AI-FML 代理人補丁學習機制應用於圍棋機器人

蔡易霖 國立臺南大學 資訊工程學系 m10759011@gm2.nutn.edu.tw 李健興 國立臺南大學 資訊工程學系 leecs@mail.nutn.edu.tw

摘要

在本研究中,我們提出了一個具有補丁學習機制的 AI-FML 代理人應用於圍棋機器人。AI-FML 代理人具有三種智慧應用於機器人,包括感知智能、認知智能和計算智能。此外,我們將補丁學習機制嵌入到 AI-FML 代理人中。執行補丁學習的方法包括三個步驟。首先訓練初始全域模型,接著為每個已識別的模型進行補丁訓練,最後使用剩下的訓練資料更新全域模型。本篇論文採用 Google DeepMind Master 60 盤圍棋做為訓練集和測試集。從實驗結果可以發現具有補丁學習機制的 AI-FML代理人可以提高圍棋機器人在回歸模型上的性能。關鍵詞:AI-FML、代理人、補丁學習、模糊機器學習、圍棋。

1. 前言

如今,機器學習已在現實生活中的許多領域和 行業中被使用,例如醫學診斷、影像處理、回歸... 等。但是訓練高效能的機器學習模型通常是一個迭 代的過程,它依賴於經驗和嘗試錯誤。有時當模型 表現不令人滿意時,我們需要採取一些補救措施來 增強其性能[1]。我們可以使用一些策略來增強機器 學習的性能,例如使用單個多神經元的模型、單個 多層網路的模型、並行連接多個簡單基底模型或串 聯連多個簡單的基底模型[1、2]。 在本文中,我們 提出了一種具有補丁學習機制的 AI-FML 代理,以 提高機器學習的性能。Mendel 所提出的補丁學習想 法如下:「設想一位雕塑家正在雕刻一個人物,在他 第一次雕刻後,他會檢查整個雕像,並且注意需要 對哪些地方進行改進。他會將重點擺到需要被改善 的部分,接著將雕像的精緻部分與雕像的其餘部分 結合在一起。持續不斷的修補,直到對整個雕像感 到滿意為止。」補丁學習中的每個補丁都類似於雕 塑品中需要更多補修的部分[1]。根據[1],補丁學習 包括三個步驟,描述如下:(1)首先使用所有訓練數 據訓練初始全域模型。(2)從初始的全域模型中找出 補丁,並為每個補丁訓練一個補丁模型。(3)使用訓 練集更新全域模型。Wu和 Jerry [1]將補丁定義為輸 入域中的連接多面體。例如,一維輸入域中是一個 直線區段,而二維輸入域可以是一個矩形,或是一 個橢圓形...等。但是一般來說,尋找補丁的位置是 一項非常艱鉅的任務,並非每個問題都可以輕鬆實 現。補丁學習並行和串聯連接多個簡單模型,以提 高學習性能。Mendel 在論文中[2]介紹如何使用基於

規則的模糊系統執行補丁學習,因為在模糊系統中 易於初始化補丁的位置。

對於數據科學家來說,回歸、集成式學習和深 度學習是重要的機器學習方法[9]。Jang [11]在 1993 年提出了一種基於自適應網絡的模糊推論系統 (ANFIS)。ANFIS 整合了機器學習模型和模糊邏輯 原理,並且在實際應用中取得兩者的好處。它的推 論系統對應於一組模糊規則,這些規則具有學習能 力以近似非線性函數,並被認為是一種通用的評估 器[11]。在我們之前的論文[3]中,我們使用 AlphaGo Master [14] 60 盤棋局作為實驗數據集,並基於 FML 基因學習(GFML)、XGBoost 集成式學習和七層深度 模糊神經網絡(DFNN)訓練預測勝率,以使 Darkforest AI 機器人 [12]預測的勝率更接近 ELF Open Go AI 機器人 [13]。在本文中,我們進一步將 FML、補丁學習和基於自適應網絡的模糊推理系統 (ANFIS)與深度學習相結合,以訓練模型來預測 AlphaGo Master 60 場比賽的勝率。實驗結果顯示, 引入補丁學習機制比我們在以前的論文中所提出 的方法具有更好的性能[3]。

本論文架構如下:第2節介紹了基於 ANFIS 的補丁學習機制的結構。第3節介紹了圍棋資料集基於 ANFIS 的補丁學習機制。第4節提出了一種基於補丁學習的 AI-FML 代理人,應用用於機器人,以及預測圍棋比賽的勝率。第5節為實驗結果。最後,第6節為本論文之結論。

2. 基於 ANFIS 補丁學習機制架構 2.1 補丁學習機制

在傳統 ANFIS 的設計階段,使用訓練資料來優化輸入的隸屬函數與輸入參數,並使用所有訓練資料來優化評估指標[1、11]。基於文獻[1]中補丁學習的概念,本論文提出了一種具有補丁學習機制的AI-FML 代理人,從全域的模糊規則系統設計開始,然後找到評估指標最大的區域作為補丁。圖 1 顯無不了用於預測 Master 60 盤棋局勝率的補丁學習架構,其描述如下:(1)我們使用所有訓練資料來訓練全域模型。(2)我們找出第 1 手(M1)到 P1 手(Mp1)的輸入區域會引起較大的損失,因此我們使用屬於該區間的訓練資料來訓練一個補丁模型(PM1)以減少整體學習損失。接著我們採用第 P1+1 (M_{P1+1}) 手到第 P2 (M_{P2}) 手,...,第 N (M_N) 手到第 PN (M_{PN}) 手落於區間內的資料來訓練補丁模型 1 (PM_1) ,補丁模型 2

 $(PM_2), ...$,補丁模型 $L(PM_L)(3)$ 最後再使用補丁 1, 2, ..., L 未使用的剩餘訓練資料更新全域的模糊規則系統。圖 1 以第 2 盤棋局為例,假設 L=3, $MP_1=20$, $MP_2=40$ 和 $MP_3=90$ 。

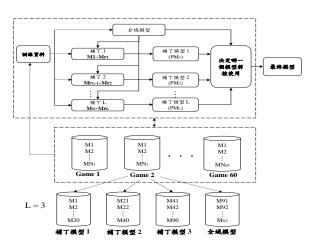


圖 1. 預測 Master 60 盤棋局勝率的補丁學習架構

2.2 基於自適應網絡的模糊推理系統機制

基於 ANFIS 的補丁學習機制已嵌入到 AI-FML 代理人中,我們將其應用於預測圍棋資料的勝率。 另外採用 ANFIS 算法訓練補丁模型以提高性能指 標[1,11]。 ANFIS 是基於 Takagi-Sugeno 模糊推論 系統的人工神經網絡模型之一,並於 1990 年初被 提出[10,11]。在本論文中,我們使用 PyTorch 來實 作基於 ANFIS 的補丁學習模型框架。ANFIS 的架 構包括前鑑部和後鑑部兩部分,其架構由五層網路 所組成,如圖 2[11]。其描述如下:(1)第一層/模糊化 層:我們使用隸屬函數來計算輸入值所對應的歸屬 值。(2)第二層/規則層:負責通過乘積為輸入信號 來生成規則的觸發強度。(3)第三層/正規化層:正規 化觸發強度,將每個值除以所有的觸發強度總和。 (4)第四層/推論層:將第三層的正規化值與後鑑部 參數相乘,並將結果發送到第五層。 (5)第五層/解 模糊化層: 將所有輸出信號的總和計算,並生成最 終輸出。

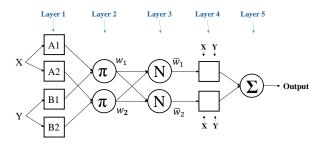


圖 2. 自適應網絡的模糊推理系統五層架構[11]

3. 圍棋資料基於 ANFIS 補丁學習機制

3.1 IEEE WCCI 2020 資料集簡介

在本論文中,我們採用2016年12月和1月的 AlphaGo Master 60 盤棋局作為實驗數據,這些資料 被指定為 IEEE CIS 旗艦會議上所舉行的競賽數據 [3]。參賽者可以從60場比賽中選擇40場比賽作為 訓練資料,將其餘20場比賽作為測試資料。並建構 模糊推論系統的知識庫和規則庫。表1為第1盤棋 局的第 1 步到第 20 步的資料。每個棋局都包含 Darkforest AI Bot 和 EFL OpenGo AI Bot 預測的數 據。MoveNo 是手數編號,但 MoveNo 僅列出「奇 數」編號(即1、3、5...),因為每一行對應一對黑棋 與白棋。因此 MoveNo 1 的行對應於黑色的第 1 手 (即 B1)和白色的第 1 手(即 W2)。MoveNo 145 對應 於黑色第 145 手(即 B145)和白色第 146 手(即 W146)。 如果最後的 MoveNo 為「奇數」,則最後一行的白色 資訊將為空。訓練資料從第1局到第40局共有3758 筆數據。測試資料從第41局到第60局共有1880筆

表 1. 第 1 局第 1 步到第 20 步圍棋數據

| | W 1. | 714 - | 14 M | 1 / / | 1 24 -0 | ノロツ | - XX | | |
|------|-------|-------|------|-------|---------|--------|------|------|--|
| Move | DBS | DWS | DBW | DWW | DBTM | DWTM | EBW | EWW | |
| No | N | N | R | R | R | R | R | R | |
| 1 | 3863 | 2274 | 0.52 | 0.48 | 0 | 1 | 0.49 | 0.50 | |
| 3 | 9283 | 7866 | 0.51 | 0.48 | 0.5 | 1 | 0.45 | 0.54 | |
| 5 | 11395 | 6798 | 0.51 | 0.47 | 0.66 | 1 | 0.45 | 0.57 | |
| 7 | 4499 | 10703 | 0.51 | 0.46 | 0.75 | 1 | 0.49 | 0.52 | |
| 9 | 7388 | 20017 | 0.52 | 0.46 | 0.8 | 1 | 0.47 | 0.53 | |
| 11 | 20098 | 9693 | 0.53 | 0.46 | 0.83 | 1 | 0.47 | 0.52 | |
| 13 | 20017 | 14595 | 0.53 | 0.47 | 0.85 | 1 | 0.48 | 0.49 | |
| 15 | 6786 | 4892 | 0.52 | 0.45 | 0.87 | 0.875 | 0.48 | 0.53 | |
| 17 | 20017 | 6432 | 0.53 | 0.46 | 0.88 | 0.7778 | 0.48 | 0.53 | |
| 19 | 5267 | 13267 | 0.51 | 0.48 | 0.9 | 0.8 | 0.48 | 0.50 | |
| | 說明 | | | | | | | | |

(1) DBSN和 DWSN 表示黑森林系統黑與白的模擬次數(2) DBWR和 DWWR 表示黑森林系統黑與白的預測勝率(3) DBTMR和 DWTMR 表示黑森林系統黑與白的匹配率(4) EBWR和 EWWR表示 ELF OpenGo 系統黑與白的預測勝率

3.2 圍棋資料分區前處理

Jang [11]在 1993 年論文中提到:「模糊條件語 句是 IF A THEN B 形式的表達式,其中 A 和 B 是 具有適當的隸屬函數的模糊集的標籤」和「fuzzy ifthen 規則通常用於記錄了不精確的推論模式,這些模式對人類在不確定和不精確的環境中做出決策扮演著重要的角色」。

有多種用於劃分輸入域的分區函數,例如,明確分區函數或 Type-1 分區函數[2]。實值變數的明確分區由多個不重疊的相鄰區域所組成,這些區域是實數的間隔,其中每個區域中的隸屬程度為 1,在該區域之外為 0[2]。此外實值變數的一階不確定性分區由多個重疊區間組成,其中我們可以確定重疊的開始和結束位置,因此每個重疊中的歸屬內於 0 到 1 之間。一階不確定性分區函數。如圖 3 本實驗採用 64 個高斯函數的 Type-1 分區,用於圍

棋數據預處理。

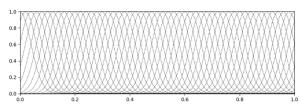


圖 3. 64 個高斯函數的 Type-1 分區函數

此外實驗中有兩個用於資料預處理的標準。第一個標準是「如果 Darkforest 的最終預測結果是錯誤的,則該局的資料集將不會用於訓練集或測試集。」例如我們在訓練集中將不採用第 15 盤、第 25 盤和第 29 盤的資料集。圖 4 顯示了兩盤 Darkforest與 ElF OpenGo 的預測結果。

第二個標準是「如果 ELF OpenGo 和 Darkforest 之間的白色或黑色預測勝負差異超過 40%,則該局的資料將不會在訓練集或測試集中採用。」假設一盤對局中有 100 手,但 ELF OpenGo 和 Darkforest 預測有 40 個手數不同,則該局將從資料集中刪除。基於此標準,我們將第 8 盤、第 32 盤和第 36 盤從訓練數據集中刪除。在實驗測試集中我們刪除了第 44 盤、第 47 盤、第 56 盤和第 57 盤。 此外,我們還檢查資料集中的缺失值。如果有一局的第 1 手與最後一手都是相同的黑棋或白棋,我們會將該局的最後一筆資料移除。經過檢查後,我們從訓練集中刪除了 19 筆資料,從測試集中刪除了 6 筆資料。最 後我們在此實驗中保留了 3143 筆訓練資料,測試集中保留 1239 筆資料。

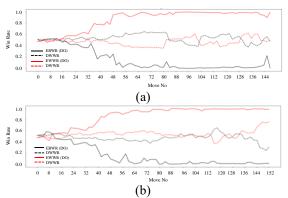


圖 4. Darkforest 與 ELF OpenGo 預測結果 (a)第 15 盤 (b)第 32 盤

4. 基於補丁學習 AI-FML 機器人圍棋應用 4.1 ANFIS於 AI-FML 代理人圍棋應用

基於補丁學習的 AI-FML 代理人中的模糊規則 核心系統是 ANFIS,它由以下功能所組成:(1)含有 數據的知識庫。(2)規則庫。(3)規則推論的運算子。 (4)模糊化過程。(5)去模糊化過程[11]。圖 5 顯示了 機器人應用於 AI-FML 代理人的 ANFIS 架構,該架 構透過以下步驟建立:(1)在前鑑部使用隸屬函數檢 索模糊變數的輸入值,以計算每個語意的隸屬程度。 (2)結合前鑑部的隸屬程度以獲取每個規則的權重。 (3)根據權重產生每個規則的後鑑部。(4)匯總結果以 產生最終輸出[11]。人類輸入資料,AI-FML 代理人 將解模糊後的值輸出給機器人,例如 Kebbi Air, Palro 或 Zenbo,以實現人類和機器人在教室中學習 的目標[3]。

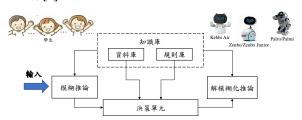


圖 5. ANFIS 於 AI-FML 代理人架構

在本研究中,我們使用 64 個 Type-1 高斯分區 函數對六個輸入模糊變數進行分區,包括 DBSN、DWSN、DBWR、DWWR、DBTMR 和 DWTMR。舉例來說,如果 x 是 AI-FML 代理人補丁學習的輸入值 DBSN,有 64 條規則,如下所示:

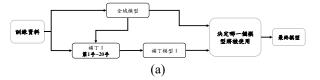
規則 1: IF x 為分區 1, Then $y = y_1(x)$ 規則 2: IF x 為分區 2, Then $y = y_2(x)$

規則 64: IF x 為分區 64, Then $y = y_{64}(x)$

其中 $y_1(x)$, $y_2(x)$, ... , $y_{64}(x)$ 是 x 的不同函數。在分區 P(1|x) 中,假設只有規則 1 被觸發,因此模糊系統輸出為 y=y1(x)。另外在分區 P(2|x) 中,如果規則 1 和規則 2 均被觸發,因此模糊系統的輸出是 $y_1(x)$ 和 $y_2(x)$ 在分區 1 和 2 的隸屬程度加權平均值

4.2 圍棋資料基於補丁學習 AI-FML 代理人

基於補丁學習的 AI-FML 代理人可以將 1-Patch、2-Patch和 3-Patch應用於電腦圍棋資料集。圖 6(a)是 1-Patch的學習模型,此模型僅有一個 Patch專門來預測第 1 手到第 40 手。其餘的手數交由全域模型進行預測。圖 6(b)是 2-Patch的學習模型,此模型經由兩個補丁進行訓練。在此模型中我們將前40 手切成兩等份,分別為第 1 手到第 20 手,以及第 21 手到第 40 手。其餘的手數交由全域模型進行預測。圖 6(c)是 3-Patch的學習模型,補丁 1 與 2 分別為第 1 手到第 20 手,以及第 21 手到第 40 手。補丁 3 為第 41 手到第 90 手。其餘的手數交由全域模型進行預測。



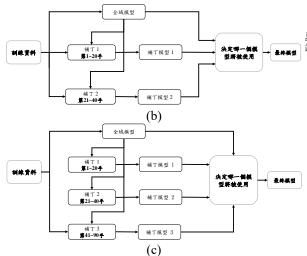


圖 6. 補丁學習模型架構 (a) 1-Patch (b) 2-Patch (c) 3-patch

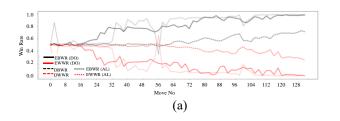
5. 實驗結果

5.1 實驗 1: AI-FML 代理人 ANFIS 全域學習

在實驗 1 中,我們採用具有 Adam 優化器的 ANFIS 和學習速率為 0.001 的梯度下降法來更新神 經網絡中的所有參數。表 2 說明了在訓練 2000 個 迭代後使用平均絕對誤差(MAE)、均方誤差(MSE) 和均方根誤差(RMSE)的評估指標數值。這種方法的 性能比我們先前論文[3]中使用 Adam 優化器的 DNN 機器學習的方法還來的更好。此外實驗 1 減 少了學習參數量和學習時間。圖7顯示了實驗1中 第39局和第58局的回歸分析。虛線標記的曲線為 EBWR(AL)/ EWWR(AL)是實驗 1 的實驗結果。圖 中的虛線和實線分別是 Darkforest 和 ELF OpenGc 的預測勝率,黑色和紅色曲線分別代表黑棋和白棋 如圖 7(a)所示,虛線曲線雖然有趨近於 ELF OpenGc 所預測的勝率,但前5手和第56附近的手數仍具 🚆 🖔 有較大的方差。從圖 7(b)可以發現,除了前 40 手以 外,虛線曲線的預測趨勢與實線類似。由於上述這 些情況,我們在實驗2中實現了補丁學習的概念。

表 2. 基於 MAE、MSE 和 RMSE 的損失評估

| | 訓練集 | 驗證集 | 測試集 |
|------|--------|--------|--------|
| MAE | 0.0683 | 0.0876 | 0.1197 |
| MSE | 0.0158 | 0.0286 | 0.0438 |
| RMSE | 0.1258 | 0.1692 | 0.2093 |



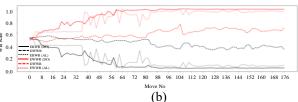


圖 7. 實驗 1 迴歸分析 (a) 第 39 盤 (b) 第 58 盤

5.2 實驗 2:3 個補丁的 AI-FML 代理人

在實驗 2 中,我們採用具有三個補丁機制的補 丁學習 AI-FML 代理人。我們按照以下方式劃分三 個補丁:補丁1為第1手到第20手,補丁2為第 21 手到第 40 手,以及補丁 3 為第 41 手到第 90 手。 首先我們先學習 1000 代的全域模型(IGM), 然後再 學習 100 代的補丁 1 (LPM 3.1)、 補丁 2 (LPM 3.2) 和補丁 3(LPM 3.3)。圖 8(a)、(b)、(c) 和 (d) 分別 顯示了 IGP、LPM3.1、LPM3.2 和 LPM3.3 在訓練期 間的訓練集和驗證集的歷史學習曲線。我們也可以 觀察到圖 8(a)、(b)和(d)比圖 8(c)有更好的擬合曲線。 也許這是因為第20手之後,棋局處於中間階段,處 於不確定的情況下,這使得在學習模型時更難適應 實際情況。在實驗 2 中,我們設計了兩個子實驗, 描述如下:(1)實驗 2.1:我們僅使用經過訓練 1000 代的 IGP 來預測訓練集。 (2)實驗 2.2: 我們使用訓 練後的 IGM、LPM3.1、LPM3.2 或 LPM3.3 來預測 訓練集,並根據每一手所相對應的預測模型。圖 9 顯示了每一手的平均損失曲線。橙色實線和紫色虛 線是實驗 2.1 和實驗 2.2 的結果。損失值與實驗 2.1 相比,實驗 2.2 著重在補丁 1、補丁 2 和補丁 3 有 下降的趨勢。

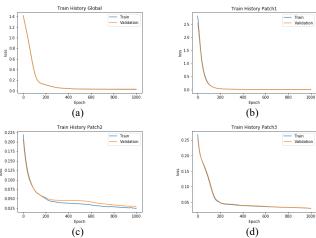


圖 8. (a) IGM、(b) LPM3.1、(c) LPM3.2 和 (d) LPM3.3 的學習曲線

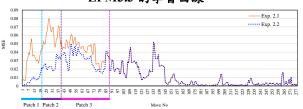


圖 9. 實驗 2 中每一手的 MSE 曲線

5.3 圍棋人機共學

圖 10 顯示了學生透過女媧積木與 Kebbi Air 人 機共同學習的圍棋機器人應用場景。當虛擬機器人 經過自動語音識別(ASR)積木接收人類的語言時, 機器人會說出接收到的內容並將收到的語句賦值 到指定的變數中。最後再將人類所說的語意經過邏 輯規則來推論目前局勢為何。在此系統中我們有六 個輸入分別有 DBSN(黑森林黑模擬次數)、 DWSN(黑森林白模擬次數)、DBTMR(黑森林黑匹 配率)、DWTMR(黑森林白匹配率)、DBWR(黑森林 黑勝率)、DWWR(黑森林白勝率)。透過一系列問答, 機器人 Kebbi Air 收到以下消息。例如,如果 DBSN 為「低」, DWSN為「高」, DBTMR為「高」, DWTMR 為「低」, DBWR 為 「高」, 而 DWWR 為「低」, 接著 Kebbi Air 將會說:「根據 FB ELF OpenGo 的預 測,黑棋將獲勝。」未來我們希望能為凱比機器人 Kebbi Air 部署 AI-FML 代理人的方塊積木程式,使 得該機器人表現得更像人類。

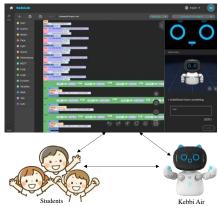


圖 10. 學生透過女媧積木與 Kebbi Air 共同學習機 器人應用於圍棋的場景

6. 結論

在本論文中我們展示了具有補丁學習機制的AI-FML 代理人應用於圍棋機器人。驗實驗中執行了各種補丁學習模型,包括全域模型、一個補丁、兩個補丁與三個補丁的模型。此外補丁學習可以在機器人應用 AI-FML 代理人中被實現。我們採用Google DeepMind Master 60 盤棋局作為訓練集和測試集。從實驗結果可以發現具有補丁學習機制的AI-FML 代理人可以提高圍棋機器人在回歸模型上的性能。

參考文獻

- [1] D. Wu and J. M. Mendel, "Patch learning," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Jul. 2019. (DOI: 10.1109/TFUZZ.2019.2930022)
- [2] J. M. Mendel, "Adaptive variable-structure basis function expansions: Candidates for machine learning," *Information Science*, vol. 496, pp. 124-149, 2019.
- [3] C. S. Lee, Y. L. Tsai, M. H. Wang, W. K. Kuan, Z. H. Ciou, and N. Kubota, "AI-FML agent for

- robotic game of Go and AIoT real-world colearning applications," 2020 World Congress on Computational Intelligence (IEEE WCCI 2020), Glasgow, Scotland, UK, Jul. 19-24, 2020.
- [4] D. Silver, A. Huang, C. J. Maddison, A. Guez, L. Sifre, G. van den Driessche, J. Schrittwieser, I. Antonoglou, V. Panneershelvam, M. Lanctot, S. Dieleman, D. Grewe, J. Nham, N. Kalchbrenner, I. Sutskever, T. Lillicran, M. Leach, K. Kavukcuoglu, T. Graenel, and D. Hassabis, "Mastering the game of Go with deep neural networks and tree search," *Nature*, vol. 529, pp. 484–489, Jan. 2016.
- [5] C. S. Lee, M. H. Wang, L. W. Ko, Y. Hsiu Lee, H. Ohashi, N. Kubota, Y. Nojima, and S. F. Su, "Human intelligence meets smart machine: a special event at the IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics 2018," *IEEE Systems, Man, and Cybernetics Magazine*, vol. 6, no. 1, pp. 23-31, Jan. 2020.
- [6] C. S. Lee, M. H. Wang, Y. L. Tsai, L. W. Ko, B. Y. Tsai, P. H. Hung, L. A. Lin, and N. Kubota, "Intelligent agent for real-world applications on robotic edutainment and humanized co-learning," *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, 2019. (DOI: 10.1007/s12652-019-01454-4).
- [7] C. S. Lee, M. H. Wang, L. W. Ko, N. Kubota, L. A. Lin, S. Kitaoka, Y. T Wang, and S. F. Su, "Human and smart machine co-learning: brain-computer interaction at the 2017 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics," *IEEE Systems, Man, and Cybernetics Magazine*, vol. 4, no. 2, pp. 6-13, Apr. 2018.
- [8] C. S. Lee, M. H. Wang, S. C. Yang, P. H. Hung, S. W. Lin, N. Shuo, N. Kubota, C. H. Chou, P. C. Chou, and C. H. Kao, "FML-based dynamic assessment agent for human-machine cooperative system on game of Go," *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, vol. 25, no. 5, pp. 677-705, 2017.
- [9] J. Castanon, "10 machine learning methods that every data scientist should know," May 2019
- [10]維基百科,【自適應神經模糊推理系統】 https://en.wikipedia.org/wiki/Adaptive_neuro_fuz zy_inference_system.
- [11] J. S. R. Jang, "ANFIS: Adaptive-Network-based Fuzzy Inference Systems," IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics, vol. 23, pp. 665-685, May 1993.
- [12] Y. Tian and Y. Zhu, "Better computer Go player with neural network and long-term prediction," Feb. 2016.
- [13] Y. Tian, J. Ma, Q. Gong, S. Sengupta, Z. Chen, J. Pinkerton, and C. L. Zitnick, "ELF Open Go: An analysis and open reimplementation of AlphaZero," May 2019.
- [14] DeepMind, AlphaGo Master series: 60 online games, Jan. 2020, https://deepmind.com/alphago-master-series.