를 줄이고, 위치나 이동에 강한 특징을 추출하기 위한 방법
 - Max pooling: pooling window 내의 가장 큰 값을 선택하는 방법, Overfitting 되는 단점
 - Average pooling: 평균 연산으로 인해 학습 결과가 좋지 않음



□ Stochastic pooling

- 최대값 또는 평균값 대신 확률에 따라 적절한 activation을 선택함
- 확률값은 특정 activation에 대해 전체의 activation의 합을 나누는 방식으로 계산됨

$$p_i = \frac{a_i}{\sum_{k \in R_j} a_k}$$

• Dropout과 같이 다양한 네트워크를 학습하는 듯한 model average 효과를 얻을 수 있음