Assignment02

60847013S 資工碩一 蘇冠中

1. Modular Multiplicative Inverse

$1.1 \quad 135 \mod 61 = 47$

gcd(135, 61) = gcd(61, 13) = gcd(13, 9) = gcd(9, 4) = gcd(4, 1) = gcd(4, 1)

gcd(1,0)=1 有一解 從 ax + by = 1 代回去求 x, y

gcd(1, 0); x=1;y=0

gcd(4,1); x=0; y=1

gcd(9, 4); x=1, y=-2

gcd(13, 9); x=-2, y=3

gcd(61, 13); x=3, y=-14

gcd(135, 61); x=-14, y=31

最後 X = -14 為其中一個模反元素,而可能的模反元素為

-14 + (61*n), n 為整數, 我們要求最小的正整數解, 則為

-14+61=47

$1.2 \quad 7465 \quad mod \quad 2464 = 2329$

gcd(7465, 2464)=gcd(2464, 73)=gcd(73, 55)=gcd(55, 18)=

gcd(18,1)=gcd(1,0)=1, 有一解

從 ax +by =1 代回去求 x, y

$$gcd(1, 0)$$
; $x=1, y=0$

$$gcd(18, 1)$$
; $x=0, y=1$

$$gcd(55, 18)$$
; $x=1, y=-3$

$$gcd(73, 55)$$
; $x=-3, y=4$

$$gcd(2464, 73)$$
; $x=4, y=-135$

$$gcd(7465, 2464)$$
; $x=-135, y=409$

最後 x=-135 為其中一個模反元素,而可能的模反元素為

-135 + (2464*n), n 為整數, 我們要求最小的正整數解,

1.3 $42828 \ mod \ 6407 = no$

$$\gcd(2021, 344) = \gcd(344, 301) = \gcd(301, 43) = \gcd(43, 0) = 43$$

因此沒有解

2. Fermat's Theorem

$$2.1 \ 4^{255} \ mod \ 13 =$$

$$4^{12(21)+3} \mod 13 = 4^3 \mod 13 = 64 \mod 13 = 12$$

$$2.2 7^{1013} \, mod \, 93 =$$

$$7^{92(11)+1} \mod 93 = 7^1 \mod 93 = 7$$

3. Chinese Remainder Theorem

3. 1

- (1) 設 $P = p1*p2*p3*\cdots*pk$, $P_i = P/pi$, $\forall i \in \{1,2,...,k\}$,也就是說 P_i 是除了 pi 以外的-1 個整數的乘積
- (2) 設 ti = P_i^{-1} 為 P_i 模 pi 的數論倒數: ti $P_i \equiv 1 \pmod{pi}$, $\forall i \in \{1,2,...,k\}$
- (3) n 的通解為 n = n1t1P1+n2t2P2+n3t3P3+ \cdots = $\sum_{i=1}^{k} n_i t_i P_i$
- (4) 從 pl~pk 都互質上可知,當 $i \in \{1,2,...,k\}$ 、 $j \in \{1,2,...,k\}$, $j \neq i$ 時, $gcd(p_i,p_j)=1$,所以 $gcd(p_i,P_i)=1$,說明存在整數 t_i 使得 $t_iP_i \equiv 1 \pmod{p_i}$,因此 $n_it_iP_i \equiv n_i*1=n_i \pmod{p_i}$,且 $n_it_iP_i \equiv 0 \pmod{p_i}$
- (5) 所以 $n = \sum_{i=1}^{k} n_i t_i P_i$ 满足:

 $\mathbf{n} = \sum_{j \neq i}^k n_j t_j P_j + n_i t_i P_i \equiv n_i + \sum_{j \neq i} 0 = n_i \pmod{p_i},$ 可說明 \mathbf{n} 就是此方程組的一個解。

3. 2

當 $pl \sim pk$ 之間不互質的時候,從上面(4)可知, $gcd(p_i, p_j)$ 就不 =1,且 $n_j t_j P_j \mod p_i$ 也不會=0,範例:

假設 n1, n2 兩個方程組,

 $n \equiv 3 \pmod{5}$ $\not = n \equiv 4 \pmod{10}$

M = 5*10=50, M1=10, t1=0, 當 t=0 時, n1 方程組算出來的會是

0,也就找不出 n 來。

4. Complement

4. 1

從 Fiestel network 可知 $R_i = L_{i-1} \oplus F(R_{i-1}, K_i)$,所以可以得到 $\overline{R_i} = \overline{L_{i-1}} \oplus F(\overline{R_{i-1}}, \overline{K_i})$ 。

因為排列不會影響到 bit 的值,加上 $\mathbb{E} \oplus K_i = \bar{E} \oplus \bar{K_l}$,所以 $F(R_{i-1},K_i) = F(\overline{R_{i-1}},\bar{K_l}) \circ$

所以 S-BOX 的輸出保持不變、加密結果也保持不變。

4. 2

假設有個明文攻擊,若選擇的明文為M和 \overline{M} ,攻擊者得到 $C_1=E_k(M), C_2=E_k(\overline{M})$,並不會對暴力破解造成太多的影響。

5. Polynomial Ring

5. 1
$$(x^3 + 1)$$
 and $(x^2 + x + 1)$ with \mathbb{Z}_2
 $(x^3 + 1) = (x^2 + x + 1) * (x - 1)$
 $(x^2 + x + 1) = \mathbf{1} * (x^2 + x + 1)$
 $\text{$\beta$ gcd} = x^2 + x + 1$

5. 2
$$(x^3 + x + 1)$$
 and $(x^2 + 1)$ with Z_3

$$(x^3 + x + 1) = (x^2 + 1) * (x) + 1 * 1$$

$$(x^2 + 1) = 1 * (x^2 + 1)$$

$$\text{@ gcd=1}$$

5. 3
$$(x^4 + 8x^3 + 7x + 8)$$
 and $(2x^3 + 9x^2 + 10x + 1)$ with Z_{11}

6. Padding Oracle Attack

明文: My power flurries through the air into the ground.

My soul is spiraling in frozen fractals all around. And

one thought crystallizes like an icy blast. I'm never

going back, the past is in the past.

步驟 1: 先在網站上輸入正確的密文,網站會回傳 valid 正確的回應,若傳送的字串長度不對,則是回傳 len invalid

```
| Columbia | Columbia
```

而密文長度正確,但密文解回去不對的則是回傳 invalid

經過測試後,發現長度 64、96、128、160…都是長度正確的, 因此可推測密文的切塊是以 32 為一段。

步驟 2: 所以接下來先將要解密的密文以 32 為一組拆解,依照 padding oracle attack 的作法,以及 aes cbc 加密的概念,第一組的密文為 IV 的初始向量,那我只先取第一組 IV 以及第二組密文來向伺服器發送,而 padding oracle 的做法,在於不斷改變 IV 來發送給伺服器,從而找出因填空上的漏洞,先

將 IV 改為全部都為 ○,而最後一個是我要嘗試的文字,如下 C = 462f0aec8f910e6b5daf6c47947de80c (第二組) 在此情况下,伺服器解密的文字會因填空的漏洞,解出來的明 文最後一段會是 0x01,因此我將 IV 最後一個字不斷改變從 00, 01, 02…ff 全部嘗試, 而 IV 最後一個為 8b 的時候, 伺服器 回傳了 valid,因此原始的值就為 8b xor 01 = 8a 再來,解倒數第二個文字,密文填空情形,倒數兩個都會為 0x02, 而我們已經知道最後一個為 8a, 因此將 8a xor 02=88, 將 IV 最後一位改成 88, 倒數第二個一樣從 00, 01…ff 全部嘗 試,在a6的時候伺服器回valid,則原始倒數第二個為a6 xor 02 = a4,依此反覆解,將原始值的每個位置都解出來,最後我 先得到第一組原始值 middle, 將此 middle 與密文的第一組進行 xor 後可得到 My power flurrie

步驟 3:

同樣的,因為 aes cbc 的加密方式,第一組密文是第二組的 IV ,第二組加密過的則是第三組的 IV ,所以可分為說第一組密文塊用 1,2 塊來解密,第二組密文快用 2,3 塊來解,依此類推,將每一組密文重複步驟 2 可依序解出所有的明文

```
m = xor(i,tryasc[j])
middle.append(m)
break
print(middle)

print(breakcipher(middle,text[t-1]))

['8a', 'a4', 'd9', 'fb', '12', '29', '45', '21', '9d', 'a8', 'dc', 'e6', '17', '65', '5a', '4c']
My power flurrie
['65', '89', '5d', 'f1', '2f', '18', '8f', '35', '0c', '7b', 'fe', 'fd', '84', '7e', '0f', '35']
s through the ai
['b0', '70', '03', 'a2', 'a1', 'b8', 'e7', '67', '0c', '78', 'f1', '8e', 'f9', 'e2', '6a', 'e7']
r into the groun
['63', '3c', '2a', '45', '6f', '83', 'e7', '09', 'a0', '70', '9c', 'd9', '9c', '94', '96', '6e']
d. My soul is sp
['dc', '10', '33', '67', '2f', '73', '22', '33', 'a8', '53', '71', '6b', '8d', 'a0', '29', '1b']
iraling in froze
```

而最後一段解出來的填控則是 0b, 也的確與密文填控規則一樣,因此明文及解出(跑最後一段伺服器好像快炸掉了,最後跑了 20 多分鐘)。

```
print(breakcipher(middle,text[t-1]))

['dc', '10', '33', '67', '2f', '73', '22', '33', 'a8', '53', '71', '6b', '8d', 'a0', '29', '1b']

iraling in froze

['f4', 'bb', 'dc', '82', '4b', '47', '23', '9d', 'a2', 'af', '64', '6c', '63', '44', 'ba', '72']

i fractals all a

['fc', 'd5', 'f4', '16', '17', 'e7', '77', '2d', '25', '24', 'b5', 'ef', '84', '82', 'cd', 'c8']

round. And one t

['f1', '1d', '51', 'a7', 'fc', 'd7', '99', '43', '25', 'f8', '0c', 'fd', '2e', '13', '2c', '23']

nought crystalli

['fff', '93', '17', 'af', '6b', 'c8', '2c', 'b6', 'b3', '8d', '15', '1f', 'd8', 'a3', '80', 'c7']

zes like an icy

['50', '03', '5f', '2e', '56', '15', '85', '38', '31', '6d', '49', 'ca', '68', '68', '3a', 'f2']

plast. I'm never

['40', '73', 'bc', 'f5', '0a', '31', '7b', '67', '1d', '3c', '0a', 'f2', 'be', '14', '5d', '44']

going back, the

['ae', '6b', 'f2', '28', '9c', 'b1', '0c', '48', '8c', '10', '4f', '7f', 'f6', 'e9', '4d', 'a7']

past is in the

['e6', '84', 'ed', 'eb', '1a', 'f7', '0a', 'a3', '5f', 'f5', 'f5', 'f4', '52', 'cc', '61', 'b0']

bast. <0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><0x0b><
```

7. Lab: RSA

task1

```
| Sunctude -opensal/bn.h>
| Stinctude -scatio.h>
| Stinctude -scatio
```

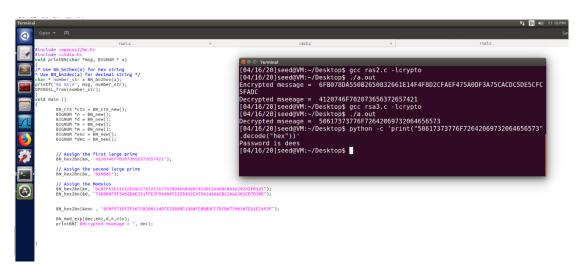
使用 BIGNUM、BN 來宣告 p, q, e, 再用 BN_sub 將 p、q 做減一的動作, 之後 BN_mul 算(p-1)*(q-1), 將此數值與 0D88c3 做

mod_inverse 算出 private key。

task2

將 message, 先轉為 hex 後,使用提示給的 e、n 去做加密,得到加密訊息 enc;之後再將 enc 去使用 private key d 作解密, 驗證出加解密是正確的。

task3



使用提示給的密文、以及前一題的 private key、n 去作解密,可得到 50617373······的解密訊息,將此 hex 值轉為字串可得到明

文 Password is dees。

task4

先將 I owe you \$2000. 和\$3000 轉為 hex 值後可看出 hex 值只差一個值3和2。

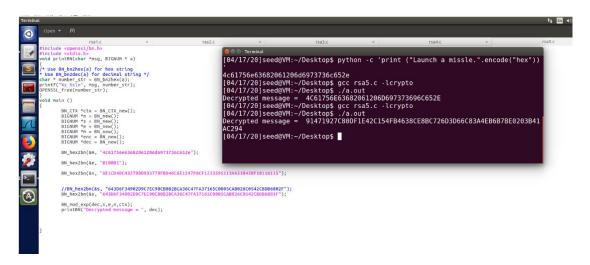
使用同樣金鑰做兩次加密可看出,即便只差一個值,加密出來的 會完全不一樣。

I owe you $\$2000 \rightarrow 3A759CBF539 \cdots \circ$

I owe you $\$3000 \rightarrow D0690804752 \cdots \circ$

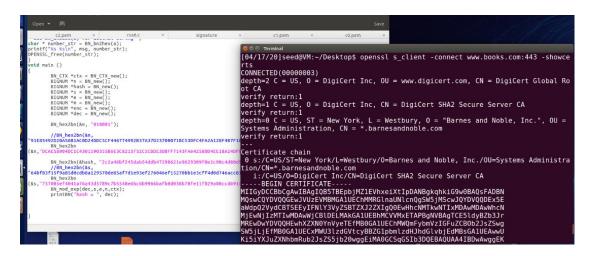
Task5

先將 launch a missle. 轉為 hex 後,將 Alice 的 signature S 以及 e, n 做運算,得到訊息為 4C61756E·····,與 launch a missle 的 hex 一樣,代表驗證正確。



再來修改 S 的最後的值 2F -> 3F,再做一次運算後的結果為 91471927C80D······,與訊息 launch a missle. 的值不一樣;可得 知 signature 只差一個值,加解密出來的值也是會完全不一樣。

Task6

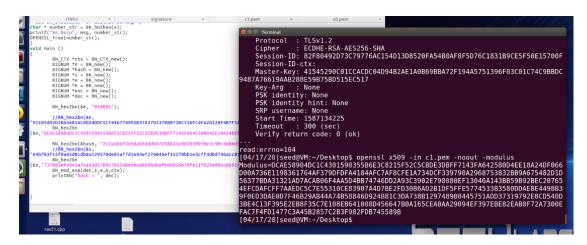


我使用 books. com 來做實驗,而這個網站總共有2個

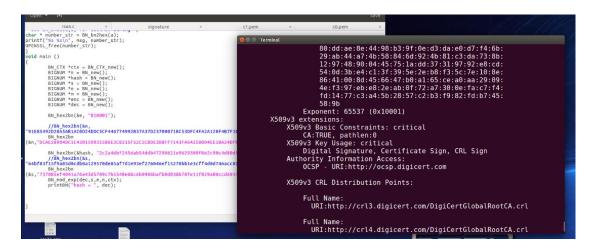
certificate, 將 2 個 cerfificate 存成 c0、c1。



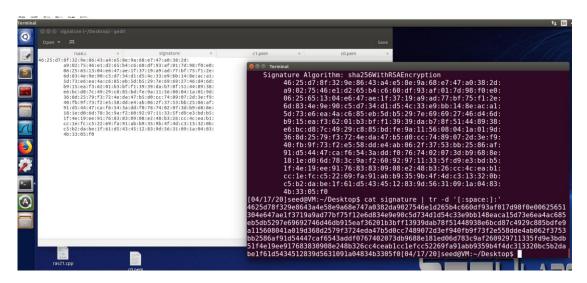
使用 cl 來進行 signature 驗證, 先找尋 n, 用 openssl x509 -



noout -modulus 對 cl. pem 可直接取得 n。

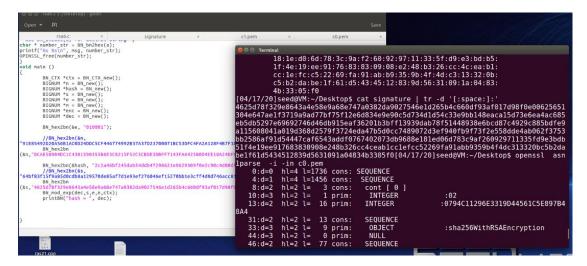


再來是 e , H – text – noout 可印出 c1 . pem 的資訊找到 exponent 為 10001 。

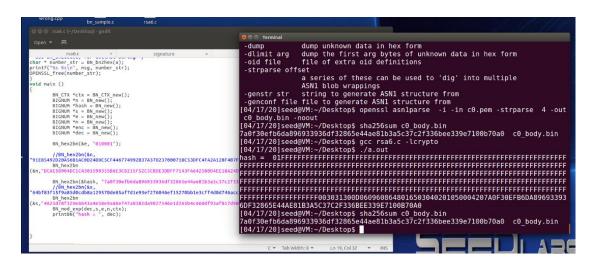


再來是 signature,從 c0. pem 資訊可以找到,存在檔案中後,用 tr -d '[:space:]:'把:和空白去除。

再來是 certificate body, c0 的是從 offset 4~ 1463, 接著



使用-strparse 來輸出 body 到 c0_body. bin,再用 sha256 來取得 hash 值,最後執行先前的程式,輸入了 $n \cdot e \cdot s$ 後,算出來的 hash 值再進行確認,可以看到從最後面倒著對照,hash 值是一樣的。



蘇冠中 60847013S, 有問題可以 mail 我

Email: deathkabuto@gmail.com