

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, DEPARTAMENTO DE AUTOMÁTICA

IE-0431 Sistemas de Control

Reglas de sintonización para controladores PID

Leonardo Marín Paniagua, Ph.D.

leonardo.marin@ucr.ac.cr

2018



EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica



EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Introducción

- ▶ Sintonización de controladores PID:
 - **Sintonización analítica**: Contempla un parámetro de diseño seleccionable.
 - **Regla de sintonización**: Incluye el criterio de diseño (desempeño, robustez, etc.).
- ▶ Controladores de uno o dos grados de libertad
 - **Controladores de un grado de libertad (1GdL)**: Seleccionar el funcionamiento principal del lazo, servo control o control regulatorio (la sintonización es diferente).
 - **Controladores de dos grados de libertad (2GdL)**: Usualmente en dos pasos:
 1. Regla de sintonización que considere el desempeño del control **regulatorio** y la robustez del sistema de control;
 2. Mejorar el desempeño del servo control ajustando el parámetro β .

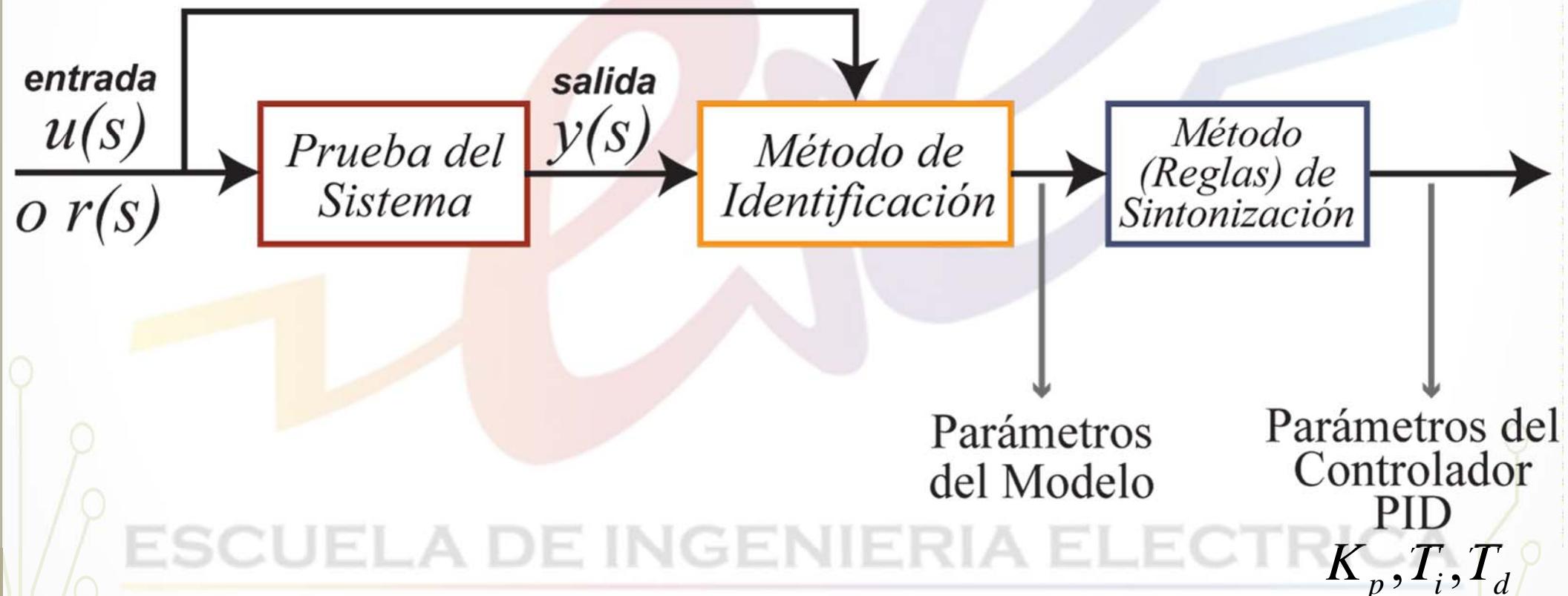


EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Reglas de sintonización

- ▶ Procedimiento de Sintonización:



ESCUELA DE INGENIERIA ELECTRICA
UNIVERSIDAD DE COSTA RICA



EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Reglas de sintonización

► Aspectos a considerar:

- **Desempeño utilizado:** ¿el método utiliza un criterio de desempeño que permitirá al sistema de control responder de la forma que se desea?
- **Tipo de controlador PID utilizado:** ¿sintoniza un controlador similar al implementar físicamente o debe hacerse algún tipo de conversión?
- **Tipo de Funcionamiento deseado del lazo de control:** ¿Se desea que el sistema de control realimentado opere como regulador, como servo control o que funcione adecuadamente de ambas casos?
- **Modelo de la planta utilizado:** ¿Qué tipo de modelo del proceso hay que obtener para utilizar el método, cual modelo describe mejor al proceso a controlar?
- **Consideraciones adicionales:** ¿el método considera la robustez, fragilidad o acción del controlador?



EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Reglas de sintonización

- ▶ Ver compendio de reglas en: “O’Dwyer, A. (2006) “*Handbook of PI and PID controller tuning rules*”, Imperial College Press, Londres, U.K.”
- ▶ **Inicio:** Ziegler y Nichols (1942), Chien, Hornes y Reswick (1952), Cohen y Coon (1953)
- ▶ **Criterios de error integral:** Smith y Murril (1966), López (1967), Rovira (1969)
- ▶ **Cancelación de polos:** Haalman (1922), Smith, Corripio y Martin (1975), Wang et. al. (1999), Viterková (2000)
- ▶ **Localización de polos:** Peerson (1995), Shen (2000), Viterkova (2000)
- ▶ **Márgenes de robustez:** Aström y Hägglund (1984), Ho, Hang y Cao(1995), A&H: “Kappa-Tau” (1995) y “AMIGO” (2002)
- ▶ **Criterio múltiple:** Harris y Mellichamp (1985), Ho, Lim y Xu (1999), Khan y Lehman (1996)
- ▶ **Control IMC:** Rivera, Morari y Skogestad (1986), Chien y Fruehauf (1990), Brambilla et. al. (1990), Brosilow (1992), Skogestad (2003).



EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Reglas de sintonización

- Reglas de sintonización de Ziegler y Nichols:
 - Primera regla para PID (1942).
 - Funcionamiento del lazo: **control regulatorio**.
 - Criterio de desempeño: **decaimiento de 1/4**.
 - Controlador: ***Taylor Fulslope 100***. (similar al PID serie)
 - Información del proceso:
 1. Lazo cerrado: información crítica
 2. Lazo abierto: a partir de la curva de reacción (identificado mediante el método de la tangente).

ESCUELA DE INGENIERIA ELECTRICA
UNIVERSIDAD DE COSTA RICA



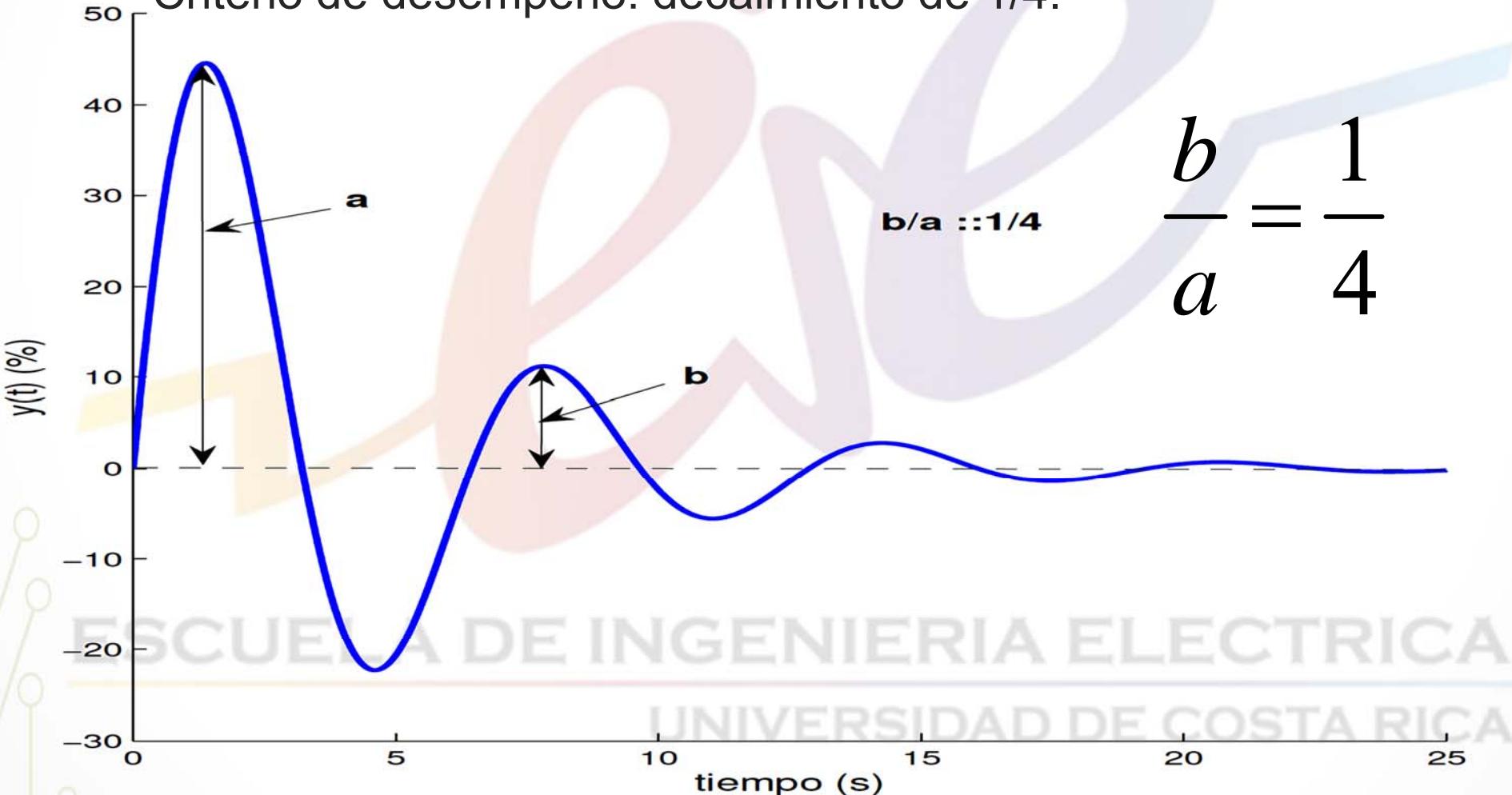
EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Reglas de sintonización

► Reglas de sintonización de Ziegler y Nichols:

- Criterio de desempeño: decaimiento de 1/4.





EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Reglas de sintonización

► Reglas de sintonización de Ziegler y Nichols:

- Controlador: Taylor Fulslope 100. (es *un tipo de PID serie*)

1. Ecuación de Salida:

$$u(s) = \left(\frac{1 + T_d^*/T_i^*}{1 - T_d^*/T_i^*} \right) K_p^* \left[1 + \frac{1}{(1 + T_d^*/T_i^*) T_i^* s} + \frac{T_d^*}{1 + T_d^*/T_i^*} s \right] e(s)$$

2. Parámetros efectivos (a *PID ideal*):

$$K_p = \left(\frac{1 + T_d^*/T_i^*}{1 - T_d^*/T_i^*} \right) K_p^*$$

$$T_i = (1 + T_d^*/T_i^*) T_i^*$$
$$T_d = \frac{T_d^*}{1 + T_d^*/T_i^*}$$

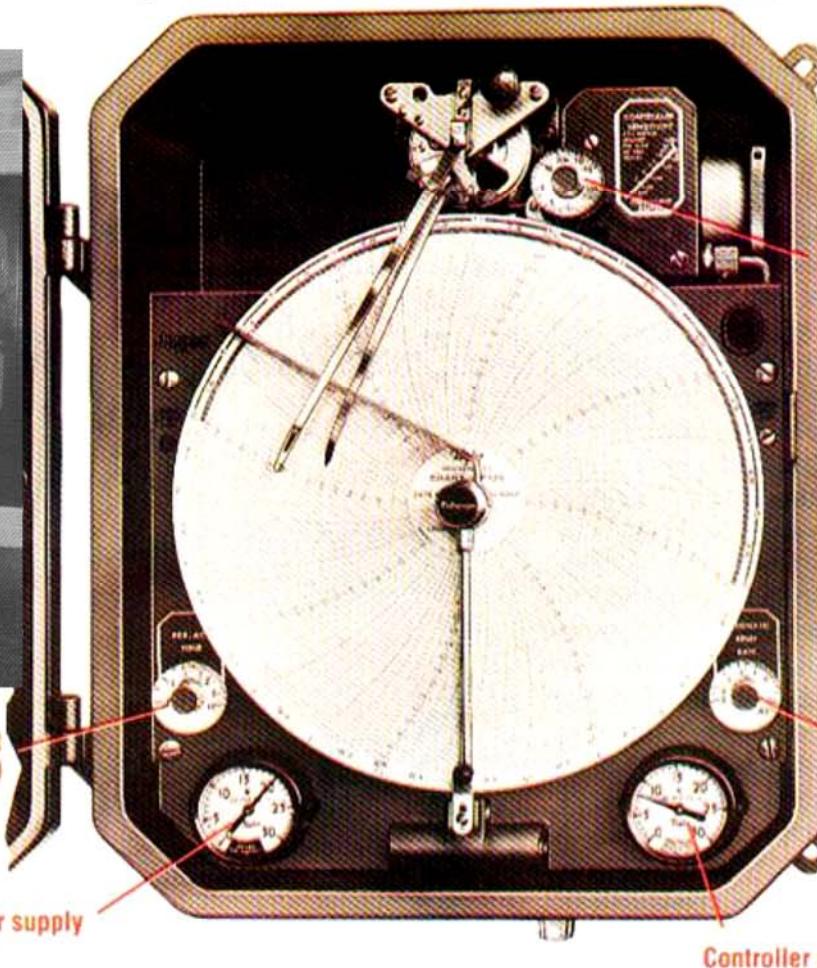
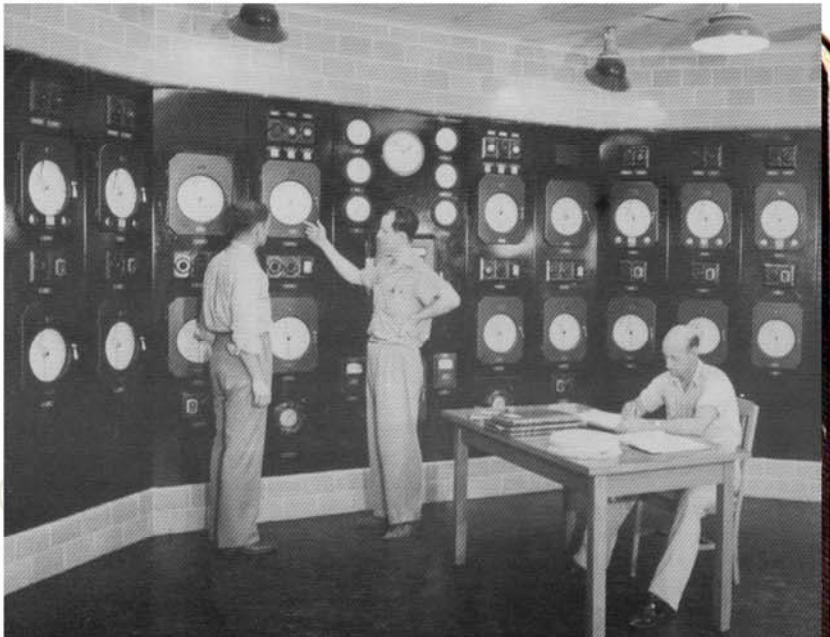


EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Reglas de sintonización

- Reglas de sintonización de Ziegler y Nichols:
 - Controlador: Taylor Fulscope 100. (es *un tipo de PID serie*)



Sensitivity adjustment
(proportional control)

Taylor Instruments' technology breakthrough, the **Fulscope** controller, was the first PID controller when it was introduced in 1940. At left, a battery of **Fulsopes** control the sensitive temperature process of synthetic rubber making in Copolymer Corp.'s Baton Rouge, La., facility. A supervisor looks for perfect circles on the trend charts, an indication of good control

Reset adjustment
(integral control)

Air supply

Controller output



EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Reglas de sintonización

► Reglas de sintonización de Ziegler y Nichols:

- Método de **Lazo cerrado**: a partir de la información última para el **controlador PID Fullscope** (*indicado por **)

1. Controlador P: $K_p^* = 0,5K_{pu}$

2. Controlador PI: $K_p^* = 0,45K_{pu}$, $T_i^* = T_u / 1,2$

3. Controlador PID: $K_p^* = 0,6K_{pu}$, $T_i^* = T_u / 2$, $T_d^* = T_u / 8$

■ Actualización a **algoritmos PID modernos**:

1. PID estándar: $K_p = K_{pu}$, $T_i = T_u / 1,6$, $T_d = T_u / 10$

2. PID serie e Industrial: $K_p = 0,8K_{pu}$, $T_i = T_u / 2$, $T_d = T_u / 8$



EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

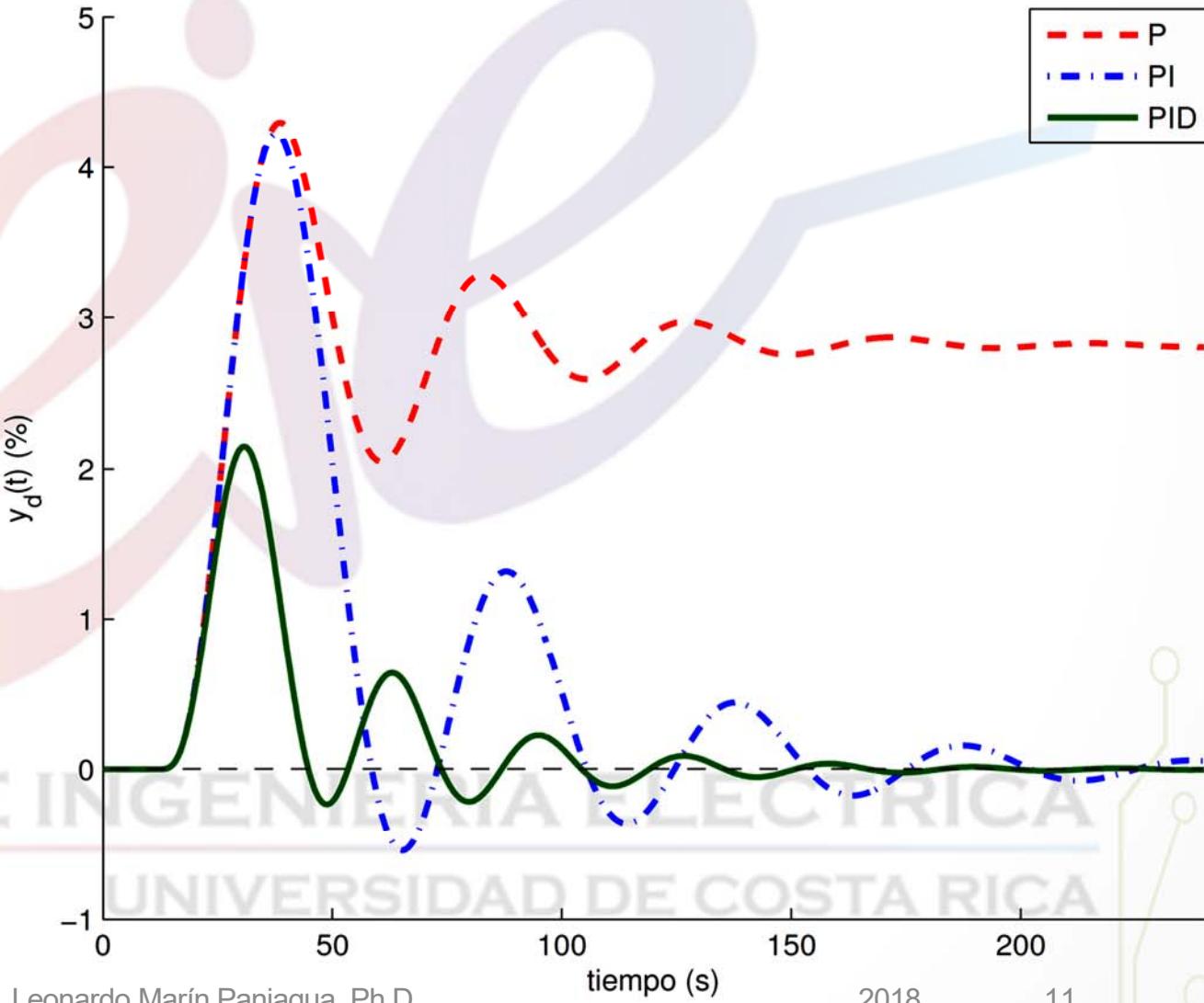
Reglas de sintonización

► Reglas de sintonización de Ziegler y Nichols: Ejemplo **LC**

$$P(s) = \frac{1,25}{\prod_{i=1}^4 (2^i s + 1)}$$

$$K_{pu} = 5,4, \quad T_u = 35,5 \text{ s}$$

Controlador	K_p	$T_i, \text{ s}$	$T_d, \text{ s}$
P	2,70	-	-
PI	2,43	29,58	-
PID	5,40	22,19	3,55



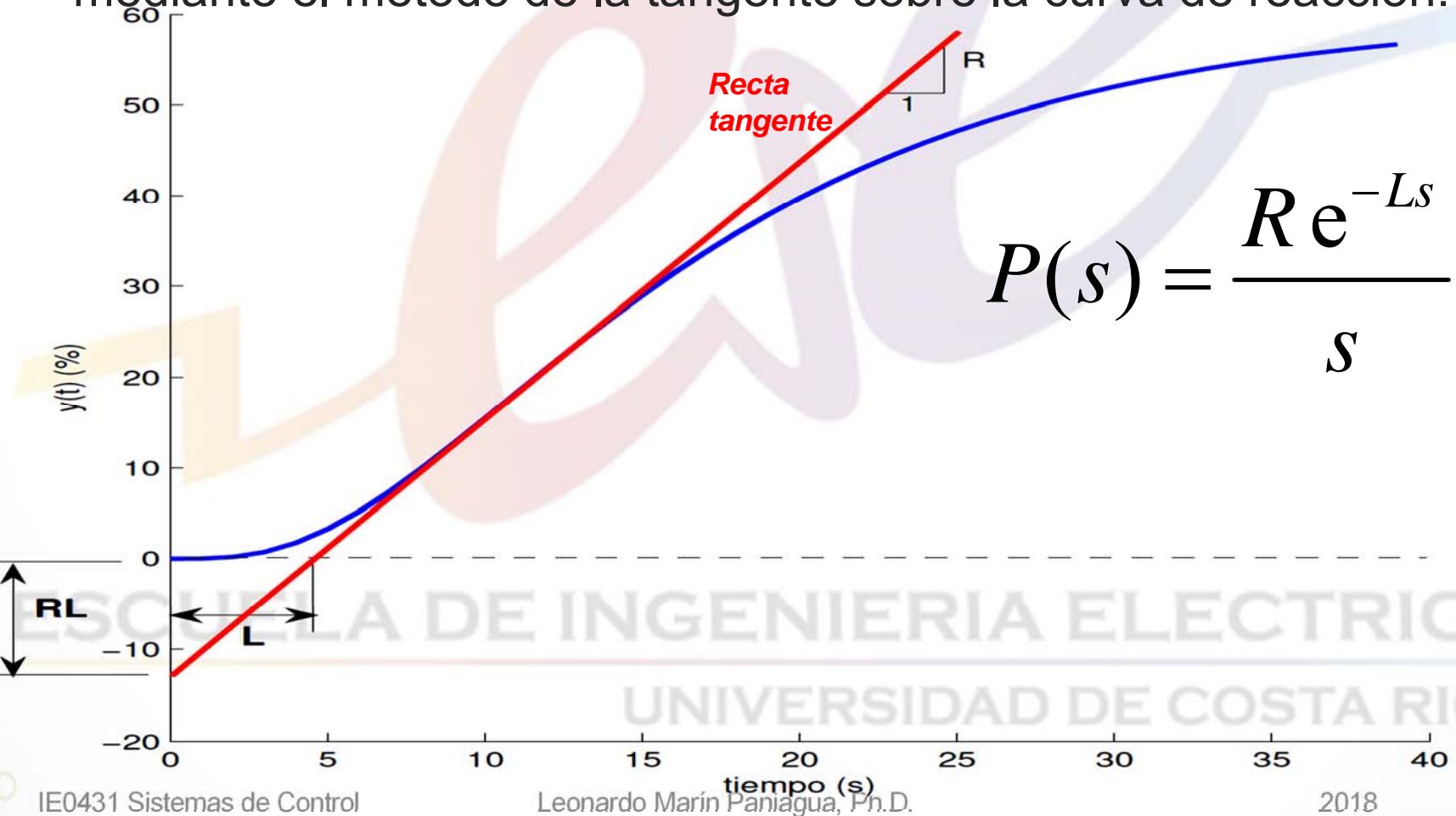


EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Reglas de sintonización

- Reglas de sintonización de Ziegler y Nichols:
 - Método de **Lazo abierto**: se debe identificar primeramente un modelo mediante el método de la tangente sobre la curva de reacción:





EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Reglas de sintonización

► Reglas de sintonización de Ziegler y Nichols:

- Método de **Lazo abierto**: Ziegler y Nichols encontraron una relación entre la información crítica (K_{pu} , T_u) y la información obtenida a partir de la curva de reacción (R , L).

$$T_u = 4L, \quad K_{pu} = 2/RL$$

- Con esto los parámetros del **controlador PID Fullscope** están dados por:

1. Controlador P: $K_p^* = 1/RL$

2. Controlador PI: $K_p^* = 0,9/RL$, $T_i^* = L/0,3$

3. Controlador PID: $K_p^* = 1,2/RL$, $T_i^* = 2L$, $T_d^* = 0,5L$



EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Reglas de sintonización

- Reglas de sintonización de Ziegler y Nichols:
 - Actualización del Método de Lazo abierto: se utiliza un modelo POMTM

- **Modelo**

$$P(s) = \frac{Ke^{-Ls}}{Ts + 1}, \quad \tau_o = \frac{L}{T}$$

(método de dos puntos)

- **PID Estándar**

$$K_p K = 0,68 + \frac{1,56}{\tau_o}$$

$$\frac{T_i}{T} = \left(\frac{2,5 + 0,957\tau_o}{1 + 0,787\tau_o} \right) \tau_o$$

$$\frac{T_d}{T} = \left(\frac{0,40 + 0,153\tau_o}{1 + 0,787\tau_o} \right) \tau_o$$

- **Controlador PI**

$$K_p K = 0,31 + \frac{0,70}{\tau_o}$$

$$\frac{T_i}{T} = \left(\frac{3,34 + 1,28\tau_o}{1 + 0,787\tau_o} \right) \tau_o$$

- **PID Serie e Industrial**

$$K'_p K = 0,54 + \frac{1,25}{\tau_o}$$

$$\frac{T'_i}{T} = \left(\frac{2,0 + 0,776\tau_o}{1 + 0,787\tau_o} \right) \tau_o$$

$$\frac{T'_d}{T} = \left(\frac{0,50 + 0,351\tau_o}{1 + 0,787\tau_o} \right) \tau_o$$



EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Sintonización con base en el desempeño

► Reglas basadas en criterios integrales:

- Desempeño de los sistemas de control puede medirse mediante el cálculo de una **función de costo con base en el error**, esto es en la diferencia entre el valor deseado y la variable controlada representada por la señal realimentada. $e(t) = r(t) - y(t)$
- El error es una indicación de productos fuera de especificación, energía desperdiciada u otro funcionamiento no deseado dependiendo del error.
- Entre más grande sea el error y entre más dure, **peor** será el desempeño del sistema de control.
- Los criterios establecidos toman en cuenta algún tipo de la integral del error, para sumar la diferencia entre la curva de la señal realimentada y la señal de referencia a lo largo de la respuesta en el tiempo del sistema realimentado.

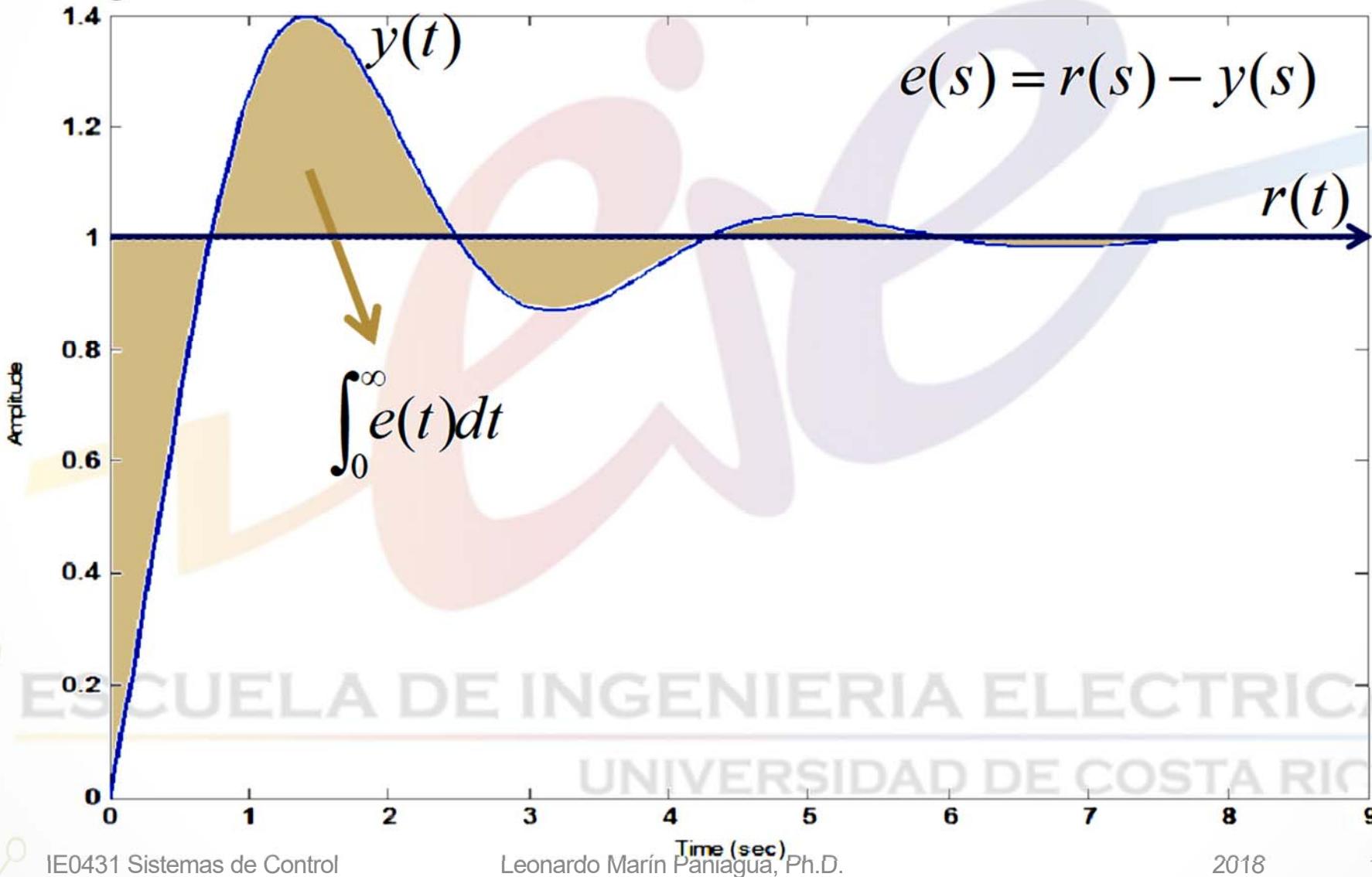


EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Índices integrales del desempeño

- Integral del error en el servo control



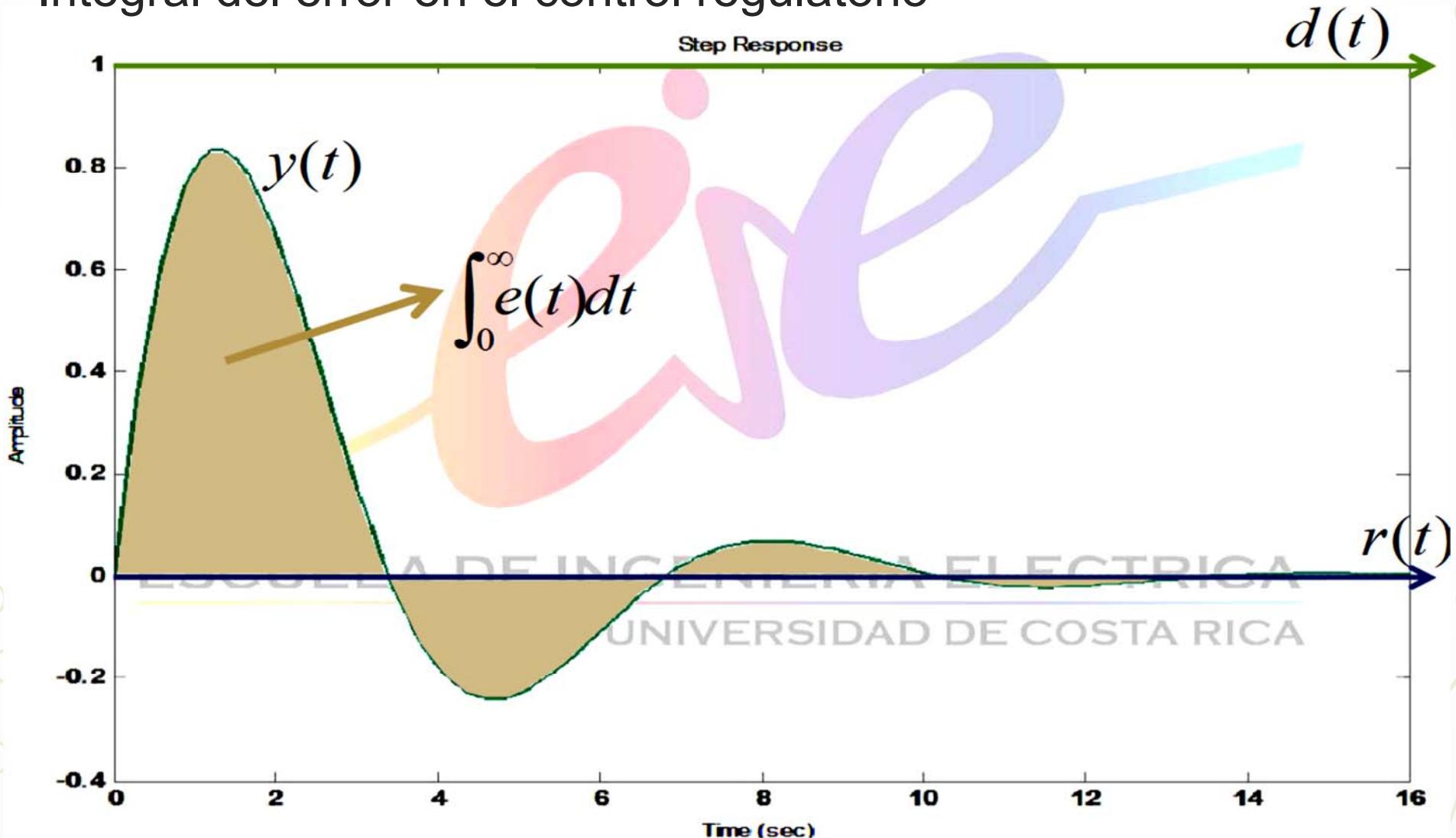


EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Índices integrales del desempeño

- Integral del error en el control regulatorio



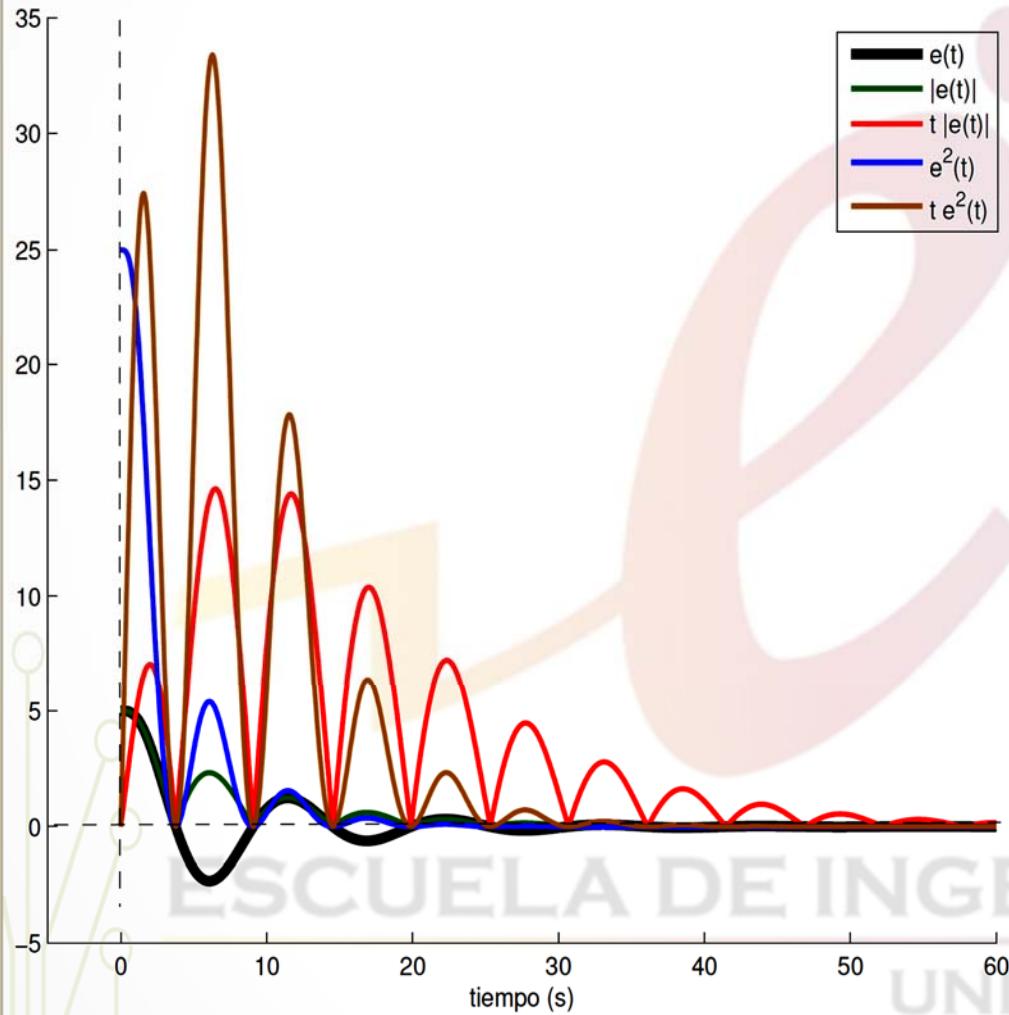


EIE

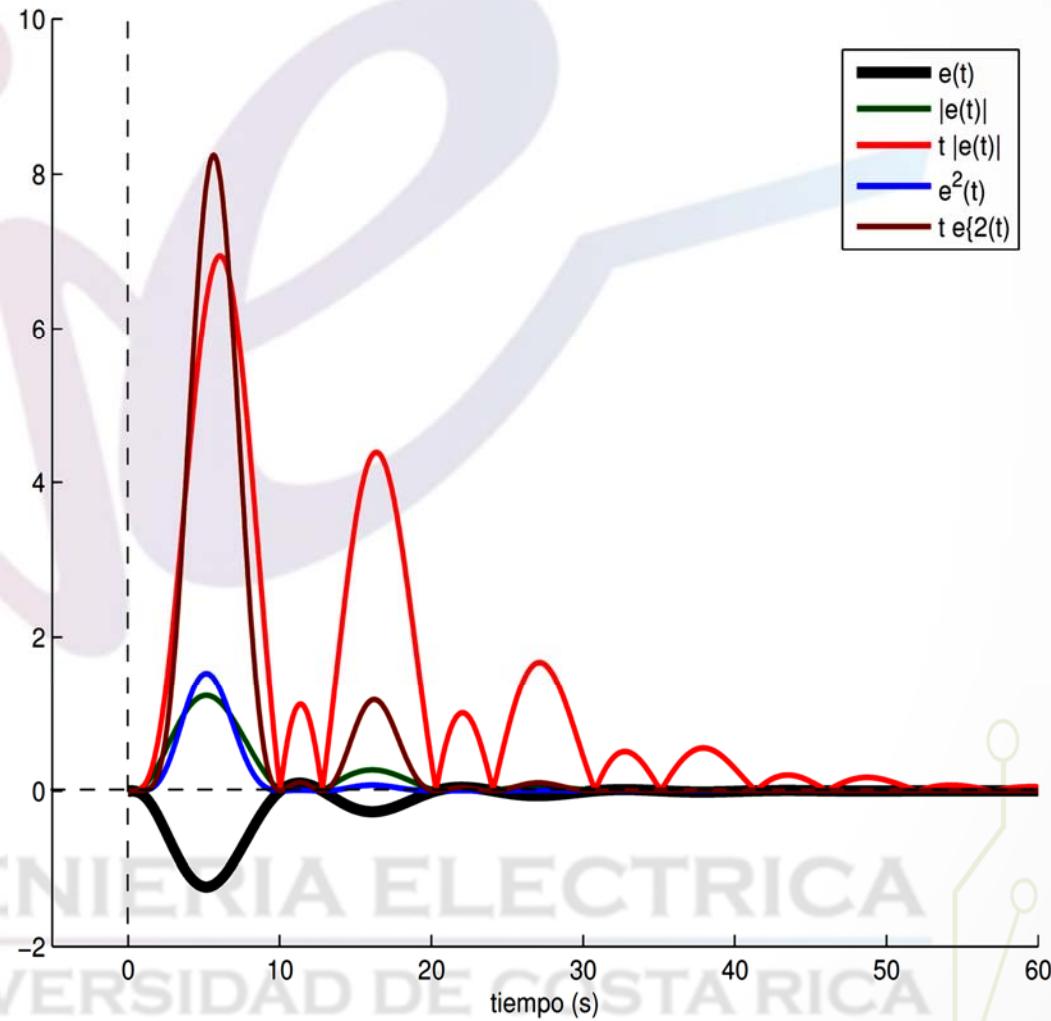
Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Índices integrales del desempeño

Servomecanismo:



Regulador:





EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Índices integrales del desempeño

Los criterios integrales más utilizados son:

- Integral del error absoluto – IAE :

$$J_{IAE} = IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt$$

- Integral del error cuadrático – ISE :

$$J_{ISE} = ISE = \int_0^{\infty} e(t)^2 dt$$

- Integral del tiempo por el error absoluto – $ITAE$:

$$J_{ITAE} = ITAE = \int_0^{\infty} t |e(t)| dt$$

- Integral del tiempo por el error cuadrático – $ITSE$:

$$J_{ITSE} = ITSE = \int_0^{\infty} t e(t)^2 dt$$

- Criterio General $IT^m AE^n$:

$$J_{IT^m AE^n} = IT^m AE^n = \int_0^{\infty} t^m |e(t)|^n dt$$

$m = \{0, 1, 2\}$
 $n = \{1, 2\}$



EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Sintonización con base en el desempeño

► Reglas basadas en criterios integrales:

■ El criterio ***ISE***:

- Más sensible a los errores grandes que el ***IAE***
- Optimiza sistemas que disminuyen ***el error inicial*** (error grande) rápidamente → respuestas iniciales rápidas (*tiempos de levantamiento cortos*)
- Índice poco sensible a los errores muy pequeños, → produce respuestas con poco amortiguamiento.

■ Los criterios ***ITAE*** e ***ITSE***:

- Penalizan más fuertemente los errores a medida que transcurre el tiempo
- Optimizan sistemas con menores tiempos de asentamiento comparados con los criterios IAE o ISE.



EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Sintonización con base en el desempeño

- Reglas basadas en criterios integrales:
 - Si la *FTLC* del sistema es de segundo orden con ganancia unitaria:

$$\frac{y_r(s)}{r(s)} = \frac{\omega_{nc}^2}{s^2 + 2\zeta_c\omega_{nc}s + \omega_{nc}^2}$$

- Se determina la razón de amortiguamiento que **minimiza** los criterios integrales y el valor de algunas características de la respuesta a un cambio escalón en el valor deseado:

Criterio	ζ_c	$M_{pn\%}$	$\omega_{nc} t_p$	$\omega_{nc} t_{a2}$
J_{eIAE}	0,66	6,31	4,18	6,36
J_{eITAE}	0,75	2,85	4,75	5,77
J_{eISE}	0,50	16,0	3,63	8,11
J_{eITSE}	0,59	9,06	3,89	6,70



EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Sintonización con base en el desempeño

- Reglas basadas en criterios integrales:

Criterio	ζ_c	$M_{pn\%}$	$\omega_{nc} t_p$	$\omega_{nc} t_{a2}$
J_{eIAE}	0,66	6,31	4,18	6,36
J_{eITAE}	0,75	2,85	4,75	5,77
J_{eISE}	0,50	16,0	3,63	8,11
J_{eITSE}	0,59	9,06	3,89	6,70

- El **menor** $M_{pn\%}$ y $t_{a2\%}$ → criterio **ITAE**,
- La respuesta inicial **más rápida** → criterio **ISE**
- El **mayor** $M_{pn\%}$ y $t_{a2\%}$ → criterio **ISE** (*sistema más lento*)
- De la tabla se concluye de **las respuestas más deseables** son las obtenidas minimizando los criterios **IAE o ITAE**.



EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Sintonización con base en el desempeño

► Reglas basadas en criterios integrales:

López *et al.*†

- Control regulatorio
- Criterios (J_e): IAE, ITAE, ISE
- Controlador: PI, PID Estándar
- Modelo: POMTM
- Ecuaciones ($0,1 \leq \tau_o \leq 1,0$):

$$K_p K = a \tau_o^b$$

$$\frac{T_i}{T} = c \tau_o^d$$

$$\frac{T_d}{T} = e \tau_o^f$$

Rovira *et al.*‡

- Servo control
- Criterios (J_e): IAE, ITAE
- Controlador: PI, PID Estándar
- Modelo: POMTM
- Ecuaciones ($0,1 \leq \tau_o \leq 1,0$):

$$K_p K = a \tau_o^b$$

$$\frac{T_i}{T} = \frac{1}{c + d\tau_o}$$

$$\frac{T_d}{T} = e \tau_o^f$$

† López *et al.* (1967), Tuning Controllers with Error-Integral Criteria, *Instrumentation Technology*, 14, 57-62

‡ Rovira *et al.* (1969), Tuning Controllers for Setpoint Changes, *Instrumentation & Control Systems*, 42, 67-69



EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Sintonización con base en el desempeño

- Reglas basadas en criterios integrales:
 - Parámetros para el método de López:

Controlador P	a	b
ISE	1,4110	-0,9170
IAE	0,9023	-0,9850
ITAE	0,4897	-1,0850

Controlador PI	a	b	c	d
ISE	1,3050	-0,9600	2,0325	0,7390
IAE	0,9840	-0,9860	1,6447	0,7070
ITAE	0,8590	-0,9770	1,4837	0,6800

Controlador PID	a	b	c	d	e	f
ISE	1,4950	-0,9450	0,9083	0,7710	0,5600	1,0060
IAE	1,4350	-0,9210	1,1390	0,7490	0,4820	1,1370
ITAE	1,3570	-0,9470	1,1876	0,7380	0,3810	0,9950



EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Sintonización con base en el desempeño

- Reglas basadas en criterios integrales:
 - Parámetros para el método de Rovira:

Controlador PI	a	b	c	d
IAE	0,7580	-0,8610	1,0200	-0,3230
ITAE	0,5860	-0,9160	1,0300	-0,1650

Controlador PID	a	b	c	d	e	f
IAE	1,0860	-0,8690	0,7400	-0,1300	0,3480	0,9140
ITAE	0,9650	-0,8500	0,7960	-0,1465	0,3080	0,9290



EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Métodos con base en criterios Integrales

Método de Méndez y Rímolo

- Operación: Servo control y control regulatorio.
- Criterios (J_e):

$$IT^m AE^n = \int_0^\infty t^m |e(t)|^n dt, \quad m \in \{0, 1, 2\}, \quad n \in \{1, 2\}$$

- Controlador: PI, PID Estándar, Serie e Industrial.
- Modelo:

$$P(s) = \frac{Ke^{-Ls}}{(Ts + 1)(aTs + 1)}, \quad \tau_o = \frac{L}{T}$$
$$0 \leq a \leq 1,0 \quad 0,05 \leq \tau_o \leq 2,0$$

Rímolo, J.I. (2005) - "Análisis del desempeño y la robustez de los servomecanismos y reguladores PID, optimizados con funciones de costo tipo $ITmEn$ ", Proyecto eléctrico, Escuela de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Costa Rica

Méndez, V. (2006) - "Ecuaciones para la sintonización de controladores PID utilizando funciones de costo del tipo $ITmEn$ ", Proyecto eléctrico, Escuela de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Costa Rica



EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Métodos con base en criterios Integrales

Método de Méndez y Rímolo

- Ecuaciones:

Controlador PI

$$\kappa_p \doteq K_p K = a_0 + a_1 \tau_o^{a_2}, \quad \tau_i \doteq \frac{T_i}{T} = b_0 \tau_o + b_1 \tau_o^{b_2}$$

Controlador PID Estándar

* Servo control

* Control regulatorio

$$\kappa_p \doteq K_p K = a_0 + a_1 \tau_o^{a_2}$$

$$\tau_i \doteq \frac{T_i}{T} = b_0 \tau_o + b_1 \tau_o^{b_2}$$

$$\tau_d \doteq \frac{T_d}{T} = c_0 + c_1 \tau_o^{c_2}$$

$$\kappa_p \doteq K_p K = a_0 + a_1 \tau_o^{a_2}$$

$$\tau_i \doteq \frac{T_i}{T} = b_0 + b_1 \tau_o^{b_2}$$

$$\tau_d \doteq \frac{T_d}{T} = c_0 + c_1 \tau_o^{c_2}$$



Métodos con base en criterios Integrales

EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Método de Méndez y Rímolo: Controlador PI

Servomecanismo

a	0,0	0,25	0,50	0,75	1,0
---	-----	------	------	------	-----

Criterio J_{eIAE}

a_0	0,265	-0,035	0,013	-0,040	0,035
a_1	0,509	0,761	0,730	0,835	0,825
a_2	-1,042	-0,619	-0,616	-0,587	-0,618
b_0	0,433	0,395	0,372	0,353	0,406
b_1	0,922	1,117	1,381	1,671	1,903
b_2	-0,017	-0,080	-0,114	-0,121	-0,134

Criterio J_{eITAE}

a_0	0,209	-0,148	-0,198	-0,299	-0,338
a_1	0,441	0,748	0,788	0,914	0,997
a_2	-1,054	-0,475	-0,416	-0,372	-0,360
b_0	0,326	0,316	0,307	0,299	0,291
b_1	0,882	1,005	1,169	1,372	1,605
b_2	-0,035	-0,033	-0,067	-0,076	-0,072

Regulador

a	0,0	0,25	0,50	0,75	1,0
---	-----	------	------	------	-----

Criterio J_{eIAE}

a_0	0,124	0,250	0,225	0,190	0,184
a_1	0,886	0,658	0,731	0,868	0,994
a_2	-1,005	-0,991	-1,010	-0,999	-0,999
b_0	-2,422	0,272	0,280	0,223	0,194
b_1	3,855	1,341	1,627	2,013	2,358
b_2	0,780	0,087	-0,013	-0,022	-0,020

Criterio J_{eITAE}

a_0	0,114	0,179	0,212	0,191	0,225
a_1	0,758	0,598	0,592	0,648	0,718
a_2	-1,012	-0,910	-0,952	-0,970	-0,978
b_0	-1,997	0,276	0,248	0,202	0,239
b_1	3,273	1,161	1,437	1,691	1,938
b_2	0,763	0,097	0,018	-0,007	-0,011



Métodos con base en criterios Integrales

EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Método de Méndez y Rímolo: Controlador PID Estándar

Servomecanismo

a	0,0	0,25	0,50	0,75	1,0
---	-----	------	------	------	-----

Criterio J_{eIAE}

a_0	0,305	0,274	0,127	0,055	-0,028
a_1	0,752	0,720	0,926	1,092	1,284
a_2	-0,969	-0,878	-0,824	-0,805	-0,787
b_0	0,237	0,320	0,272	0,224	0,198
b_1	1,109	1,139	1,359	1,623	1,872
b_2	0,061	-0,012	-0,014	-0,006	-0,003
c_0	-0,002	0,193	0,313	0,399	0,461
c_1	0,357	0,251	0,241	0,238	0,243
c_2	0,912	1,110	1,062	1,045	1,004

Regulador

a	0,0	0,25	0,50	0,75	1,0
---	-----	------	------	------	-----

Criterio J_{eIAE}

a_0	0,191	0,720	0,819	0,891	0,992
a_1	1,165	0,526	0,543	0,647	0,755
a_2	-1,008	-1,430	-1,586	-1,640	-1,671
b_0	-0,181	-0,294	-0,547	-0,689	-0,817
b_1	1,235	1,525	1,920	2,182	2,427
b_2	0,519	0,395	0,327	0,311	0,305
c_0	-0,027	0,050	-0,057	-0,191	-0,243
c_1	0,439	0,479	0,705	0,934	1,048
c_2	0,766	0,641	0,436	0,356	0,343



Métodos con base en criterios Integrales

EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Método de Méndez y Rímolo: Controlador PID Estándar

Servomecanismo

a	0,0	0,25	0,50	0,75	1,0
---	-----	------	------	------	-----

Criterio $J_{eITAЕ}$

a_0	0,205	0,217	0,047	-0,057	-0,189
a_1	0,809	0,728	0,952	1,141	1,375
a_2	-0,931	-0,835	-0,762	-0,730	-0,700
b_0	0,324	0,328	0,306	0,278	0,251
b_1	1,023	1,155	1,363	1,604	1,860
b_2	0,033	-0,005	-0,011	-0,009	-0,004
c_0	-0,013	0,178	0,309	0,401	0,469
c_1	0,304	0,202	0,165	0,147	0,138
c_2	0,784	1,029	1,189	1,265	1,297

Regulador

a	0,0	0,25	0,50	0,75	1,0
---	-----	------	------	------	-----

Criterio $J_{eITAЕ}$

a_0	0,150	0,673	0,765	0,840	0,934
a_1	0,183	0,527	0,544	0,637	0,740
a_2	-0,992	-1,419	-1,563	-1,620	-1,653
b_0	-0,251	-0,669	-0,854	-1,171	-1,452
b_1	1,398	1,988	2,332	2,799	3,217
b_2	0,474	0,301	0,267	0,241	0,230
c_0	-0,030	0,062	-0,036	-0,160	-0,235
c_1	0,382	0,398	0,602	0,805	0,938
c_2	0,738	0,663	0,426	0,337	0,311



Métodos con base en criterios Integrales

EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Método de Méndez y Rímolo: Ejemplo

$$P(s) = \frac{1,25}{(16s + 1)(8s + 1)(4s + 1)(2s + 1)}$$

$$P_{m1}(s) = \frac{1,25e^{-11,1s}}{19,95s + 1}, \quad P_{m2}(s) = \frac{1,25e^{-4,43s}}{(14,01s + 1)(11,51s + 1)}$$

Parámetros del controlador	K_p	T_i, s
Criterio (servo control)		
J_{eIAEr} (POMTM)	0,96	23,23
J_{eITAEr} (POMTM)	0,82	21,24
Criterio (control regulatorio)		
J_{eIAEd} (POMTM)	1,37	21,87
J_{eITAEd} (POMTM)	1,18	19,64

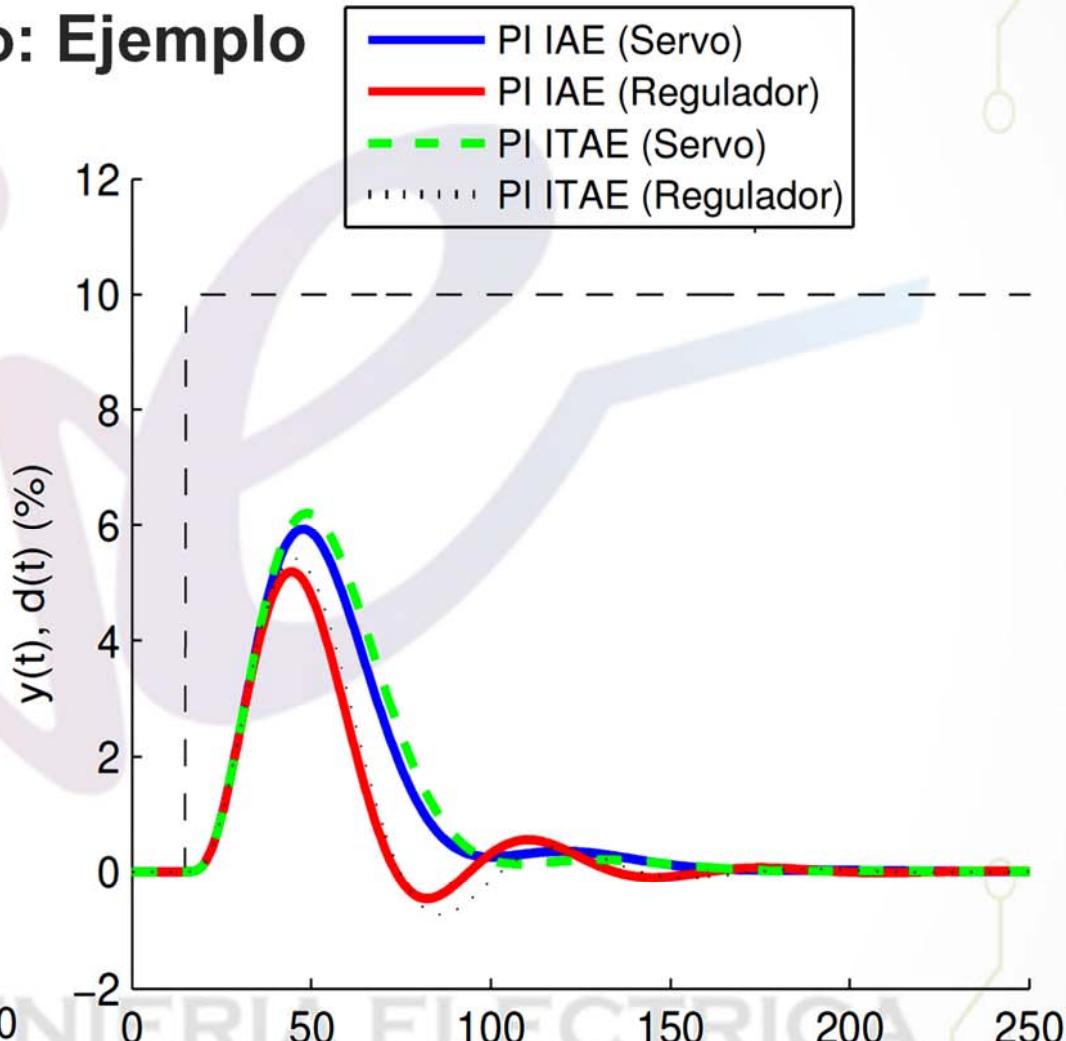
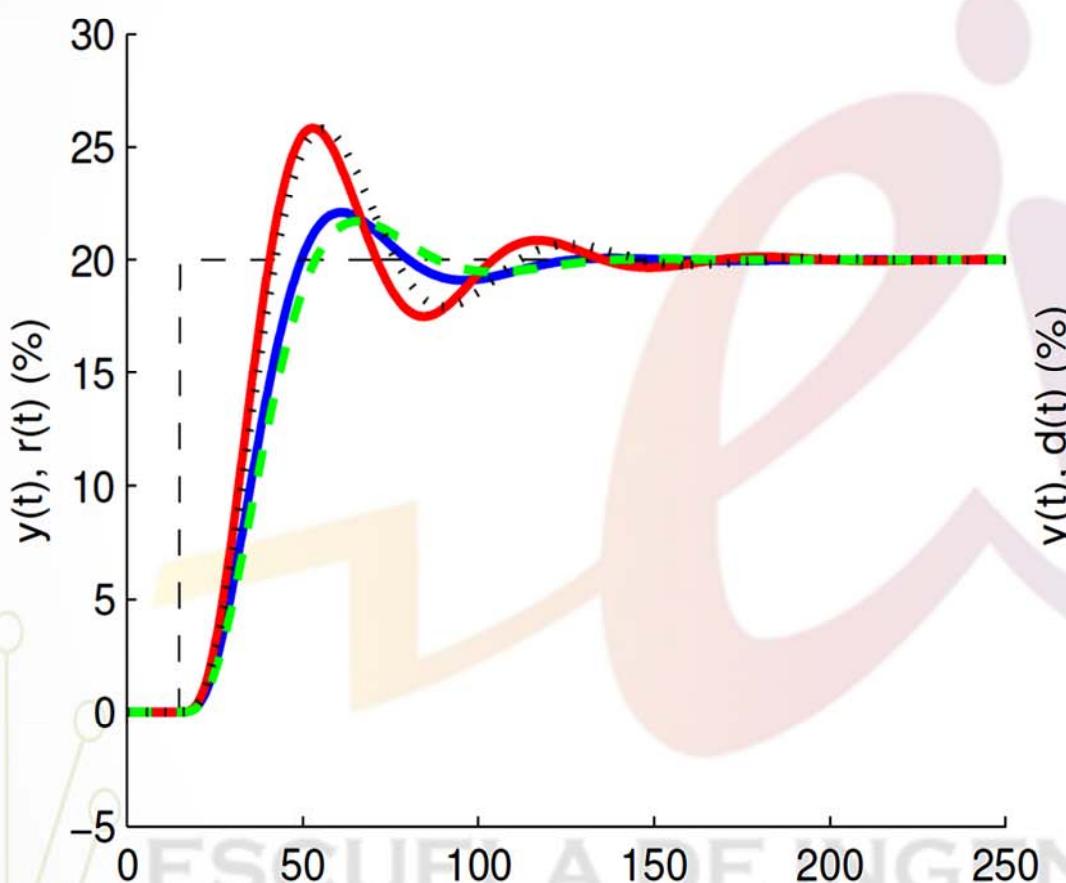


Métodos con base en criterios Integrales

EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Método de Méndez y Rímolo: Ejemplo



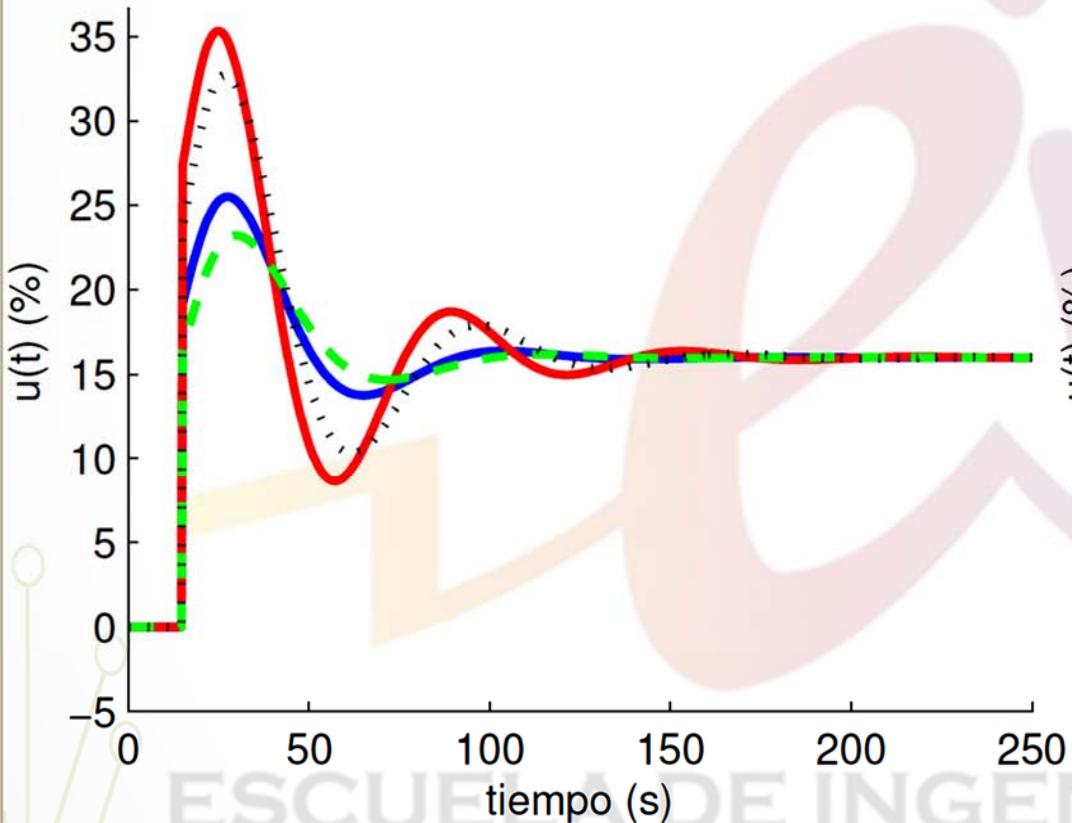


Métodos con base en criterios Integrales

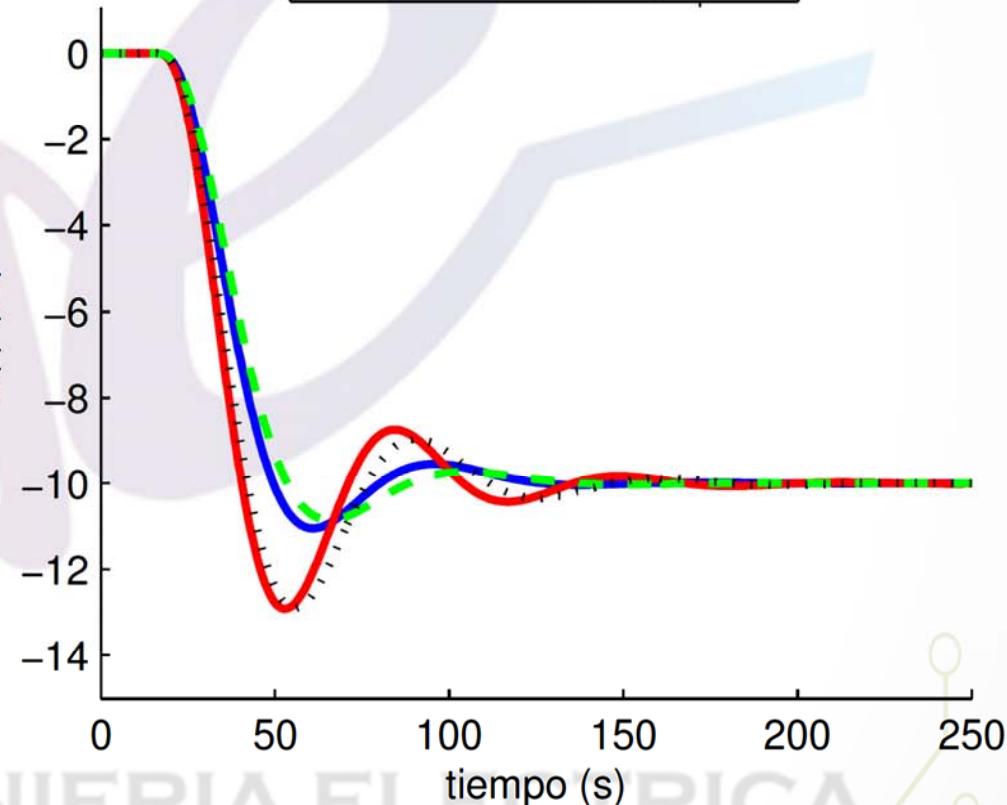
EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Método de Méndez y Rímolo: Ejemplo



PI IAE (Servo)
PI IAE (Regulador)
PI ITAE (Servo)
PI ITAE (Regulador)





Métodos con base en criterios Integrales

EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Método de Méndez y Rímolo: Ejemplo

Ejemplo - Índices de desempeño y robustez

Criterio	$J_{eIAE} (\Delta r)$	$J_{eIAE} (\Delta d)$	$J_{eITAЕ} (\Delta r)$	$J_{eITAЕ} (\Delta d)$	M_S^r
Desempeño con el modelo					
J_{eIAEr}	22,54	28,35	23,05	27,15	1,83
J_{eIAEd}	24,19	17,71	25,90	18,23	2,73
$J_{eITAЕr}$	688,28	1175,60	677,70	1042,30	1,68
J_{eITAEd}	1392,90	955,60	1474,90	945,74	2,41
Desempeño con el proceso					
J_{eIAEr}	23,58	26,00	24,54	26,99	-
J_{eIAEd}	24,20	17,64	25,90	19,26	-
$J_{eITAЕr}$	801,39	1109,40	818,53	1154,60	-
J_{eITAEd}	1393,00	963,96	1475,30	1072,80	-



Compromiso Desempeño/R robustez

EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

- Existirá un **compromiso entre el Desempeño y la Robustez** en caso de los controladores sintonizados mediante métodos de criterio múltiple.
- ¿Cuánto desempeño se pierde al tener que garantizar una robustez adecuada?
- Para esto se define el factor de degradación del desempeño.
- Caso de Estudio:
 - Controladores: $P I_2$, PID_2 Estándar
 - Índice de desempeño: J_{elAE}
 - Índice de robustez: M_S ($1,2 \leq M_S \leq 2,0$)
 - Modelo (SOMTM):

$$P(s) = \frac{K e^{-Ls}}{(Ts + 1)(aTs + 1)}, \quad 0,05 \leq \tau_o \leq 2,0, \quad 0 \leq a \leq 1,0$$



Compromiso Desempeño/Robustez

EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Factor de degradación del desempeño.

Definiciones:

- Desempeño óptimo ($\bar{\theta}$ parámetros del controlador):

$$J_e \doteq J_e(\bar{\theta}) = \int_0^\infty |y(t, \bar{\theta}) - r(t)| dt, \quad J_e^o = J_e(\bar{\theta}_o) = \min_{\bar{\theta}} J_e(\bar{\theta})$$

- Factor de degradación del desempeño

$$F_p \doteq \frac{J_e^o}{J_e}, \quad F_p \leq 1$$

- Desempeño degradado (parámetros $\bar{\theta}_{o1}$):

$$J_{F_p} \doteq J_{F_p}(\bar{\theta}, F_p^d) = \left| \frac{J_e^o}{J_e(\bar{\theta})} - F_p^d \right|, \quad J_{F_p}^o = J_{F_p}(\bar{\theta}_{o1}, F_p^d) = \min_{\bar{\theta}} J_{F_p}(\bar{\theta}, F_p^d)$$

- Desempeño robusto

$$J_{M_S} \doteq J_{M_S}(\bar{\theta}, M_S^d) = |M_S(\bar{\theta}) - M_S^d|$$

- Parámetros óptimos ($\bar{\theta}_{o2}$):

$$J_{M_S}^o = J_{M_S}(\bar{\theta}_{o2}, M_S^d) = \min_{\bar{\theta}} J_{M_S}(\bar{\theta}, M_S^d)$$



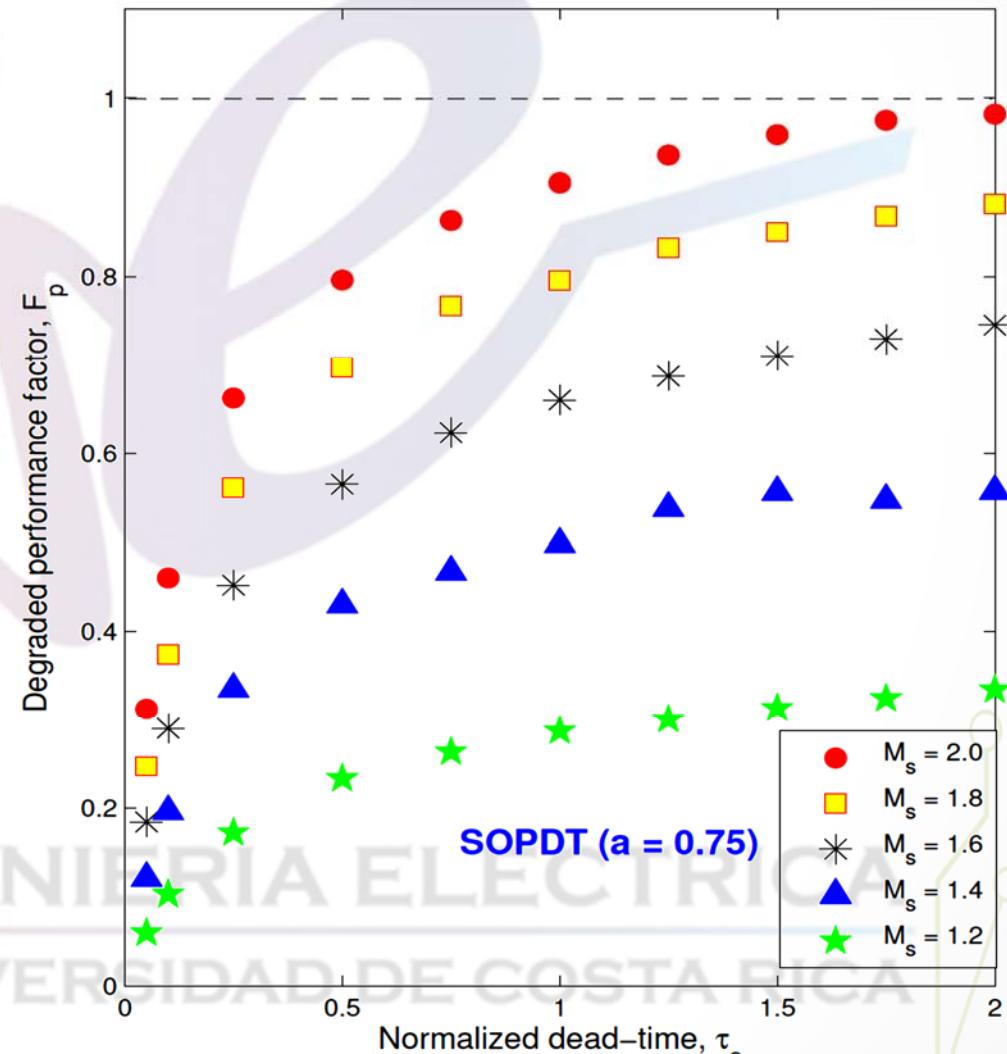
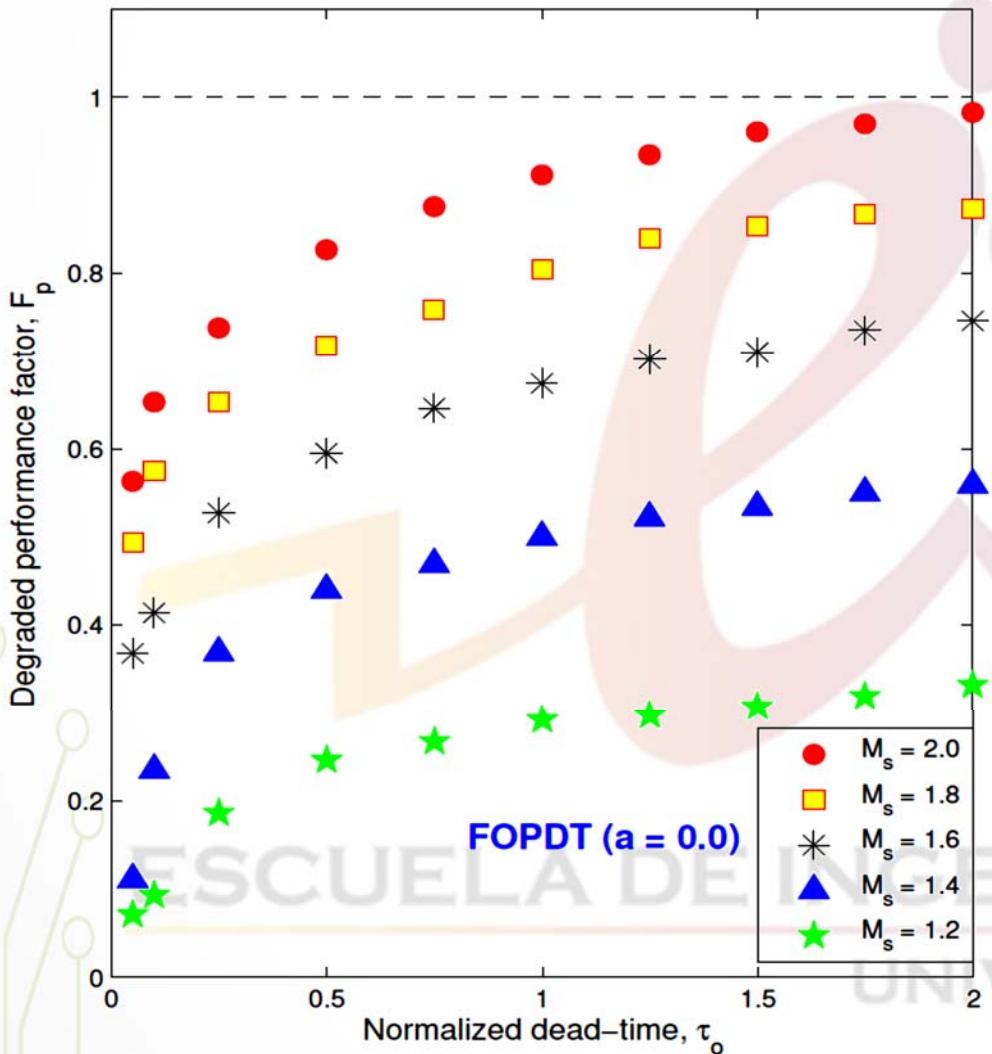
Compromiso Desempeño/R robustez

EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Factor de degradación del desempeño FP

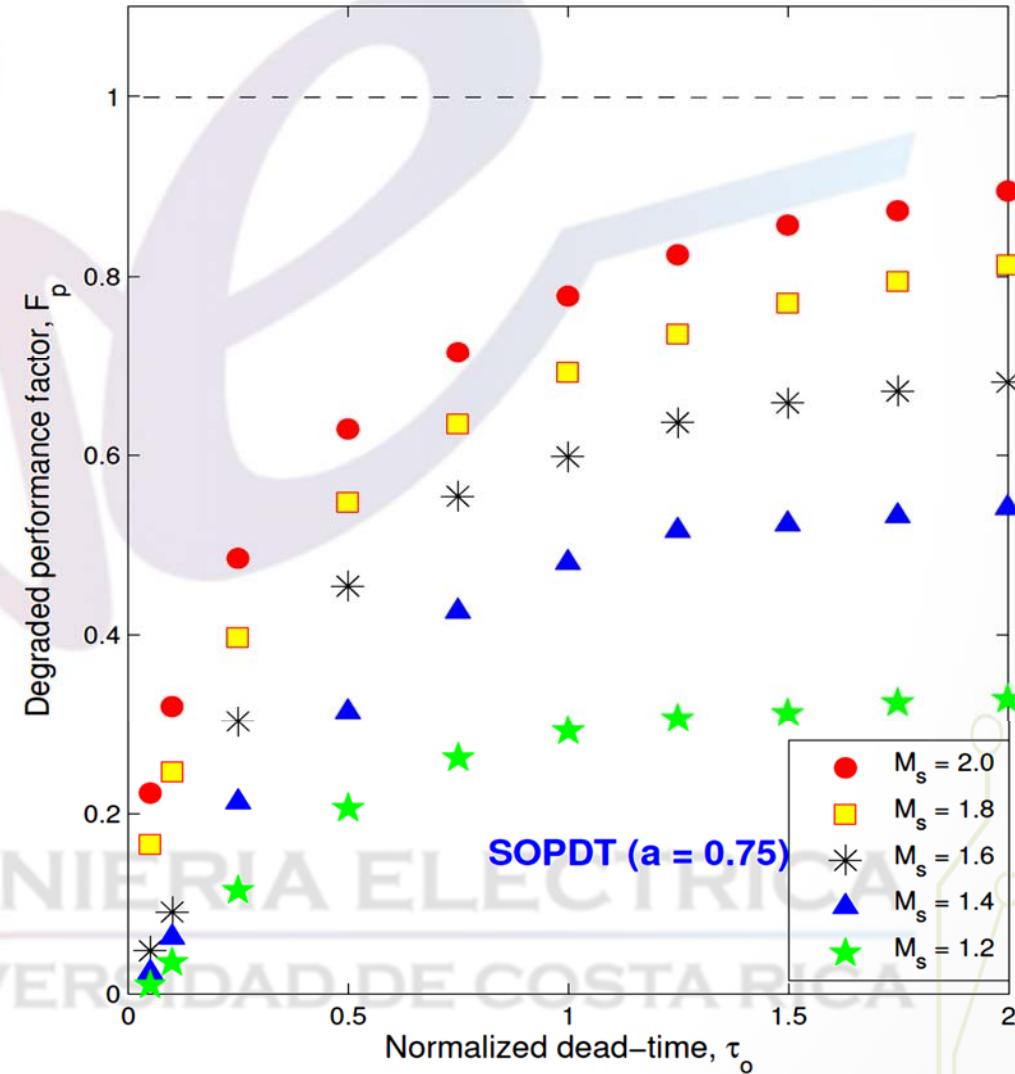
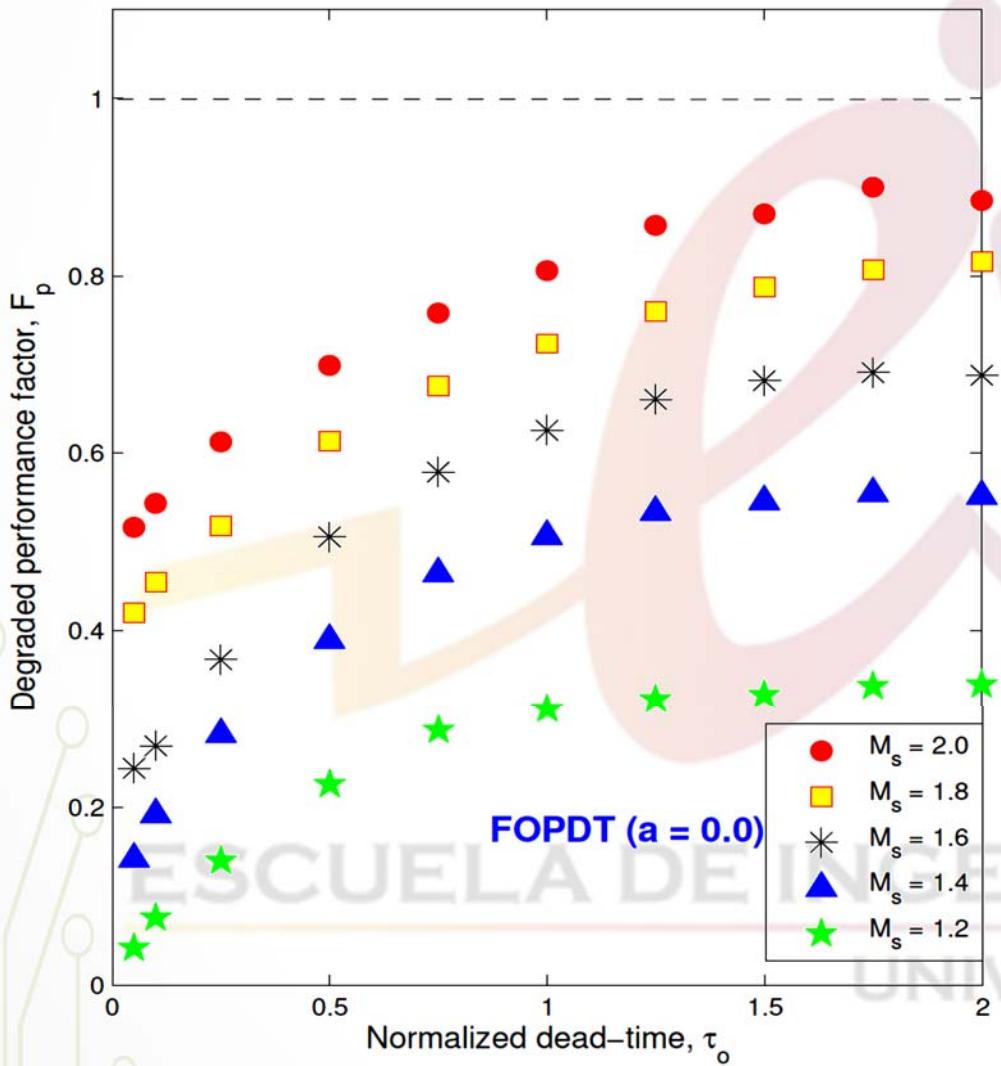
Regulador, controlador PI



Compromiso Desempeño/Robustez

Factor de degradación del desempeño FP

Regulador, controlador PID



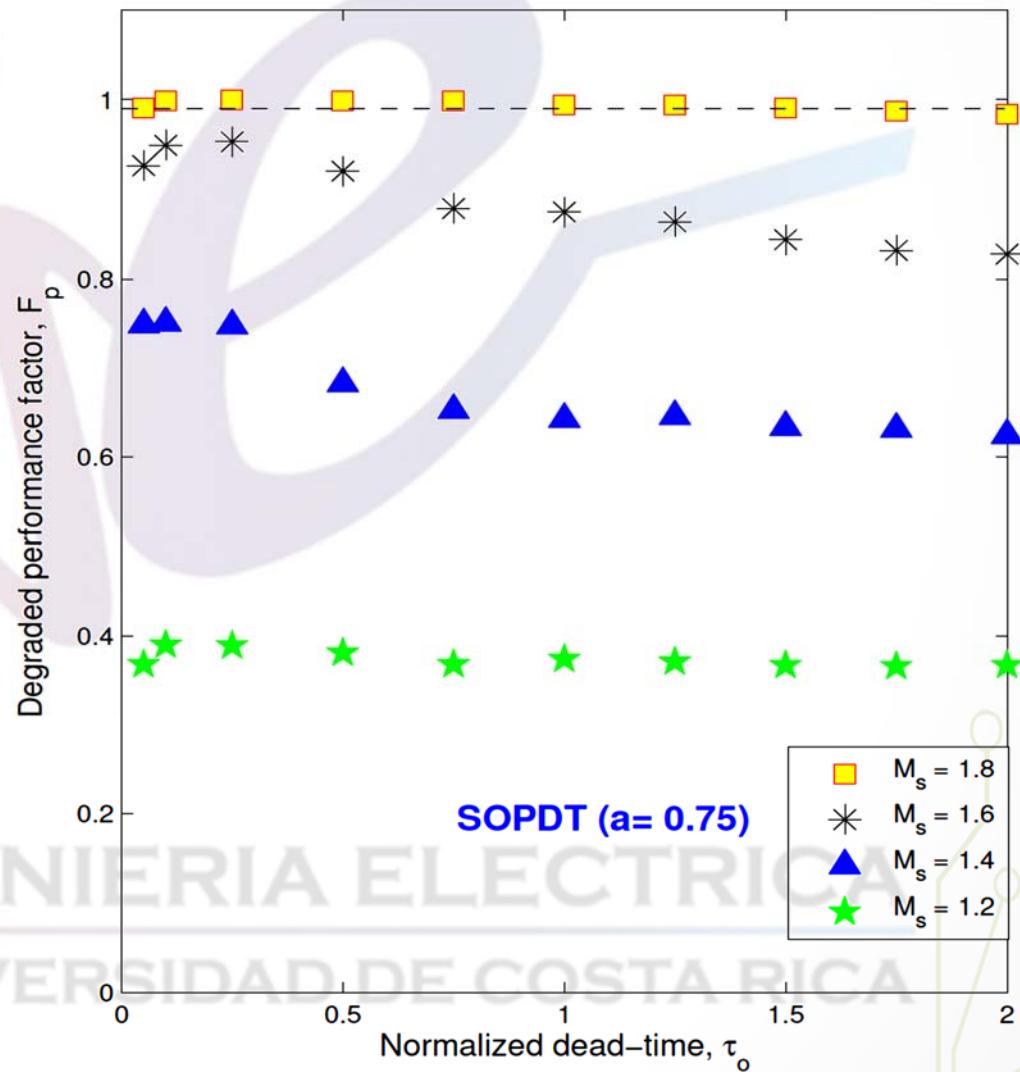
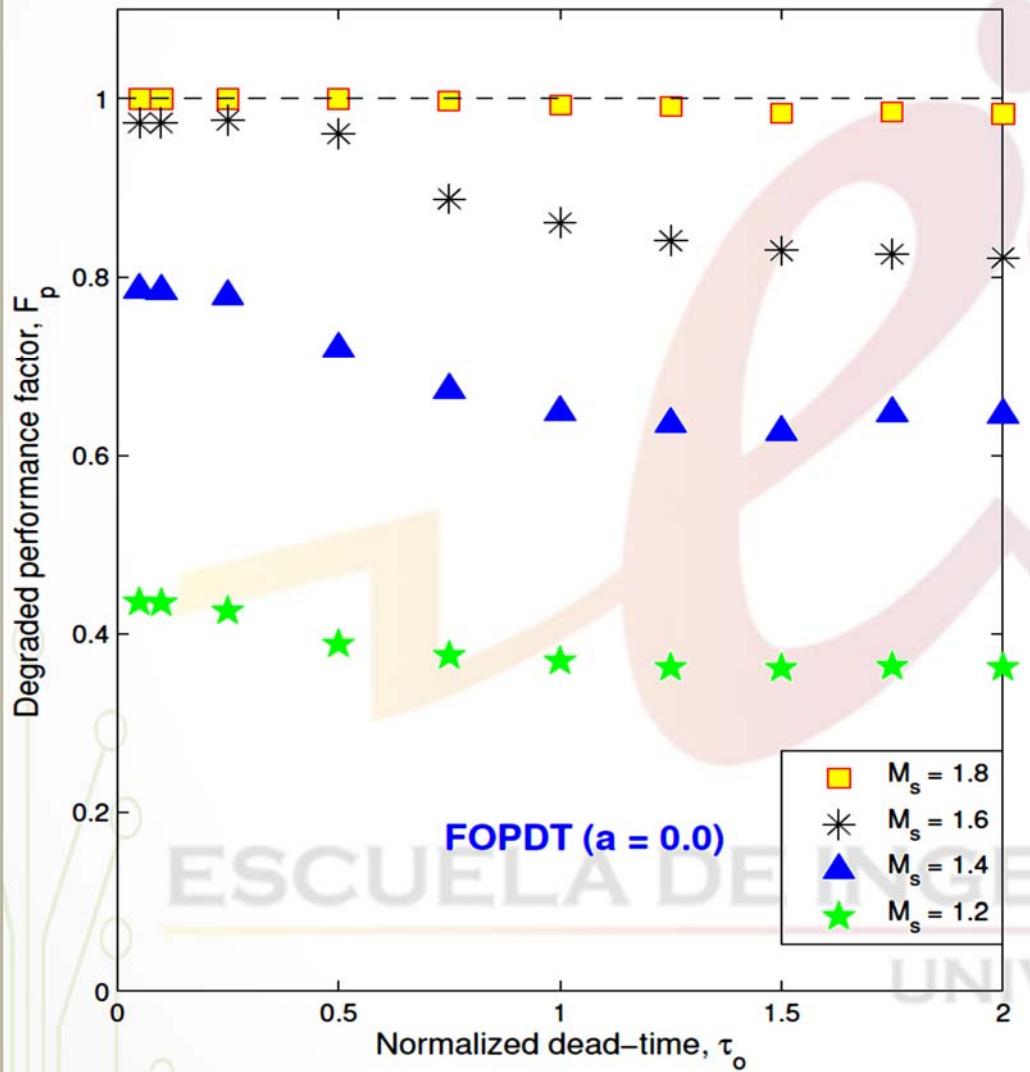


Compromiso Desempeño/Robustez

EIE
Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Factor de degradación del desempeño FP

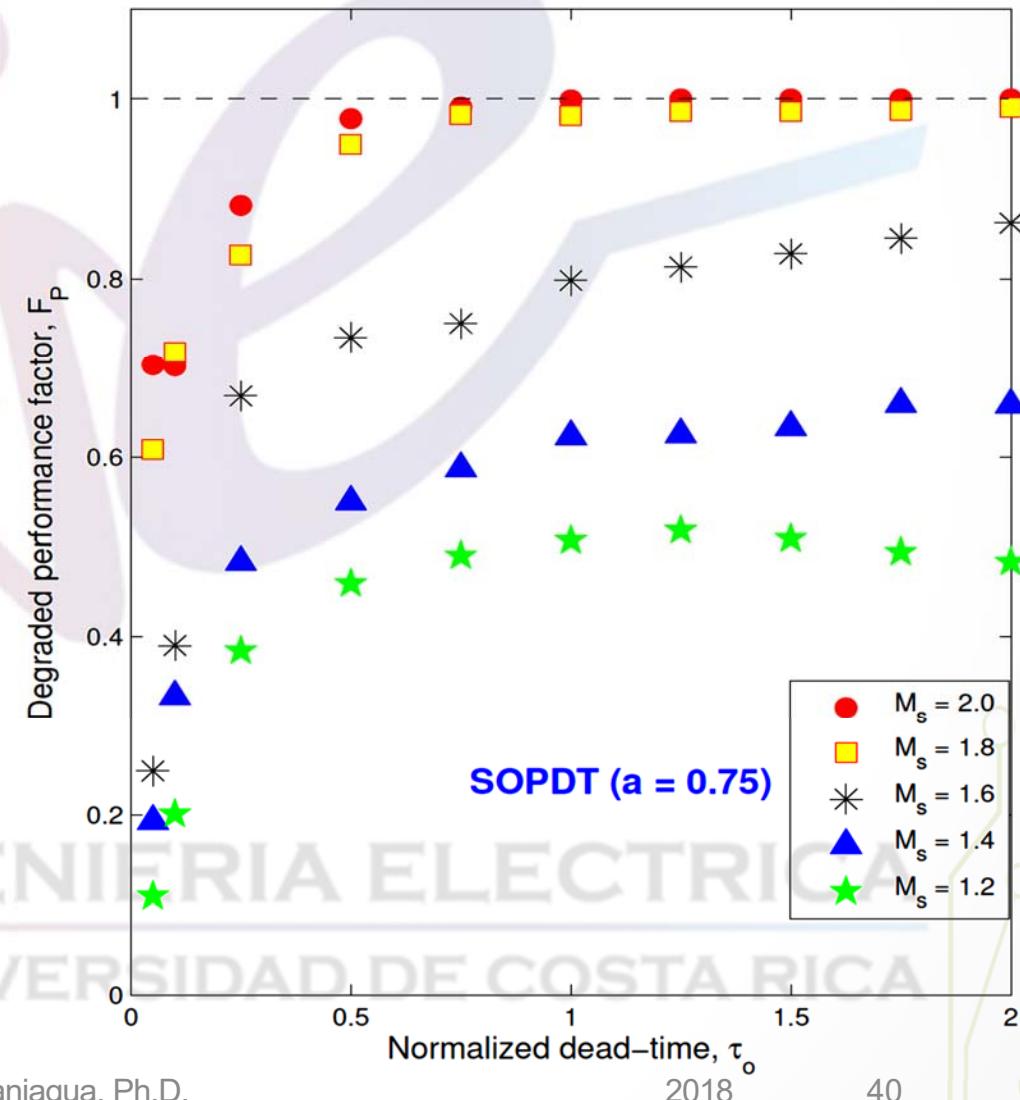
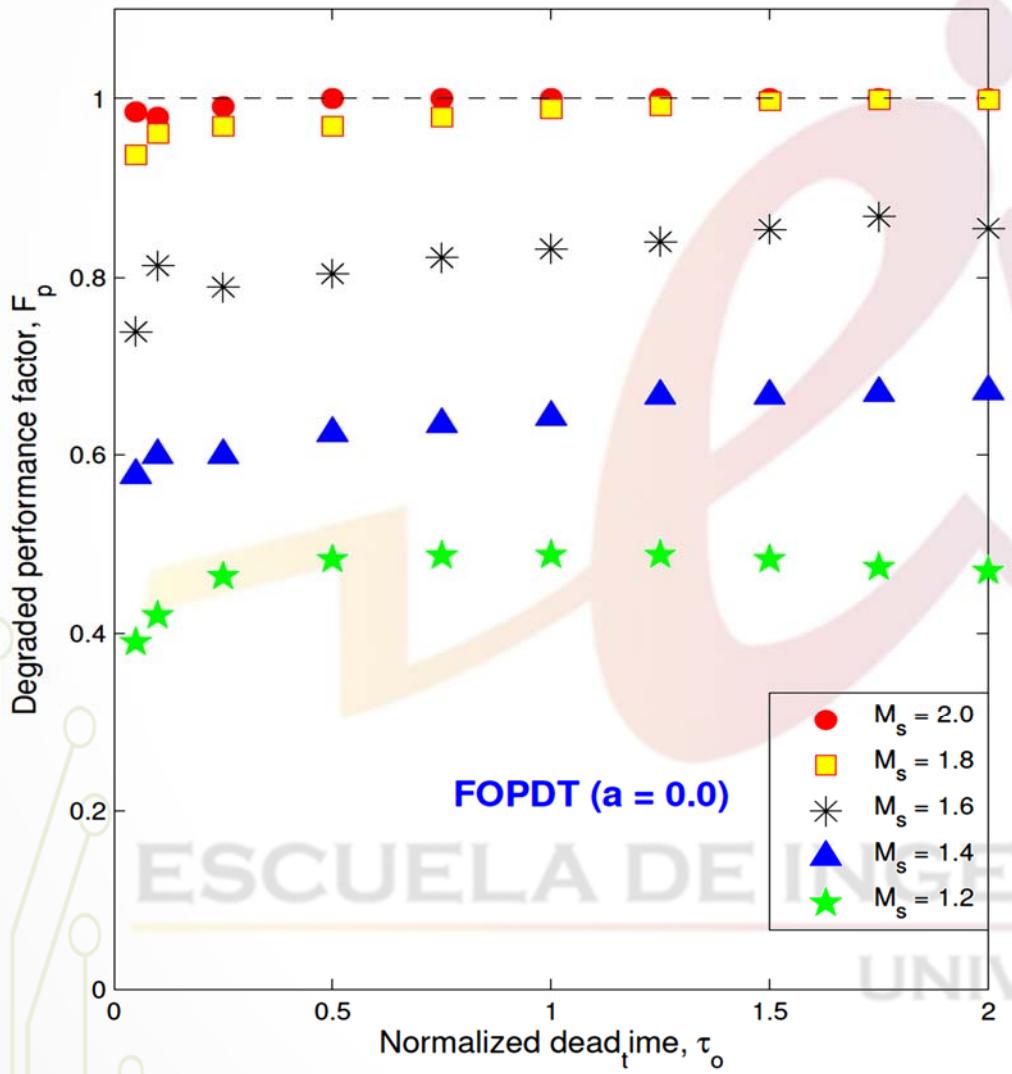
Servomecanismo, controlador PI



Compromiso Desempeño/Robustez

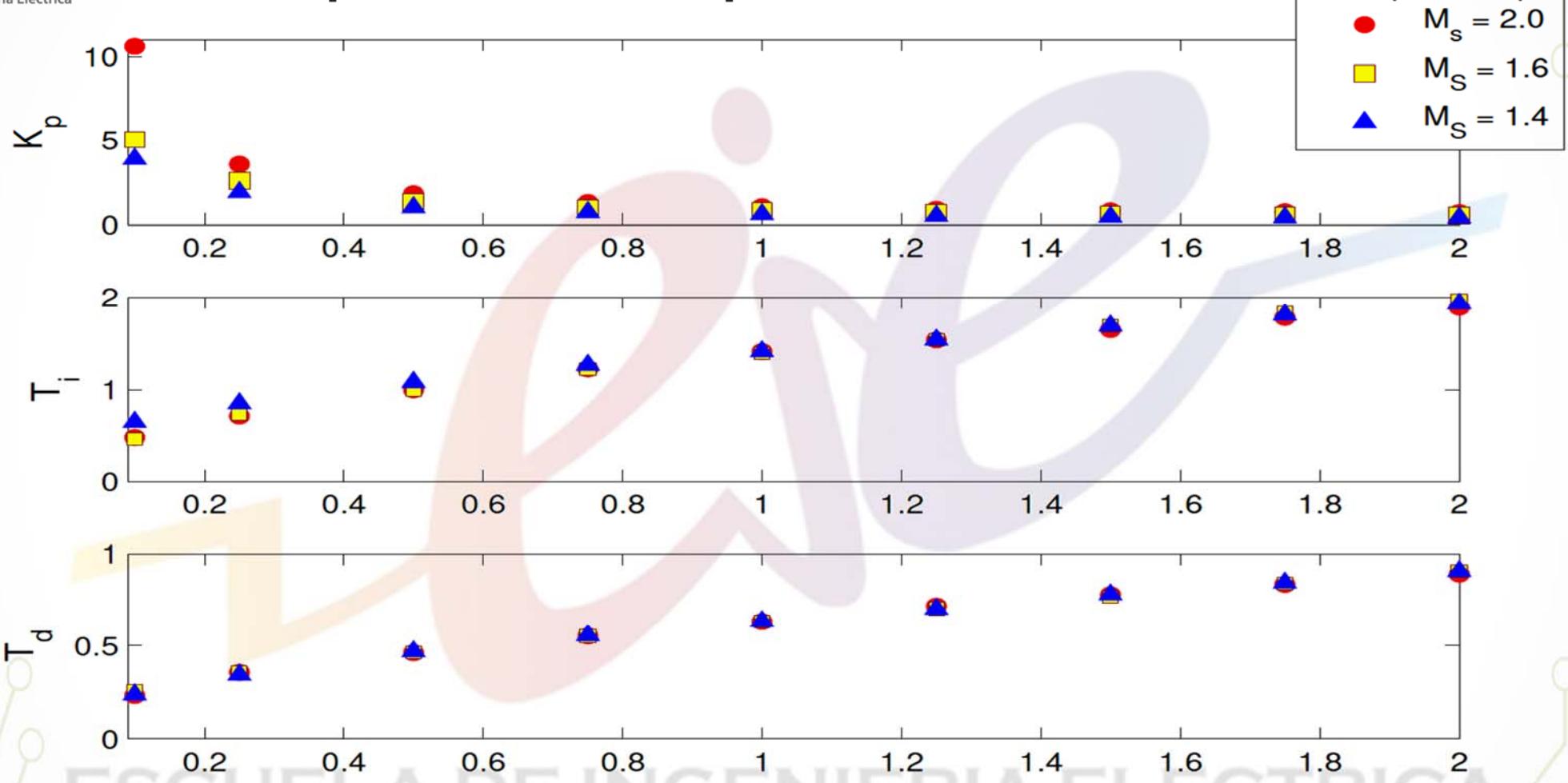
Factor de degradación del desempeño FP

Servomecanismo, controlador PID



Compromiso Desempeño/R robustez

Variación parámetros PID para incrementar robustez ($a=0.5$)



Parámetros del controlador: $K_p = H(K, \tau_0, a, M_S^t)$, pero $T_i = F(T, \tau_0, a)$ y $T_d = G(T, \tau_0, a)$. El ajuste de la robustez se hace variando solamente K_p .



EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Métodos con base en criterios múltiples

- ▶ Son métodos que toman en cuenta **al menos** 2 criterios distintos para la sintonización del controlador.
- ▶ Los métodos más recientes toman en cuenta el **desempeño** (medido con criterios integrales) en conjunto con la **robustez** del sistema (medida con los márgenes o con la sensibilidad máxima).
- ▶ Se establecen índices de desempeño compuesto de tal forma que se optimice tanto el desempeño como la robustez.

ESCUELA DE INGENIERIA ELECTRICA
UNIVERSIDAD DE COSTA RICA



Sintonización óptima robusta

EIE
Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Método uSORT1, controladores PI y PID de 1GdL

Ecuaciones control regulatorio

$$\kappa_p \doteq K_p K = a_0 + a_1 \tau_o^{a_2},$$

$$\tau_i \doteq \frac{T_i}{T} = b_0 + b_1 \tau_o^{b_2},$$

$$\tau_d \doteq \frac{T_d}{T} = c_0 + c_1 \tau_o^{c_2},$$

Ecuaciones servo control

$$\kappa_p \doteq K_p K = a_0 + a_1 \tau_o^{a_2},$$

$$\tau_i \doteq \frac{T_i}{T} = \frac{b_0 + b_1 \tau_o + b_2 \tau_o^2}{b_3 + \tau_o},$$

$$\tau_d \doteq \frac{T_d}{T} = c_0 + c_1 \tau_o^{c_2},$$

Constantes a_i , b_i , c_i y d_i para controladores PI y PID Estándar de 1GdL, modelos del proceso controlado $P(s)$ con $a \in \{0, 0,25, 0,50, 0,75, 1,0\}$ y $0,1 \leq \tau_o \leq 2,0$, y niveles de robustez $M_S^t \in \{2,0, 1,8, 1,6, 1,4\}$.

Ver valores adicionales en: Alfaro, V.M. y R. Vilanova (2012), *Optimal Robust Tuning for 1DoF PI/PID Control Unifying FOPDT/SOPDT Models*, PID'12, marzo 28-30, Brescia, Italia.



Sintonización óptima robusta

Método uSORT1, PI y PID de 1GdL, Servomecanismo

PI

Razón de constantes de tiempo del modelo a					
	0,0	0,25	0,50	0,75	1,0
Robustez de diseño $M_S^t = 1,8$					
a_0	0,243	0,094	0,013	-0,075	-0,164
a_1	0,509	0,606	0,703	0,837	0,986
a_2	-1,063	-0,706	-0,621	-0,569	-0,531
Robustez de diseño $M_S^t = 1,6$					
a_0	0,209	0,057	-0,010	-0,130	-0,220
a_1	0,417	0,528	0,607	0,765	0,903
a_2	-1,064	-0,667	-0,584	-0,506	-0,468
b_0	14,650	0,107	0,309	0,594	0,625
b_1	8,450	1,164	1,362	1,532	1,778
b_2	0,0	0,377	0,359	0,371	0,355
b_3	15,740	0,066	0,146	0,237	0,209

PID

Razón de constantes de tiempo del modelo a					
	0,0	0,25	0,50	0,75	1,0
Robustez de diseño $M_S^t = 2,0$					
a_0	0,377	0,502	0,518	0,533	0,572
a_1	0,727	0,518	0,562	0,653	0,728
a_2	-1,041	-1,194	-1,290	-1,329	-1,363
b_0	1687	0,135	0,246	0,327	0,381
b_1	339,2	1,355	1,608	1,896	2,234
b_2	39,86	0,333	0,273	0,243	0,204
b_3	1299	0,007	0,003	-0,006	-0,015
c_0	-0,016	0,026	-0,042	-0,086	-0,110
c_1	0,333	0,403	0,571	0,684	0,772
c_2	0,815	0,613	0,446	0,403	0,372



Sintonización óptima robusta

Método uSORT1, PI y PID de 1GdL, Regulador

PI

Razón de constantes de tiempo del modelo a				
	0,0	0,25	0,50	0,75
	1,0			

Robustez de diseño $M_S^t = 2,0$

a_0	0,265	0,077	0,023	-0,128	-0,244
a_1	0,603	0,739	0,821	1,035	1,226
a_2	-0,971	-0,663	-0,625	-0,555	-0,517

Robustez de diseño $M_S^t = 1,6$

a_0	0,175	-0,009	-0,080	-0,247	-0,394
a_1	0,466	0,612	0,702	0,913	1,112
a_2	-0,911	-0,578	-0,522	-0,442	-0,397

b_0	-1,382	0,866	1,674	2,130	2,476
b_1	2,837	0,790	0,268	0,112	0,073
b_2	0,211	0,520	1,062	1,654	1,955

PID

Razón de constantes de tiempo del modelo a				
	0,0	0,25	0,50	0,75
	1,0			

Robustez de diseño $M_S^t = 2.0$

a_0	0,235	0,435	0,454	0,464	0,488
a_1	0,840	0,551	0,588	0,677	0,767
a_2	-0,919	-1,123	-1,211	-1,251	-1,273
b_0	-0,198	0,095	0,132	0,235	0,236
b_1	1,291	1,165	1,263	1,291	1,424
b_2	0,485	0,517	0,496	0,521	0,495
c_0	0,004	0,104	0,095	0,074	0,033
c_1	0,389	0,414	0,540	0,647	0,756
c_2	0,869	0,758	0,566	0,511	0,452



Sintonización óptima robusta

Método uSORT2, controladores PI y PID de 2GdL

Se utiliza la sintonización *uSORT₁* (K_p , T_i , T_d) para el control regulatorio y el factor de peso del valor deseado, $\beta = \mathbf{Q}(\tau_o, M_S^t)$, se calcula con

$$\beta = d_0 + d_1 \tau_o^{d_2}$$

	Robustez de diseño M_S^t		
	2,0	1,6	1,4
Controlador PI			
d_0	0,658	0,649	0,811
d_1	0,578	0,900	1,205
d_2	0,372	0,446	0,608
Controlador PID			
d_0	0,248	0,255	0,383
d_1	0,571	0,277	0,921
d_2	0,362	0,476	0,612



Sintonización óptima robusta

EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Ejemplo del Método uSORT

Modelo del proceso controlado:

$$P(s) = \frac{1,2e^{-1,5s}}{(2s + 1)(s + 1)}, \quad a = 0,5, \quad \tau_o = 0,75.$$

Método de sintonización para comparación: Controladores con desempeño optimizado (IAE) (servo y regulación)

Ver método en: *Adhuranthakam et al. (2008) - “Optimal tuning of PID controllers for FOPDT, SOPDT and SOPDT with lead processes”, Chemical Engineering and Processing, 47, 251–264.*

ESCUELA DE INGENIERIA ELECTRICA
UNIVERSIDAD DE COSTA RICA



Sintonización óptima robusta

Ejemplo del Método uSORT: Desempeño

Servomecanismo

	$uSORT_1$	M_S^d	MEB	
	2,0	1,8	1,6	1,4
Controlador PI				
K_p	-	0,711	0,590	0,441
T_i, s	-		3,421	-
M_S^r	-	1,83	1,62	1,41
$J_{er}/\Delta r$	-	4,311	4,831	6,469
Controlador PID				
K_p	1,110	0,989	0,839	0,625
T_i, s			4,264	5,121
T_d, s			0,921	0,812
M_S^r	1,98	1,79	1,61	1,40
$J_{er}/\Delta r$	3,385	3,596	4,234	5,687
				3,798

Regulador

	$uSORT_1$	M_S^t	MEB	
	2,0	1,8	1,6	1,4
Controlador PI				
K_p	0,838	0,740	0,613	0,461
T_i, s			3,743	-
M_S^r	2,03	1,83	1,62	1,42
$J_{ed}/\Delta d$	4,466	5,059	6,102	8,098
Controlador PID				
K_p	1,037	0,951	0,801	0,620
T_i, s			2,454	2,971
T_d, s			1,108	0,883
M_S^r	1,93	1,79	1,60	1,41
$J_{ed}/\Delta d$	2,848	3,094	3,605	4,456
				2,141

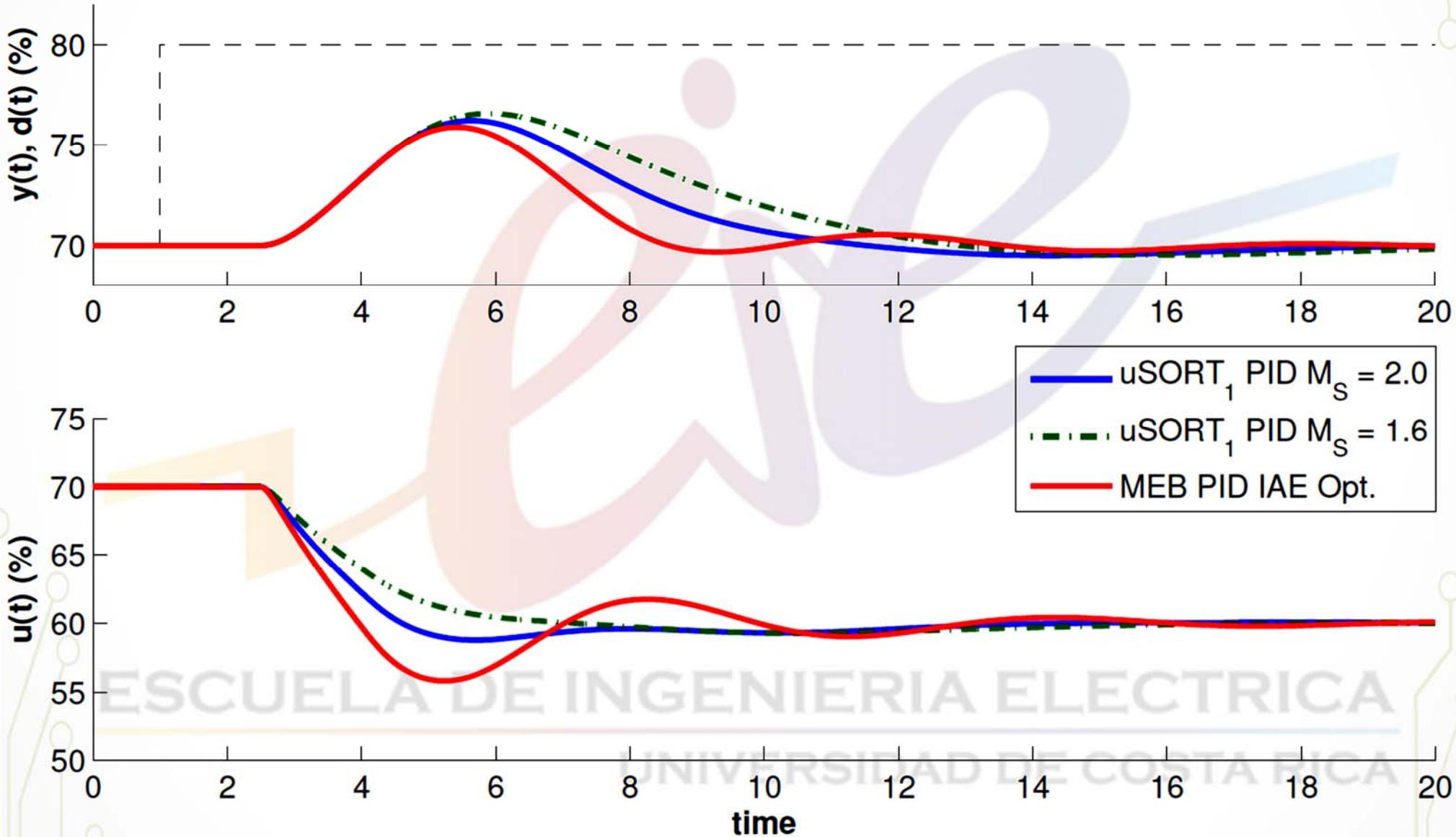


Sintonización óptima robusta

EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Ejemplo del Método uSORT: Desempeño





Diseño PI/PID 2GdL por “modelo de referencia”

EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Procedimiento de diseño de múltiples pasos:

- Dado un modelo para representar al proceso controlado, $P(\theta_p, s)$.
- Seleccionar el controlador a sintonizar (PI/PID), $C_y(\theta_{cy}, s)$, $C_r(\theta_c, s)$.
- Establecer las funciones de transferencia de lazo cerrado objetivo (modelos de referencia), M_{yd}^t , M_{yr}^t . Estas incluyen parámetro de diseño (uno o dos), θ_d .
- Definir las funcionales de costo, J_d (control regulatorio), J_r (servo control).
- Seleccionar los parámetros de diseño θ_d .
- Minimizar las funcionales de costo, J_d , J_r .
- Ajustar el parámetro de diseño para lograr la robustez deseada, M_S^t .
- Parámetros requeridos para el controlador, $\theta_c(\theta_p, M_S^t)$.



Diseño PI/PID 2GdL por “modelo de referencia”

Respuesta de los modelos de referencia:

- Control regulatorio

$$y_d^t(s) = M_{yd}^t(s)d(s), \quad M_{yd}^t(s) = \mathcal{M}_d(\theta_p, \theta_{cy}, \theta_d, s)$$

- Servo control

$$y_r^t(s) = M_{yr}^t(s)r(s), \quad M_{yr}^t(s) = \mathcal{M}_r(\theta_p, \theta_c, \theta_d, s)$$

- Respuesta de referencia completa

$$y^t(s) = y_r^t(s) + y_d^t(s) = M_{yr}^t(s)r(s) + M_{yd}^t(s)d(s)$$

θ_c - parámetros del controlador
 θ_p - parámetros del proceso
 θ_d - parámetro de diseño



Diseño PI/PID 2GdL por “modelo de referencia”

Funcionales de costo:

- Control regulatorio

$$J_d(\theta_p, \theta_{cy}, \theta_d) \doteq \int_0^{\infty} [y_d^t(\theta_p, \theta_{cy}, \theta_d, t) - y_d(\theta_p, \theta_{cy}, t)]^2 dt$$

y_d^t - respuesta modelo de referencia control regulatorio

y_d - respuesta control regulatorio, modelo con controlador a sintonizar

- Servo control

$$J_r(\theta_p, \theta_c, \theta_d) \doteq \int_0^{\infty} [y_r^t(\theta_p, \theta_c, \theta_d, t) - y_r(\theta_p, \theta_c, t)]^2 dt$$

y_r^t - respuesta modelo de referencia servo control

y_r - respuesta servo control, modelo con controlador a sintonizar



Diseño PI/PID 2GdL por “modelo de referencia”

EIE
Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Procedimiento en dos pasos (control PI_2):

- ① Ajuste del desempeño del control regulatorio, $\theta'_c = \{K_p, T_i\}$

$$J_{do} \doteq J_d(\theta'_{co}, \theta_p, \theta_d) = \min_{\theta'_c} J_d(\theta'_c, \theta_p, \theta_d)$$

y cumplimiento de una robustez específica M_S^t .

- ② Con $\bar{\theta}'_{co}$ fijo, ajuste del desempeño del servo control, β

$$J_{ro} \doteq J_r(\theta'_{co}, \beta_o, \theta_p, \theta_d) = \min_{\beta} J_r(\theta'_{co}, \beta, \theta_p, \theta_d)$$

o cálculo de β , $\beta = \tau_c / \tau_i$ [NORT (2009), PI_{2Ms} (2010)]

Parámetros óptimos, controlador PI_2 : $\theta_{co} = \{K_{po}, T_{io}, \beta_o\}$



Sintonización robusta por modelo de referencia: MoReRT

EIE
Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Procedimiento de un solo paso (controlador PI₂):

- Parámetros del controlador $\theta_c = \{K_p, T_i, \beta\}$.
- Funcional de costo global

$$J_T(\theta_p, \theta_c, \theta_d) \doteq J_r(\theta_p, \theta_c, \theta_d) + J_d(\theta_p, \theta_{cy}, \theta_d)$$

- Seleccionar el nivel de robustez requerido M_S^t .
- Optimizar J_T

$$J_{To} = \min_{\theta_c} J_T(\theta_p, \theta_c, \theta_d)$$

- Ajustar θ_d para lograr M_S^t .
- Parámetros del controlador $\theta_c(\theta_p, M_S^t)$.



Sintonización robusta por modelo de referencia: MoReRT

EIE
Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Procedimiento de un solo paso (controlador PI₂):

- Modelo (*SOMTM*)

$$P(s) = \frac{K e^{-Ls}}{(Ts + 1)(aTs + 1)}, \quad \tau_o = \frac{L}{T}, \quad 0 \leq a \leq 1,0$$

- Controlador (PI₂)

$$u(s) = K_p \left\{ \beta r(s) - y(s) + \frac{1}{T_i s} [r(s) - y(s)] \right\}$$

- Respuesta modelos de referencia (sin oscilación ni error permanente)

$$y^t(s) = \frac{e^{-Ls}}{(\tau_c Ts + 1)(a\tau_c Ts + 1)} r(s) + \frac{(T_i/K_p)s e^{-Ls}}{(\tau_c Ts + 1)^2(a\tau_c Ts + 1)} d(s)$$

τ_c - parámetro de diseño (velocidad relativa de lazo cerrado)



Sintonización robusta por modelo de referencia: MoReRT

EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Controlador PI₂ y planta sobreamortiguada: Ecuaciones de sintonización

$$\kappa_p \doteq K_p K = \frac{a_0 + a_1 \tau_o}{a_2 + a_3 \tau_o + a_4 \tau_o^2 + a_5 \tau_o^3}$$

$$\tau_i \doteq \frac{T_i}{T} = \frac{b_0 + b_1 \tau_o}{b_2 + b_3 \tau_o + b_4 \tau_o^2 + b_5 \tau_o^3 + b_6 \tau_o^4}$$

$$\beta = c_0 + c_1 \tau_o + c_2 \tau_o^2 + c_3 \tau_o^3$$

Las constantes a_i , b_i y c_i dependen del modelo (a) y de la robustez de diseño (M_S^t)

Ver las constantes de sintonización para otros modelos (valores de a), no mostrados aquí, en Alfaro, V.M. y R. Vilanova (2012) - “Model-reference robust tuning of 2DoF PI controllers for first- and second-order plus dead-time processes”, Journal of Process Control, 22, 359-374



Sintonización robusta por modelo de referencia: MoReRT

EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

constantes para $a=0,0$ (POMTM):

$M_S^t =$	1,4	1,6	1,8	2,0
a_0	0,7253	0,4441	0,5249	0,5930
a_1	0,6505	0,1745	0,2281	0,2658
a_2	0,002337	0	0	0
a_3	2,143	1	1	1
a_4	1	0	0	0
a_5	0	0	0	0
b_0	-0,1606	-0,09742	0,1530	0,6088
b_1	47,67	83,72	115,5	154,9
b_2	4,166	10,71	18,67	29,32
b_3	30,23	51,35	68,28	88,39
b_4	7,973	3,948	-0,4553	-4,346
b_5	-4,738	-5,369	-4,952	-4,659
b_6	1	1	1	1
c_0	0,5049	0,4759	0,4706	0,4758
c_1	0,8330	0,5924	0,4360	0,3267
c_2	-0,1034	-0,1278	-0,09808	-0,07063
c_3	0	0	0	0



Sintonización robusta por modelo de referencia: MoReRT

EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Ejemplo:

Proceso de cuarto orden

Proceso: $P(s) = \frac{1}{(s + 1)(0,5s + 1)(0,25s + 1)(0,125s + 1)}$

Modelos $P_1(s) = \frac{e^{-0,691s}}{1,247s + 1}, \tau_o = 0,554$

$$P_2(s) = \frac{e^{-0,277s}}{(0,876s + 1)(0,719s + 1)}, \tau_o = 0,316$$



Sintonización robusta por modelo de referencia: MoReRT

EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Ejemplo:

PI_2 sintonizado utilizando P_1

M_S^t	1,4	1,6	2,0
M_S	1,40	1,60	2,00
J_{ed}	2,007	1,495	1,058
TV_{ud}	1,000	1,115	1,475
J_{er}	2,102	1,838	1,586
TV_{ur}	0,482	0,733	1,286
$RFI_{\delta 20}^{K_p}$	0,078	0,120	0,216
$RFI_{\delta 20}^{Ti}$	0,048	0,063	0,099
$RFI_{\Delta 20}$	0,139	0,206	0,376

PI_2 sintonizado utilizando P_2

M_S^t	1,4	1,6	2,0
M_S	1,40	1,60	2,00
J_{ed}	1,777	1,288	0,907
TV_{ud}	1,015	1,248	1,795
J_{er}	2,087	1,894	1,612
TV_{ur}	0,557	0,879	1,728
$RFI_{\delta 20}^{K_p}$	0,069	0,102	0,168
$RFI_{\delta 20}^{Ti}$	0,074	0,091	0,129
$RFI_{\Delta 20}$	0,161	0,221	0,356



Sintonización robusta por modelo de referencia: MoReRT

EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Ejemplo:

