

Факултет по математика и информатика, СУ
„Св. Климент Охридски“



ПРОЕКТ

ПО

Диференциални уравнения и приложения
спец. Софтуерно инженерство, 2 курс, летен
семестър, учебна година 2019/2020

Тема № 38



XX.XX.XXXX г.
гр. София

Изготвил: XXXXXX XXXXX
група X, ф.н. XXXXXX

Оценка:.....

СЪДЪРЖАНИЕ

1. Тема (задание) на проекта
2. Решение на задачата
 - 2.1. Теоритична част
 - 2.2. MatLab код и получени в командния прозорец резултати при изпълнението му
 - 2.3. Графики (включително от анимация)

1. Тема (задание) на проекта.

Тема СИ20-П-38. Движението на полуограничена струна се моделира със следната смесена задача

$$\begin{cases} u_{tt} = \frac{2}{15}u_{xx}, t > 0, x > 0, \\ u|_{t=0} = \begin{cases} -10(x-1)^3 \cos^3 \frac{\pi x}{4}, & x \in [1, 2] \\ 0, & x \in [0, 1) \cup (2, +\infty), \end{cases} \\ u_t|_{t=0} = \sin(\pi x), x \geq 0, \\ u_x|_{x=0} = 0, t \geq 0. \end{cases}$$

- Опишете как се получава решението на дадената задача с помощта на формулата на Даламбер и метода на отраженията.
- Направете на MatLab анимация на трептенето на частта от струната $C = \{-20 \leq x \leq 20\}$ за $t \in [0, 10]$. Начертайте в един прозорец една под друга графиките от направената анимация в началния, крайния и един междинен момент, като означите коя графика за кое t се отнася.

2. Решение на задачата

2.1. Теоритична част

$$\varphi(x) = \begin{cases} -10(x-1)^3 \cos^3 \frac{\pi x}{4}, & x \in [1; 2] \\ 0, & x \in [0; 1) \cup (2; +\infty) \end{cases}$$

$$\psi(x) = \sin(\pi x), x \geq 0$$

Левият край на струната е свободен. Продължаваме четно функциите $\varphi(x)$ и $\psi(x)$.

$$\varphi_{\text{even}}(x) = \begin{cases} \varphi(x), & x \geq 0 \\ \varphi(-x), & x < 0 \end{cases}$$

$$\psi_{\text{even}}(x) = \begin{cases} \psi(x), & x \geq 0 \\ \psi(-x), & x < 0 \end{cases}$$

Решението на задачата е:

$$u(x, t) = \frac{\varphi_{\text{even}}(x - at) + \varphi_{\text{even}}(x + at)}{2} + \frac{1}{2a} \int_{x-at}^{x+at} \psi_{\text{even}}(s) ds, \quad x > 0, t > 0,$$

$$\text{където } a = \sqrt{\frac{2}{15}}$$

2.2. MatLab код и получени в командния прозорец резултати при изпълнението му:

```
function stringDalambert38
    clf; clc
    tmax=10;
    t=linspace(0, tmax);
    xmin=0; xmax=20;
    x=xmin: 0.1: xmax;
    function y = phi(x)
        for i=1:length(x)
            if x(i)>=1 && x(i)<=2
                y(i) = -10*(x(i)-1)^3*cos(pi*x(i)/4)^3;
            else
                y(i) = 0;
            end
        end
    end
end

function y = phi_even(x)
    if x>=0
        y = phi(x);
    else
        y = phi(-x);
    end
end

function y = psi(x)
    y=sin(pi*x);
end

function y = psi_even(x)
    for n=1:length(x)
        if x(n)>=0
            y(n) = psi(x(n));
```

```

        else
            y(n) = psi(-x(n));
        end
    end
end

function u=dalambert(x,t)
    a=sqrt(2/15);
    for j=1:length(x);
        if t==0
            integral=0;
        else
            s=linspace(x(j)-a*t,x(j)+a*t);
            integral=trapz(s,psi_even(s));
        end
        u(j)=(phi_even(x(j)-a*t)+phi(x(j)+a*t))/2+integral/(2*a);
    end
end

for k=1:length(t)
    plot(0, dalambert(0, t(k)), 'k*', x, dalambert(x, t(k)), 'm', 'Linewidth', 2)
    axis([xmin, xmax, -2, 2])
    daspect([1,1,1])
    grid on
    xlabel('x')
    ylabel('u(x, t)')
    M=getframe;
end
subplot(3,1,1)
plot(0, dalambert(0, 0), 'k*', x, dalambert(x, 0), 'm', 'Linewidth', 2)
title('t = 0')
hold on

subplot(3,1,2)
plot(0, dalambert(0, 5), 'k*', x, dalambert(x, 5), 'm', 'Linewidth', 2)
title('t = 5')
hold on

subplot(3,1,3)
plot(0, dalambert(0, tmax), 'k*', x, dalambert(x, tmax), 'm', 'Linewidth', 2)
title(['t = ', num2str(tmax)])
hold on

end

```

2.3. Графики от три момента (начален, краен и произволен междинен)

