1325E Ehab's REAL Number Theory Problem Explained
https://codeforces.com/problemset/problem/1325/E
По условие знаем, че всеки елемент на масива ще има най-много 7 делителя. Какво всъщност означава това и каква информация, която може да използваме, може да извлечем от това?

Всеки елемент може да има от минимум 1 до максимум 7 делителя. Да разгледаме всеки възможен случай за броя на делителите, за да определим какъв може да бъде вида на числото.

Брой делители	Формат
7	p^6
6	p^2q
5	p^4
4	pq
3	p^2
2	p
1	1

С p и q сме означили произволни прости числа. Забележете, че ако някой точен квадрат дели елемент на масива, то ще може да го разделим на този точен квадрат без да променим условието на задачата. Така ще „нормализираме“ всеки един елемент като това ще означава да го делим на точни квадрати, докато накрая не съдържа такива. След нормализирането – елементите ще имат следния вид: 1, p или pq. Тоест всеки един елемент ще има най-много два прости делителя. В действителност, ако даден елемент има 3 различни прости делителя, то той ще има поне 8 делителя, което е в протиророечие с даденото по условие.

Нека създадем граф G, в който върховете са простите делители на всички елементи от масива и 1-цата, а ребро между връх p и q ще има тогава когато pq е елемент на масива. Тоест, за всеки елемент ще свържем p и q (или p и 1, ако е просто число след нормализирането, или ще направим примка на 1-цата, ако е 1 след нормализирането, но ако има такъв случай, може директно да заявим, че отговора е 1 и да прекратим програмата, тъй като единицата е точен квадрат). По този начин може да кажем, че простите делители на елементите са върховете, а ребрата са елементите му. Каква ще е ползата от така конструирания граф? За всеки път от връх p до връх q, ако умножим ребрата, които съдържа и нормализираме, ще получим pq. Това е така, тъй като всеки връх по пътя ще участва в умножението четен брой пъти с изключение на стартовия p и финалния q от пътя. Следователно, най-краткият подмасив, чието произведение на елементите е точен квадрат, ще е най-късия цикъл в графа!

Може да намерим най-къс цикъл в неориентиран граф за времева сложност от порядъка на $O(n^2)$, където n е броя на върховете в графа. Разглеждаме всеки връх като корен и пускаме обхождане в широчина от него. Ако стигнем до връх, който има за съсед вече посетен връх, то това ще индикира за цикъл. Това ще намери най-кратък цикъл само, ако корена на bfs дървото се съдържа в такъв.

Графът G, който създадохме е мултиграф и освен това има специално условие, което е съществено важно да се отбележи и което късае времевата сложност на алгоритъма. Няма да има свързани два върха, които са с по-голяма стойност от $\sqrt{\max a_i}$, където $\max a_i$ е максималният елемент в дадения масив. Това е така, тъй като произведението им ще надхвърли $\max a_i$, което ще е противоречие с това, че такъв елемент съществува в масива. От тук следва, че ВСЕКИ път в този граф има връх със стойност $\leq\sqrt{\max a_i}$ и за това ще използваме само тези върхове за корен/начало на bfs обхождането.