

Game-Math Developer – MATH Interview

Време за работа – 70 мин. Всяка от задачите с номера от 1 до 7 носи по 10 точки, последната задача с номер 8 носи 30 точки. Необходимият брой точки за успешното преминаване на теста са 35 точки. По време на решаване на задачите от теста може да се използва всякакъв вид източници на информация като лични записки, калкулатор, интернет, но не е позволена помощ от трето лице. Накрая на теста ще се изисква обяснение на решението на една или повече произволни задачи от решените. УСПЕХ!

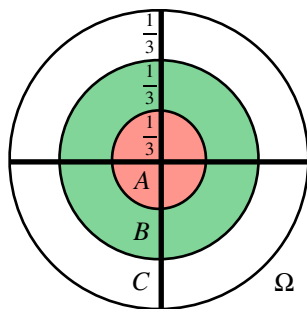
Задачи:

1. В даден експеримент е възможно да се случат две независими събития A и B . Моделирайте събитията с вероятности по-малки от $1/3$, така че в очакване поне едно от тях да се случва на всеки 3 проведени експеримента.
2. Играч хвърля стандартно зарче и получава броя на точките на горната му стена след падането. Играчът иска да получи максимално голям брой точки. Освен това, на играча се дава възможност да хвърли повторно зарчето, ако пожелае, но ако го направи, той задължително ще получи новия брой паднали се точки. Да се определи средният брой точки, които играчът ще получи в дългосрочен план.
3. В даден експеримент вероятността да настъпи събитие **Activator** е 19 %. Ако събитието **E** настъпило, то задължително се изпълнява едно от събитията в таблицата по-долу със съответната вероятност.

Event	Hit Rate
SwapTiles	24.00%
RandomWilds	60.00%
FatTiles and RandomWilds	4.00%
InstantWin	12.00%

Ако събитието **Activator** НЕ е настъпило, вероятността да се случи **RandomWilds** е 10 %. Каква е вероятността при произволен експеримент да се случи събитието **RandomWilds**?

4. След като изпива 3 бири на бара, Пешо от математиците на MaxOddsCity решава да стреля по мишената Ω от фигурата по-долу. Каква е вероятността да улучи съответно секторите A , B и C ? Допуска се, че колкото и да е пиян играча – всяка стрела, с която стреля ще попада в мишената.



5. Върху шахматна дъска 8×8 са разположени 33 топа. Винаги ли може да намерим 5 топа измежду тях, никои два от които не се бият? Ако отговорът е НЕ – дайте контрапример, ако отговорът ДА – докажете го.
6. На летище София има бърз COVID тест, който е способен да индикира дали даден човек е заразен с вируса или не. Инфектираните са 1 % от посетителите на летището.
- I (infected) $\rightarrow 99\%$. Ако човек е носител на вируса, теста с 99 % засича вярно и индикира, за наличието на вирус.
 - H (healthy) $\rightarrow 80\%$. Ако човек не е носител на заразата, тогава теста правилно връща индикатор (т.е. не реагира) с 80 % вероятност, че е здрав.

Каква е вероятността, даден човек да е заразен, при положение, че теста е реагирал положително за наличие на вирус?

7. Дадена фиксирана игра (например слот машина) връща произволни неотрицателни реални числа при всяко натискане на бутон. Може да разглеждаме тази игра като даден експеримент, чиито резултат от провеждането му е произволна неотрицателна числова стойност. Проста (рандомизирана) извадка от 36 проведени експеримента има средна стойност 4 и е със стандартно отклонение 12. Да се построи 95 % доверителен интервал за средната връщана стойност на експеримента (играта) като цяло на база наличната информация. Какво всъщност показва този доверителен интервал?
8. Разполагате с два пощенски плика A и B , в които има съответно положителните суми a и b . Нямаме никаква априорна информация за сумите, освен това, че са положителни, а човекът, който ги е поставил в пликовете знае, че $a < b$. Избирате случайно (равновероятно) един от двата плика. Виждате сумата x в плика, който сте избрали ($x = a$ или $x = b$), но нямаме никаква информация за това дали останалата сума е по-голяма или по-малка. Човекът, който е сложил сумите в пликовете знае, но Вие – не. Дава ви се шанс, ако искате, да си смените плика. При пожелана смяна, Вие със сигурност ще вземем сумата в новоизбрания плик, а ако откажете смяна ще останете със сумата от първоначално избрания плик. Да означим събитието $C = \{\text{печелите по-голямата сума } b\}$.

Съществува ли стратегия, за която $\mathbb{P}(C) > 50\%$? Тоест, има ли стратегия, която ви позволява да спечелите по-голямата от двете суми, с вероятност СТРОГО по-голяма от 50 %? Обосновете отговора си.