



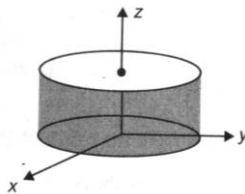
UNIVERSIDAD DE COSTA RICA ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES		 
M.Sc. LUIS DIEGO MARÍN NARANJO	IE-0307 – I CICLO 2015	
M.Sc. ADOLFO SANTANA REY	Primer examen parcial - 18/04/2015 Duración 3 horas	
		1.1

### Instrucciones:

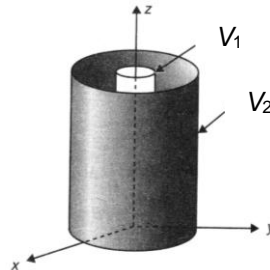
1. Leer cuidadosamente cada uno de los problemas. Resolver la totalidad de los problemas planteados en este examen indicando de forma detallada cada uno de los pasos para llegar a la solución. Explicar y justificar los procedimientos y la lógica utilizada para resolver cada pregunta que se le plantea. No se revisarán procedimientos que estén desordenados y/o tengan letras o números ilegibles.
2. Los resultados finales del examen deben ser presentados utilizando bolígrafo. No se atenderán reclamos por resultados o procedimientos hechos con lápiz.
3. Puede utilizar hojas en blanco, cuaderno de examen u hojas rayadas, para resolver su examen. En cualquier caso, debe numerar las hojas de su examen antes de entregarlo.
4. El examen es individual, y está permitido el uso de calculadora y libro de texto.
5. El tiempo máximo para resolver el examen es de 3 horas.
6. No usar teléfono celular durante el examen.

**Problema 1 (40 %).** Para este problema considerar milésimas en los cálculos y utilizar las ecuaciones de Laplace o Poisson.

- a. (5 %) Se tienen dos discos circulares como se ilustra en la figura. Si se desprecia el rebase de bordes (*fringing*), hallar una expresión para la función de potencial eléctrico para la región entre los discos de la figura.

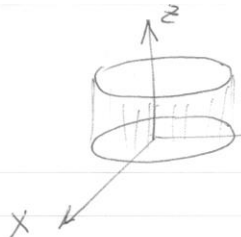


- b. (15 %) Los dos discos se colocan en el espacio libre en  $y = 0$  m y  $y = 0,02$  m, y la tensión eléctrica de referencia cero está en  $y = 0,01$  m. Si  $\mathbf{D} = 250 \mathbf{a}_y$  nC/m<sup>2</sup> entre los discos, hacer un esquema del sistema y hallar las expresiones para las tensiones eléctricas en los discos.
- c. (20 %) Suponer que el sistema cargado del punto b está fijo y se le acerca una región que consiste de dos cilindros circulares rectos concéntricos como se muestra:



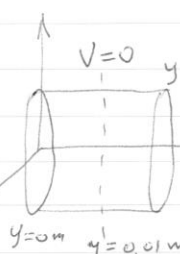
$V_2 = 0$  V con  $r = 20$  mm y  $V_1$  con  $r = 1$  mm es igual al potencial eléctrico del sistema cargado en  $y = 0,02$ , debido a que se realiza un contacto físico de ese punto del sistema cargado con el conductor interior por medio de un alambre corto de baja resistencia eléctrica.

Hacer un esquema de la situación y hallar las expresiones para la función de potencial eléctrico y la intensidad de campo eléctrico para la región entre los dos cilindros concéntricos.

a) 

a)  $V$  es función de  $r$  o  $\phi$ , sólo de  $z$   
 $\frac{d^2 V}{dz^2} = 0 \Rightarrow V = Az + B$   
Laplace!

b) Ojo se rotan los discos:  
Sistema es igual, rotados



$V=0$   $y=0,02m$   
 $\vec{D} = 250 \vec{a}_y \text{ nC/m}^2$   
 entre conductores  
 tensión eléctrica:  
 $V = Ay + B$  en Y  
 $y=0m$   $y'=0,01m$

$\vec{E} = \vec{D}/\epsilon_0 = -\nabla V = -A \vec{a}_y \Rightarrow \frac{250 \times 10^{-9} \vec{a}_y}{\epsilon_0} = -A \vec{a}_y$

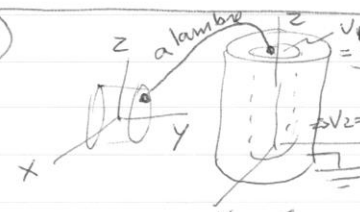
$A = -28235,227 \text{ V/m}$

Entonces:  $0 = (-28235,227)(0,01) + B$

$B = 282,352 \text{ V}$

$V = -28235,227y + 282,352 \text{ (V)}$

En  $y=0$   $V(y=0) = 282,352 \text{ V}$   
 $y=0,02$   $V(y=0,02) = -282,352 \text{ V}$

c) 

$V_1 = -282,352 \text{ V}$  constante con  $\phi$  y  $z \rightarrow$  Laplace en coord. cilíndricas  
 $\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dV}{dr} \right) = 0$ ;  $r \frac{dV}{dr} = A$   
 $V = A \ln r + B$   
 Cond. frontera:  $0 = A \ln(0,02) + B \Rightarrow B = -A \ln(0,02)$   
 $-282,352 = A \ln(0,001) - A \ln(0,02)$

$-282,352 \text{ V} = A(\ln(0,001) - \ln(0,02))$ ;  $-282,352 = A(-2,996) \Rightarrow A = 94,243 \text{ V/m}$

$B = 368,681 \text{ V}$

$V = 94,243 \ln r + 368,681 \text{ (V)}$

$\vec{E} = -\nabla V$   $\vec{E} = 94,243 \frac{1}{r} (-\vec{a}_r) \text{ (V/m)}$

hacia adentro!

