

Задача 31.

Нека G е свързан граф с $2n$ върха, като n от тях имат степен 3. Докажете, че в G има цикъл.

Док-во:

Искаме да докажем, че G не е дърво. За целта нека допуснем, че G е дърво, т.е. че в G има цикъл. Тогава броя на ребрата на G ще е $2n - 1$. Следователно от формулата на Ойлер имаме:

$$2(2n - 1) = 2|E| = \sum_{u \in V} \deg(u) \geq n \cdot 3 + n \cdot 1 \geq 4n \Rightarrow 4n - 2 \geq 4n, \text{ което е}$$

противоречие с допускането. Следователно в G има поне един цикъл.

github.com/andy489