

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, DEPARTAMENTO DE AUTOMÁTICA

IE-0431 Sistemas de Control

Estabilidad Relativa: Fragilidad

Leonardo Marín Paniagua, Ph.D.

leonardo.marin@ucr.ac.cr

2018



EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica



Fragilidad del Controlador

- La **estabilidad relativa** de un sistema busca estudiar que “***tan estable***” es el mismo, permitiendo establecer el riesgo que tiene el sistema de volverse inestable cuando se da un cambio en sus parámetros.
- **Robustez** del lazo de control: indicación de cuanto pueden variar las características del proceso controlado sin que el sistema se vuelva inestable
- **Fragilidad** del lazo de control: está relacionada con la pérdida de estabilidad del lazo, debido a la variación de los parámetros del propio controlador.



Fragilidad del Controlador

- **Índice de fragilidad delta épsilon $FI_{\Delta\epsilon}$** : relaciona la pérdida de robustez del lazo de control cuando se varían los parámetros del controlador una cantidad determinada, **con** la robustez nominal del lazo de control:

$$FI_{\Delta\epsilon} = \frac{Ms_{m\Delta\epsilon}}{Ms_o} - 1$$

- **Dónde:**

- $Ms_{m\Delta\epsilon}$: sensibilidad máxima extrema \rightarrow la mayor pérdida de robustez del sistema de control cuando **todos** los parámetros del **controlador** se varían una cantidad $\delta = \pm\epsilon$ de sus valores nominales (*todas las permutaciones de parámetros posibles*)
- Ms_o : sensibilidad máxima nominal.



Fragilidad del Controlador

- **Índice de fragilidad paramétrica delta épsilon $FI_{\delta\epsilon p}$:** relaciona la pérdida de robustez del lazo de control cuando se varía **un parámetro p** determinado del controlador una cantidad determinada, **con** la robustez nominal del lazo de control:

$$FI_{\delta\epsilon p} = \frac{Ms_{\delta\epsilon p}}{Ms_o} - 1$$

- **Dónde:**
 - $Ms_{\Delta\delta\epsilon}$: sensibilidad máxima extrema → la mayor pérdida de robustez del sistema de control cuando **únicamente** el parámetro **p** del **controlador** se varía una cantidad $\delta = \pm\epsilon$ de su valor nominal.
 - Ms_o : sensibilidad máxima nominal.



Fragilidad del Controlador

► Condiciones de fragilidad en la robustez:

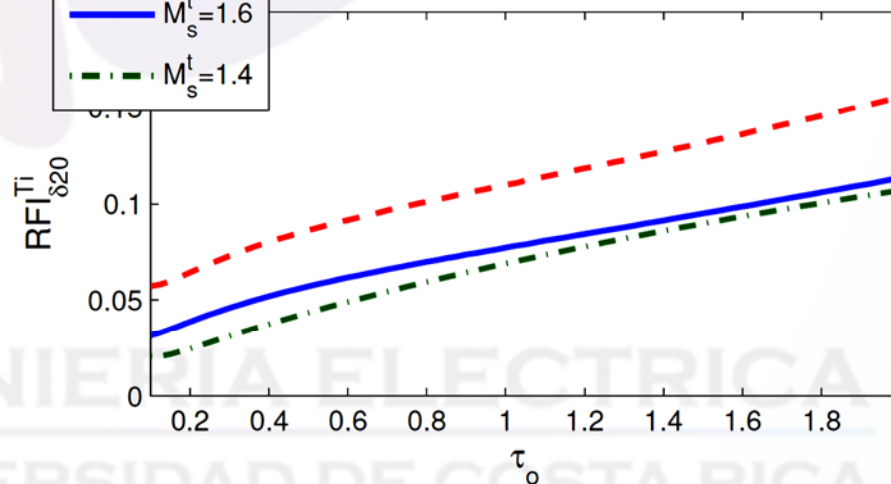
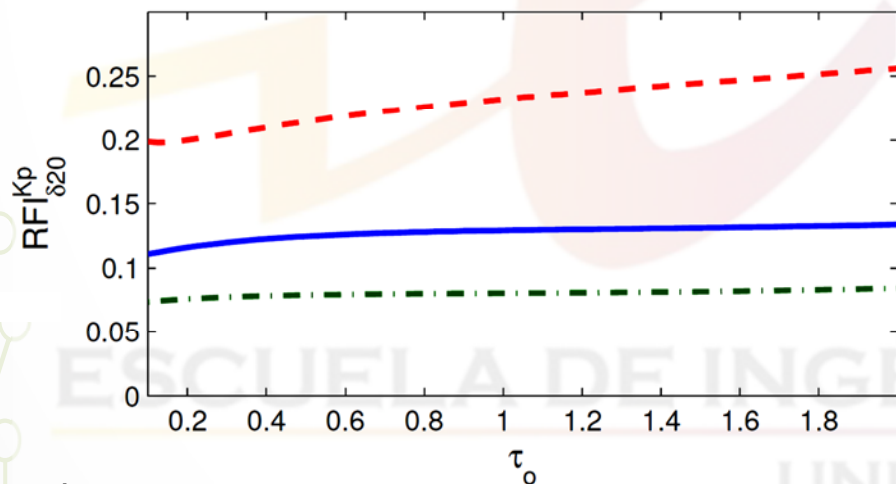
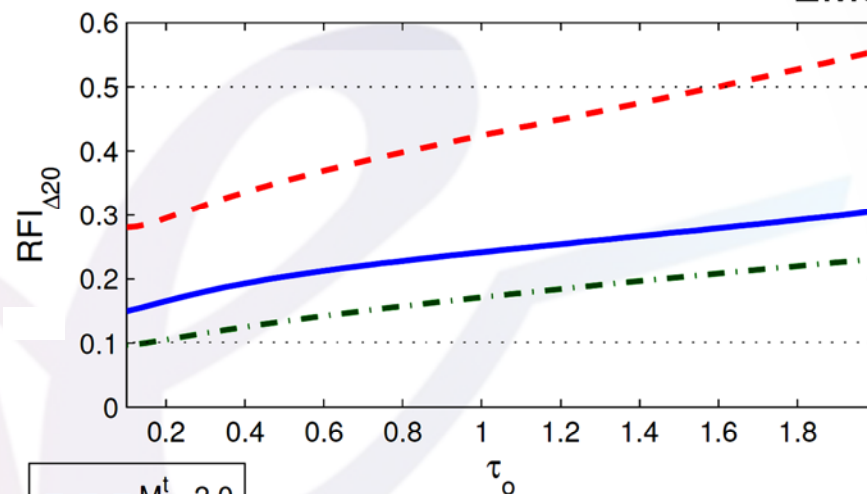
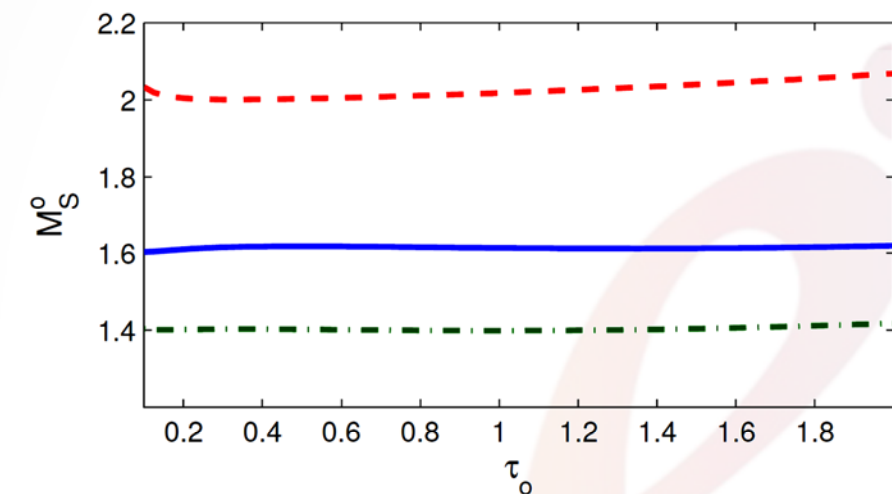
- Un controlador PID es **frágil** en la robustez, si su Índice de fragilidad Δ_{20} es mayor que 0,50, ($FI_{20} > 0,50$).
- Un controlador PID **no** es frágil en la robustez, si su Índice de fragilidad Δ_{20} es menor o igual a 0,50 ($FI_{20} \leq 0,50$).
- Un controlador PID es **elástico** en la robustez, si su Índice de fragilidad Δ_{20} es menor o igual a 0,10 ($FI_{20} \leq 0,10$).



Fragilidad del Controlador

$$\tau_0 = L_0 = L/T$$

Variación de la Fragilidad en la robustez: Método PI_{2Ms}



--- $M_s^t=2.0$
— $M_s^t=1.6$
-.- $M_s^t=1.4$

† Alfaro, V.M., Vilanova, R. y Arrieta, O. (2010) "Maximum Sensivity Based Robust Tuning for Two-Degree-of-Freedom Proportional-Integral Controllers", Ind. Eng. Chem. Res., 49, 5415–5423



Fragilidad del Controlador

$$Je = \int_0^{\infty} |e(t)| dt$$

- **Fragilidad en el Desempeño:** relaciona la pérdida del desempeño del lazo de control cuando se varían los parámetros del controlador:
- **Fragilidad delta épsilon $FI_{\Delta\varepsilon}$:** (*variación de todos los parámetros*)

$$FI_{\Delta\varepsilon} = \frac{Je_{m\Delta\varepsilon}}{Je_o} - 1$$

- **Fragilidad paramétrica delta épsilon $FI_{\delta\varepsilon p}$:** (*variación únicamente del parámetro de interés*)

$$FI_{\delta\varepsilon p} = \frac{Je_{\delta\varepsilon p}}{Je_o} - 1$$



Fragilidad del Controlador

- La fragilidad en el desempeño debe evaluarse para cambios en el valor deseado $Fi_{r\Delta\varepsilon}$ y en la perturbación $Fi_{d\Delta\varepsilon}$
- Condiciones de fragilidad en el desempeño:**
 - Un controlador PID es **frágil** en su desempeño, si su Índice de fragilidad Δ_{20} es mayor que 0,50 ($FI_{20} > 0,50$)
 - Un controlador PID **no** es frágil en su desempeño, si su Índice de fragilidad Δ_{20} es menor o igual a 0,50 ($FI_{20} \leq 0,50$)
 - Un controlador PID es **elástico** en su desempeño, si su Índice de fragilidad Δ_{20} es menor o igual a 0,10 ($FI_{20} \leq 0,10$).

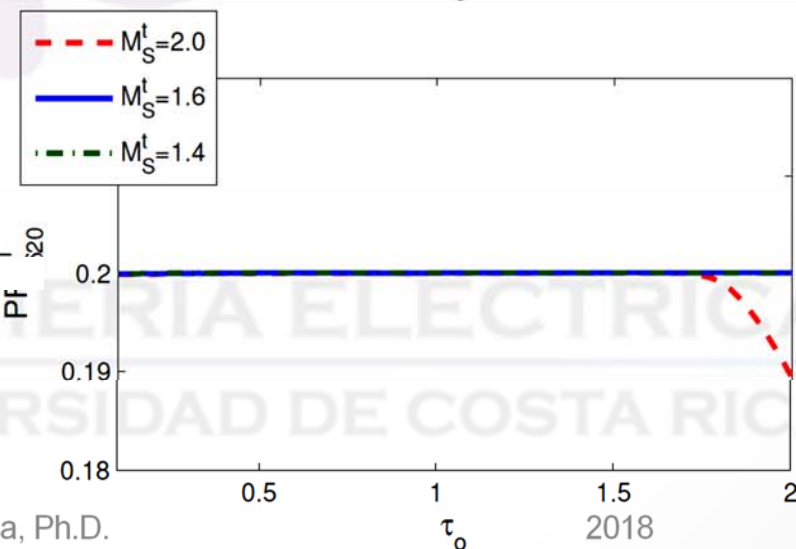
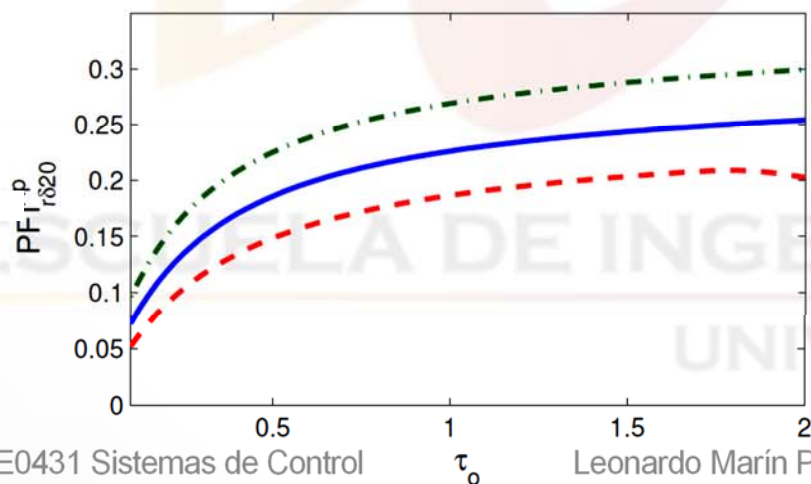
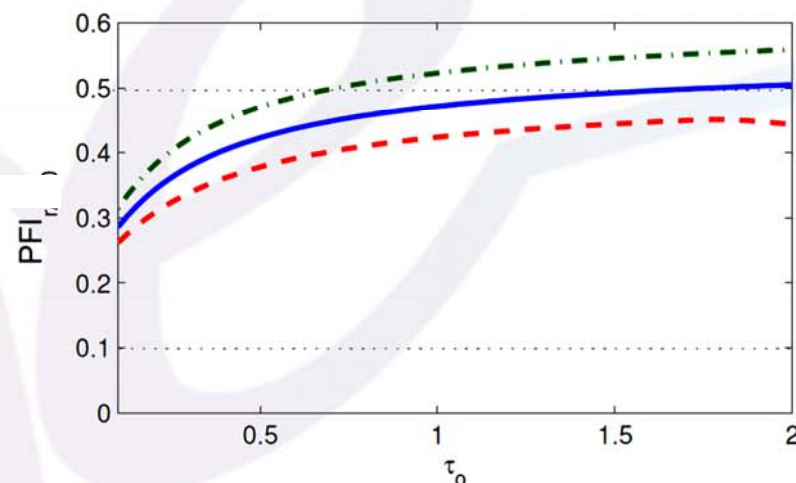
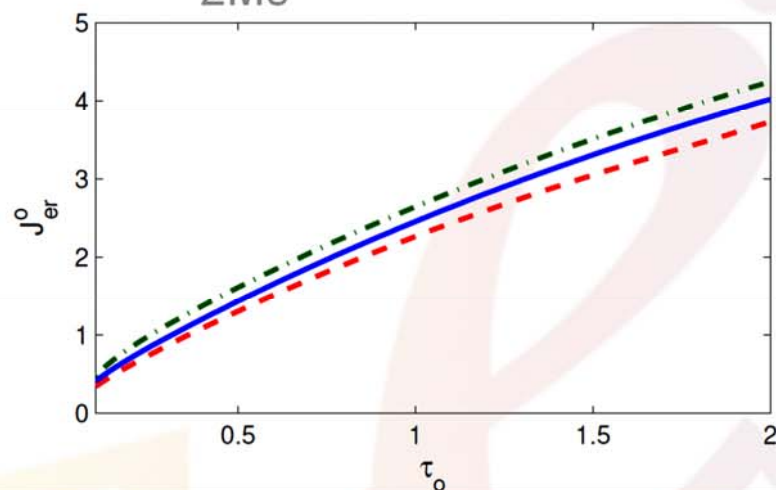


Fragilidad del Controlador

$$\tau_0 = L_0 = L/T$$

► Variación de la Fragilidad en el desempeño: **servocontrol**

Método PI_{2Ms}



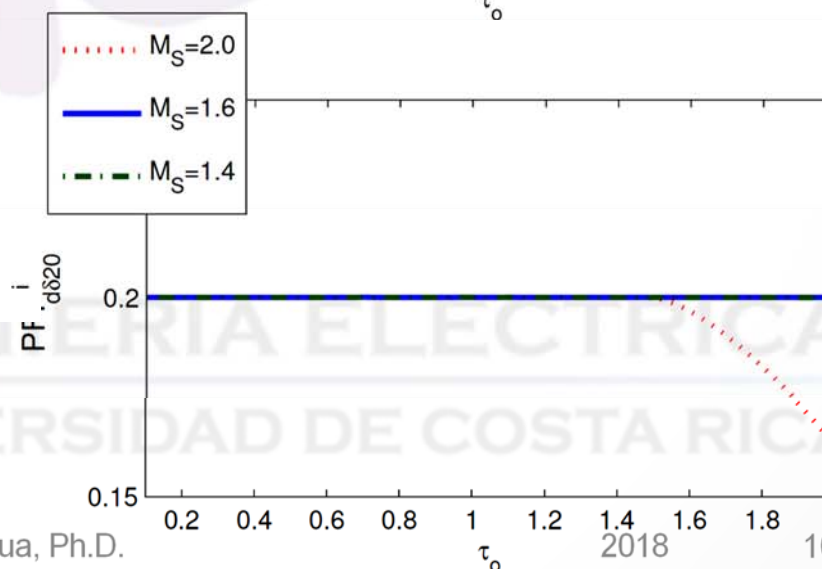
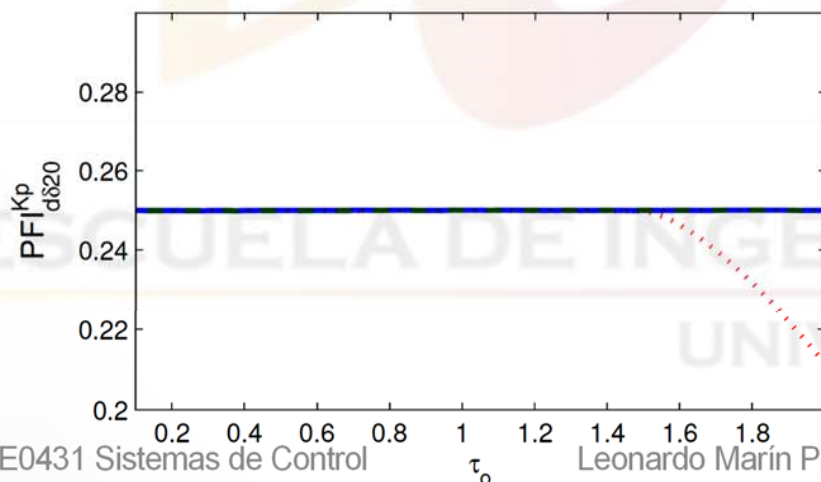
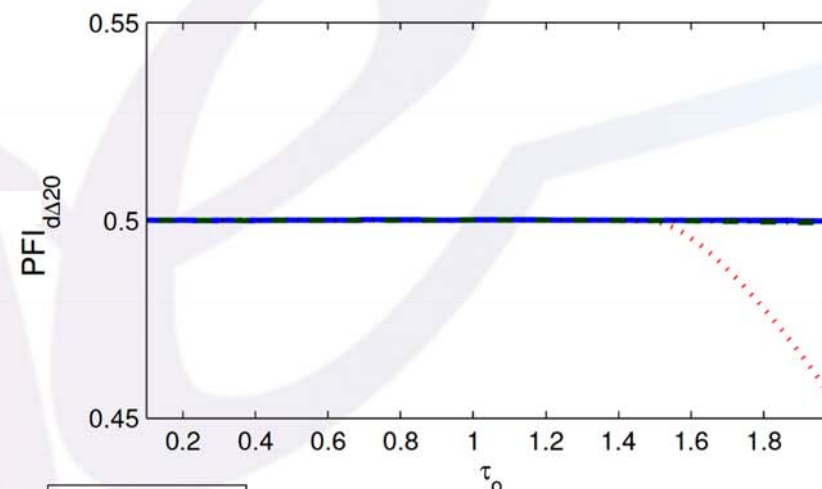
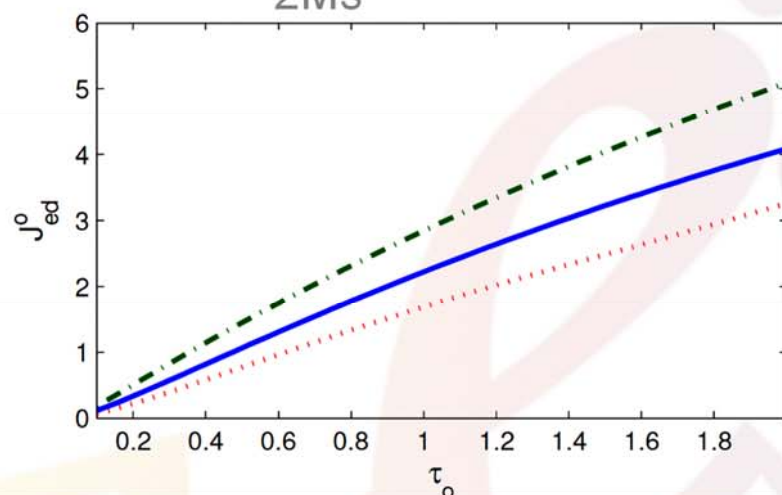


Fragilidad del Controlador

$$\tau_0 = L_0 = L/T$$

► Variación de la Fragilidad en el desempeño: **regulador**

Método PI_{2Ms}



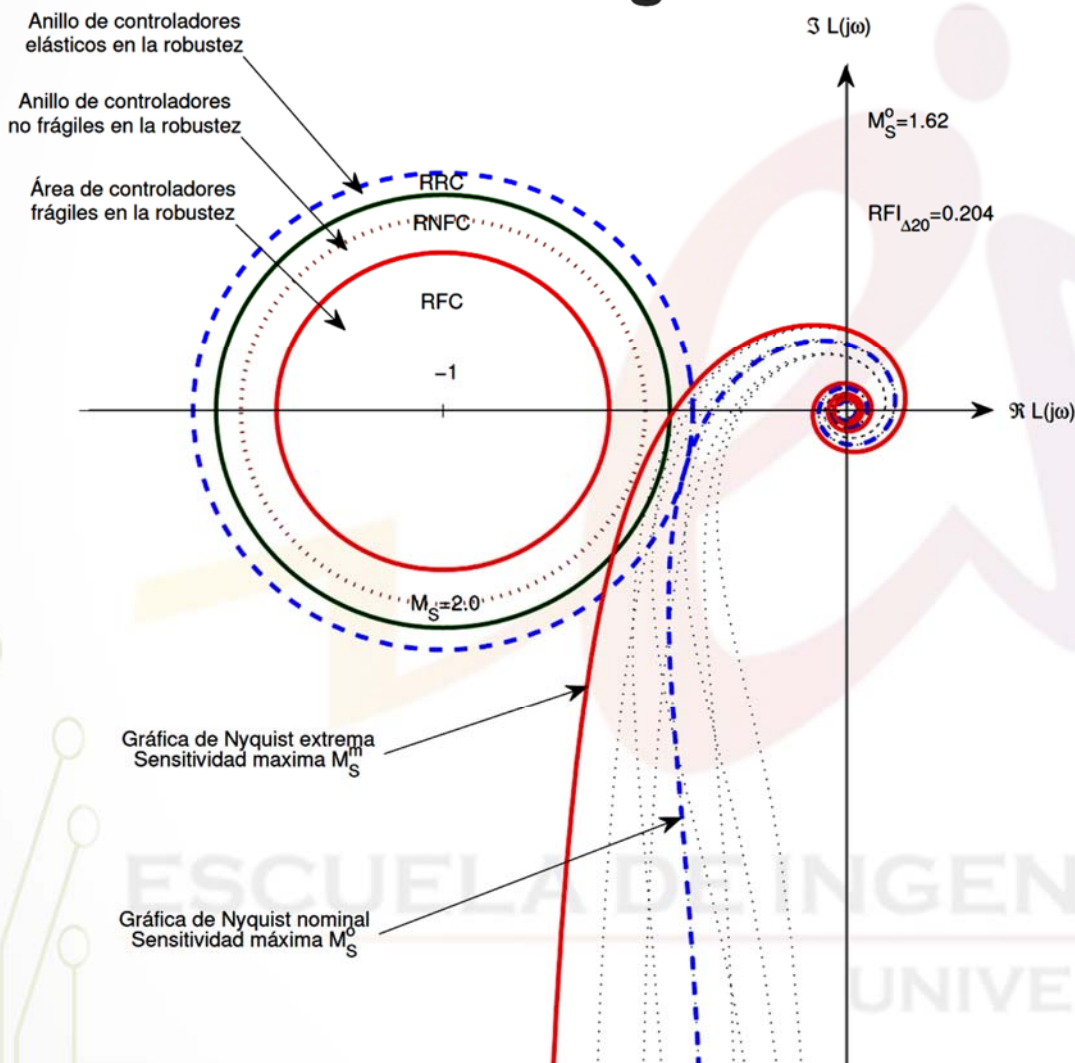


EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Fragilidad del Controlador

➤ Anillos de Fragilidad en el diagrama de Nyquist



- Anillo de controladores elásticos en la robustez

$$M_{S_o} \leq M_S \leq 1.1M_{S_o}$$

- Anillo de controladores no frágiles en la robustez

$$1.1M_{S_o} \leq M_S \leq 1.5M_{S_o}$$

- Área de controladores frágiles en la robustez

$$1.5M_{S_o} < M_S$$

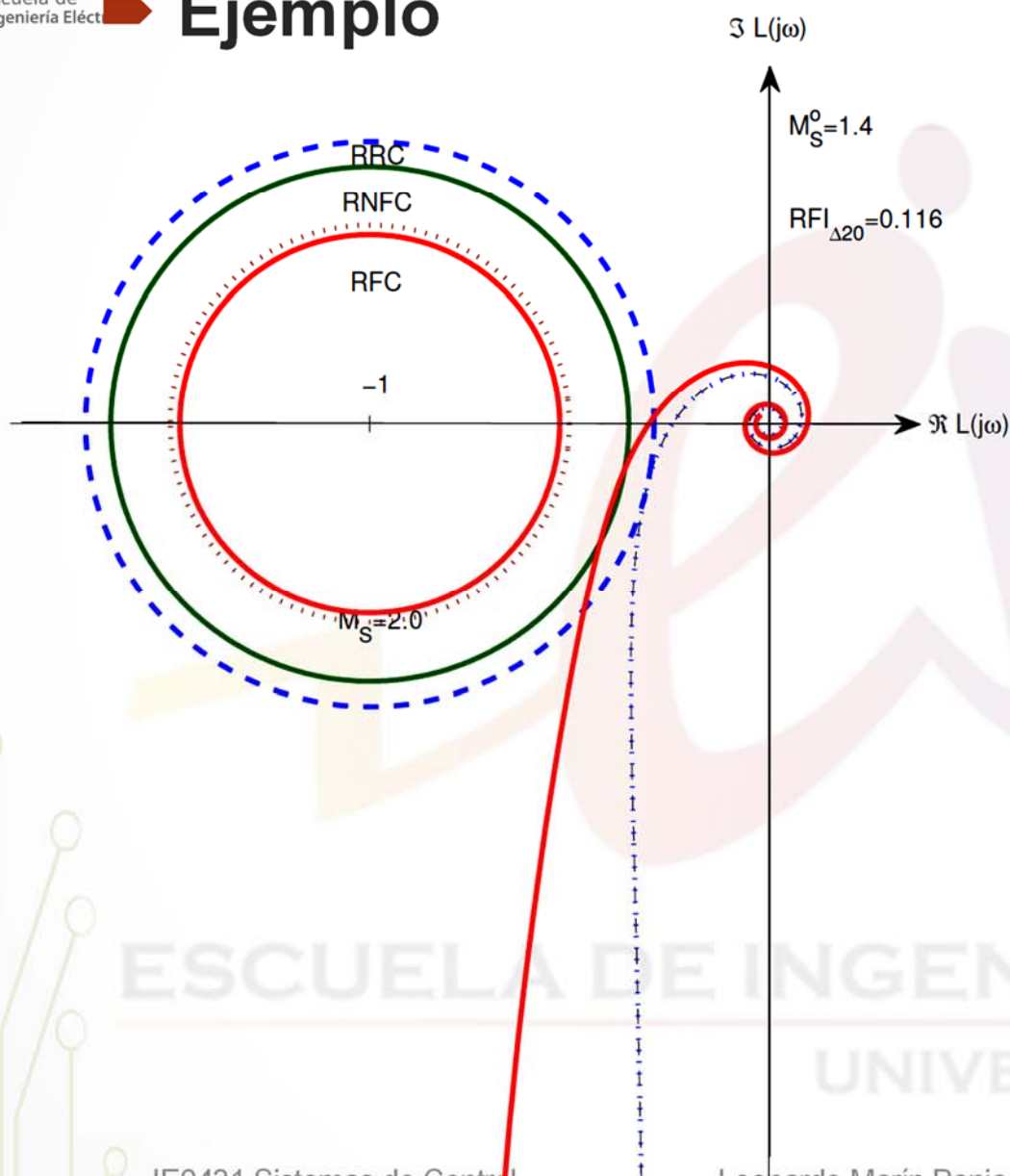


EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Fragilidad del Controlador

Ejemplo



$$P_1(s) = \frac{e^{-0.3s}}{s+1}, \quad L_0 = 0.3$$

$$M_S^t = 1.4, \quad M_S^o = 1.4$$

$$FI_{\Delta 20} = 0.116$$

Controlador casi elástico en la robustez.

$$M_{S\Delta 20}^m < 2.0$$

El controlador perdería menos del 12% de su robustez.

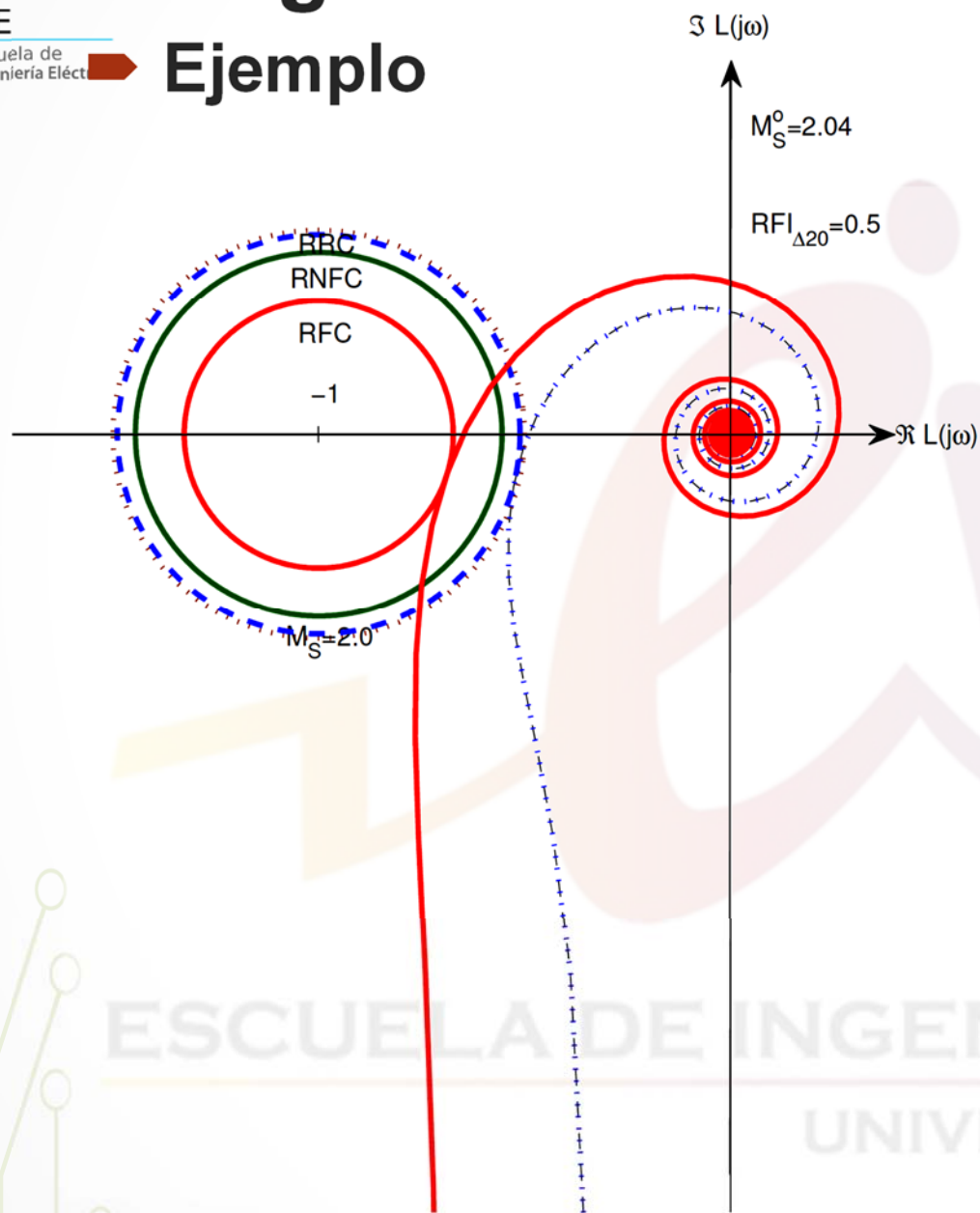


Fragilidad del Controlador

EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Ejemplo



$$P_1(s) = \frac{e^{-1.6s}}{s+1}, \quad L_0 = 1.6$$

$$M_S^t = 2.0, \quad M_S^o = 2.0$$

$$FI_{\Delta 20} = 0.50$$

Controlador casi frágil en la robustez.

$$M_{S\Delta 20}^m > 2.0$$

El controlador puede llegar a perder hasta el 50% de su robustez.

El sistema de control se volvería no robusto.



Sistema de control PID

- Consideraciones de Diseño de un sistema de control:
 - **Operación del sistema de control:** Seguimiento de un valor deseado cambiante o atenuación del efecto de las perturbaciones.
 - **Algoritmo de control:** PI, PID (estándar, serie, ...), de 1 o 2 grados de libertad.
 - **Índices de desempeño:** Características de la respuesta transitoria o del error, índices de error integral.
 - **Uso del esfuerzo de control:** Variación total, cambio inicial y valor máximo.
 - **Estabilidad:** El sistema de control debe ser estable. Análisis: Routh-Hurwitz, Liénard-Chipart, el LGR o el diagrama de Nyquist.
 - **Robustez:** Además de estable, el sistema de control debe ser robusto. Sensibilidad máxima (MS) - índice de robustez.
 - **Fragilidad:** Cambios en robustez y desempeño, debido a los cambios en los parámetros del controlador