

Факултет по математика и информатика, СУ  
„Св. Климент Охридски“



ПРОЕКТ

ПО

Диференциални уравнения и приложения  
спец. Софтуерно инженерство, 2 курс, летен  
семестър, учебна година 2019/2020

**Тема № 39**



XX.XX.XXXX г.  
гр. София

Изготвил: XXXXXX XXXXX  
група X, ф.н. XXXXXX

Оценка:.....

## СЪДЪРЖАНИЕ

1. Тема (задание) на проекта
2. Решение на задачата
  - 2.1. Теоритична част
  - 2.2. MatLab код и получени в командния прозорец резултати при изпълнението му
  - 2.3. Графики (включително от анимация)

1. Тема (задание) на проекта.

**Тема СИ20-П-39.** Движението на неограничена струна се моделира със следната задача на Коши

$$\begin{cases} u_{tt} = 2u_{xx}, t > 0, x \in \mathbb{R}, \\ u|_{t=0} = \begin{cases} (x+1)^3 \cos^3\left(\frac{\pi}{16}x\right), x \in [-8, -5] \\ 0, x \in \mathbb{R} \setminus [-8, -5], \end{cases} \\ u_t|_{t=0} = \sin(\pi x), x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

1. Напишете решението на дадената задача с помощта на формулата на Даламбер.
2. Направете на MatLab анимация на трептенето на частта от струната  $C = \{-50 \leq x \leq 30\}$  за  $t \in [0, 10]$ . Начертайте със зелен цвят в един прозорец една под друга графиките от направената анимация в моментите  $t_1 = 0$ ,  $t_2 = 1$ ,  $t_3 = 3$  и означете коя графика за кое  $t$  се отнася.

2. Решение на задачата

2.1. Теоритична част

Може да използваме директно формулата на Даламбер, където

$$\varphi(x) = \begin{cases} (x+5)^3 \cos\left(\frac{\pi}{16}x\right), x \in [-8; -5] \\ 0, x \in \mathbb{R} \setminus [-8, -5] \end{cases}$$

$$\psi(x) = \sin(\pi x), x \in \mathbb{R}; \quad \omega = \sqrt{2}.$$

$$\begin{aligned} u(x, t) &= \\ &= \frac{1}{2} \left[ \cos^3\left(\frac{\pi}{16}x - \sqrt{2}t\right) (x - \sqrt{2}t + 5)^3 + \cos^3\left(\frac{\pi}{16}x + \sqrt{2}t\right) (x + \sqrt{2}t + 5)^3 \right] + \frac{1}{2\sqrt{2}} \left( \int_{x-\sqrt{2}t}^{x+\sqrt{2}t} \sin(\pi s) ds \right) = \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \left( \cos(\pi x + \sqrt{2}t) - \sin(\pi x - \sqrt{2}t) \right). \end{aligned}$$

2.2. MatLab код и получени в командния прозорец резултати при изпълнението му:

```
function stringDalambert39
    clf; clc
    tmin=0; tmax=10;
    t=linspace(tmin, tmax, 100);
    xmin=-50; xmax=30;
    x=linspace(xmin, xmax, 1000);
    function y = phi(x)
        for i=1:length(x)
            if x(i)>=-8 && x(i)<=-5
                y(i) = ((x(i)+5)*cos((pi/16)*x(i)))^3;
            else
                y(i) = 0;
            end
        end
    end
end

function y = psi(x)
    y=sin(pi*x);
    %for less standing flicker
    %y=sin(pi*x)/10;
end

function u=dalambert(x,t)
    a=sqrt(2);
    %for faster moving wave
    %a=3*sqrt(2);
    for j=1:length(x);
        if t==0
            integral=0;
        else
            s=linspace(x(j)-a*t,x(j)+a*t);
            integral=trapz(s,psi(s));
        end
        u(j)=(phi(x(j)-a*t)+phi(x(j)+a*t))/2+integral/(2*a);
    end
end

for k=1:length(t)
    plot(x, dalambert(x, t(k)), 'g', 'LineWidth', 2)
    axis([xmin, xmax, -1, 1])
    %when upper updates
    %axis([xmin, xmax, -0.2, 0.2]);
    grid on
end
```

```

        xlabel('x')
        ylabel('u(x, t)')
        M=getframe;
    end
    subplot(3,1,1)
    plot(x, dalambert(x, 0), 'g', 'LineWidth', 2)
    title('t = 0')
    hold on

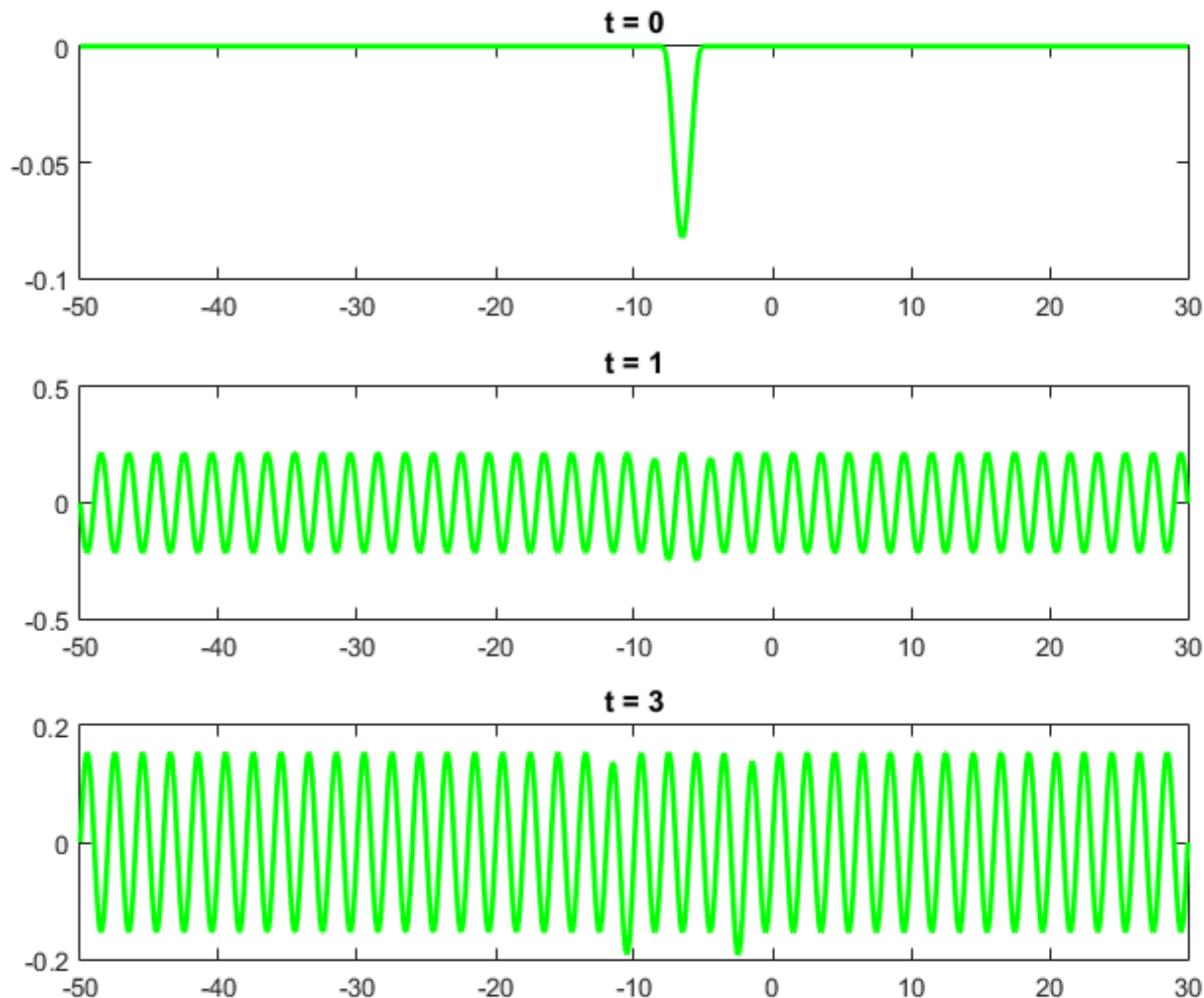
    subplot(3,1,2)
    plot(x, dalambert(x, 1), 'g', 'LineWidth', 2)
    title('t = 1')
    hold on

    subplot(3,1,3)
    plot(x, dalambert(x, 3), 'g', 'LineWidth', 2)
    title('t = 3')
    hold on

end

```

### 2.3. Графики от три момента (начален, краен и произволен междинен)



С промени:

