Домашна работа 1

по „Диференциални уравнения и приложения“

Специалност „Софтуерно инженерство“, летен семестър на 2019/2020 уч. година

Име: *Андрей Кирилов Стоев*

Факултетен номер: *62369* **Група:** 3 **Дата:** *25.03.2020 г.*

Срок за предаване: *05.04.2020 г.*

<u>Задача СИ20-ДР-72.</u>
Условие:

а) Решете уравнението $y' - \dfrac{2}{x-4}y + 5(x-4)^3 sin(x-4) = 0.$

б) Напишете $MATHLAB$ код, които решава числено задачата на Коши за това уравнение с начално условие $y(-2) = -1$ в подходящ интервал и изчертава графиката на намереното приближение на решението ѝ. Приложете резултата от изпълнението на кода.

<u>Разработка:</u>

а) Аналитично решение:

Уравнението е от линеен тип. Имаме, че:

$$y' - \frac{2}{x-4}y + 5(x-4)^3 sin(x-4) = 0 \Leftrightarrow y' = \underbrace{\frac{2}{x-4}}_{a(x)} \underbrace{-5(x-4)^3 sin(x-4)}_{b(x)}$$

Уравнението ще има смисъл само когато $x \neq 4$.

$$\int a(x)dx = \int \frac{2}{x-4}dx = 2\int \frac{d(x-4)}{x-4} = 2ln|x-4| = ln(x-4)^2$$

$$\int b(x)\,.\,e^{-\int a(x)dx}dx = -5\int \frac{(x-4)^3 sin(x-4)}{e^{ln(x-4)^2}}dx = -5\int \frac{(x-4)^{\cancel{3}} sin(x-4)}{\cancel{(x-4)^2}}d(x-4)$$

$$-5\int (x-4)\,d\,-cos(x-4) = -5\left(-(x-4)\,.\,cos(x-4) - \int -cos(x-4)d(x-4)\right) =$$

$$= \underbrace{5(x-4)cos(x-4) - 5sin(x-4)}_{(*)}.$$

$$y(x) = e^{\int a(x)dx}\left(C + \int b(x)e^{-\int a(x)dx}dx\right) =$$

$$= e^{ln(x-4)^2}\left(C + \underbrace{\big(5(x-4)cos(x-4) - 5sin(x-4)\big)}_{(*)}\right) =$$

$$= (x-4)^2\big(C + 5(x-4)\,.\,cos(x-4) - 5sin(x-4)\big) =$$

$$= \underline{\underline{5(x-4)^3cos(x-4) - 5(x-4)^2sin(x-4) + C(x-4)^2}}.$$

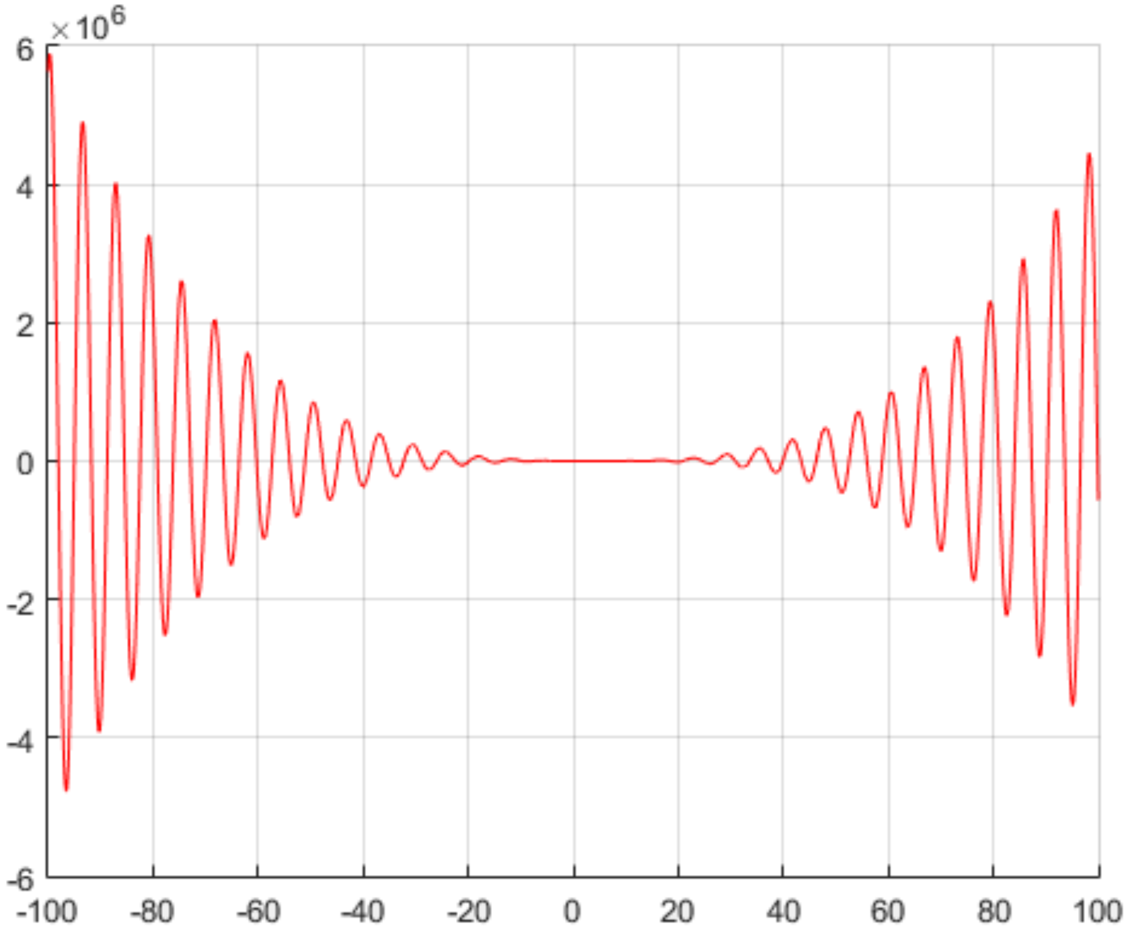
б) Matlab код:

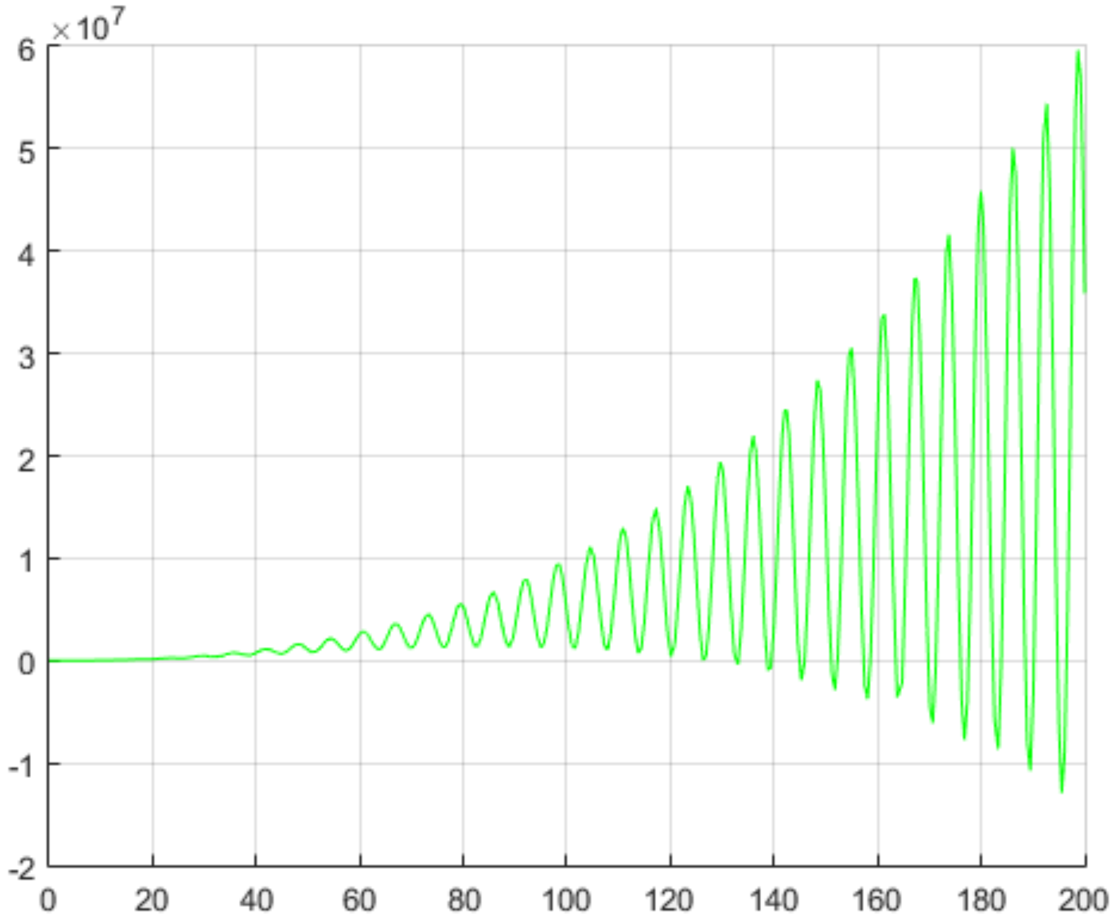
```
function task72
        function z=f(x,y)
                z=2/(x-4)*y-5*(x-4)^3*sin(x-4);
        end
hold on
grid on
        x0=-2
        y0=-1
        [X,Y]=ode45(@f,[0,200],y0)

        plot(X,Y,'r-')
end
```

```
function task72
        hold on
        grid on
                y=dsolve('Dy-2/(x-4)*y+5*(x-4)^3*sin(x-4)=0','y(-2)=-1','x');
                x=-100:0.1:100;
        plot(x,eval(y),'r-')
end
```

в) Резултат от изпълнението на кода:


×10^6
6
4
2
0
-2
-4
-6
-100
-80
-60
-40
-20
0
20
40
60
80
100


×10^7
6
5
4
3
2
1
0
-1
-2
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200