

论文的题目

作者

2023 年 1 月 22 日

摘要

[illegible]

摘要: 关键词 1; 关键词 2; 关键词 3.

1 引言

1.1 研究背景

这是小四号的正文字体, 行间距 1.35 倍.

通过空一行实现段落换行,仅仅是回车并不会产生新的段落。

自定义了一个命令 `\red{文字}` 可以加红文字,可以在论文修改阶段方便标记.

这是一个引用的示例 [1] 和 [2–4].

1.2 列表的使用

这是一个计数的列表.

1. 第一项

(a) 第一项中的第一项

(b) 第一项中的第二项

2. 第二项

3. 第三项

这是一个不计数的列表.

- 第一项
 - 第一项中的第一项
 - 第一项中的第二项
- 第二项
- 第三项

1.3 文献引用

参考文献可采用 BibTeX 或 BibLaTeX 的方式生成 (内容写在文件 `mybib.bib` 中), 参考文献的样式为 `thuthesis-numeric` (对应的引用格式可选 `numbers` 或 `super`) 和 `thuthesis-author-year` (对应的引用格式 `authoryear`), 符合国家标准《信息与文献 参考文献著录规则》GB/T 7714-2015, 论文中引用和参考的文献必须列出. 参考文献序号按所引文献在论文中出现的先后次序排列. 引用文献应在论文中的引用处加注文献序号, 并加注方括弧.

文献引用示例 [5] 和 [1, 2].

1.4 数学公式

数学公式的使用请参考公式手册 `symbols-a4`, 或者《一份 (不太) 简短的 L^AT_EX 2 ϵ 介绍》(`lshort-zh-cn`).

自定义命令表示的几个数学符号 \mathbb{R} , \mathbb{C} , \mathcal{A} , i , d , \mathbf{A} .

在文中行内公式可以这么写: $a^2 + b^2 = c^2$, 这是勾股定理, 它还可以表示为 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, 还可以让公式单独一段并且加上编号

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1. \tag{1.1}$$

还可以通过添加标签在正文中引用公式, 如等式 (1.1) 或者 1.1.

读者可能阅读过其它手册或者资料, 知道 LaTeX 提供了 `eqnarray` 环境. 它按照等号左边—等号—等号右边呈三列对齐, 但等号周围的空隙过大, 加上公式编号等一些 bug, 目前已不推荐使用. (摘自 `lshort-zh-cn`)

多行公式常用 `align` 环境, 公式通过 `&` 对齐. 分隔符通常放在等号左边:

$$a = b + c \tag{1.2}$$

$$= d + e. \tag{1.3}$$

`align` 环境会给每行公式都编号. 我们仍然可以用 `\notag` 或 `\nonumber` 去掉某行的编号. 在以下的例子, 为了对齐等号, 我们将分隔符放在右侧, 并且此时需要在等号后添加一对括号 `{}` 以产生正常的间距:

$$a = b + c \tag{1.4}$$

$$= d + e + f + g + h + i + j \\ + m + n + o \tag{1.5}$$

$$= p + q + r + s. \tag{1.6}$$

如果不需要按等号对齐, 只需罗列数个公式, `gather` 将是一个很好用的环境:

$$a = b + c \tag{1.7}$$

$$d = e + f + g \\ l + m = n \tag{1.8}$$

`align` 和 `gather` 有对应的不带编号的版本 `align*` 和 `gather*`. 对于 `align`、`gather`、`align*` 与 `gather*` 等环境, 若添加命令 `\allowdisplaybreaks` 后 (已添加), 公式可以跨页显示.

多个公式组在一起公用一个编号, 编号位于公式的居中位置, `amsmath` 宏包提供了诸如 `aligned`、`gathered` 等环境, 与 `equation` 环境套用.

这个公式使用 `aligned` 环境 (推荐使用)

$$\begin{cases} -\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{du}{dx} = \pi^2 \sin(\pi x) + \pi \cos(\pi x), & x \in [0, 1], \\ u(0) = 0, & u(1) = 0. \end{cases} \tag{1.9}$$

这个公式使用 `array` 环境

$$\begin{cases} -\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{du}{dx} = \pi^2 \sin(\pi x) + \pi \cos(\pi x), & x \in [0, 1], \\ u(0) = 0, & u(1) = 0. \end{cases} \tag{1.10}$$

aligned 与 equation 环境套用, 公式间距自动调节, 如果有分式, 分式也是行间显示. 如果用 array 与 equation 环境套用, 需要手动调整公式行间距和行间显示.

1.5 定理环境

定义 1.1. 这是一个定义.

命题 1.1. 这是一个命题.

引理 1.1 (Lemma). 这是一个引理.

定理 1.1 (Theorem). 这是一个定理.

证明. 这是证明环境. □

推论 1.1. 这是一个推论.

命题 1.2 (Proposition). 这是一个命题.

引理 1.2. (参考文献 [5]) 假设单步法具有 p 阶精度, 且增量函数 $\varphi(x_n, u_n, h)$ 关于 u 满足 Lipschitz 条件

$$|\varphi(x, u, h) - \varphi(x, \bar{u}, h)| \leq L_\varphi |u - \bar{u}|. \quad (1.11)$$

定理 1.2. 假设单步法具有 p 阶精度, 且增量函数 $\varphi(x_n, u_n, h)$ 关于 u 满足 Lipschitz 条件

$$|\varphi(x, u, h) - \varphi(x, \bar{u}, h)| \leq L_\varphi |u - \bar{u}|. \quad (1.12)$$

证明 由定理 1.1 和 (1.9) 式可以推出以上结论. □

推论 1.2. 假设单步法具有 p 阶精度, 且增量函数 $\varphi(x_n, u_n, h)$ 关于 u 满足 Lipschitz 条件

$$|\varphi(x, u, h) - \varphi(x, \bar{u}, h)| \leq L_\varphi |u - \bar{u}|. \quad (1.13)$$

注 1.1. 这是一个 *remark*.

例 1. 这是一个例子.

1.6 算法环境

如下是算法 1.

算法 1 Euclid's algorithm

```

1: procedure EUCLID( $a, b$ )                                ▷ The g.c.d. of  $a$  and  $b$ 
2:    $r \leftarrow a \bmod b$ 
3:   while  $r \neq 0$  do                                     ▷ We have the answer if  $r$  is 0
4:      $a \leftarrow b$ 
5:      $b \leftarrow r$ 
6:      $r \leftarrow a \bmod b$ 
7:   end while
8:   return  $b$                                              ▷ The gcd is  $b$ 
9: end procedure

```

如下是算法 2, 算法宽度可以通过 `minipage` 宏包调节.

算法 2 算法的名字

输入: input parameters A, B, C

输出: output result

```

1: some description 算法介绍
2: for condition do
3:   ...
4:   if condition then
5:     ...
6:   else
7:     ...
8:   end if
9: end for
10: while condition do
11:   ...
12: end while
13: return result

```

2 微分方程的数值方法

本章我们考虑具有以下微分方程:

$$\begin{cases} Lu = -\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{du}{dx} + qu = f, & a < x < b, \\ u(a) = \alpha, \quad u(b) = \beta. \end{cases} \quad (2.1)$$

其中 q, f 为 $[a, b]$ 上的连续函数, $q \geq 0$; α, β 为给定常数. 这是最简单的椭圆方程第一边值问题.

问题 (2.1) 存在唯一解 (引用示例参考文献 [5]).

2.1 有限差分方法

在偏微分方程的数值解法中, 有限差分法数学概念直观, 推导自然, 是发展较早且比较成熟的数值方法. 由于计算机只能存储有限个数据和做有限次运算, 所以任何一种用计算机解题的方法, 都必须把连续问题 (微分方程的边值问题、初值问题等) 离散化, 最终化成有限形式的线性代数方程组.

2.1.1 数值格式

将区间 $[a, b]$ 分成 N 等分, 分点为

$$x_i = a + ih \quad i = 0, 1, \dots, N,$$

其中 $h = (b - a)/N$. 于是我们得到区间 $I = [a, b]$ 的一个网格剖分. x_i 称为网格的节点, h 称为步长.

数值格式:

$$L_h u_i = -\frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{h^2} + \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{h} + q_i u_i = f_i, \quad 1 \leq i \leq N-1.$$

其中 $q_i = q(x_i), f_i = f(x_i)$.

以上差分方程对于 $i = 1, 2, \dots, N-1$ 都成立, 加上边值条件 $u_0 = \alpha, u_N = \beta$, 就得到关于 u_i 的差分格式:

$$\begin{cases} L_h u_i = -\frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{h^2} + \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2h} + q_i u_i = f_i, & i = 1, 2, \dots, N-1, \\ u_0 = \alpha, \quad u_N = \beta. \end{cases} \quad (2.2)$$

它的解 u_i 是 $u(x)$ 在 $x = x_i$ 处的差分解.

2.2 矩阵形式

先定义向量 \mathbf{u} :

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_{N-1})^T.$$

差分格式可以写为矩阵形式:

$$\mathbf{A}\mathbf{u} = \mathbf{f}.$$

其中矩阵 \mathbf{A} 、向量 \mathbf{f} 的定义如下, 注意向量 \mathbf{f} 的首尾元素已包含了 $x = a$ 和 $x = b$ 处的边界条件.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{2}{h^2} + q_1 & \frac{1}{2h} - \frac{1}{h^2} & & & \\ -\frac{1}{2h} - \frac{1}{h^2} & \frac{2}{h^2} + q_2 & \frac{1}{2h} - \frac{1}{h^2} & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & -\frac{1}{2h} - \frac{1}{h^2} & \frac{2}{h^2} + q_{N-2} & \frac{1}{2h} - \frac{1}{h^2} \\ & & & -\frac{1}{2h} - \frac{1}{h^2} & \frac{2}{h^2} + q_{N-1} \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$

上一个矩阵用了 `bmatrix` 环境, 也可以使用 `array` 环境.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{2}{h^2} + q_1 & \frac{1}{2h} - \frac{1}{h^2} & & & \\ -\frac{1}{2h} - \frac{1}{h^2} & \frac{2}{h^2} + q_2 & \frac{1}{2h} - \frac{1}{h^2} & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & -\frac{1}{2h} - \frac{1}{h^2} & \frac{2}{h^2} + q_{N-2} & \frac{1}{2h} - \frac{1}{h^2} \\ & & & -\frac{1}{2h} - \frac{1}{h^2} & \frac{2}{h^2} + q_{N-1} \end{bmatrix}. \quad (2.4)$$

3 插图环境

3.1 图的使用

XeLaTeX 环境下可以使用 EPS、PDF、PNG、JPEG、BMP 格式的图片,当然也可以用绘图包直接在 \LaTeX 中绘制图形,推荐使用宏包 `tikz`. 值得注意的是 `figure` 环境一个浮动体环境, \LaTeX 不总是浮动体放在你想要的地方,但是 \LaTeX 总是保证浮动体的相对顺序,所以对图片 `\label` 和 `\ref` 的交叉引用就显得尤为重要。

3.2 插图示例

插入一个图形并居中放置,如图 3.1.

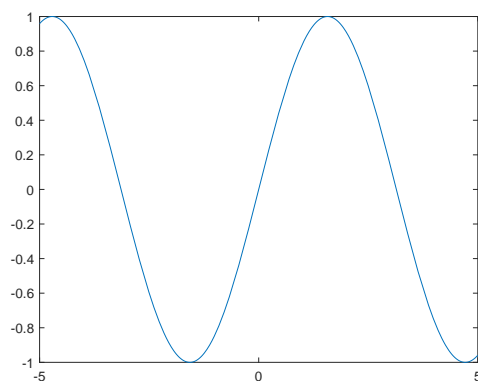


图 3.1: 函数 $y = \sin(x)$ 的图像

两个图左右并排放置, 共用一个标题. 引用图片: 3.3.

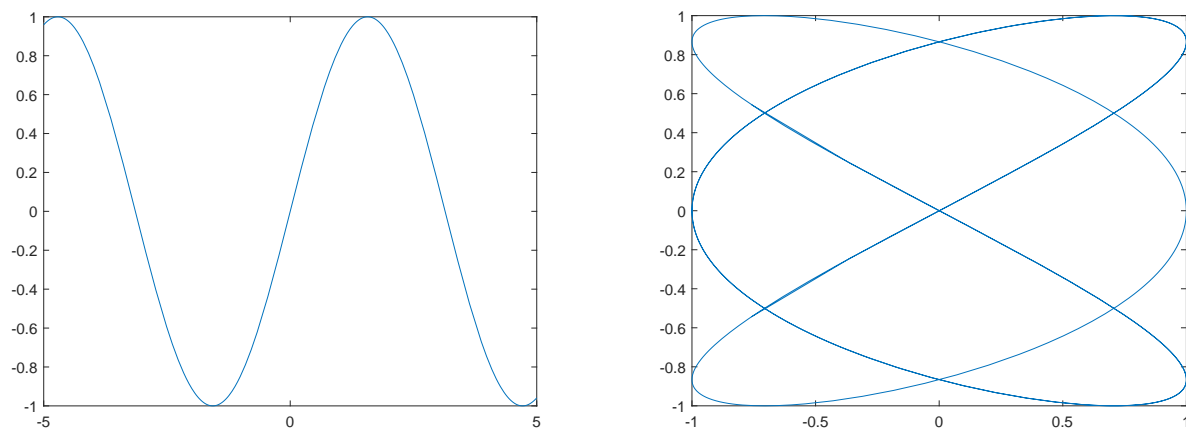


图 3.2: 左: 图一的描述; 右: 图二的描述.

使用 `minipage` 排版并排插图, 每个图都有单独的标题.

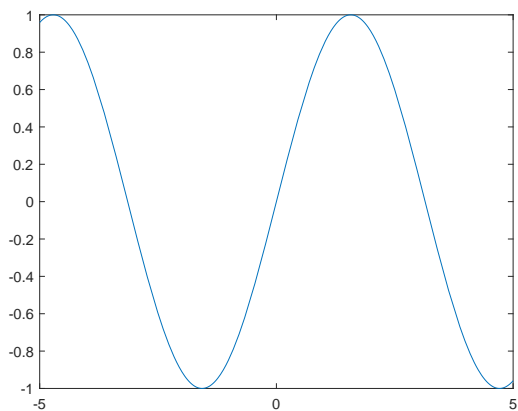


图 3.3: 图一的描述.

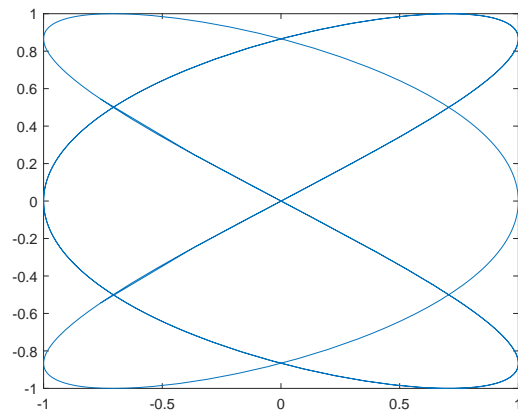
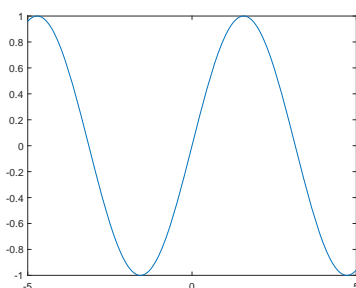
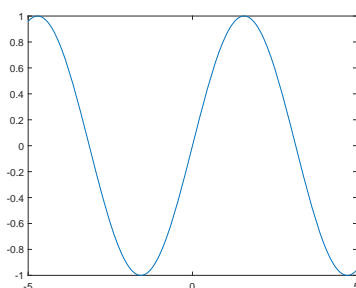


图 3.4: 图二的描述.

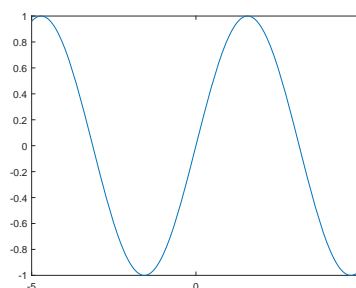
使用 `subfig` 宏包实现多图并排.



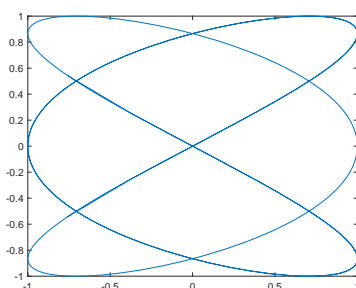
(a) Subcaption A



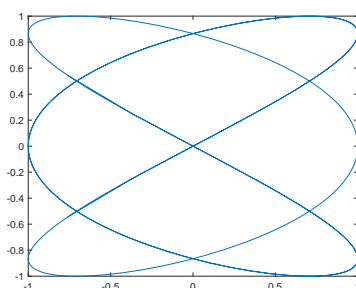
(b) Subcaption B



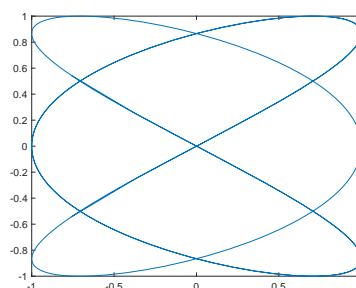
(c) Subcaption C



(d) Subcaption D



(e) Subcaption E



(f) Subcaption F

图 3.5: 六个图并排

4 表格环境

4.1 表的使用

LaTeX 的 Table 环境一个浮动体环境, 浮动体排版与 Figure 环境类似. 作为论文, 推荐使用三线表进行排版. 一般的三线表, 标题前后有横线, 表格最后有横线.

本文基于 tabularx 宏包定义了新的左中右 (LCR) 格式, LCR 三个格式会根据表格宽度的设定自行控制宽度, 且其宽度相等, 方便设置和页面相同宽度的表格. 本文还定义了命令 $\mathbf{P}\{\}$, 它可以设定某一列宽度 (如 $\mathbf{P}\{1\text{cm}\}$ 控制某一列的宽度为 1cm), 实际上 $\mathbf{P}\{\}$ 命令是在 $\mathbf{p}\{\}$ 命令的基础上增加了居中功能.

4.2 表格示例

如下表格: 表 4.1.

表 4.1: 某校学生升高体重样本.

序号	年龄	身高	体重
001	14	156	42
002	16	158	45
003	14	162	48
平均	15	159.75	46.25

表 4.2: 论文进度安排

论文起止时间	论文筹备过程
20xx.xx – 20xx.xx	论文定题, 整理相关文献
20xx.xx – 20xx.xx	审查、修改、完成开题报告
20xx.xx – 20xx.xx	对论文排版、初步完成论文初稿
20xx.xx – 20xx.xx	毕业论文预答辩
20xx.xx – 20xx.xx	对论文进行补充、完善
20xx.xx – 20xx.xx	论文定稿
20xx.xx – 20xx.xx	毕业论文答辩

基于 tabular 环境设置一些格式: 上下表格线加粗.

表 4.3: 数值误差与收敛速率示例.

degree	step-size h	L^2 -errors	order	H^1 -errors	order	L^∞ -errors	order
1	1/128	9.18E-06	2.02	7.70E-03	1.01	6.46E-07	2.02
	1/256	2.29E-06	2.01	1.92E-03	1.00	1.61E-07	2.01
	1/512	5.70E-07	2.00	9.56E-04	1.00	4.01E-08	2.00
2	1/128	1.39E-08	3.01	1.15E-05	2.01	3.48E-12	4.02
	1/256	1.73E-09	3.01	2.88E-06	2.01	3.27E-13	3.94
	1/512	2.17E-10	3.00	7.24E-06	2.00	6.66E-13	1.55
3	1/32	2.28E-09	4.05	6.92E-07	3.04	1.45E-15	8.21
	1/64	1.42E-10	4.03	8.65E-08	3.02	2.06E-14	3.85
	1/128	8.91E-12	4.01	1.08E-08	3.01	3.86E-14	0.91

基于 tabularx 环境设置一些格式: 左右表格双线.

表 4.4: 数值误差示例.

N	A	B	C	D	E	F
2	9.20E-05	9.90E-05	1.00E-06	8.00E-06	1.50E-05	6.70E-05
4	9.80E-05	8.00E-05	7.00E-06	1.40E-05	1.60E-05	7.30E-05
6	4.00E-06	8.10E-05	8.80E-05	2.00E-05	2.20E-05	5.40E-05
8	8.50E-05	8.70E-05	1.90E-05	2.10E-05	3.00E-06	6.00E-05
10	8.60E-05	9.30E-05	2.50E-05	2.00E-06	9.00E-06	6.10E-05
12	1.70E-05	2.40E-05	7.60E-05	8.30E-05	9.00E-05	4.20E-05
14	2.30E-05	5.00E-06	8.20E-05	8.90E-05	9.10E-05	4.80E-05
16	7.90E-05	6.00E-06	1.30E-05	9.50E-05	9.70E-05	2.90E-05
18	1.00E-05	1.20E-05	9.40E-05	9.60E-05	7.80E-05	3.50E-05
20	1.10E-05	1.80E-05	1.10E-04	7.70E-05	8.40E-05	3.60E-05

参考文献

- [1] Adams R A, Fournier J J F. Sobolev spaces[M]. Elsevier, 2003.
- [2] Shen J. Efficient spectral-Galerkin method I. Direct solvers of second- and fourth-order equations using Legendre polynomials[J]. SIAM J. Sci. Comput., 1994, 15(6):1489-1505.
- [3] Tadmor E. A review of numerical methods for nonlinear partial differential equations[J]. Bull. Amer. Math. Soc., 2012, 49(4):507-554.
- [4] Trefethen L N, Weideman J A C. The exponentially convergent trapezoidal rule[J]. SIAM Rev., 2014, 56(3):385-458.
- [5] 李荣华, 刘播. 微分方程数值解法[M]. 东南大学出版社, 1997.

A 这是第一个附录

A.1 附录 A 的小节

这里是附录环境, 手动设置了 `chapter` 和 `section` 的样式, 并且加入到了目录.
附录公式及编号

$$a^2 + b^2 = c^2. \tag{A.1}$$

如图 A.1.

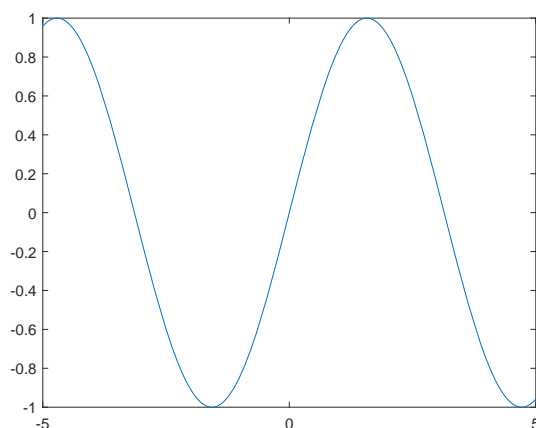


图 A.1: 函数 $y = \sin(x)$ 的图像

如下表格: 表 A.1. 通过 `autoref` 引用表格: Table A.1.

表 A.1: 某校学生升高体重样本

序号	年龄	身高	体重
001	15	156	42
002	16	158	45
003	14	162	48
004	15	163	50
平均	15	159.75	46.25

B 这是第二个附录

B.1 附录 B 的小节

这里是附录环境, 手动设置了 `chapter` 和 `section` 的样式, 并且加入到了目录.