Задача S08. Да се докаже, че за всеки три множества A, B и C е изпълнено, че $A\backslash(B \cup C) = (A\backslash C)\backslash(B\backslash C)$.

Доказателство:

Нека A, B и C са произволни множества.

$(\subseteq)$ Нека $x \in A\backslash(B \cup C)$. Следователно $x \in A \wedge x \notin B \cup C \Rightarrow x \notin B \wedge x \notin C$. Ще докажем, че $A\backslash(B \cup C) = (A\backslash C)\backslash(B\backslash C)$.

От $x \in A \wedge X \notin C \Rightarrow x \in A\backslash C$ (1)
От $x \notin B \wedge x \notin C \Rightarrow x \notin B\backslash C$ (2)

От (1) и (2) $\Rightarrow x \in (A\backslash C)\backslash(B\backslash C)$.

$(\supseteq)$ Нека $x \in (A\backslash C)\backslash(B\backslash C) \Rightarrow \underbrace{x \in A\backslash C}_{(3)} \wedge \underbrace{x \notin B\backslash C}_{(4)}$. От (3) следва, че $x \in A \wedge x \notin C$.

От (4) следва, че $x \notin B \vee (x \in B \wedge x \in C)$, но от (3) следва, че $x \notin C \Rightarrow x \notin B$.
Имаме, че $x \in A$, $x \notin C$ и $x \notin B \Rightarrow x \notin B \cup C \Rightarrow x \in A\backslash(B \cup C)$.

$\square$