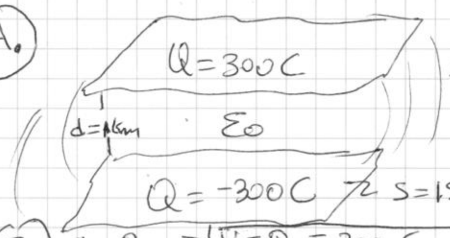
Problema 1

A.



No rebase

1. $C = \frac{\varepsilon_0 S}{d} = \frac{(8{,}854187817 \times 10^{-12}\ F/m)(15 km^2)}{(1\ Km)}$

$\boxed{C = 132{,}813\ nF}$

Usar ε_0 para el aire (FS)!

2. $C = \frac{Q}{V} \Rightarrow \boxed{V = \frac{Q}{C} = \frac{300\ C}{132{,}813 nF} = 2{,}259\ GV}$

3. $E = V/d = \frac{2{,}259\ GV}{1 Km} = \boxed{2{,}259\ MV/m = E}$

B. R6-55/U La impedancia NO es relevante. Es sólo un dato!

① $C = \frac{2\pi \varepsilon L}{\ln(b/a)} \Rightarrow \frac{C}{L} = C' = \frac{2\pi \varepsilon_r \varepsilon_0}{\ln(b/a)} = \frac{2\pi(2{,}25)\varepsilon_0}{\ln\left(\frac{2{,}95}{0{,}81}\right)} = 96{,}844\ PF/m$

Usar $\varepsilon_r = \varepsilon/\varepsilon_0$

$\boxed{\varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0}$

R6-58/U $C' = \frac{2\pi(2{,}2)\varepsilon_0}{\ln\left(\frac{2{,}95}{0{,}91}\right)} = 104{,}064\ PF/m$

② Gauss:

$E(r) = \frac{Q'}{2\pi\varepsilon \cdot r}$ $(a < r < b)$ (Libro)

geometría

$V = \int_a^b E(r)dr = \frac{Q'}{2\pi\varepsilon}\ln(b/a) \Longrightarrow E(r) = \frac{Q'}{2\pi\varepsilon \cdot r} = \frac{V}{\ln(b/a)}\frac{1}{r}$

$\left\{C = \frac{Q'}{V}\right\} \left\{V = \frac{Q'}{C}\right\}$

Expresión útil para campo eléctrico en términos de V en cable coaxial

Tabla Comparación

	C'	E	V
R6-55/U	menor ↓	aumenta ↑	aumenta ↑
R6-58/U	Mayor ↑	disminuye ↓	disminuye ↓

E(r) → lineal con V acodar

Fin capítulo 4

$\Rightarrow \frac{dW_E}{dV} = \frac{1}{2} D \cdot E$ (45)

→ Energía de campo eléctrico se almacena en el medio

Entonces: R6-55/U almacena más campo eléctrico = se pierde + energía

$\Longrightarrow$ Su frecuencia de operación es menor $Q = h\nu$ (ν frecuencia)

R6-58/U = pierde menos energía almacenada ⇒ + frecuencia de operación

No es relevante el tema de frec. de operación sino el efecto de pérdida de energía y que el estudiante lo relacione!!

Problema 2

$$\rho_v = \begin{cases} K \cdot e^{-2r}, & r < a \\ 0, & r > a \end{cases}$$

$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_{enc}$, pues $\rho_v(r)$ y en forma de cilindro

Por simetría $\vec{D}$ será en $\hat{a}_r$ y será constante para una superficie cilíndrica de radio r.

i) $r < a$

$$\int e^{-2\tau}\tau \, d\tau = -\frac{1}{4} e^{-2\tau}(2\tau+1)$$

$$Q_{enc} = \int_V \rho_v \, dV$$
$$= \int_{z=0}^{L} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\tau=0}^{r} K \, e^{-2\tau} \cdot \tau \, d\tau \, d\phi \, dz$$
$$= K \cdot 2\pi \cdot L \int_{\tau=0}^{r} e^{-2\tau} \cdot \tau \, d\tau$$
$$= K \cdot 2\pi \cdot L \cdot \frac{-1}{4} \left[e^{-2\tau}(2\tau+1) \right] \Big|_0^r$$
$$= K \cdot 2\pi \cdot L \cdot \frac{1}{4} \left[1 - e^{-2r}(2r+1) \right]$$

Pero $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_{z=0}^{L} \int_{\phi=0}^{2\pi} D_r(r) \, \hat{a}_r \cdot \underbrace{r \, d\phi \, dz \, \hat{a}_r}_{d\vec{S}} = D_r(r) \cdot r \cdot 2\pi \cdot L = Q_{enc}$

$\rightarrow D_r(r) \cdot r \cdot 2\pi \cdot L = K \cdot 2\pi \cdot L \cdot \frac{1}{4} \left[1 - e^{-2r}(2r+1) \right]$

$r < a$

$$\rightarrow \boxed{\vec{D} = \frac{K \cdot 0{,}25 \cdot (1 - e^{-2r}(2r+1))}{r} \, \hat{a}_r}$$

ii) $r > a$.

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_{enc} = \int_V \rho_v \, dV$$

$$\vdots$$

$$D_r(r) \cdot r \cdot 2\pi \cdot L = \int_{z=0}^{L} \int_{\phi}^{2\pi} \int_{r=0}^{a} K \, e^{-2r} \cdot r \cdot dr \cdot d\phi \, dz$$

$$= K \cdot 2\pi \cdot L \int_{r=0}^{a} e^{-2r} r \, dr$$

$$K \cdot 2\pi \cdot L \cdot \frac{-1}{4} \left[e^{-2r} (2r+1) \right] \Big|_0^a$$

$$D_r(r) \cdot r \cdot 2\pi \cdot L = K \cdot 2\pi \cdot L \cdot \frac{1}{4} \left[1 - e^{-2a} (2a+1) \right]$$

$r > a$ $\rightsquigarrow$ $\boxed{\vec{D} = \frac{K \cdot 0{,}25 \cdot (1 - e^{-2a}(2a+1))}{r} \, \hat{a}_r}$

iii) $V(r)$ para $r > a$.

$$V(r) = -\int_{R_0}^{r} \vec{E}(r>a) \cdot d\vec{l} \quad \rightsquigarrow \text{trayectoria radial}$$

$$= \int_{r}^{R_0} \frac{K \cdot 0{,}25 \cdot (1 - e^{-2a}(2a+1))}{\varepsilon_0 \cdot r} \, \hat{a}_r \cdot dr \, \hat{a}_r$$

V(r) para $r >$

$$= \frac{K \cdot 0{,}25 \cdot (1 - e^{-2a}(2a+1))}{\varepsilon_0} \int_{r}^{R_0} \frac{dr}{r} = \boxed{\frac{K \cdot 0{,}25 \cdot (1 - e^{-2a}(2a+1))}{\varepsilon_0} \ln\left(\frac{R_0}{r}\right)}$$

Problema 3

a) $V_0 = -\int_a^0 E\,dz$

$$E = \frac{D}{\epsilon} = \frac{D(\epsilon_1 z + \epsilon_2(a-z))}{\epsilon_1 \epsilon_2 a}$$

$$V_0 = \int_0^a \frac{D(\epsilon_1 z + \epsilon_2(a-z))}{\epsilon_1 \epsilon_2 a}\,dz = \frac{D(\epsilon_1 + \epsilon_2)a}{2\epsilon_1 \epsilon_2}$$

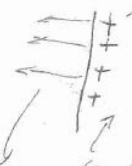
$$\bar{D} = \frac{2V_0 \epsilon_2 \epsilon_1}{a(\epsilon_1 + \epsilon_2)}\,\hat{z}$$

$$\bar{E} = \frac{2V_0(\epsilon_1 z + \epsilon_2(a-z))}{a^2(\epsilon_1 + \epsilon_2)}\,\hat{z}$$

$$\bar{P} = \bar{D} - \epsilon_0 \bar{E}$$

$$\bar{P} = \left(\frac{2V_0(\epsilon_1(\epsilon_2 - \epsilon_0)z + \epsilon_2(\epsilon_1 - \epsilon_0)(a-z))}{a^2(\epsilon_1 + \epsilon_2)}\right) = \frac{2aV_0\epsilon_1\epsilon_2 - \epsilon_0 2V_0(\epsilon_1 z + \epsilon_2(a-z))}{a^2(\epsilon_1 + \epsilon_2)}$$

b) $D_N = \rho_s = \dfrac{2V_0 \epsilon_0 \epsilon_1}{a(\epsilon_1 + \epsilon_2)}$

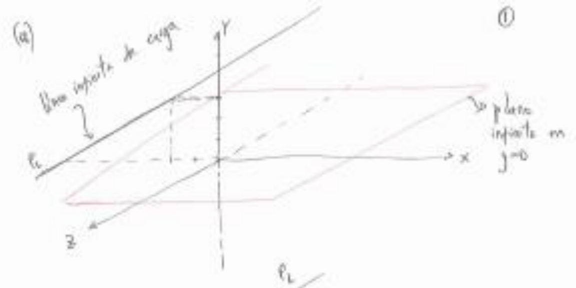


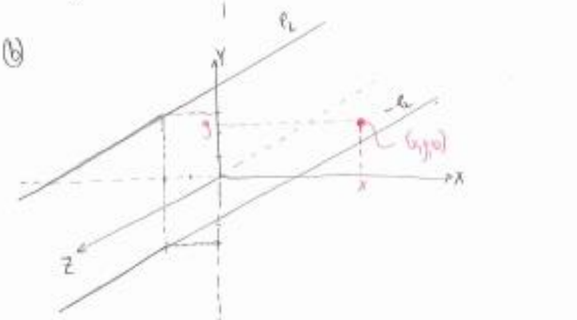
cargas tienden a repelerse y se mueven hacia los bordes

conductor

Líneas de campo perpendiculares

Problema 4





Por el método de las imágenes, se coloca una línea de carga infinita, simétricamente localizada a través del plano infinito conductor, que ~~puede~~ esté localizada por la recta $x=-2, y=-3$. Se calcula ahora el potencial debido a cada línea infinita de carga en el punto $(x,y,0)$, tomando una referencia en un punto localizado a una distancia R_0 alejado, para ambas líneas infinitas de carga.

$$V_{\rho_L} = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{R_0}{R_{\rho_L}}\right) \quad \text{donde } R_{\rho_L} = \sqrt{(x+2)^2 + (3-y)^2} = \sqrt{(x+2)^2 + (y-3)^2}$$

$$V_{\rho_L} = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{R_0}{R_{\rho_L}}\right).$$

②

$$V_{-\rho_L} = \frac{-\rho_L}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{R_0}{R_{-\rho_L}}\right) \quad \text{donde } R_{-\rho_L} = \sqrt{(x+2)^2 + (y+3)^2}$$

$$= \frac{-\rho_L}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{R_0}{R_{-\rho_L}}\right) = \frac{-\rho_L}{2\pi\epsilon_0} \ln\left[\frac{R_0}{R_{-\rho_L}}\right].$$

El potencial en el punto $(x,y,0)$ (con $x,y>0$) sería:

$$V = V_{\rho_L} + V_{-\rho_L}$$

$$= \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{R_0}{R_{\rho_L}}\right) - \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{R_0}{R_{-\rho_L}}\right)$$

$$= \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0} \left[\cancel{\ln R_0} - \ln(R_{\rho_L}) - \cancel{\ln R_0} + \ln(R_{-\rho_L})\right]$$

$$= \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{R_{-\rho_L}}{R_{\rho_L}}\right)$$

$$V = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0} \ln\sqrt{\frac{(x+2)^2 + (y+3)^2}{(x+2)^2 + (y-3)^2}}$$

3

$$V = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0} \ln \left[\frac{(x+2)^2 + (y+3)^2}{(x+2)^2 + (y-3)^2} \right]^{1/2}$$

$$= \frac{\rho_L}{4\pi\epsilon_0} \ln \left[\frac{(x+2)^2 + (y+3)^2}{(x+2)^2 + (y-3)^2} \right] \text{ Volt.}$$

(c) Para cualquier punto $(x, y, 0)$, con $x, y > 0$,

$$\vec{E} = -\nabla V$$

$$= -\frac{\partial V}{\partial x}\vec{a}_x - \frac{\partial V}{\partial y}\vec{a}_y - \frac{\partial V}{\partial z}\vec{a}_z$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\rho_L}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{(x+2)^2 + (y-3)^2}{(x+2)^2 + (y+3)^2} \right] \cdot \frac{2(x+2)\left[(x+2)^2 + (y-3)^2\right] - 2(x+2)\left[(x+2)^2 + (y+3)^2\right]}{\left[(x+2)^2 + (y-3)^2\right]^2}$$

$$= \frac{\rho_L}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{(x+2)^2 + (y-3)^2}{(x+2)^2 + (y+3)^2} \right] \cdot \frac{2(x+2)\left\{\cancel{(x+2)^2} + (y-3)^2 - \cancel{(x+2)^2} - (y+3)^2\right\}}{\left[(x+2)^2 + (y-3)^2\right]^2}$$

$$= \frac{\rho_L}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2(x+2)\left[(y-3)^2 - (y+3)^2\right]}{\left[(x+2)^2 + (y+3)^2\right]\left[(x+2)^2 + (y-3)^2\right]}$$

$$= \frac{\rho_L}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2(x+2)\left[(y-3) - (y+3)\right]\left[(y-3) + (y+3)\right]}{\left[(x+2)^2 + (y+3)^2\right]\left[(x+2)^2 + (y-3)^2\right]}$$

$$= \frac{\rho_L}{4\pi\epsilon_0} \frac{2(x+2)(-6)(2y)}{\left[(x+2)^2 + (y+3)^2\right]\left[(x+2)^2 + (y-3)^2\right]}$$

$$= \frac{\rho_L}{4\pi\epsilon_0} \frac{(-24)(x+2)(y)}{\left[(x+2)^2 + (y+3)^2\right]\left[(x+2)^2 + (y-3)^2\right]}$$

4

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{-6\rho_L}{\pi\epsilon_0} \cdot \frac{y(x+2)}{\left[(x+2)^2 + (y+3)^2\right]\left[(x+2)^2 + (y-3)^2\right]}$$

$$\frac{\partial V}{\partial y} = \frac{\rho_L}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{(x+2)^2 + (y-3)^2}{(x+2)^2 + (y+3)^2} \right] \left[\frac{2(y+3)\left[(x+2)^2 + (y-3)^2\right] - (2(y-3))\left[(x+2)^2 + (y+3)^2\right]}{\left[(x+2)^2 + (y-3)^2\right]^2} \right]$$

$$= \frac{2\rho_L}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{\cancel{(x+2)^2 + (y-3)^2}}{(x+2)^2 + (y+3)^2} \right] \frac{(y+3)\left[(x+2)^2 + (y-3)^2\right] - (y-3)\left[(x+2)^2 + (y+3)^2\right]}{\left[(x+2)^2 + (y-3)^2\right]^2}$$

$$= \frac{2\rho_L}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{(y+3)(x+2)^2 + (y+3)(y-3)^2 - (y-3)(x+2)^2 - (y-3)(y+3)^2}{\left[(x+2)^2 + (y+3)^2\right]\left[(x+2)^2 + (y-3)^2\right]} \right]$$

$$= \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{(x+2)^2\left[(y+3) - y + 3\right] + (y+3)(y-3)\left[(y-3) - (y+3)\right]}{\left[(x+2)^2 + (y+3)^2\right]\left[(x+2)^2 + (y-3)^2\right]} \right]$$

$$= \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{(x+2)^2\left[6\right] + (y+3)(y-3)\left[-6\right]}{\left[(x+2)^2 + (y+3)^2\right]\left[(x+2)^2 + (y-3)^2\right]} \right]$$

$$\frac{\partial V}{\partial y} = \frac{3\rho_L}{\pi\epsilon_0} \left[\frac{(x+2)^2 - (y^2 - 9)}{\left[(x+2)^2 + (y+3)^2\right]\left[(x+2)^2 + (y-3)^2\right]} \right]$$

$$\vec{E} = -\nabla V$$

$$= +\frac{6\rho_L}{\pi\epsilon_0} \cdot \frac{y(x+2)}{\left[(x+2)^2 + (y+3)^2\right]\left[(x+2)^2 + (y-3)^2\right]} \vec{a}_x$$

$$+ \frac{3\rho_L}{\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(y^2 - 9) - (x+2)^2}{\left[(x+2)^2 + (y+3)^2\right]\left[(x+2)^2 + (y-3)^2\right]} \vec{a}_y$$