1325D Ehab the Xorcist
github.com/andy489
Аналитично решение на задачата:

Нека първо разгледаме някои специални (ъглови) случай. Тъй като при операцията XOR $\oplus$ имаме:

$0 \oplus 0 = 0$
$0 \oplus 1 = 1$
$1 \oplus 0 = 1$
$1 \oplus 1 = 0$

Ако вземем две числа u и v и без ограничение на общността допуснем, че $u > v > 0$, то по никакъв начин от операцията $\oplus$ между тези две числа, не може резултата да надвиши u (т.е. $u \oplus v \le u$), докато от друга страна при операцията $+$ имаме, че $u + v > u$. Задачата няма как да има решение при $u > v$, а ако $u = v \neq 0$, то тривиалното решение ще е едноелементния масив $\{u\}$. В случай, че $v = 0 \Rightarrow u = 0 \Rightarrow u = v = 0$, то отговорът ще е празния масив $\{\emptyset\}$.

Нека разгледаме последния бит на резултата от прилагането на която и да е от двете операции $\oplus$ или $+$ между две произволни числа u и v. За $\oplus$ я имаме показана по-горе, а за $+$:

$0 + 0 = 0$
$0 + 1 = 1$
$1 + 0 = 1$
$1 + 1 = 0$ (0 плюс едно на ум $\rightarrow 10$, но на резултатната позиция ще е 0, също като при операцията $\oplus$)

Следователно и двете операци дават еднакви резултати за последния бит, т.е. u и v трябва да са от една четност. В противен случай няма да има решение и отговора ще е както при $u > v > 0$: -1.

Сега знаем, че дължината на масива ще е поне 2 (тъй като числата u и v ще са различни) и $v > u$.

Нека $x = \dfrac{v - u}{2}$. Тогава масива $\{u, x, x\}$ изпълнява условията, т.е. дължината ще е най-много 3. Остана само да проверим дали има двойка числа a и b, за които $a \oplus b = u$ и $a + b = v$ (ако няма тогава ще вземем построения масив). Имаме, че

$a + b = a \oplus b + 2 * (a \,\&\, b)$, което е еквивалентно на $a \,\&\, b = \dfrac{v - u}{2} = x$. Печалбата от това, че се отървахме от $a + b$ и вече може да разглеждаме $a \,\&\, b$ на негово място е, че сега може да ги разглеждаме бит по бит (без да мислим за прехвърляне на 1 на ум и т.н.). Ако x има 1 в някой бит, то и a и b трябва да имат 1 на същата позиция едновременно. Следователно $a \oplus b$ трябва да има 0 на тази позиция. Ако x има 0, то тогава няма ограничения за u. Следователно, ако има бит, където x и u имат точно една 1-ца, т.е. $x \,\&\, u \neq 0$, не може да намерим такива a и b, и дължината ще е 3. В противен случай

$x \ \& \ u = 0$, което очначава, че $x \oplus u = x + u$ и следователно масива $\{u + x, \ x\}$ е с възможно най-малката дължина.

По този начин успяхме да конструираме този масив → взехме масива $\{u, \ x, \ x\}$, който очевидно изпълнява равенствата от условието и обединихме първите два елемента, вьчползвайки се от това че $u \ \& \ x = 0$.