

Упражнение 10 по СЕМ - Задачи

8 декември 2020 г.

Задача 1 Дадена е случайна величина X с плътност $f_X(x) = \begin{cases} c(x^2 + 2x), & x \in [0, 1] \\ 0, & x \notin [0, 1] \end{cases}$

Намерете:

- а) константата c ;
- б) EX , DX ;
- в) вероятността X да е по-малка от математическото си очакване;
- г) очакването на случайната величина $X^2 + 3X$.

Задача 2 Върху окръжност $k(O, r)$ е фиксирана точка A , точка B попада по случаен начин върху окръжността. Да се намери математическото очакване на лицето на $\triangle AOB$.

Задача 3 Нека $X \in U(0, 7)$ е времето на безотказна работа в години на даден апарат. Съгласно гаранцията на апарата, той ще бъде заменен с нов на петата година, или преди това в случай на дефект. Нека Y е времето до смяната на апарата. Да се определи $P(Y < 4)$, EY и DY . Ако са продадени 1000 апарата, колко ще трябва да се подменят преди петата година?

Задача 4 Във вътрешността на кръг с радиус R случайно се избират точките A и B . Да се намери вероятността окръжността с център A и радиус AB да лежи във вътрешността на кръга.

Задача 5 В магазин работят две касиерки. Предполагаме, че времето необходимо за обслужване на клиент на всяка от двете опашки е експоненциално разпределена случайна величина с математическо очакване 8 мин за първата опашка и 5 мин за втората. Клиент, избрал по случаен начин опашка, е чакал по-малко от 4 минути. Каква е вероятността той да е бил на първата опашка?

Задача 6 Времето за преглед на пациент е експоненциално разпределена случайна величина с очакване 30 мин. За преглед има записани двама пациента, първия в 11.00, а втория в 11.30 и двамата пристигат в точно определения час. Ако прегледа на първия не е завършил, вторият ще изчака. Да се пресметне средно колко време ще прекара вторият пациент в поликлиниката.

Задача 7 Нека случайната величина $X \in \text{Ex}(\lambda)$. Да се намерят плътностите на следните случайни величини:

- а) $Y = -X$;
- б) $Y = 2X - 1$;

- в) $Y = \sqrt{X}$;
г) $Y = X^a$, $a > 0$.

Задача 8 Дадена е окръжност $k(A, a)$, като $A(0, a)$. Точка В е равномерно разпределена върху частта от окръжността, разположена в първи квадрант. Нека $C(X, 0)$ е пресечната точка на правата АВ с абцисната ос. Да се намери плътността на X .