

**Задача 35.** Дадено е дърво  $G$ , в което има върхове само от степени 1, 2 и 4. Да се докаже, че броят на върховете от степен равна на 1 е с две по-голям от удвоения брой на върховете от степен 4.

**Доказателство:**

Нека с  $N(i)$  отбелязваме броя на върховете от степен равна на  $i$ . От това, че  $G$  е дърво следва, че  $|V| = |E| + 1$ , а от формулата на Ойлер имаме, че  $2|E| = \sum_{u \in V} \deg(u)$ .

$$2(|V| - 1) = 2|E| = \sum_{u \in V} \deg(u) = N(1) \times 1 + N(2) \times 2 + N(4) \times 4$$

$2(N(1) + N(2) + N(4) - 1) = N(1) + N(2) \times 2 + N(4) \times 4$ , тоест  $N(1) = 2 \times N(4) + 2$ , което искахме да докажем.

□