

Факултет по математика и информатика, СУ
„Св. Климент Охридски“



ПРОЕКТ

ПО

Диференциални уравнения и приложения
спец. Софтуерно инженерство, 2 курс, летен
семестър, учебна година 2019/2020

Тема № 59



XX.XX.XXXX г.
гр. София

Изготвил: XXXXX XXXXX
група X, ф.н. XXXX

Оценка:.....

СЪДЪРЖАНИЕ

1. Тема (задание) на проекта
2. Решение на задачата
 - 2.1. Теоритична част
 - 2.2. MatLab код и получени в командния прозорец резултати при изпълнението му
 - 2.3. Графики (включително от анимация)
 - 2.4. Коментари към получените с MathLab резултати

1. Тема (задание) на проекта.

Тема СИ20-П-59. Дадено е уравнението

$$(y')^2 - (x - y)y' - xy = 0.$$

1. Намерете неговите обикновени и особени точки. Начертайте с черен цвят дискриминантната крива на уравнението в интервала $[-14, 14]$. Тя интегрална крива ли е на даденото уравнение?
2. Начертайте графиките в интервала $[-14, 14]$ на решенията на уравнението, които минават през обикновена точка, въвеждана чрез кликване с мишката в правоъгълника $[-14, 14] \times [-10, 10]$. Ако кликвате в точка, през която не минава решение, то изведете съобщение за това.

2. Решение на задачата

Имаме уравнение от първи ред, нерешено относно производната.

Когато дискриминантната крива е решение на уравнението ще имаме интегрална крива.

2.1. Теоритична част:

$$(y')^2 - (x - y)y' - xy = 0$$

$$F(x, y, z) = z^2 - xz + yz - xy = 0$$

$$F'_z = 2z - x + y, \text{ за особените точки получаваме системата}$$

$$\begin{cases} z^2 - xz + yz - xy = 0 \\ 2z - x + y = 0 \end{cases}; z = \frac{x - y}{2};$$

$$\frac{x^2 - 2xy + y^2}{4} + \frac{-x^2 + xy}{2} + \frac{xy - y^2}{2} - xy = 0$$

$$x^2 - 2xy + y^2 - 2x^2 + 2xy + 2xy - 2y^2 - 4xy = 0$$

$$-x^2 - 2xy - y^2 = 0$$

$$(x + y)^2 = 0, \quad x + y = 0; \quad y = -x$$

точките от $y = -x$ са особени

$$F(x, y, z) = z^2 - (x - y)z - xy = 0$$

$$D = (x - y)^2 + 4xy = (x + y)^2$$

D се аннулира в точките от правата $y = -x$ (дискриминантна крива)

$$z_{1,2} = \frac{(x - y) \pm \sqrt{(x + y)^2}}{2}; \quad z_1 = x; \quad z_2 = -y \quad \text{при } D > 0, y \neq x$$

$$F'_z(x, y, z_{1,2}) = x - y \pm \sqrt{(x + y)^2} - x + y = \pm \sqrt{(x + y)^2}$$

$$F' = x + y \neq 0$$

$$F' = -x - y \neq 0 \quad (\text{понеже } y \neq -x)$$

$$y = -x; \quad y' = -1;$$

$$(-1)^2 - (x + x)(-1) - x(-x) = x^2 + 2x + 1$$

$y = -x$ не е интегрална крива

всички точки, които не принадлежат на правата $y = -x$ са обикновени.

2.2. MatLab код и получени в командния прозорец резултати при изпълнението му:

```
function derivativeEquation59
    % $(y')^2 - (x-y)y' - x*y = 0$ 
    clc; clf
    axis([-14,14,-10,10])
    hold on
    grid on
    syms x y z
    F=z^2-(x-y)*z-x*y;
    Fz=diff(F,z);
    [y,z]=solve(F,Fz,y,z);
    x=-14:1/100:14;
    plot(x,eval(y),'k')
    [x0,y0]=ginput(1);
    plot(x0,y0,'r*')
    if y0== -x0
        text(x0+0.1,y0, 'other solution')
    else
        y1=dsolve('(Dy)^2-(x-y)*Dy-x*y=0','y(x0)=y0','x');
        plot(x,eval(y1))
    end
end
```

2.3. Графики (включительно от анимация)

