Задача 6. Да се докаже, че за всеки три множества A, B и C е изпълнено, че $A \times (B \backslash C) = (A \times B) \backslash (A \times C)$.

Доказателство:

Нека A, B и C са произволни множества.

($\subseteq$) Нека $x \in A \times (B \backslash C)$. Тогава съществуват елементи $a \in A$ и $b \in (B \backslash C)$ такива, че $x = (a, b)$. От тук заключаваме, че $b \in B \wedge b \notin C \Rightarrow x = (a, b) \in A \times B$. Да допуснем, че $x \in A \times C$. Тогава съществуват елементи $a' \in A \wedge c \in C$ такива, че $x = (a', c)$. Но $x = (a, b)$ и следователно $x = (a, b) = (a', c) \Rightarrow a = a' \wedge b = c$, но $c \in C$, откъдето следва, че $b \in C$, което е противоречие с допускането, че $x \in A \times C \Rightarrow x \notin A \times C$. Така $x \in (A \times B) \backslash (A \times C)$.

($\supseteq$) Нека $x \in (A \times B) \backslash (A \times C)$. Следователно $x \in A \times B$ и $x \notin A \times C$. От $x \in A \times B$ следва, че съществуват елементи $a \in A$ и $b \in B$ такива, че $x = (a, b)$. Да допуснем, че $b \in C$. Тогава, тъй като $a \in A$ имаме, че $x = (a, b) \in A \times C$, което е провиворечие с допускането и следователно $b \notin C$ и тъй като $b \in B$, то $b \in B \backslash C$. Така $x = (a, b) \in A \times (B \backslash C)$.

$\square$