

**Задача 16.** Дадена е релацията на еквивалентност  $\Xi$  над множеството  $\{a, b, c\}$ . Дадено е още, че  $a \Xi b$  и  $|\{a, b, c\}/\Xi| > 1$ . Да се намерят елементите на  $\{a, b, c\}/\Xi$ .

**Решение:**

За всяко множество от три елемента имаме, че:

$1 < |\{a, b, c\}/\sim| \leq |\{a, b, c\}| = 3$ , където  $\sim$  е релация на еквивалентност над него.

Но по условие имаме, че  $a \Xi b$ , откъдето следва, че  $[a]_{\Xi} = [b]_{\Xi}$ . Ако  $[c]_{\Xi} = [a]_{\Xi} = [b]_{\Xi}$ , то тогава ще следва, че фактор множеството ще има един елемент, тоест  $\{a, b, c\}/\Xi = \{[a]_{\Xi}\}$  и така ще имаме, че  $|\{a, b, c\}/\Xi| = 1$ , което е противоречие с условието. Следователно  $[c]_{\Xi} \neq [a]_{\Xi} = [b]_{\Xi}$ . Тогава имаме точно два класа на еквивалентност:

$$[c]_{\Xi} = \{c\} \text{ и } [a]_{\Xi} = [b]_{\Xi} = \{a, b\}.$$

Окончателно,  $\{a, b, c\}/\Xi = \{\{a, b\}, \{c\}\}$ .

□