

Задача 29. Даден е граф $G(V, E)$ с $|V| \geq 2$. Да се докаже, че в G съществуват поне два върха от една и съща степен.

Доказателство:

Допускаме, че в G няма два върха от една и съща степен. Това означава, че $\forall_{u_i, u_j \in V} [i \neq j] : \deg(u_i) \neq \deg(u_j)$. Следователно съществува точно един връх от степен равна на 0, точно един връх от степен равна на 1, ..., точно един връх от степен равна на $n - 1$. В частност ще имаме върховете u_i и u_j с $\deg(u_i) = 0$ и $\deg(u_j) = n - 1$, което е противоречие с допускането, тъй като u_i не е свързан с никои друг връх в графа G , а u_j е свързан с всички останали върхове в същия граф. Следователно в G има поне два върха от една и съща степен.

□