



Usando la ley de Gauss para una superficie esférica:

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{enc} = Q$$

Dado que el campo E es tangencial en la frontera entre dieléctricos: $E_1 = E_2 = E_r$

$$\begin{aligned} \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} &= \epsilon_1 E_r \left(\frac{4\pi R^2}{2} \right) + \epsilon_2 E_r \left(\frac{4\pi R^2}{2} \right) \\ &= E_r (2\pi R^2) (\epsilon_1 + \epsilon_2) = Q \end{aligned}$$

$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{Q}{2\pi(\epsilon_1 + \epsilon_2)R^2} \hat{r} & R > a \\ 0 & R < a \end{cases}$$

$$\vec{D} = \frac{Q}{2\pi R^2} \frac{\epsilon_1}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \hat{r} \quad z < 0, R > a$$

$$\vec{D} = \frac{Q}{2\pi R^2} \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \hat{r} \quad z > 0, R > a$$

$$\vec{P} = \vec{D} - \epsilon_0 \vec{E} = \frac{Q}{2\pi R^2} \frac{\epsilon_1 - \epsilon_0}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \hat{r} \quad z < 0, R > a$$

$$\vec{P} = \frac{Q}{2\pi R^2} \frac{\epsilon_2 - \epsilon_0}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \hat{r} \quad z > 0, R > a$$