## Машина на Галтън

## 1. Въведение

Машината на Галтън се състои от вертикална дъска с редове от колчета. Мъниста се пускат отгоре и когато устроиството е нивелирано, отскачат наляво или надясно с равна вероятност, когато се ударят в колчетата. В крайна сметка те се събират в контейнери на дъното, където броя на мънистата натрупани в контейнерите – схожда до камбановидната крива на нормалното разпределение.

## 2. Дистрибуция на мънистата

Ако мънисто отскочи надясно точко k пъти през целия си път до попадането му в контейнер, то то ще се попадне в k-тия контейнер (броено от ляво с база 0). В този смисъл, броя на отскоците наляво ни е достатъчен параметър, за да детерминираме контейнера в който ще попадне дадено мънисто. За да пресметнем броя на пътищата, по които може да поеме мънисто за да попадне в k-тия контейнер на машината на Галтън е необходимо да преброим всички пътища, които имат точно k отскачания надясно.

Между множеството на тези пътища и k-елементните подмножества на n-елементно множество (където n е броя на редовете с колчета от машината) съществува биекция (взаймно еднозначно съответствие). Следователно

Всички пътища водещи до 
$$k$$
-ти контейнер =  $\binom{n}{k} = \binom{n!}{(n-k)!k!}$ 

Следователно вероятността на мънисто да попадне в секция с номер k е точно

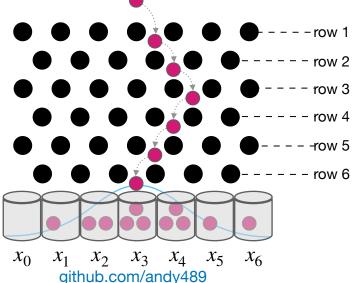
$$\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

В нашия случай  $p = \frac{1}{2} = 1 - p$ .

Тоест теоритичното RTP на играта ще се изчислява чрез следната формула

$$\mathsf{RTP} = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{k} \cdot \frac{1}{2^n} \cdot x_k$$

Ако намерим такива числа  $x_k$ , които генерират RTP например 99%, то ще имаме казино игра.



Нека например вземем броя на редовете с колчета да е n=8, а печалбите да са съответно

$$\begin{cases} x_0 &= 13 \\ x_1 &= 3 \\ x_2 &= 1.3 \\ x_3 &= 0.7 \\ x_4 &= 0.4 \\ x_5 &= 0.7 \\ x_6 &= 1.3 \\ x_7 &= 3 \\ x_8 &= 13 \end{cases}$$

Следователно теоритичното RTP ще е равно на:

$$\begin{aligned} \mathsf{RTP} &= \sum_{k=0}^{n} \binom{8}{k} \frac{1}{2^8} \cdot x_k = \frac{1}{2^8} \left( \left( \binom{8}{0} \times 13 + \binom{8}{1} \times 3 + \binom{8}{2} \times 1.3 + \binom{8}{3} \times 0.7 \right) \times 2 + \binom{8}{4} \times 0.4 \right) = \\ &= \frac{1}{2^8} \times \left( (1 \times 13 + 8 \times 3 + 28 \times 1.3 + 56 \times 0.7) \times 2 + 70 \times 0.4 \right) = \\ &= \frac{1}{2^8} \times \left( (13 + 24 + 36.4 + 39.2) \times 2 + 28 \right) = \\ &= \frac{1}{2^8} \times \left( (112.6 + 28) = \frac{1}{256} \times 253.2 = 0.9890625 \right) \end{aligned}$$

Јаvа кодът от геро-то симулира играта в три режима на риск (LOW, MEDIUM HIGH). Колкото по-висок е режима, толкова по-волатилна е играта. Програмният код имитира хвърляне на честна монета и всеки път когато резултата от монетата е "ези" мънистото отскача наляво, а когато е "тура" – мънистото отскача надясно. За всяко спускане отгоре надолу на мънистото, посоките, които се поемат се съхраняват с списък, за да се върнат като резултат, заедно със сумата за изплащане спрямо съответната таблица за изплащане, която се адресира според броя на редовете с колчета и избрания от потребителя режим на игра.

Механиката на играта предразполага за предлагането и като бонусна игра в друга игра или такава, която може да позволи уголемяването на дадена печалба от друга игра спрямо някакъв риск.