

Домашна работа

по „Диференциални уравнения и приложения“

Специалност „Софтуерно инженерство“, летен семестър на 2019/2020 уч. година

Име: Андрей Кирилов Стоев

Факултетен номер: 62369 Група: 3 Дата: 24.03.2020 г.

Срок за предаване: 05.04.2020 г.

Задача СИ20-ДР-72.

Условие:

а) Решете уравнението $y' - \frac{2}{x-4}y + 5(x-4)^3 \sin(x-4) = 0$.

б) Напишете *MATLAB* код, който решава числено задачата на Коши за това уравнение с начално условие $y(-2) = -1$ в подходящ интервал и изчертава графиката на намереното приближение на решението ѝ. Приложете резултата от изпълнението на кода.

Разработка:

а) Аналитично решение:

Уравнението е от линеен тип. Имаме, че:

$$y' - \frac{2}{x-4}y + 5(x-4)^3 \sin(x-4) = 0 \Leftrightarrow y' = \underbrace{\frac{2}{x-4}}_{a(x)} - \underbrace{5(x-4)^3 \sin(x-4)}_{b(x)}$$

Уравнението ще има смисъл само когато $x \neq 4$.

$$\int a(x)dx = \int \frac{2}{x-4}dx = 2 \int \frac{d(x-4)}{x-4} = 2\ln|x-4| = \ln(x-4)^2$$

$$\int b(x) \cdot e^{-\int a(x)dx} dx = -5 \int \frac{(x-4)^3 \sin(x-4)}{e^{\ln(x-4)^2}} dx = -5 \int \frac{(x-4)^{\cancel{3}} \sin(x-4)}{\cancel{(x-4)^2}} d(x-4)$$

$$-5 \int (x-4) d - \cos(x-4) = -5 \left(- (x-4) \cdot \cos(x-4) - \int -\cos(x-4) d(x-4) \right) =$$

$$= 5(x-4)\cos(x-4) - 5\sin(x-4).$$

(*)

$$\begin{aligned}
 y(x) &= e^{\int a(x)dx} \left(C + \int b(x)e^{-\int a(x)dx} dx \right) = \\
 &= e^{\ln(x-4)^2} \left(C + \underbrace{(5(x-4)\cos(x-4) - 5\sin(x-4))}_{(*)} \right) = \\
 &= (x-4)^2 (C + 5(x-4) \cdot \cos(x-4) - 5\sin(x-4)) = \\
 &= \underline{\underline{5(x-4)^3 \cos(x-4) - 5(x-4)^2 \sin(x-4) + C(x-4)^2}}.
 \end{aligned}$$

б) **Matlab код:**

```

function task72
    hold on
    grid on
    y=dsolve('Dy-2/(x-4)*y+5*(x-4)^3*sin(x-4)=0','y(-2)=-1','x');
    x=-100:0.1:100;
    plot(x,eval(y),'r-')
end

```

в) **Резултат от изпълнението на кода:**

