Задача 19.

Да се намери редицата $\{a_n\}_0^\infty$, която е зададена рекурентно с уравнението $a_{n+1} = -3a_n + (2n+1)5^n$ и $a_0 = 0$.

Решение:

Пресмятаме:
$a_1 = -3a_0 + (2.0+1)5^0 = 1;\ a_2 = -3a_1 + (2.1+1)5^1 = -3 + 3.5 = 12$
Хомогенна част: $p(-3)^n$
Нехомогенна част: $(qn+r)5^n$
Следователно общия вид е: $\underbrace{a_n = p(-3)^n + (qn+r)5^n}$

$0 = a_0 = p + r$
$1 = a_1 = -3p + 5q + 5r$
$12 = a_2 = 9p + (2q+r).25 = 9p + 50q + 25r$

<img src="https://latex.codecogs.com/svg.latex?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 5 & 5 & 1 \\ 9 & 50 & 25 & 12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -8 & 5 & 0 & 1 \\ -16 & 50 & 0 & 12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -8 & 5 & 0 & 1 \\ 0 & 40 & 0 & 10 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{32} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{32} \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow p = \dfrac{1}{32}, q = \dfrac{1}{4}, r = -\dfrac{1}{32}. \Rightarrow a_n = \dfrac{1}{32}.(-3)^n + (\dfrac{1}{4}n - \dfrac{1}{32}).5^n$.

github.com/andy489