

Задача G09. Дадено е дърво G , в което има върхове само от степени 1, 2 и 4. Да се докаже, че броят на върховете от степен равна на 1 е с две по-голям от удвоения брой на върховете от степен 4.

Доказателство:

Нека с $N(i)$ отбелязваме броя на върховете от степен равна на i . От това, че G е дърво следва, че $|V| = |E| + 1$, а от формулата на Ойлер имаме, че $2|E| = \sum_{u \in V} \deg(u)$.

$$2(|V| - 1) = 2|E| = \sum_{u \in V} \deg(u) = N(1) \times 1 + N(2) \times 2 + N(4) \times 4$$

$2(N(1) + N(2) + N(4) - 1) = N(1) + N(2) \times 2 + N(4) \times 4$, тоест $N(1) = 2 \times N(4) + 2$, което искахме да докажем.

□