1325D Ehab the Xorcist Explained
https://codeforces.com/contest/1325/problem/D

Нека първо разгледаме някои специални (ъглови) случай. Тъй като при операцията XOR $\oplus$ имаме:

$$0 \oplus 0 = 0$$
$$0 \oplus 1 = 1$$
$$1 \oplus 0 = 1$$
$$1 \oplus 1 = 0$$

Да вземем две числа u и v и без ограничение на общността допуснем, че $u > v > 0$. Не е възможно от операцията $\oplus$ между тези две числа, да получим резултат, който да надвиши u (т.е. $u \oplus v \leq u$). От друга страна при операцията + имаме, че $u + v > u$. Задачата не може да има решение при $u > v$, а ако $u = v \neq 0$, то тривиалното решение ще е едноелементния масив {u}. В случай, че $v = 0 \Rightarrow u = 0 \Rightarrow u = v = 0$, то отговорът ще е празния масив {Ø}.

Нека разгледаме последния бит на резултата от прилагането на която и да е от двете операции $\oplus$ или + между две произволни числа u и v. За $\oplus$ я имаме показана по-горе, а за +:

$$0 + 0 = 0$$
$$0 + 1 = 1$$
$$1 + 0 = 1$$
$$1 + 1 = 0$$

(0 плюс едно на ум → 10, но на резултатната позиция ще е 0, също както при операцията $\oplus$)

Следователно и двете операци дават еднакви резултати за последния бит, т.е. u и v трябва да са от една четност. В противен случай няма да има решение и отговора ще е както при $u > v > 0$: -1.

Сега знаем, че дължината на масива ще е поне 2 (тъй като числата u и v ще са различни) и $v > u$.

Нека $x = (v - u) / 2$. Тогава масива {u, x, x} изпълнява условията, т.е. дължината ще е най-много 3. Остана само да проверим дали има двойка числа a и b, за които $a \oplus b = u$ и $a + b = v$ (ако няма, тогава ще вземем построения масив). Имаме, че
$a + b = a \oplus b + 2 * (a \& b)$, което е еквивалентно на $a \& b = v - u = x$. Печалбата от това, че се отървахме от a + b и вече може да разглеждаме a & b на негово място е, че сега може да ги разглеждаме бит по бит (без да мислим за прехвърляне на 1 на ум и т.н.). Ако x има 1 в някой бит, то и a и b трябва да имат 1 на същата позиция едновременно. Следователно $a \oplus$ $\oplus$ b трябва да има 0 на тази позиция. Ако x има 0, то тогава няма ограничения за u. Следователно, ако има бит, където x и u имат точно една 1-ца, т.е. $x \& u \neq 0$, не може да намерим такива a и b и дължината ще е 3. В противен случай $x \& u = 0$, което очначава, че $x \oplus u = x + u$ и следователно масива {u + x, x} е с възможно най-малката дължина.

По този начин успяхме да конструираме този масив → взехме масива {u, x, x}, който очевидно изпълнява равенствата от условието и обединихме първите два елемента, възползвайки се от това, че $u \& x = 0$.