

Факултет по математика и информатика, СУ  
„Св. Климент Охридски“



ПРОЕКТ

ПО

Диференциални уравнения и приложения  
спец. Софтуерно инженерство, 2 курс, летен  
семестър, учебна година 2019/2020

**Тема № 24**



XX.XX.XXXX г.  
гр. София

Изготвил: XXXXXX XXXXX  
група X, ф.н. XXXXXX

Оценка:.....

## СЪДЪРЖАНИЕ

1. Тема (задание) на проекта
2. Решение на задачата
  - 2.1. Теоритична част
  - 2.2. MatLab код и получени в командния прозорец резултати при изпълнението му
  - 2.3. Графики (включително от анимация)

1. Тема (задание) на проекта.

**Тема СИ20-П-24.** Дадено е уравнението

$$y' = x(y + 2)\sin(x^2 - 1).$$

1. Напишете уравнението на тангентата към интегралната крива на това уравнение, която минава през точката  $(\xi, \eta) \in \mathbb{R}^2$ . Опишете метод за построяване на поле от прави (slope field) на даденото уравнение.
2. Начертайте полето от прави (slope field) на това уравнение в правоъгълник  $\Pi$ , съдържащ точката  $(0,1)$ . Решете символно задачата на Коши за даденото уравнение с начално условие  $y(x_0) = y_0$ , където точката  $(x_0, y_0)$ , се въвежда чрез кликуване с мишката в  $\Pi$ . Начертайте в същия прозорец графиката на решението на получената задача на Коши.

2. Решение на задачата

2.1. Теоритична част

- Уравнение на допирателната към интегралната крива

$$y' = x(y + 2)\sin(x^2 - 1) = f(x, y); \quad y(\xi) = \eta.$$

Нека  $\varphi(x)$  е решение на задачата на Коши. Неговата интегрална крива  $L$  е:  $\begin{cases} x = x \\ y = \varphi(x) \end{cases}$ . Тангентният вектор към  $L$  в т.  $(\xi, \eta)$  е:

$$\tau(\xi, \eta) = (\xi, \varphi'(\xi)); \quad \varphi'(\xi) = f(\xi, \varphi(\xi)) \Rightarrow \tau(\xi, \eta) = (\xi, f(\xi, \eta)).$$

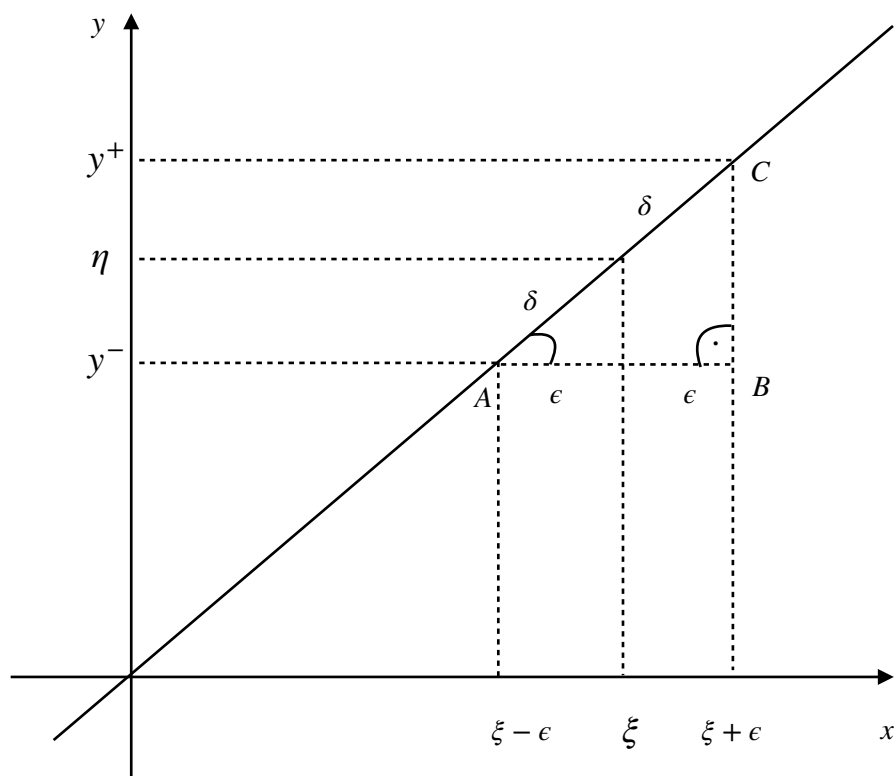
$y'(\xi) = f(\xi, \eta)$ . От друга страна знаем, че

$tg\varphi = \frac{y - \eta}{x - \xi} \Rightarrow y = \eta + (x - \xi)f(\xi, \eta)$ . Полученото уравнение на тангентата/допирателната е :

$$y = \eta + (x - \xi)\xi(\eta + 2)\sin(\xi^2 - 1).$$

- Метод за построяване на поле от прави на изходното уравнение

Нека имаме произволна права с ъглов коефициент  $tg\varphi = \frac{y - \eta}{x - \xi}$ .



В случаят  $tg\varphi = \frac{BC}{AB}$ ; Нека  $AB = 2\epsilon$  и  $AC = 2\delta$ .  $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$$4\delta^2 = 4\epsilon^2 + BC^2. \quad y' = x(y + 2)\sin(x^2 - 1) = f(x, y)$$

$$y'(\xi, \eta) = f(\xi, \eta); \quad BC = 2\epsilon \cdot f(\xi, \eta) \Rightarrow \epsilon = \frac{\delta}{\sqrt{1 + f^2(\xi, \eta)}} > 0.$$

$$y' = (\xi - \epsilon - \xi)f(\xi, \eta) + \eta; \quad y^+ = (\xi + \epsilon - \xi)f(\xi, \eta) + \eta.$$

Искаме да използваме отсечки, части от съответната допирателна през всяка точка  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  от дефиниционната област на  $f(x, y)$ . Получените отсечки образуват фамилия от допирателни за изходното уравнение, т.е. поле от прави.

За целта :

- 1) Избираме  $\delta > 0$
- 2) За всяка точка  $(x_k, y_m)$  изчисляваме  $\epsilon$  и чертаем тосечка, свързваща точките  $(x_k - \epsilon, y_m - \epsilon f(x_k, y_m))$  и  $(x_k + \epsilon, y_m + \epsilon f(x_k, y_m))$ .

2.2. MatLab код и получени в командния прозорец резултати при изпълнението му:

```
function plotSlope24
    clc; clf
    x=-5:0.3:5;
    y=-5:0.3:4;
    axis([-5,5,-5,4])
    function z=ff(x,y)
        x=x.*(y+2).*sin(x.*x-1);
    end
    hold on
    delta=0.1;
    for k=1:length(x)
        for m=1:length(y)
            plot(x(k),y(m), 'k')
            eps=delta/(sqrt(ff(x(k),y(m)).^2+1));
            plot([x(k)-eps, x(k)+eps],[y(m)-eps*ff(x(k),y(m)),y(m)
+eps*ff(x(k),t(m))])
        end
    end
    [x0,y0]=ginput(1);
    diff_eq=dsolve('Dy=x*(y+2)*sin(x*x-1)', 'y(x0)=y0', 'x');
    x=-5:0.01:5;
    plot(x,eval(diff_eq),'r')
end
```

## 2.3. Графики

