

Кулите в Ханой

https://en.wikipedia.org/wiki/Tower_of_Hanoi

Ханойските кули е известна древна игра. Условието на играта е простичко. Дадени са 3 колони и n диска, като всеки диск е с различен размер. Колоните са наименувани от ляво на дясно съответно с имената *source*, *spare* и *destination*, а дисковете са номерирани с числата от 1 до n , във възходящ ред по големина – 1 за най-малкия до n за най-големия диск. В началото всички n диска са на *source* колоната, подредени в низходящ ред от най-долния към най-горния, така че диск n е най-отдолу, а диск 1 е най-отгоре.



Целта е да преместим всичките n диска от колона *source* до колона *destination*. Звучи лесно, нали? Но не е толкова просто, защото трябва да се спазват две правила:

- Позволено е да се мести само по един диск на ход;
- Не е позволено да се поставя по-голям върху по-малък диск. Например, ако диск 3 е на колоната, всички дискове под диск 3 трябва да са с номер, по-голям от 3.

За да разберете по-добре условията може да намерите играта на следния линк:

<https://www.mathsisfun.com/games/towerofhanoi.html>

Според легендата някъде в Азия (Тибет, Виетнам, Индия), монасите са решавали тази задача с 64 диска и освен това вярвали, че след като преместят по правилата всички дискове от колона *source* на колона *destination*, светът ще свърши. Ако монасите са прави, трябва ли да се тревожим?

При решаването на задачата за $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ се забелязват два модела. Първо, може да решим задачата за ханойските кули рекурсивно. Ако $n = 1$, преместваме диск 1. В противен случай, когато $n \geq 2$, решаваме задачата в 3 стъпки:

- Рекурсивно решаваме подзадачата за преместване на дисковете от 1 до $n - 1$ от коя да е колона към допълнителната колона.
- Преместваме диск n от колоната, от която започва, към крайната колона.
- Рекурсивно решаваме подзадачата за преместване на дисковете от 1 до $n - 1$ от допълнителната колона към крайната колона.

След това решаването на задача за n диска изисква $2^n - 1$ хода. Видяхме, че това е вярно за:

- $n = 1$ ($2^1 - 1 = 1$, нужен е само 1 ход)
- $n = 2$ ($2^2 - 1 = 3$, нужни са 3 хода)
- $n = 3$ ($2^3 - 1 = 7$, нужни са 7 хода)
- $n = 4$ ($2^4 - 1 = 15$, нужни са 15 хода)

Ако може да решиш задачата за $n - 1$ диска за $2^{n-1} - 1$ хода, тогава може да решим задачата за n диска за $2^n - 1$ хода. Трябват ни:

- $2^{n-1} - 1$ хода, за да решим рекурсивно първата подзадача за преместване на дискове $1 \dots n - 1$
- 1 ход, за да преместим диск n
- $2^{n-1} - 1$ хода (отново), за да решим рекурсивно втората подзадача за преместването на дисковете $1 \dots n - 1$

Ако съберем броя ходове, ще получим $2^n - 1$.

Да се върнем при монасите. Те използват $n = 64$ диска и ще трябва да преместят един диск $2^{64} - 1$ пъти. Допускаме, че монасите са сръчни, силни и организирани. Тогава, те могат да местят един диск всяка секунда, денонощно.

Колко време са $2^{64} - 1$ секунди? Ако приемем, че една година има грубо 365 дни, тогава това са 584 542 046 090 години. Това са 584+ милиарда години. Но на слънцето му остават само още 5 до 7 милиарда години, преди да се превърне в супернова. Така че, да, светът ще свърши, въпреки упоритостта на монасите, но това ще стане много преди те да успеят да пренесат всичките 64 диска в колона *destination*.

Да се напише програма, която нарежда кулите на Ханой.

Примерен вход	Очакван изход
2	Source: 2, 1 Destination: empty rod Spare: empty rod ----- Step #1: Moved disk 1 Source: 2 Destination: empty rod Spare: 1 ----- Step #2: Moved disk 2 Source: empty rod Destination: 2 Spare: 1 ----- Step #3: Moved disk 1 Source: empty rod Destination: 2, 1 Spare: empty rod ----- Total moves: 3