UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, DEPARTAMENTO DE AUTOMÁTICA

IE-0431 Sistemas de Control

Análisis del comportamiento de los sistemas de control con controladores con algoritmos de control PID

Leonardo Marín Paniagua, Ph.D.
leonardo.marin@ucr.ac.cr

2018

EIE
Escuela de Ingeniería Eléctrica

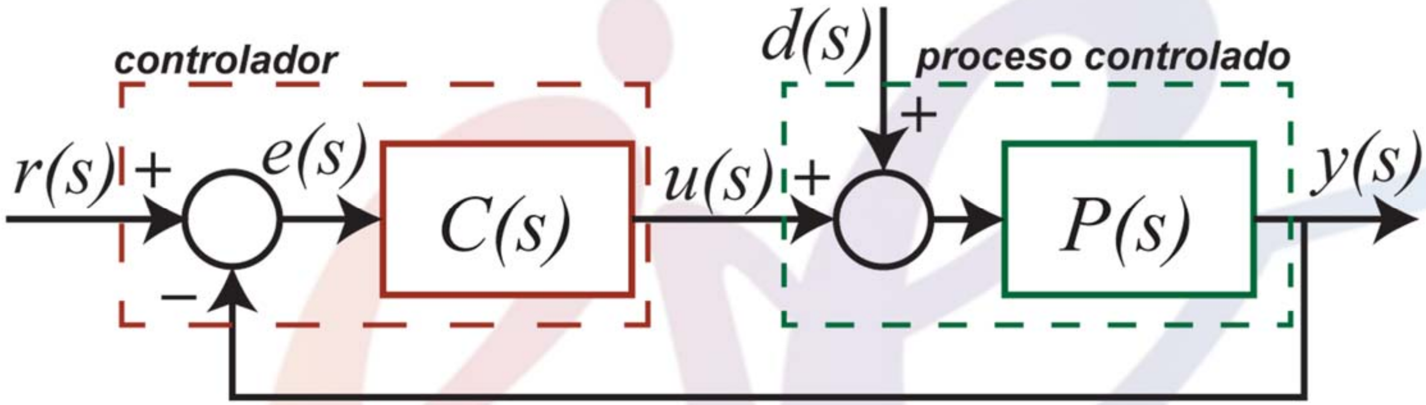
EIE
Escuela de Ingeniería Eléctrica

Comportamiento de los sistemas de control con controladores PID

- Para comprender el funcionamiento de los distintos controladores PID, debe analizarse su funcionamiento en **lazo cerrado** al controlar plantas de primer y segundo orden.
- Se obtendrá la FTLC para distintas combinaciones de controlador PID – Planta, para observar el efecto de la variación de la ganancia en la **constante de tiempo** del sistema en lazo cerrado y en la generación del **error permanente**. Se observará también, la respuesta en el tiempo del sistema actuando como servomecanismo y como regulador, además de la señal de salida del controlador.
- Se estudiará el efecto de la **cancelación** de polos y ceros en la FTLC.
- Se expondrá el procedimiento de **diseño** de controladores PID utilizando el LGR para el sistema actuando servomecanismo, con el fin de que el sistema en lazo cerrado cumpla con uno o varios criterios de desempeño.

Comportamiento de los sistemas de control con controladores PID

- Función de Transferencia para el Diagrama de Bloques:



$$y(s) = \frac{C(s)P(s)}{1+C(s)P(s)} r(s) + \frac{P(s)}{1+C(s)P(s)} d(s)$$

$$y(s) = y_r(s) + y_d(s)$$

- Error: $e(s) = r(s) - y(s)$
- Salida del controlador: $u(s) = C(s)e(s)$
- Señal realimentada: $y(s) = P(s)\left[u(s) + d(s)\right]$

Comportamiento de los sistemas de control con controladores PID

- Función de Transferencia para el Diagrama de Bloques:

$$y(s)=\frac{C(s)P(s)}{1+C(s)P(s)}r(s)+\frac{P(s)}{1+C(s)P(s)}d(s)$$

- FT del Funcionamiento como servo control (***Servomecanismo***): ***d(s)=0***

$$y_r(s)=\frac{C(s)P(s)}{1+C(s)P(s)}r(s)\Rightarrow\frac{y_r(s)}{r(s)}=\boxed{M_{yr}(s)=\frac{C(s)P(s)}{1+C(s)P(s)}}$$

- FT del Funcionamiento como control regulatorio (***Regulador***): ***r(s)=0***

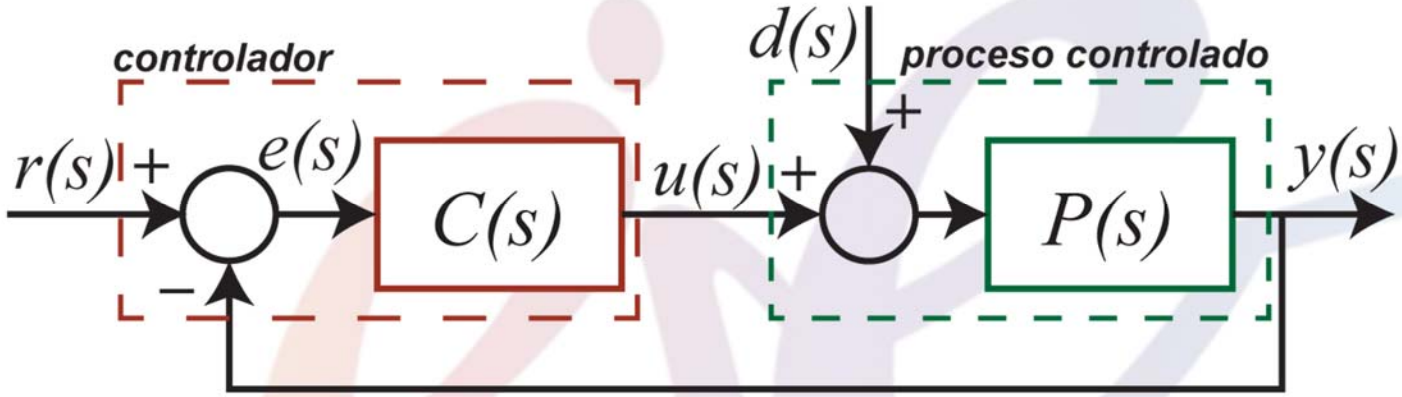
$$y_d(s)=\frac{P(s)}{1+C(s)P(s)}d(s)\Rightarrow\frac{y_d(s)}{d(s)}=\boxed{M_{yd}(s)=\frac{P(s)}{1+C(s)P(s)}}$$

$$\boxed{M_{yr}(s)=C(s)M_{yd}(s)}$$

Al escoger *C(s)* para obtener un M_{yd} determinado (regulador), el M_{yr} queda fijo (servocontrol) y viceversa. (Controlador de 1 Grado de Libertad)

Comportamiento de los sistemas de control con controladores PID

- Función de Transferencia para el Diagrama de Bloques:



$$y(s)=\frac{C(s)P(s)}{1+C(s)P(s)}r(s)+\frac{P(s)}{1+C(s)P(s)}d(s)$$

$$y(s)=M_{yr}(s)r(s)+M_{yd}(s)d(s)$$

Ecuación característica

$$1+L(s)=0$$

- Polinomio Característico: $p(s)=1+C(s)P(s)=\overbrace{1+L(s)}$
- FT de ***lazo abierto*** (FTLA): $L(s)=C(s)P(s)$

Control Proporcional - Procesos de primer orden

- Controlador: $C(s) = K_p$
- Planta: $P(s) = \dfrac{K}{Ts+1}$
- Servomecanismo: $M_{yr}(s) = \dfrac{y(s)}{r(s)} = \dfrac{C(s)P(s)}{1+C(s)P(s)}$

$$M_{yr}(s) = \frac{K_p \dfrac{K}{Ts+1}}{1+K_p \dfrac{K}{Ts+1}} = \frac{K_pK}{Ts+1+K_pK} = \frac{\overbrace{\dfrac{K_pK}{1+K_pK}}^{K_{yr}}}{\underbrace{\left(\dfrac{T}{1+K_pK}\right)}_{T_{cr}} s+1}$$

Ganancia Lazo Cerrado

Constante de Tiempo de Lazo Cerrado

$$\therefore M_{yr}(s) = \frac{K_{yr}}{T_{cr}s+1}$$

Control Proporcional - Procesos de primer orden

- Servomecanismo:

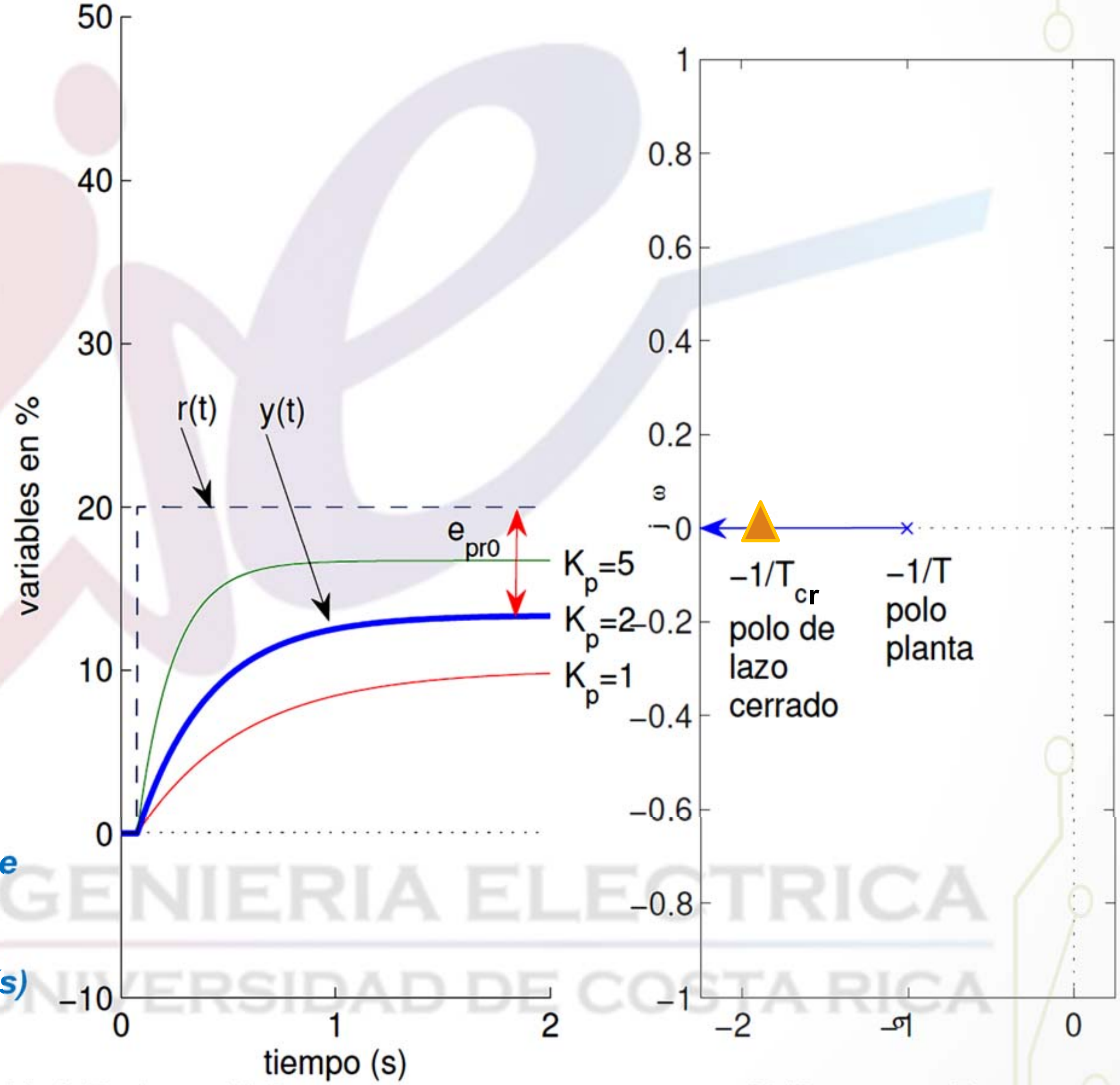
$$M_{yr}(s) = \frac{K_{yr}}{T_{cr}s + 1}$$

$$\Rightarrow K_{yr} = \frac{K_p K}{1 + K_p K} < 1$$

$$e_{pr0} = \left(\frac{1}{1 + K_p K} \right) \Delta r$$

$$T_{cr} = \frac{T}{1 + K_p K} < T$$

Conforme Aumenta K_p disminuye e_{pr0} y T_{cr}



La respuesta de Myr(s) es más rápida que la respuesta de L(s)

Control Proporcional - Procesos de primer orden

- Servomecanismo: Señal de Control

$$u_r(s) = \frac{C(s)}{1+C(s)P(s)} r(s) = \frac{K_p}{1+K_p \dfrac{K}{Ts+1}} r(s) = \frac{K_p\left(Ts+1\right)}{Ts+1+K_pK} r(s)$$

$$u_r(s) = \frac{\dfrac{K_p}{1+K_pK}\left(Ts+1\right)}{\left(\dfrac{T}{1+K_pK}\right)s+1} r(s) = \frac{K_{yr}\left(Ts+1\right)}{K\left(T_{cr}s+1\right)} r(s)$$

Teorema Valor Inicial

$$u_r(0^+) = K_p \Delta r$$

Teorema Valor Final

$$u_r(\infty) = \frac{K_{yr}}{K}\Delta r$$

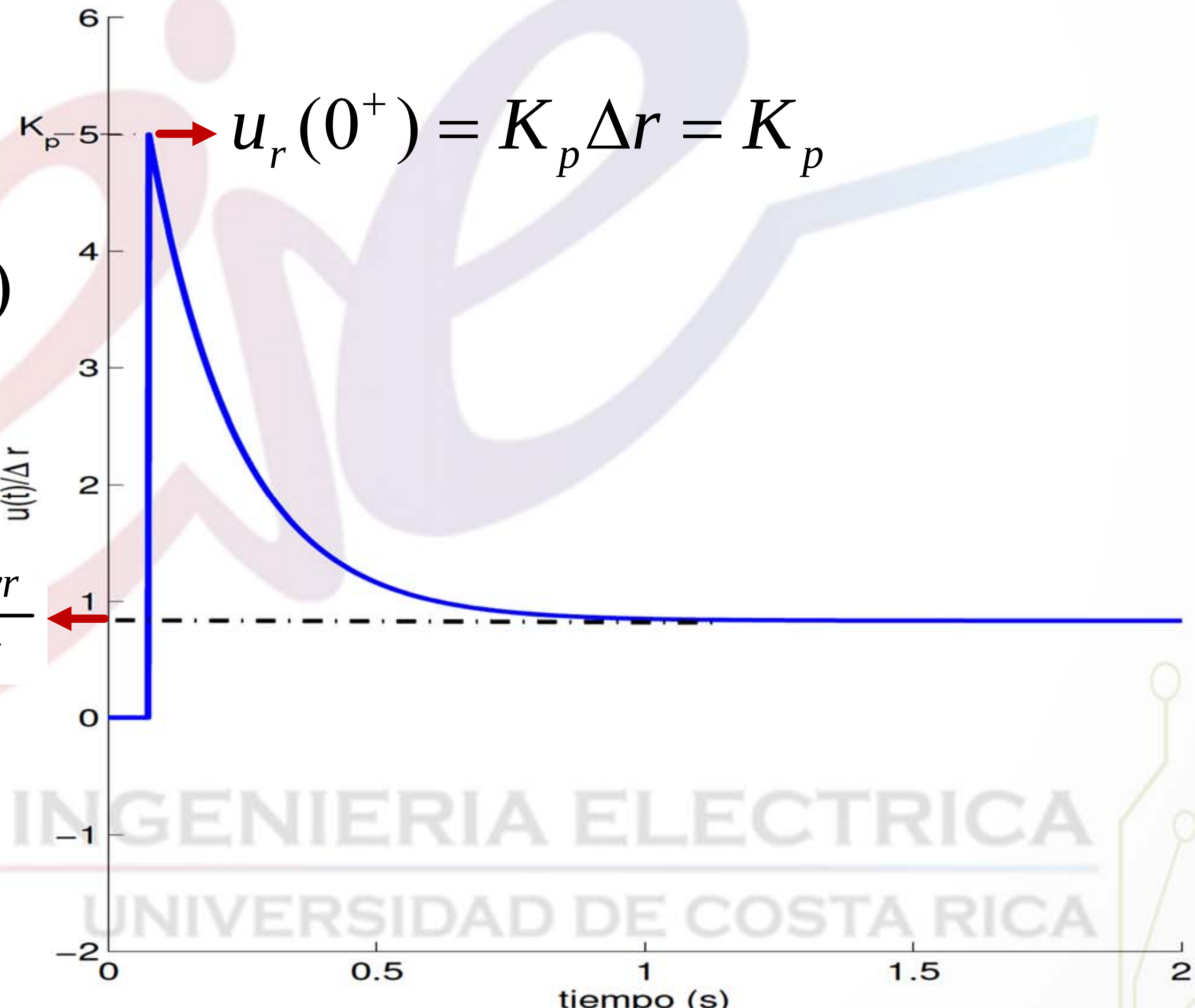
Control Proporcional - Procesos de primer orden

- Servomecanismo: Señal de Control

$$u_r(s) = \frac{K_{yr}(Ts+1)}{K(T_{cr}s+1)}r(s)$$

$$u_r(0^+) = K_p \Delta r = K_p$$

$$u_r(\infty) = \frac{K_{yr}}{K}$$



Control Proporcional - Procesos de primer orden

- Controlador: $C(s) = K_p$
- Planta: $P(s) = \dfrac{K}{Ts+1}$
- Regulador: $M_{yd}(s) = \dfrac{y(s)}{d(s)} = \dfrac{P(s)}{1+C(s)P(s)}$

$$M_{yd}(s) = \frac{\dfrac{K}{Ts+1}}{1+K_p\dfrac{K}{Ts+1}} = \frac{K}{Ts+1+K_pK} = \frac{\overbrace{\dfrac{K}{1+K_pK}}^{\text{Ganancia Lazo Cerrado } K_{yd}}}{\underbrace{\left(\dfrac{T}{1+K_pK}\right)}_{\text{Constante de Tiempo de Lazo Cerrado } T_{cd}=T_{cr}}s+1}$$

$$\therefore M_{yd}(s) = \frac{K_{yd}}{T_{cd}s+1}$$

Control Proporcional - Procesos de primer orden

- Regulador:

$$M_{yd}(s) = \frac{K_{yd}}{T_{cd}s+1}$$

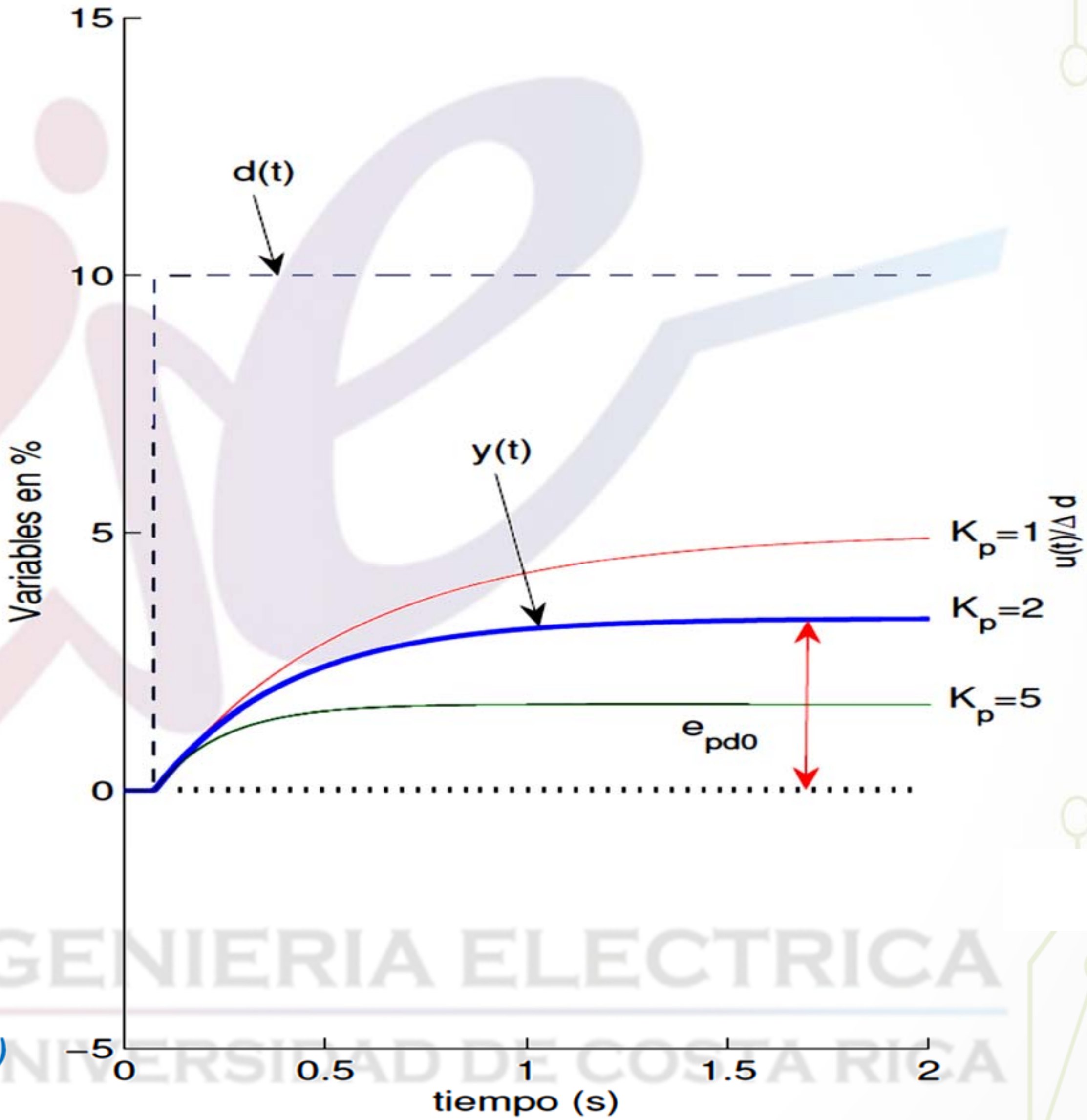
$$\Rightarrow K_{yd} = \frac{K}{1+K_pK} > 0$$

Conforme Aumenta K_p disminuye e_{pd0} y T_{cd}

$$e_{pd0} = -\left(\frac{K}{1+K_pK}\right)\Delta d$$

$$T_{cd} = \frac{T}{1+K_pK} < T$$

La respuesta de Myd(s) es más rápida que la respuesta de L(s)



Control Proporcional - Procesos de primer orden

- Regulador: Señal de Control

$$u_d(s) = \frac{-C(s)P(s)}{1+C(s)P(s)}d(s) = \frac{-K_p \dfrac{K}{Ts+1}}{1+K_p \dfrac{K}{Ts+1}}d(s) = \frac{-K_pK}{Ts+1+K_pK}d(s)$$

$$u_d(s) = \frac{-\dfrac{K_pK}{1+K_pK}}{\left(\dfrac{T}{1+K_pK}\right)s+1}d(s) = -\frac{K_pK_{yd}}{T_{cd}s+1}d(s)$$

Teorema Valor Inicial

$$u_d(0^+) = 0$$

Teorema Valor Final

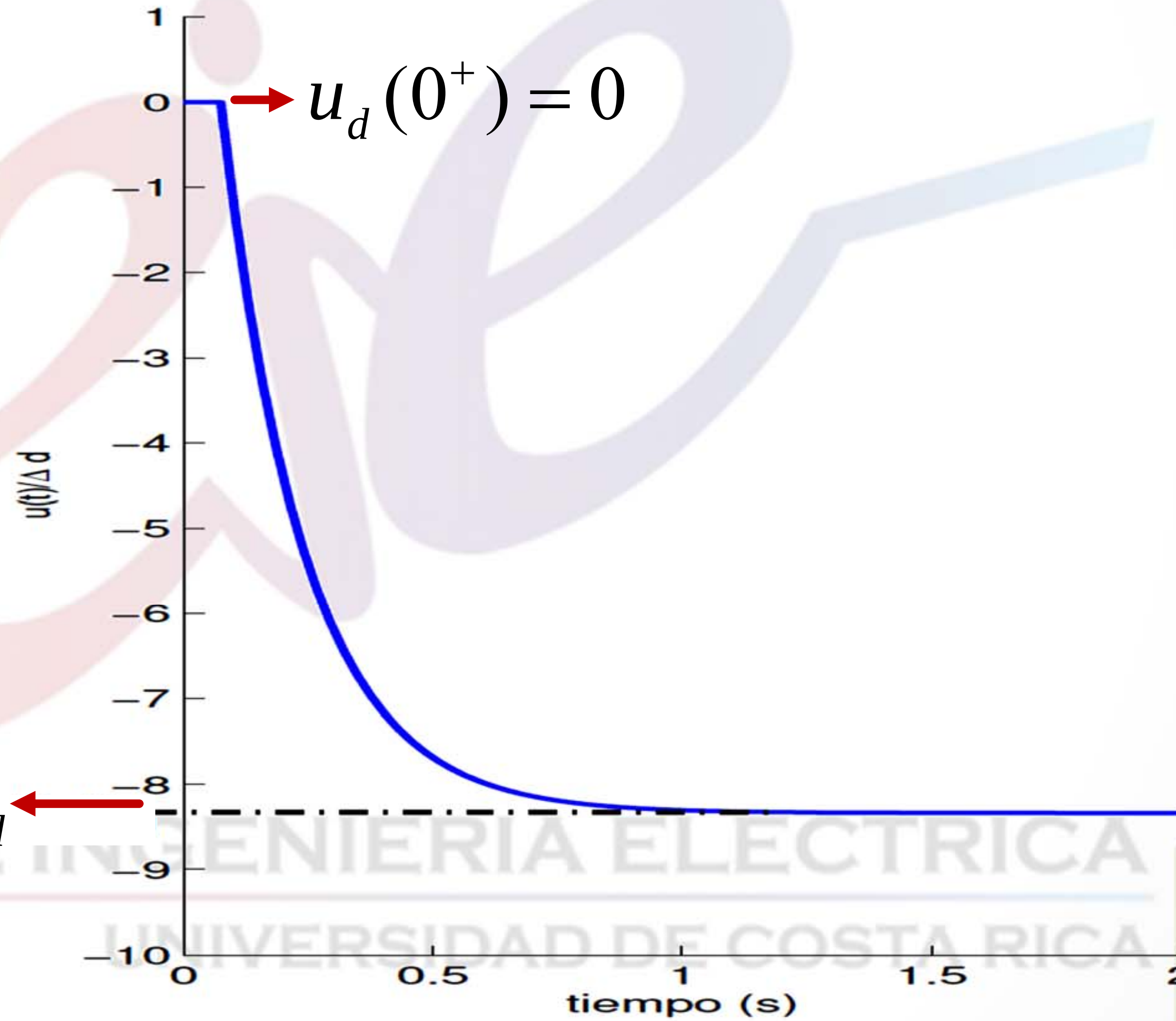
$$u_d(\infty) = -K_pK_{yd}\Delta d$$

Control Proporcional - Procesos de primer orden

- Regulador: Señal de Control

$$u_d(s) = -\frac{K_p K_{yd}}{T_{cd}s+1} d(s)$$

$$u_d(0^+) = 0$$



$$u_d(\infty) = -K_p K_{yd}$$

Control Proporcional - Procesos de segundo orden

- Controlador: $C(s) = K_p$
- Planta: $P(s) = \dfrac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$
- Servomecanismo: $M_{yr}(s) = \dfrac{y(s)}{r(s)} = \dfrac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)}$

$$M_{yr}(s) = \frac{\dfrac{K_p K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}}{1 + \dfrac{K_p K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}} = \frac{K_p K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1) + K_p K}$$

$$M_{yr}(s) = \frac{K_p K}{T_1 T_2 s^2 + (T_1 + T_2) s + 1 + K_p K} = \frac{\dfrac{K_p K}{T_1 T_2}}{s^2 + \left(\dfrac{T_1 + T_2}{T_1 T_2}\right) s + \dfrac{1 + K_p K}{T_1 T_2}}$$

Control Proporcional - Procesos de segundo orden

- Controlador: $C(s) = K_p$
- Planta: $P(s) = \dfrac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$
- Servomecanismo:

$$M_{yr}(s) = \frac{\dfrac{K_p K}{T_1 T_2}}{s^2 + \left(\dfrac{T_1 + T_2}{T_1 T_2}\right)s + \dfrac{1 + K_p K}{T_1 T_2}} = \frac{K_{yr}\,\omega_{nc}^2}{s^2 + 2\zeta_c \omega_{nc} s + \omega_{nc}^2}$$

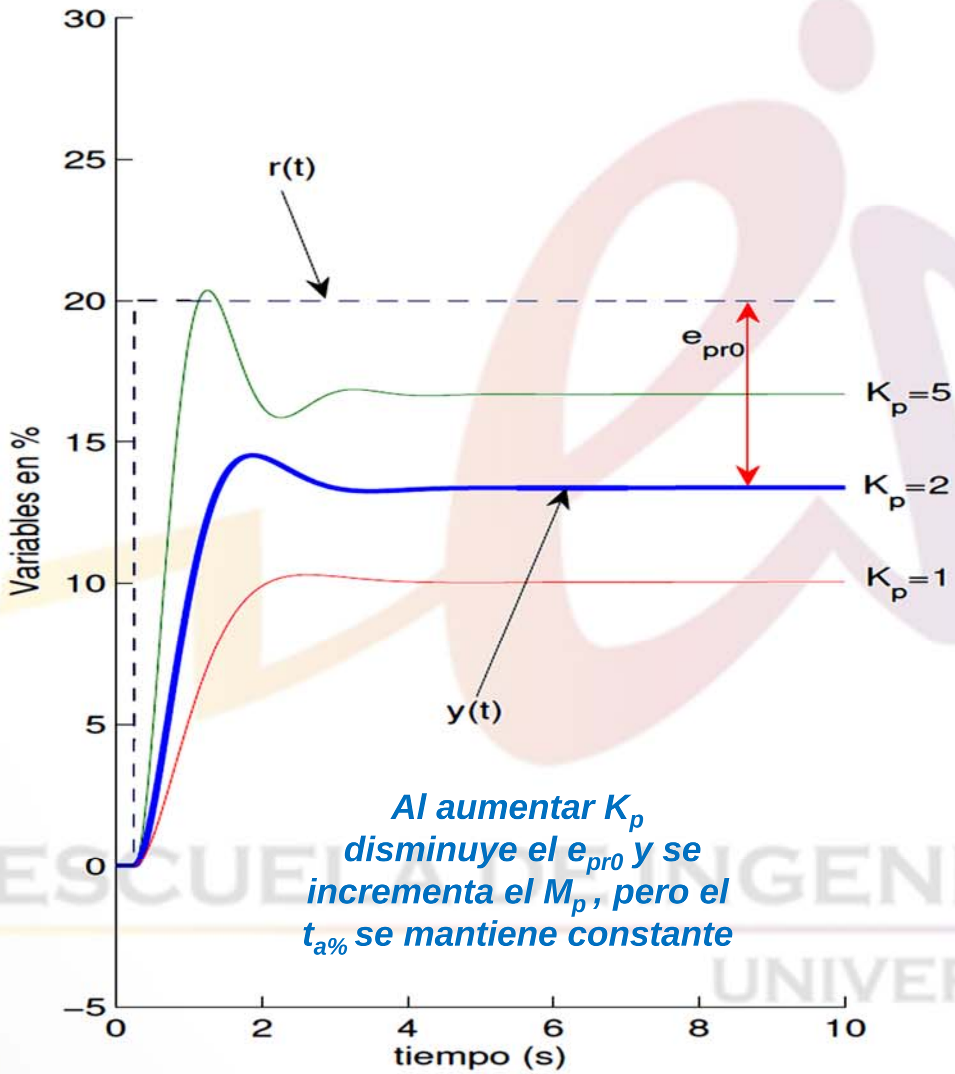
Lazo Cerrado

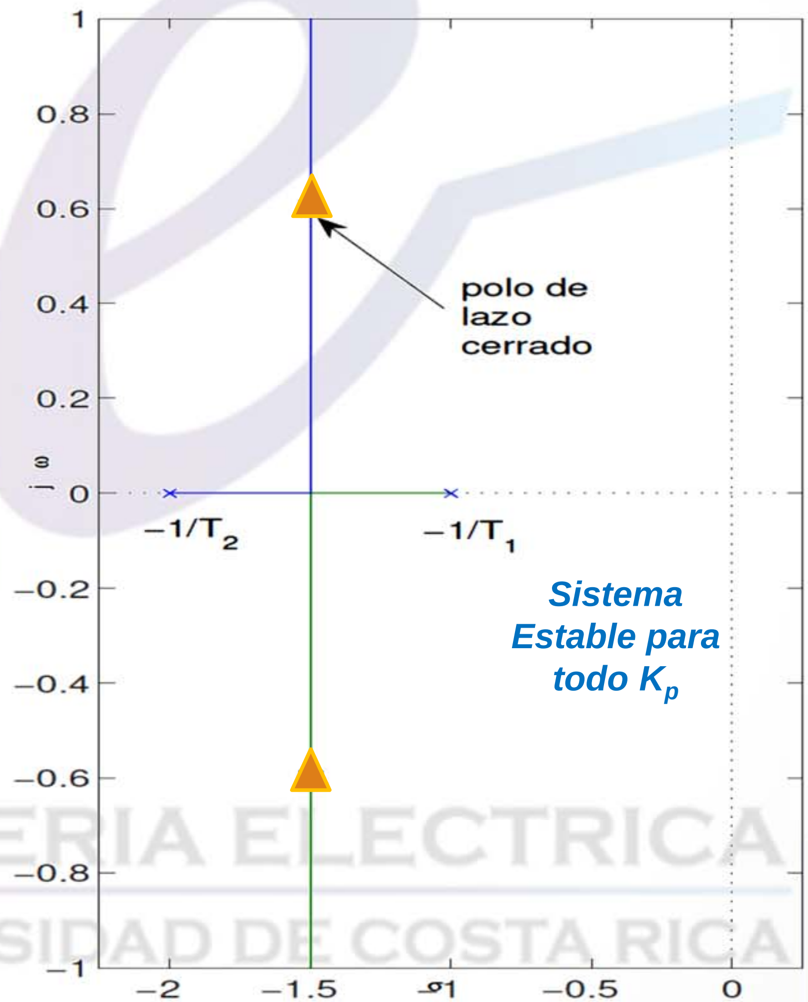
$$K_{yr} = \frac{K_p K}{1 + K_p K} \qquad \zeta_c \omega_{nc} = \frac{1}{2}\left(\frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2}\right) \qquad \omega_{nc}^2 = \frac{1 + K_p K}{T_1 T_2}$$

$$\zeta_c = \frac{T_1 + T_2}{2\sqrt{T_1 T_2 (1 + K_p K)}}$$

Control Proporcional - Procesos de segundo orden

- Servomecanismo:

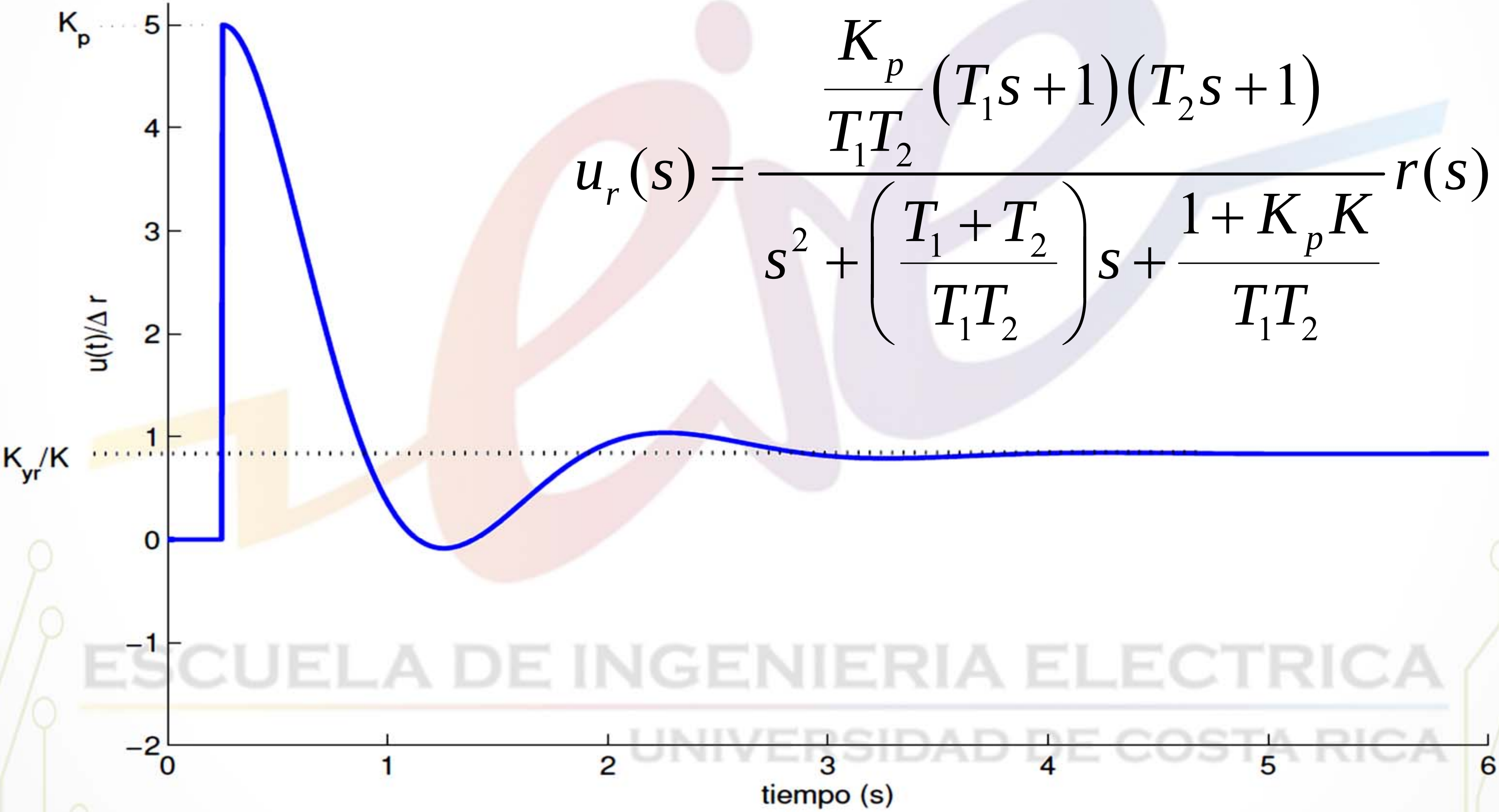




Control Proporcional - Procesos de segundo orden

- Servomecanismo: señal de control:

$$u_r(s) = \frac{\dfrac{K_p}{T_1T_2}(T_1s+1)(T_2s+1)}{s^2+\left(\dfrac{T_1+T_2}{T_1T_2}\right)s+\dfrac{1+K_pK}{T_1T_2}}r(s)$$



Control Proporcional - Procesos de segundo orden

- Controlador: $C(s) = K_p$
- Planta: $P(s) = \dfrac{K}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)}$
- Regulador:

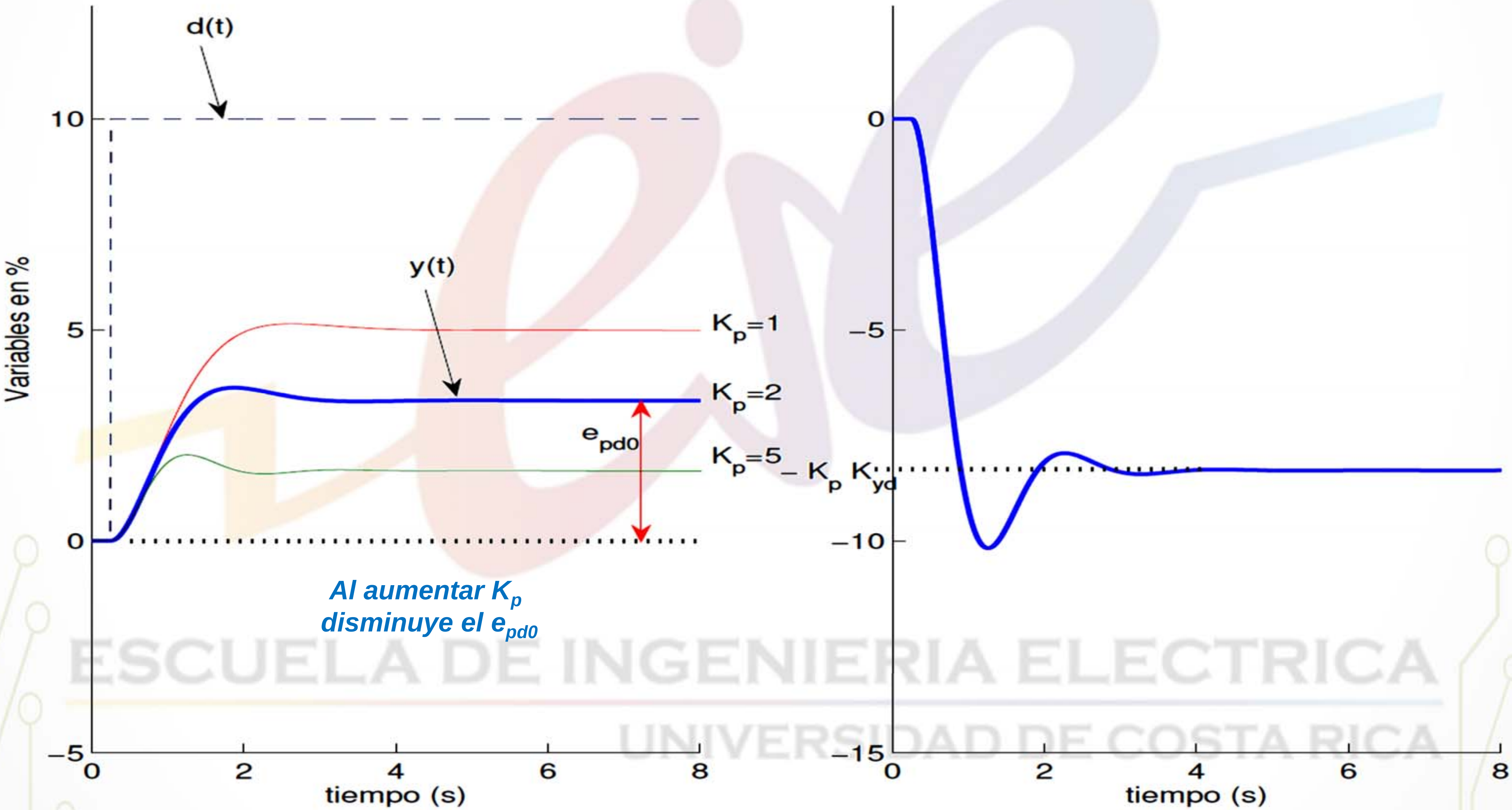
$$M_{yd}(s) = \frac{\dfrac{K}{T_1T_2}}{s^2 + \left(\dfrac{T_1+T_2}{T_1T_2}\right)s + \dfrac{1+K_pK}{T_1T_2}} = \frac{K_{yd}\omega_{nc}^2}{s^2 + 2\zeta_c\omega_{nc}s + \omega_{nc}^2}$$

$$K_{yd} = \frac{K}{1+K_pK} \qquad \zeta_c\omega_{nc} = \frac{1}{2}\left(\frac{T_1+T_2}{T_1T_2}\right) \qquad \omega_{nc}^2 = \frac{1+K_pK}{T_1T_2} \qquad \zeta_c = \frac{T_1+T_2}{2\sqrt{T_1T_2(1+K_pK)}}$$

$$u_d(s) = -\frac{K_pK/T_1T_2}{s^2 + \left(\dfrac{T_1+T_2}{T_1T_2}\right)s + \dfrac{1+K_pK}{T_1T_2}}d(s)$$

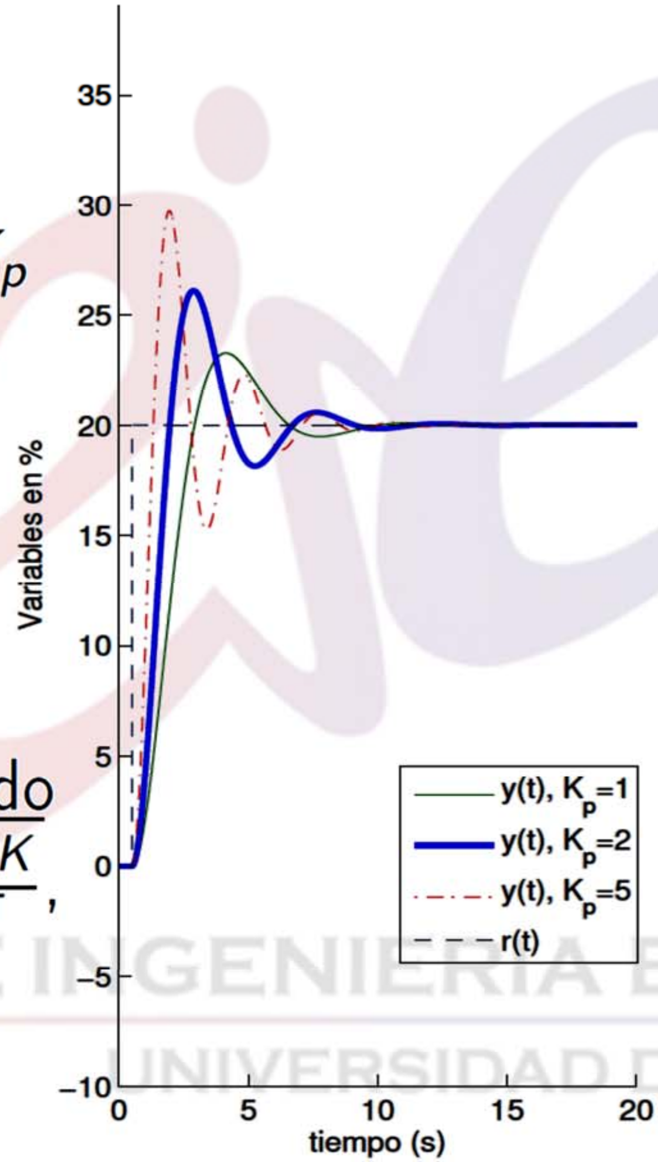
Control Proporcional - Procesos de segundo orden

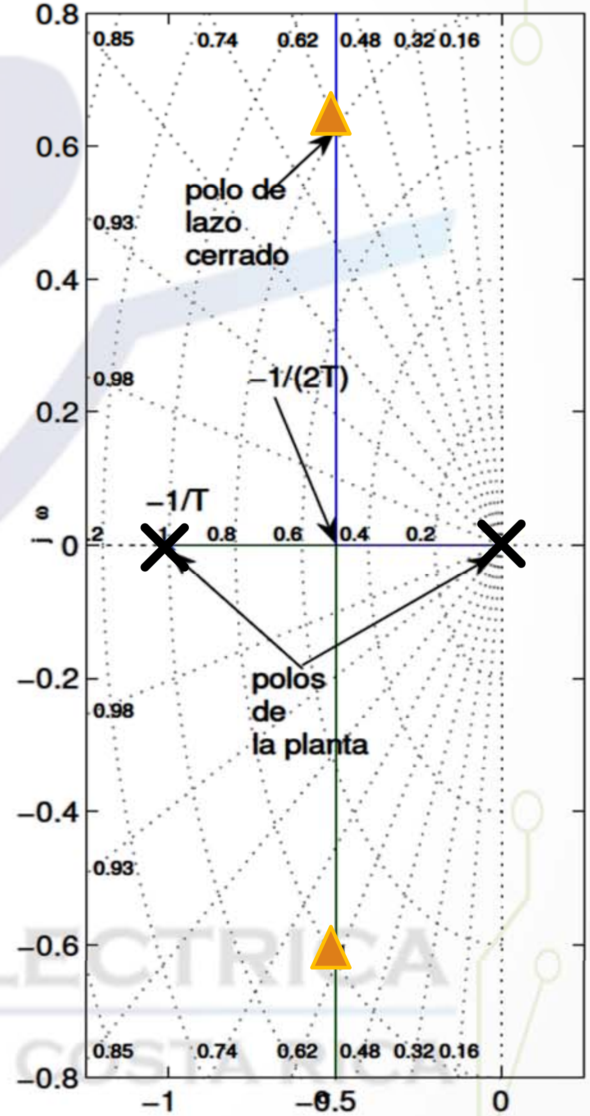
- Regulador:



Control Proporcional – Efecto de la adición de un polo o un cero

- Sistema Original:
  - Proceso: $P(s) = \frac{K}{s(Ts+1)}$
  - Controlador P: $C(s) = K_p$
  - Servo control
    $$\frac{y_r(s)}{r(s)} = \frac{\frac{K_pK}{T}}{s^2+\frac{1}{T}s+\frac{K_pK}{T}}$$
  - Polinomio característico
    $$p(s) = s^2 + \frac{1}{T}s + \frac{K_pK}{T}$$
  - Parámetros de lazo cerrado
    $$\zeta_c\omega_{nc} = \frac{1}{2T},\ \omega_{nc} = \sqrt{\frac{K_pK}{T}},$$
    $$\zeta_c = \frac{1}{\sqrt{4TK_pK}}$$





Control Proporcional – Efecto de la adición de un polo o un cero

- Adición de un Polo en $-1/T_p$:

$$L(s)=\frac{K_pK}{s(Ts+1)(T_ps+1)}\Rightarrow M_{yr}(s)=\frac{K_pK}{s(Ts+1)(T_ps+1)+K_pK}$$

- Polinomio Característico:

$$p_c(s)=s^3+\left(\frac{T+T_p}{TT_p}\right)s^2+\left(\frac{1}{TT_p}\right)s+\frac{K_pK}{TT_p}$$

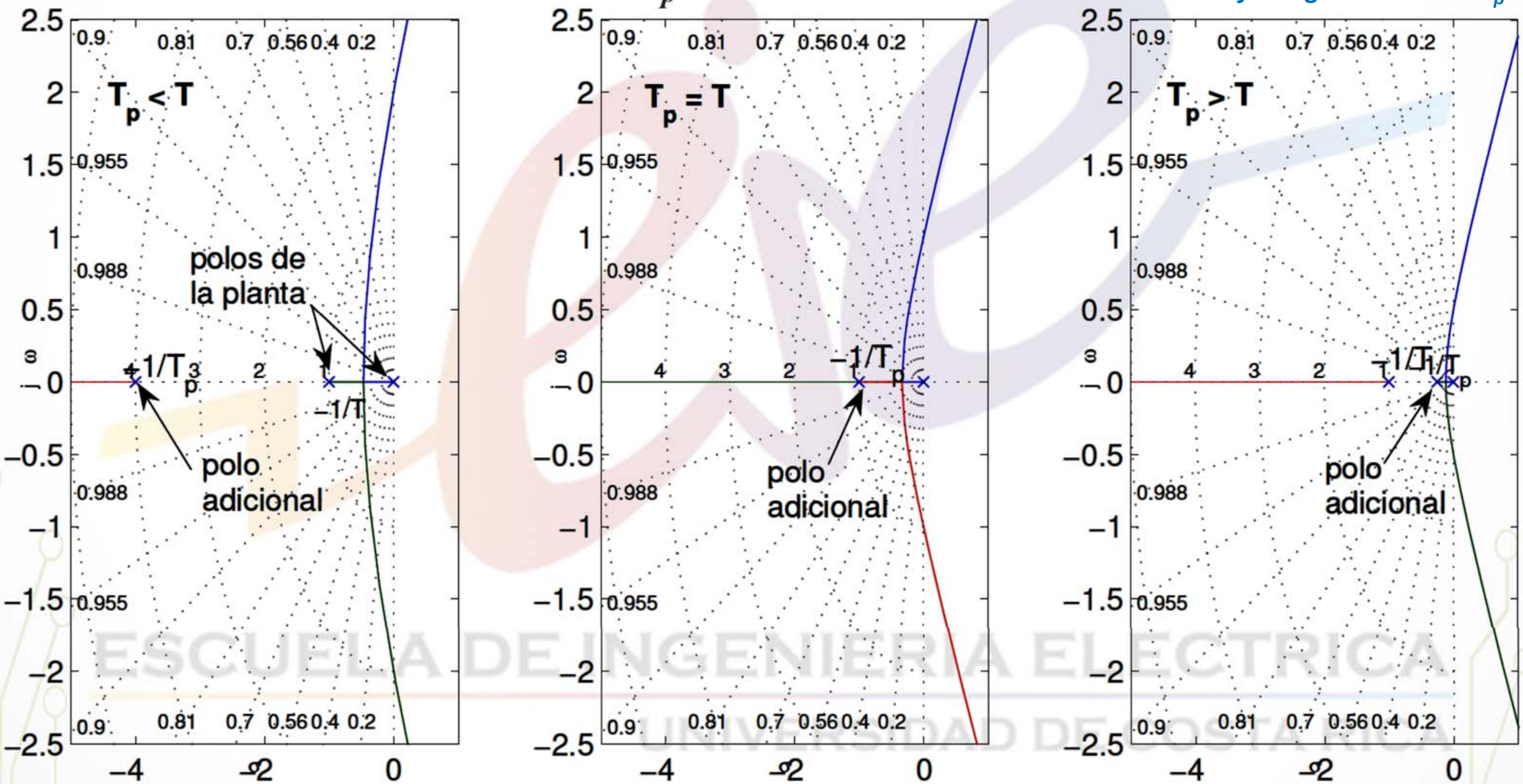
- Condición para la estabilidad: $0<K_p<\dfrac{T+T_p}{KTT_p}$

- Ganancia y Periodo Últimos: $K_{pu}=\dfrac{T+T_p}{KTT_p},\quad T_u=2\pi\sqrt{TT_p}$

Control Proporcional – Efecto de la adición de un polo o un cero

- Adición de un Polo en $-1/T_p$:

Peor Caso: Ganacia última disminuye según aumenta T_p



Control Proporcional – Efecto de la adición de un polo o un cero

- Adición de un Cero en $-1/T_z$:

$$L(s)=\frac{K_pK\left(T_zs+1\right)}{s\left(Ts+1\right)}\Rightarrow M_{yr}(s)=\frac{K_pK\left(T_zs+1\right)}{s\left(Ts+1\right)+K_pK\left(T_zs+1\right)}$$

- Polinomio Característico:

$$p_c(s)=s^2+\left(\frac{1+K_pKT_z}{T}\right)s+\frac{K_pK}{T}=s^2+2\zeta_c\omega_{nc}s+\omega_{nc}^2$$

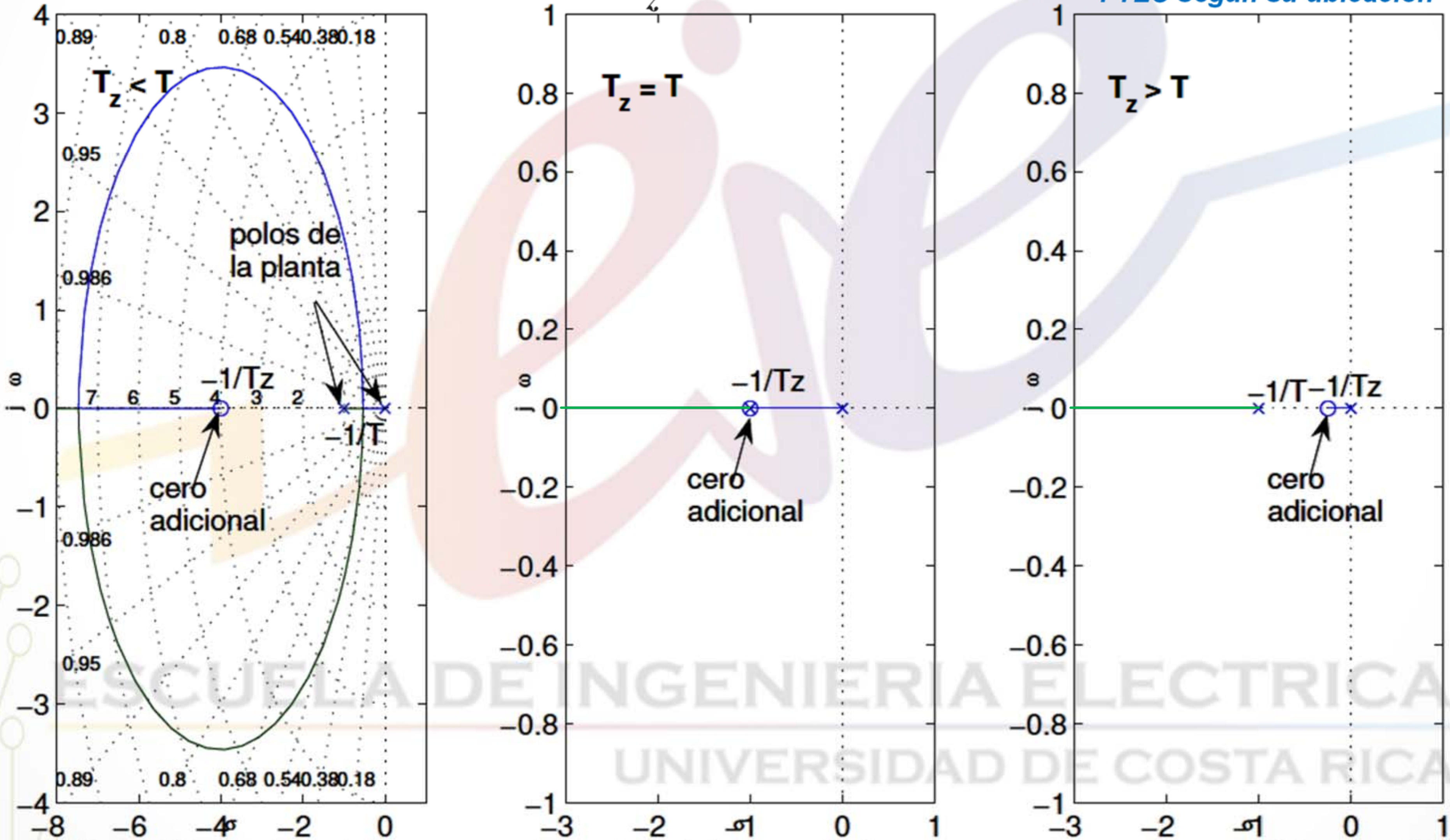
- Sistema Estable para cualquier valor: $K_p>0$

$$\zeta_c\omega_{nc}=\frac{1+K_pKT_z}{2T}$$

Control Proporcional – Efecto de la adición de un polo o un cero

- Adición de un Cero en *-1/T*$_z$:

T_z modifica la respuesta de la FTLC según su ubicación



Control Proporcional Integral – Procesos de Primer Orden

- Servomecanismo:

$$C(s) = K_p\left(1+\frac{1}{T_i s}\right) = K_p\left(\frac{T_i s+1}{T_i s}\right)$$

$$P(s) = \frac{K}{Ts+1}$$

$$\frac{y_r(s)}{r(s)} = \frac{K_p K(T_i s+1)}{T_i s(Ts+1)+K_p K(T_i s+1)}$$

Polinomio característico

$$s^2 + \left(\frac{1+K_p K}{T}\right)s + \frac{K_p K}{T_i T}$$

Sistema siempre estable, con

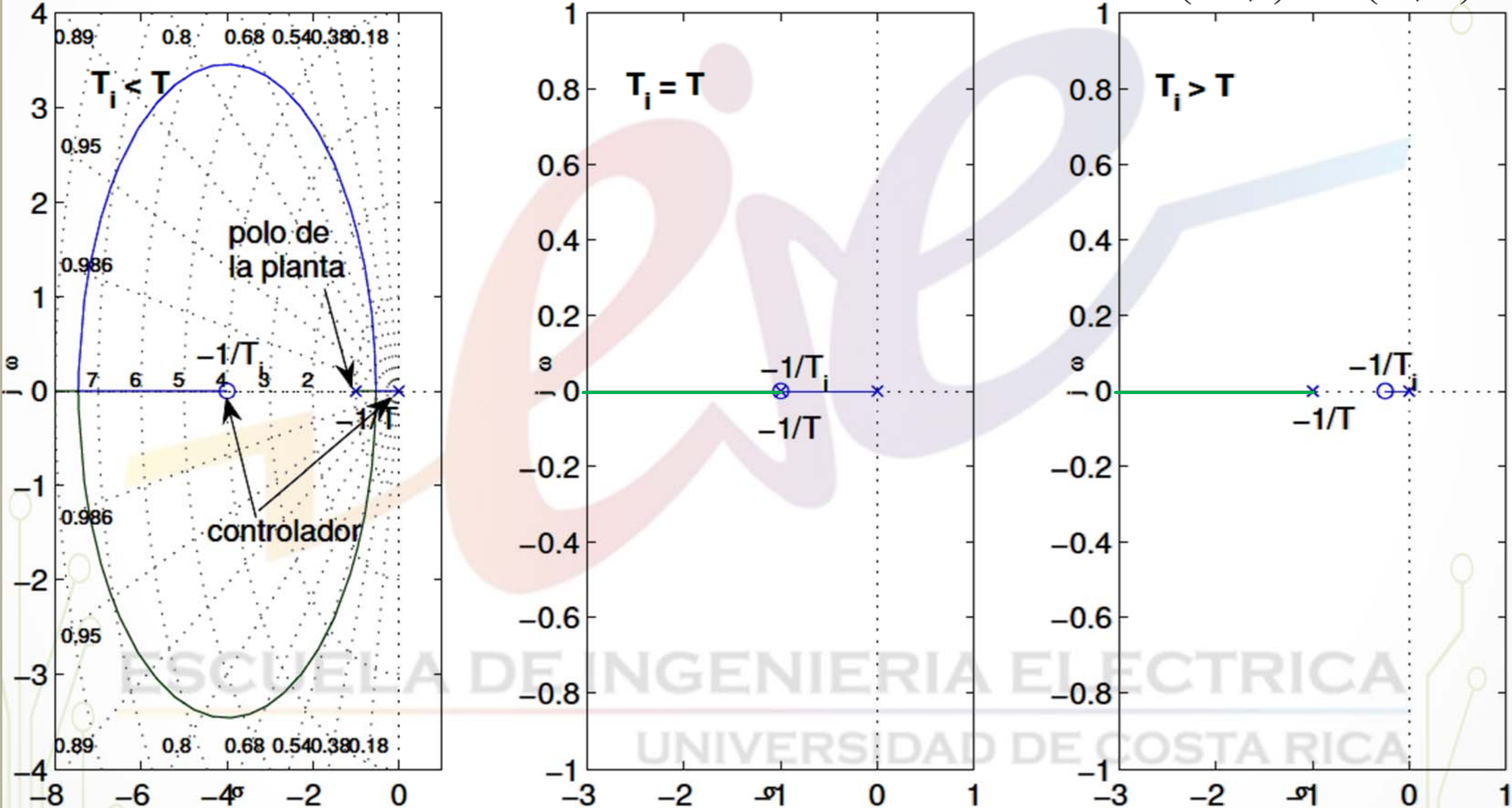
$$\zeta_c \omega_{nc} = \frac{1}{2}\left(\frac{1+K_p K}{T}\right),$$

$$\omega_{nc} = \sqrt{\frac{K_p K}{T_i T}},\ \zeta_c = \frac{1+K_p K}{2\omega_{nc} T}$$

Control Proporcional Integral – Procesos de Primer Orden

Servomecanismo

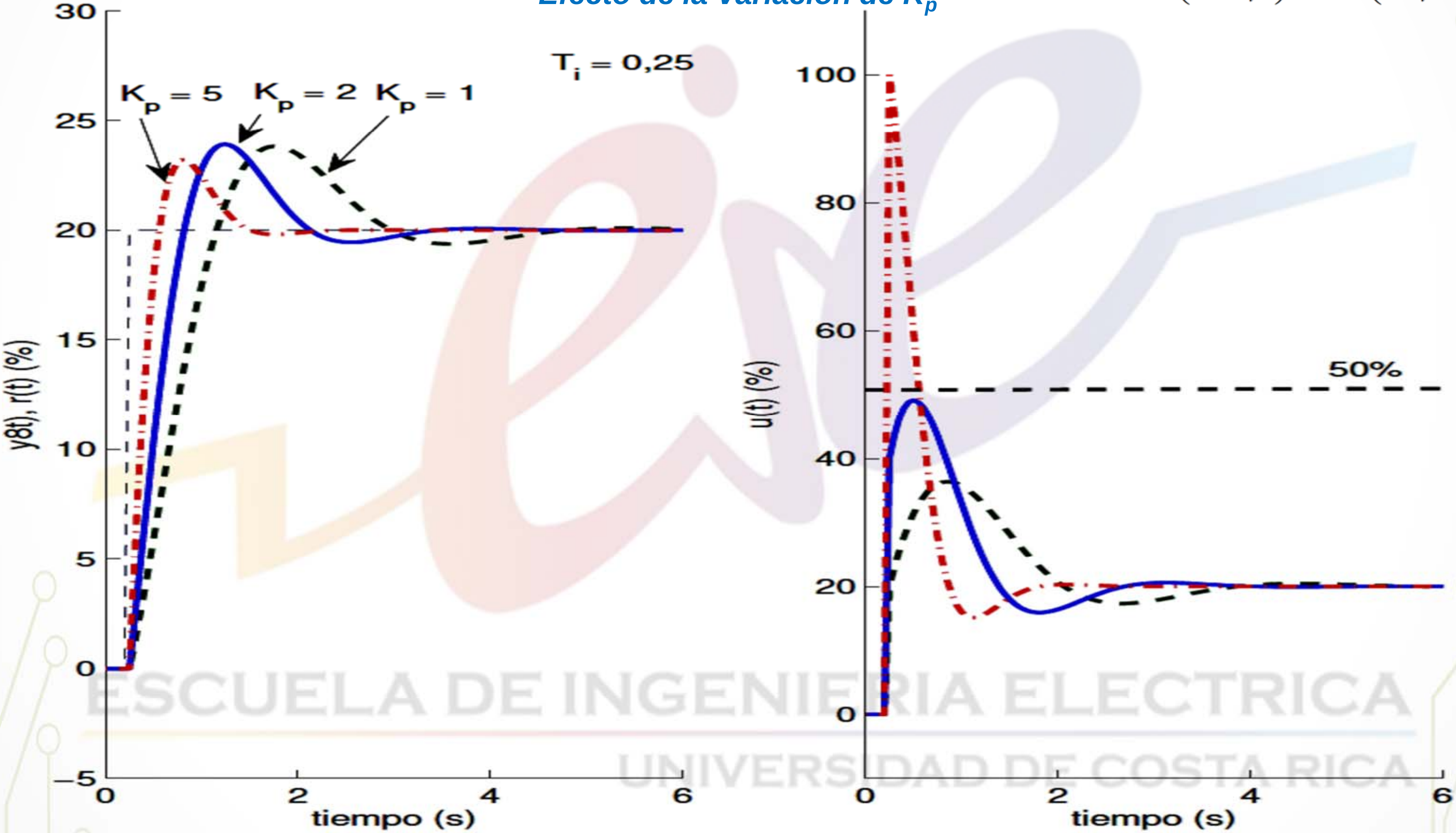
$$C(s) = K_p\left(1+\frac{1}{T_i s}\right) = K_p\left(\frac{T_i s+1}{T_i s}\right)$$



Control Proporcional Integral – Procesos de Primer Orden

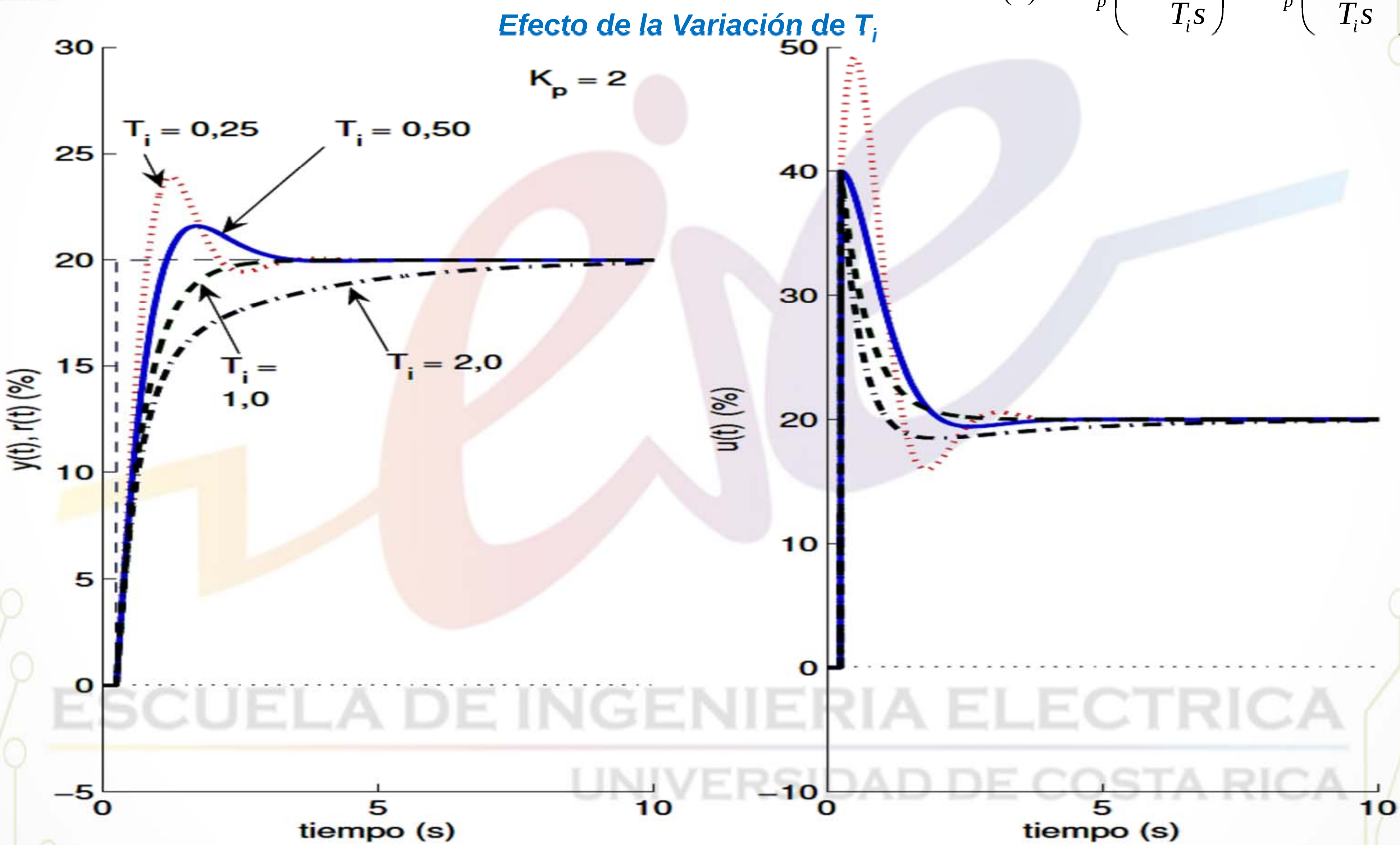
$$C(s) = K_p\left(1+\frac{1}{T_i s}\right) = K_p\left(\frac{T_i s+1}{T_i s}\right)$$

Efecto de la Variación de K_p



Control Proporcional Integral – Procesos de Primer Orden

$$C(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) = K_p\left(\frac{T_i s + 1}{T_i s}\right)$$

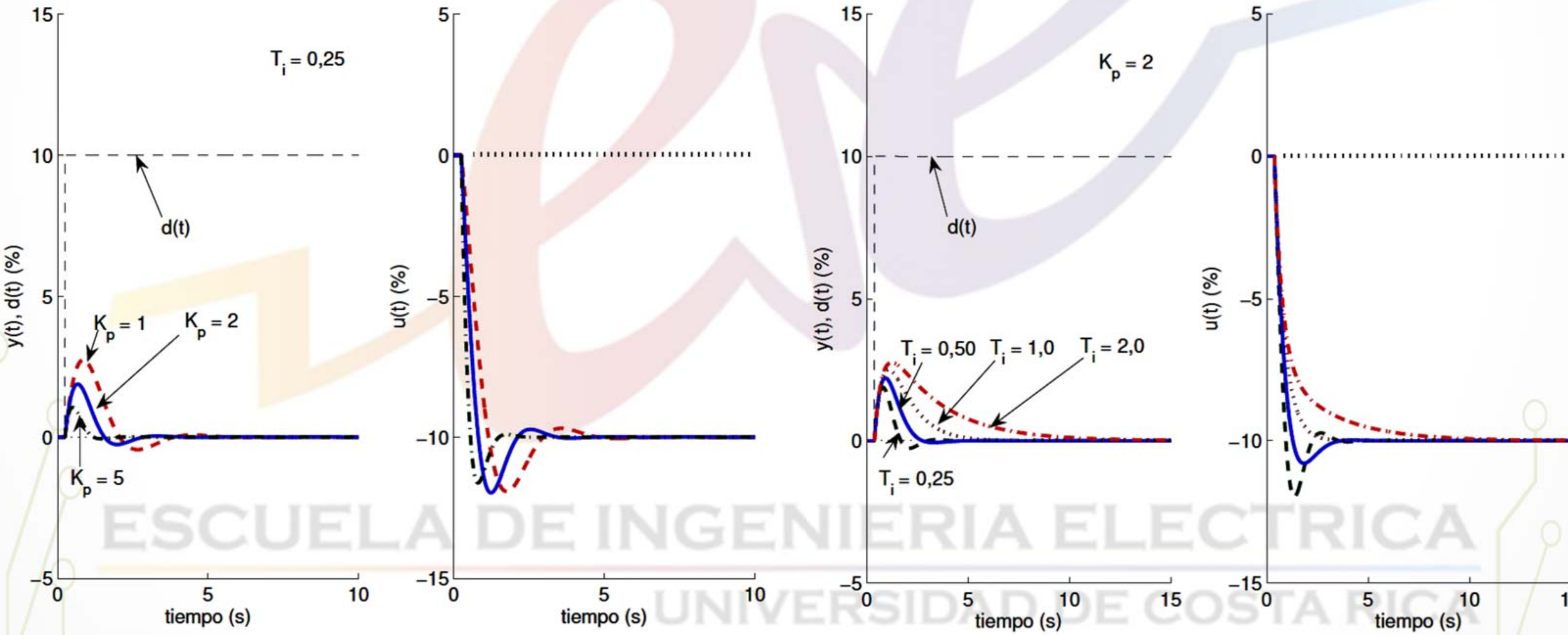


Control Proporcional Integral – Procesos de Primer Orden

- Regulador: $M_{yd}(s) = \dfrac{\dfrac{KT_i s}{T_i T}}{s^2 + \left(\dfrac{1+K_pK}{T}\right)s + \dfrac{K_pK}{T_iT}}$

Efecto de la Variación de K_p

Efecto de la Variación de T_i



Control Proporcional Integral – Procesos de Segundo Orden

- Servomecanismo:

$$C(s) = K_p\left(1+\frac{1}{T_i s}\right) = K_p\left(\frac{T_i s+1}{T_i s}\right)$$

$$P(s) = \frac{K}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)}$$

$$P(s) = \frac{K}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)}$$

$$\frac{y_r(s)}{r(s)} = \frac{\frac{K_p K}{T_i T_1 T_2}(T_i s+1)}{s^3+\left(\frac{T_1+T_2}{T_1 T_2}\right)s^2+\left(\frac{1+K_p K}{T_1 T_2}\right)s+\frac{K_p K}{T_i T_1 T_2}}$$

Para estabilidad

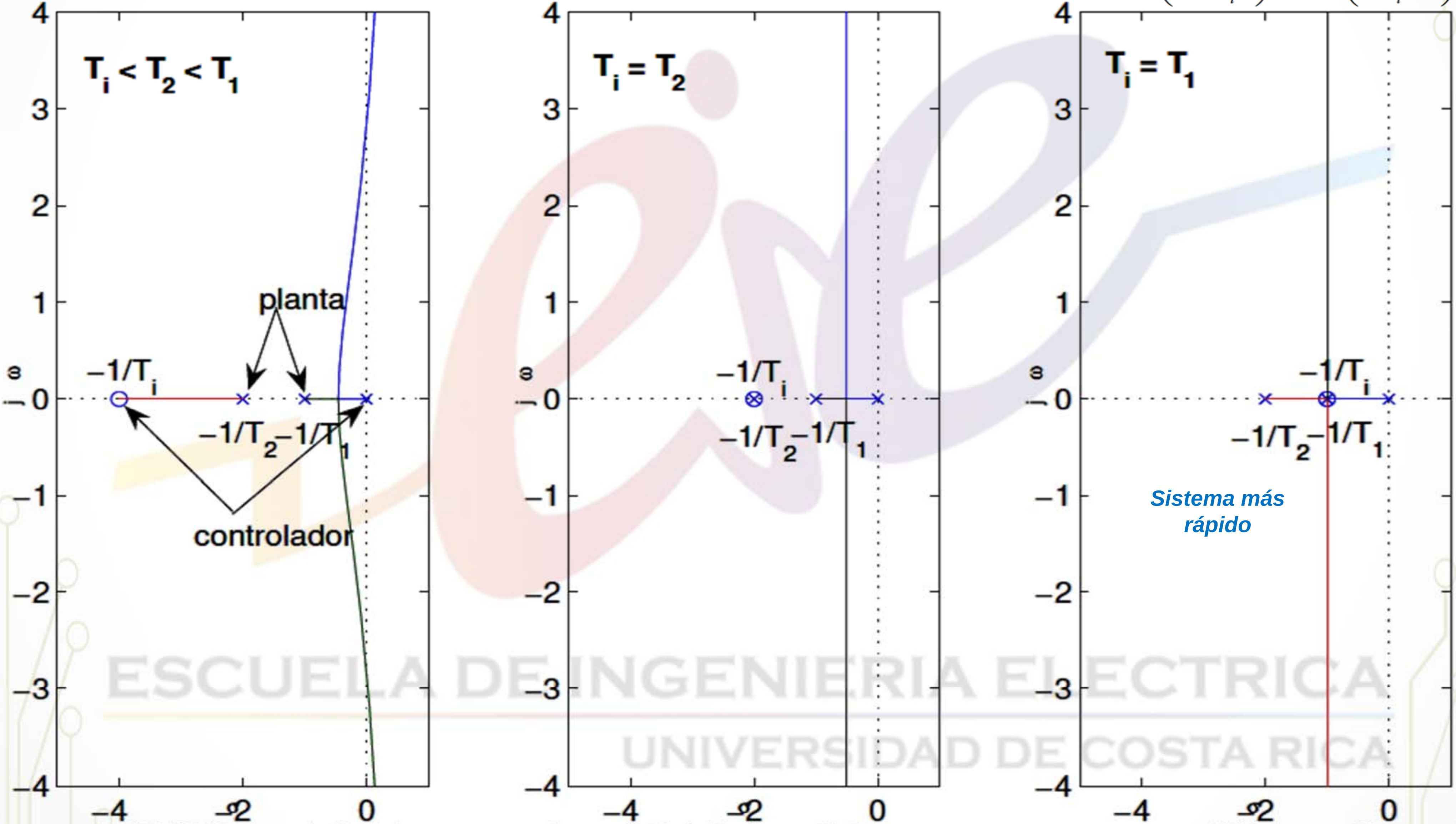
$$K_p < \frac{T_i}{K[T_1 T_2/(T_1+T_2)-T_i]}$$

$$T_i > \left(\frac{T_1 T_2}{T_1+T_2}\right)\left(\frac{K_p K}{1+K_p K}\right)$$

Control Proporcional Integral – Procesos de Segundo Orden

Servomecanismo

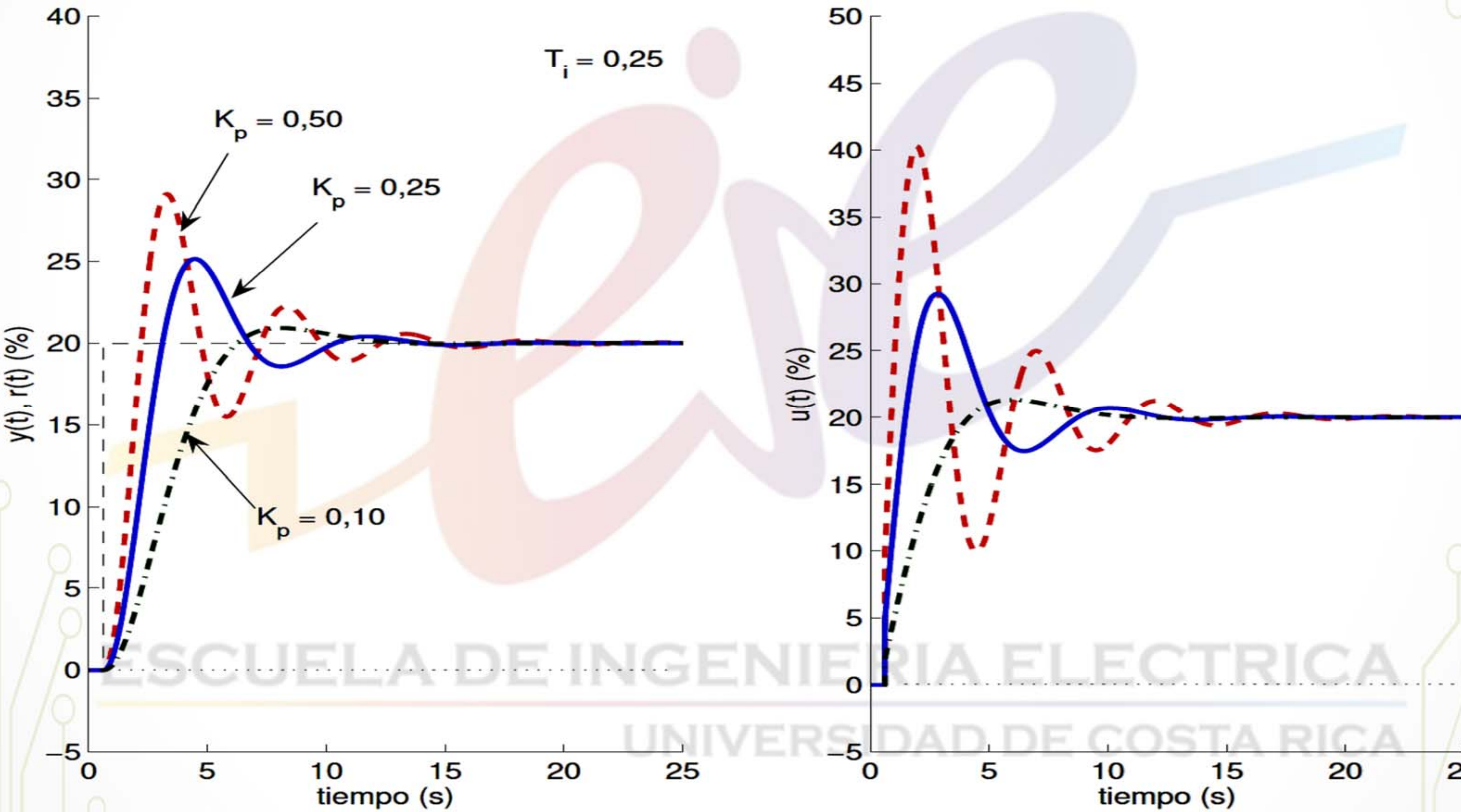
$$C(s) = K_p\left(1+\frac{1}{T_i s}\right) = K_p\left(\frac{T_i s+1}{T_i s}\right)$$



Control Proporcional Integral – Procesos de Segundo Orden

$$C(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) = K_p\left(\frac{T_i s + 1}{T_i s}\right)$$

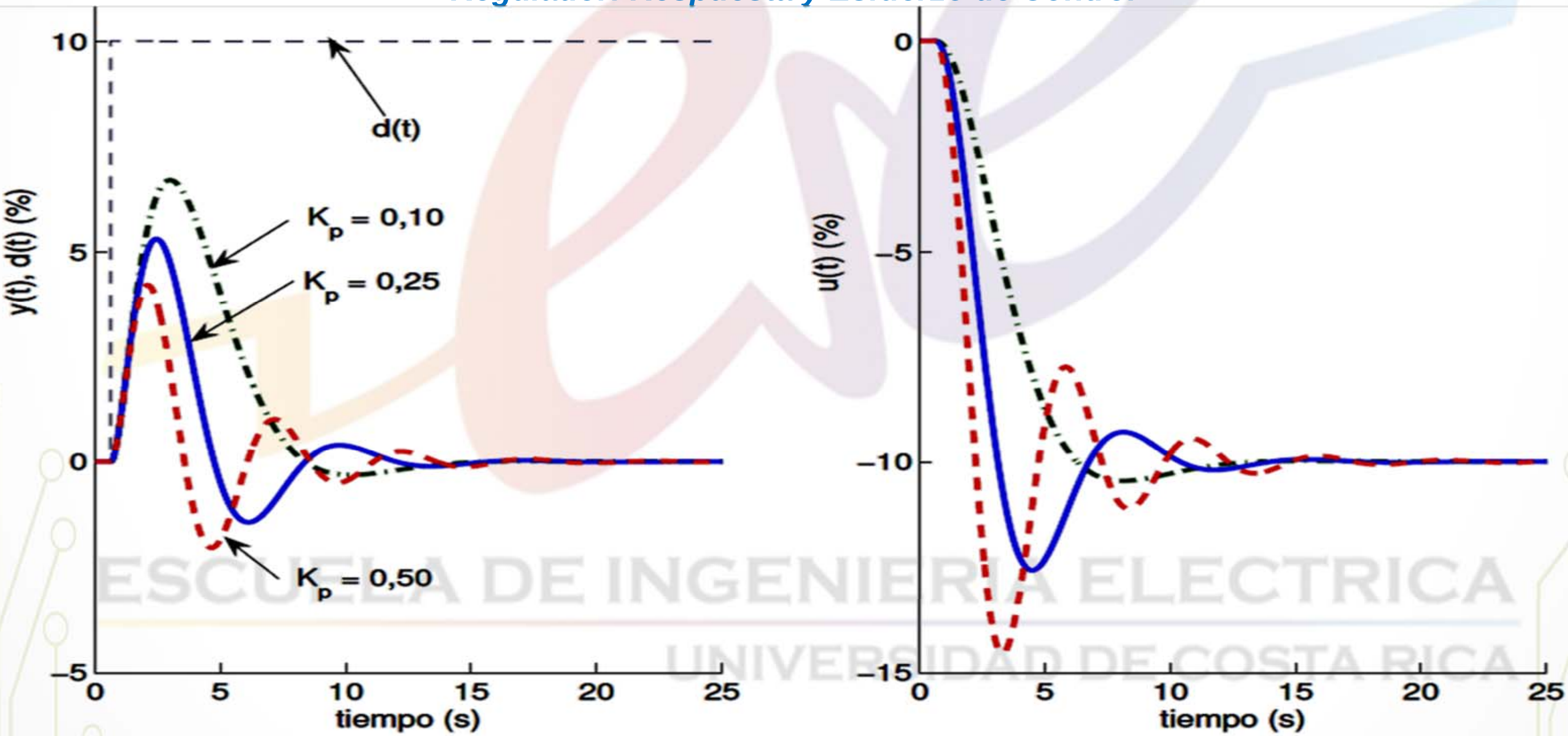
Servomecanismo: Respuesta y Esfuerzo de Control



Control Proporcional Integral – Procesos de Segundo Orden

- Regulador: $M_{yd}(s) = \dfrac{\frac{K}{T_1 T_2} s}{s^3 + \left(\frac{T_1+T_2}{T_1 T_2}\right) s^2 + \left(\frac{1+K_p K}{T_1 T_2}\right) s + \frac{K_p K}{T_i T_1 T_2}}$

Regulador: Respuesta y Esfuerzo de Control



Control Proporcional Derivativo

- Procesos de Primer Orden: $P(s)=\dfrac{K}{Ts+1}$ $\qquad C(s)=K_p\left(T_d s+1\right)$
- Servo control: $M_{yr}(s)=\dfrac{\left(\frac{K_pK}{1+K_pK}\right)(T_d s+1)}{\left(\frac{K_pKT_d+T}{1+K_pK}\right)s+1}$
- Constante de Tiempo de Lazo cerrado: $T_c=\dfrac{K_pKT_d+T}{1+K_pK}$
- Regulador: $M_{yd}(s)=\dfrac{\frac{K}{1+K_pK}}{\left(\frac{K_pKT_d+T}{1+K_pK}\right)s+1}$

Control Proporcional Derivativo

- Procesos de Segundo Orden: $P(s)=\dfrac{K}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)}$ $\quad C(s)=K_p\left(T_d s+1\right)$
- Servo control: $M_{yr}(s)=\dfrac{\left(\frac{K_pK}{T_1T_2}\right)(T_d s+1)}{s^2+\left(\frac{T_1+T_2+K_pKT_d}{T_1T_2}\right)s+\frac{1+K_pK}{T_1T_2}}$
- Características de la respuesta:

$$\zeta_c\omega_{nc}=\frac{1}{2}\left(\frac{T_1+T_2+K_pKT_d}{T_1T_2}\right)$$

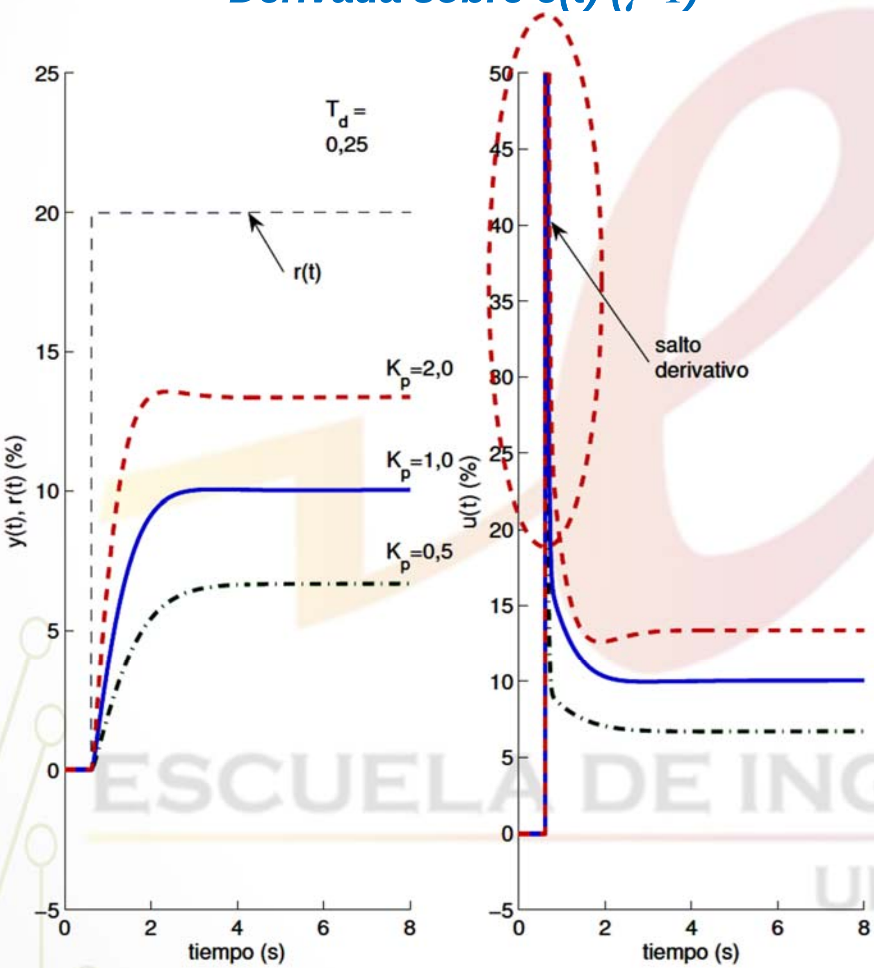
$$\omega_{nc}=\sqrt{\frac{1+K_pK}{T_1T_2}}$$

$$\zeta_c=\frac{1}{2}\left(\frac{T_1+T_2+K_pKT_d}{\sqrt{T_1T_2(1+K_pK)}}\right)$$

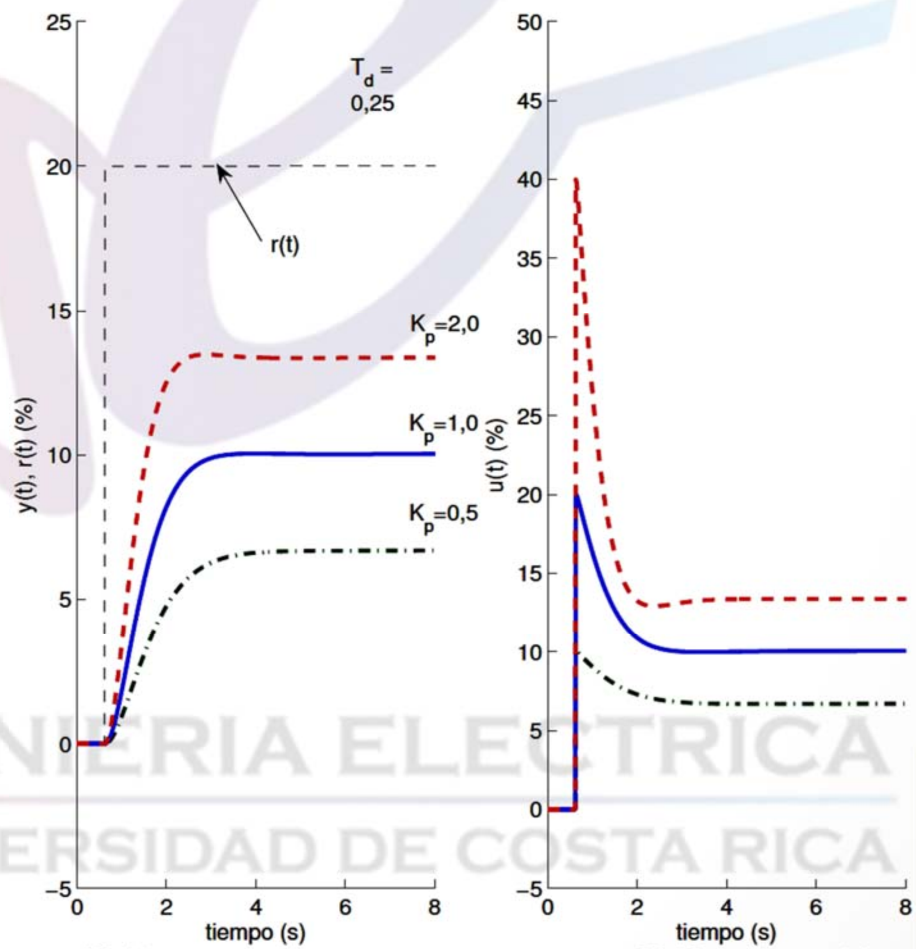
Control Proporcional Derivativo

- Procesos de Segundo Orden: $P(s)=\dfrac{K}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)}$ $\quad C(s)=K_p\left(T_d s+1\right)$

Derivada sobre e(t) (γ=1)



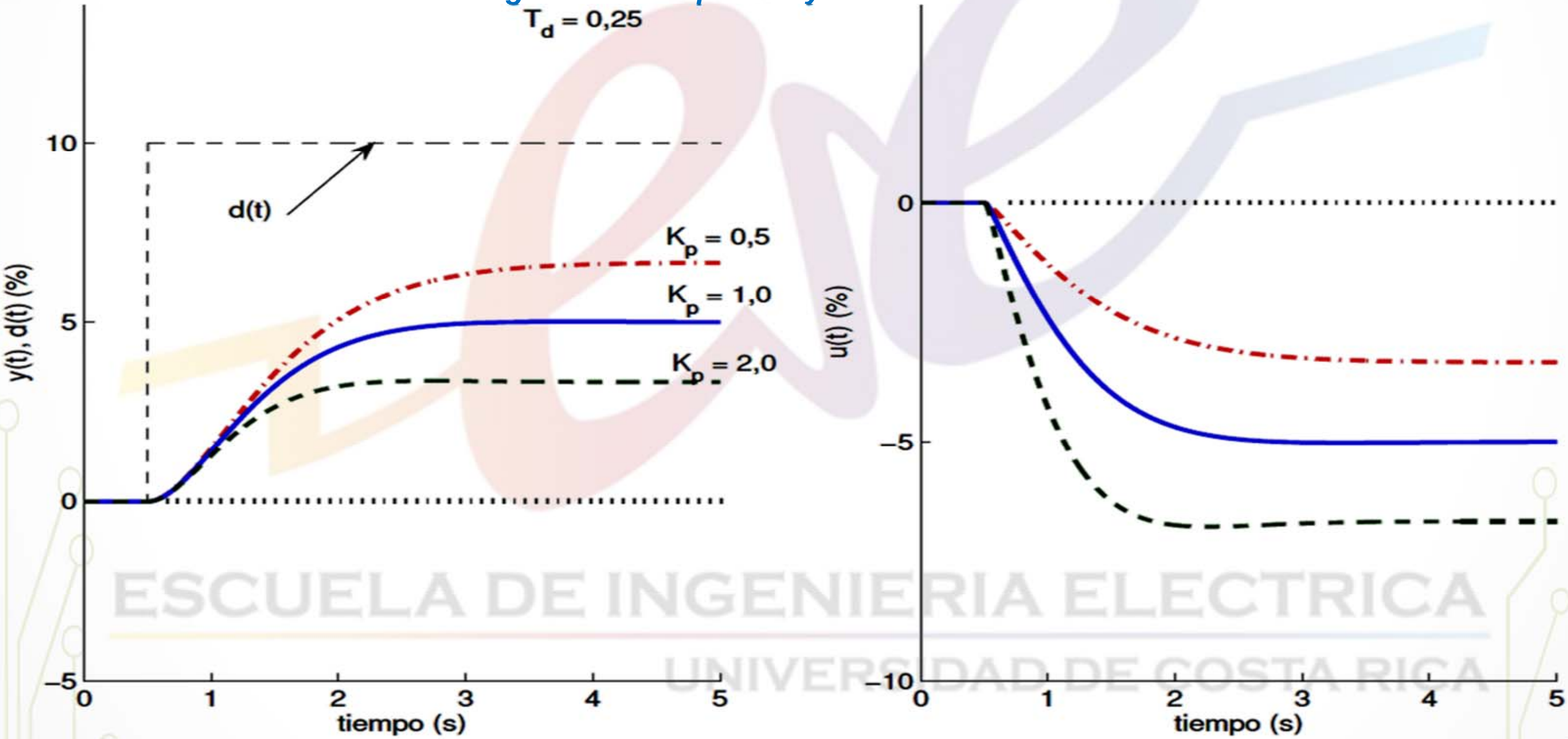
Derivada sobre y(t) (γ=0)



Control Proporcional Derivativo

- Procesos de Segundo Orden, Regulador: $M_{yd}(s) = \dfrac{\frac{K}{T_1 T_2}}{s^2 + \left(\frac{T_1 + T_2 + K_p K T_d}{T_1 T_2}\right) s + \frac{1 + K_p K}{T_1 T_2}}$

Regulador: Respuesta y Esfuerzo de Control



Efecto de la Cancelación de Polos y Ceros

- FT de la Planta: $P(s)=\dfrac{N_p(s)}{D_p(s)}$ $\begin{matrix}\rightarrow \text{Ceros de la Planta}\\ \rightarrow \text{Polos de la Planta}\end{matrix}$
- FT del controlador: $C(s)=\dfrac{N_c(s)}{D_c(s)}$ $\begin{matrix}\rightarrow \text{Ceros del Controlador}\\ \rightarrow \text{Polos del Controlador}\end{matrix}$
- FTLA: $L(s)=\dfrac{N_c(s)N_p(s)}{D_c(s)D_p(s)}$
- FTLC Servomecanismo:

$$M_{yr}(s)=\frac{\dfrac{N_c(s)N_p(s)}{D_c(s)D_p(s)}}{1+\dfrac{N_c(s)N_p(s)}{D_c(s)D_p(s)}}=\frac{\boxed{N_c(s)N_p(s)}}{\boxed{D_c(s)D_p(s)+N_c(s)N_p(s)}}$$

Ceros de Lazo cerrado = Ceros de Lazo abierto

Polos de Lazo cerrado

Efecto de la Cancelación de Polos y Ceros

- FTLC Regulador:

$$M_{yd}(s) = \frac{\dfrac{N_p(s)}{D_p(s)}}{1+\dfrac{N_c(s)N_p(s)}{D_c(s)D_p(s)}} = \frac{\boxed{D_c(s)N_p(s)}}{\boxed{D_c(s)D_p(s)+N_c(s)N_p(s)}}$$

Ceros de Lazo cerrado = Ceros de la planta + Polos del controlador

Polos de Lazo cerrado

- Para una Planta de Primer Orden: $P(s) = \dfrac{k}{D_p(s)}$

  Y un controlador PI o PID: $C(s) = \dfrac{K_p N_c(s)}{T_i s}$

- FTLA: $L(s) = \dfrac{K_p k \; N_c(s)}{T_i s D_p(s)}$

- Se realiza la cancelación de polos y ceros al escoger: $N_c(s) = D_p(s)$

Efecto de la Cancelación de Polos y Ceros

- La FTLA resultante al realizar la cancelación de polos y ceros: $N_c(s) = D_p(s)$

$$L(s) = \frac{K_p k}{T_i s}$$

- Se utiliza un controlador PI para cancelar los polos de una planta de Primer Orden.
- Se utiliza un controlador PID para cancelar los polos de una planta de Segundo Orden.
- SERVOMECANISMO: $N_c(s) = D_p(s)$

$$M_{yr}(s) = \frac{\dfrac{K_p k}{T_i s}}{1 + \dfrac{K_p k}{T_i s}} = \frac{K_p k}{T_i s + K_p k} = \boxed{\frac{1}{\dfrac{T_i}{K_p k} s + 1}} \rightarrow$$

Se obtiene una FTLC de Primer Orden

Efecto de la Cancelación de Polos y Ceros

- REGULADOR: $N_c(s) = D_p(s)$

$$M_{yd}(s) = \frac{\dfrac{k}{D_p(s)}}{1 + \dfrac{K_p k}{T_i s}} = \frac{k\, T_i s}{D_p(s)\left(T_i s + K_p k\right)} = \frac{\dfrac{T_i}{K_p} s}{\boxed{D_p(s)}\left(\dfrac{T_i}{K_p k} s + 1\right)}$$

Polos de la planta que fueron cancelados con el servocontrol

- La cancelación de Polos y Ceros al ser aplicada en el caso del ***servomecanismo*** se elimina la influencia de los polos de la planta en el sistema de lazo cerrado.
- Para el ***regulador***, los polos de la planta siguen teniendo influencia en el sistema en lazo cerrado.

Control PI de una planta de Primer orden VS Control P de una planta Integrante

- SERVOMECANISMO:

Pi + Primer Orden:

$$P(s)=\frac{k}{Ts+1}$$

Planta Tipo 0

$$C(s)=\frac{K_p(T_is+1)}{T_is}$$

Controlador Tipo 1

$$L(s)=\frac{K_pk\ (T_is+1)}{T_is(Ts+1)}$$

Sistema Tipo 1

$$M_{yr}(s)=\frac{K_pk\ (T_is+1)}{T_is(Ts+1)+K_pk\ (T_is+1)}$$

$K_{yr}=1\Rightarrow$ Error Permanente **CERO** a una entrada escalón en *r(t)*

P + Planta Integrante:

$$P(s)=\frac{k}{s(Ts+1)}$$

Planta Tipo 1

$$C(s)=K_p$$

Controlador Tipo 0

$$L(s)=\frac{K_pk}{s(Ts+1)}$$

Sistema Tipo 1

$$M_{yr}(s)=\frac{K_pk}{s(Ts+1)+K_pk}$$

$K_{yr}=1\Rightarrow$ Error Permanente **CERO** a una entrada escalón en *r(t)*

Control PI de una planta de Primer orden VS Control P de una planta Integrante

- Regulador:

Pi + Primer Orden:

$$M_{yd}(s) = \frac{k\ T_i s}{T_i s\left(Ts+1\right)+K_p k\ \left(T_i s+1\right)}$$

$K_{yd} = 0 \Rightarrow$ Error Permanente **CERO** a una entrada escalón en *d(t)*

P + Planta Integrante:

$$M_{yd}(s) = \frac{k}{s\left(Ts+1\right)+K_p k}$$

$K_{yd} = \dfrac{1}{K_p} \neq 0 \Rightarrow$ Existe Error Permanente a una entrada escalón en *d(t)*