

# UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, DEPARTAMENTO DE AUTOMÁTICA

IE-0431 Sistemas de Control

## Sistemas de Control Realimentado

Leonardo Marín Paniagua, Ph.D.

leonardo.marin@ucr.ac.cr

2018



# EIE

---

Escuela de  
Ingeniería Eléctrica

# Opciones de control de Procesos

## ➤ Sistema sin control:

No se toma **ninguna** acción correctiva (cambio en la variable manipulada) en caso de presentarse desviaciones de la variable controlada respecto a su valor deseado.

## ➤ Sistema de control de lazo abierto:

Se toman acciones correctivas con base en la información de una o más variables del proceso (normalmente de la misma perturbación), pero **no** de la **variable controlada**. No existe realimentación.

## ➤ Sistema de control de lazo cerrado:

Las acciones correctivas se toman con base en la diferencia entre el valor deseado y el valor real de la variable controlada, denominado **error**, se tendrá un sistema de control de lazo cerrado o sistema de control realimentado.

# Sistemas de Control Realimentado

- ***El control realimentado*** es el esquema que resuelve la gran mayoría de los problemas de control.
- El sistema de control requiere conocer el valor deseado para la variable controlada, para tomar la acción correctiva al momento de presentarse un **error**, ya sea por el efecto de las perturbaciones o por un cambio en el valor deseado.
- La relación entre las diferentes variables involucradas en el esquema de control se detalla en el siguiente diagrama de bloques



# Sistemas de Control Realimentado

- $G_a(s)$  - función de transferencia del elemento final de control
- $G_p(s)$  - función de transferencia de la planta (proceso)
- $G_{st}(s)$  - función de transferencia del sensor / transmisor
- $G_d(s)$  - función de transferencia de entrada de la perturbación
- $G_f(s)$  - función de transferencia del filtro de medición
- $c(s)$  - variable controlada
- $m(s)$  - variable manipulada
- $n(s)$  - ruido de medición
- $u(s)$  - señal de control
- $y(s)$  - señal realimentada
- $y'(s)$  - señal de medición
- $d(s)$  - perturbación



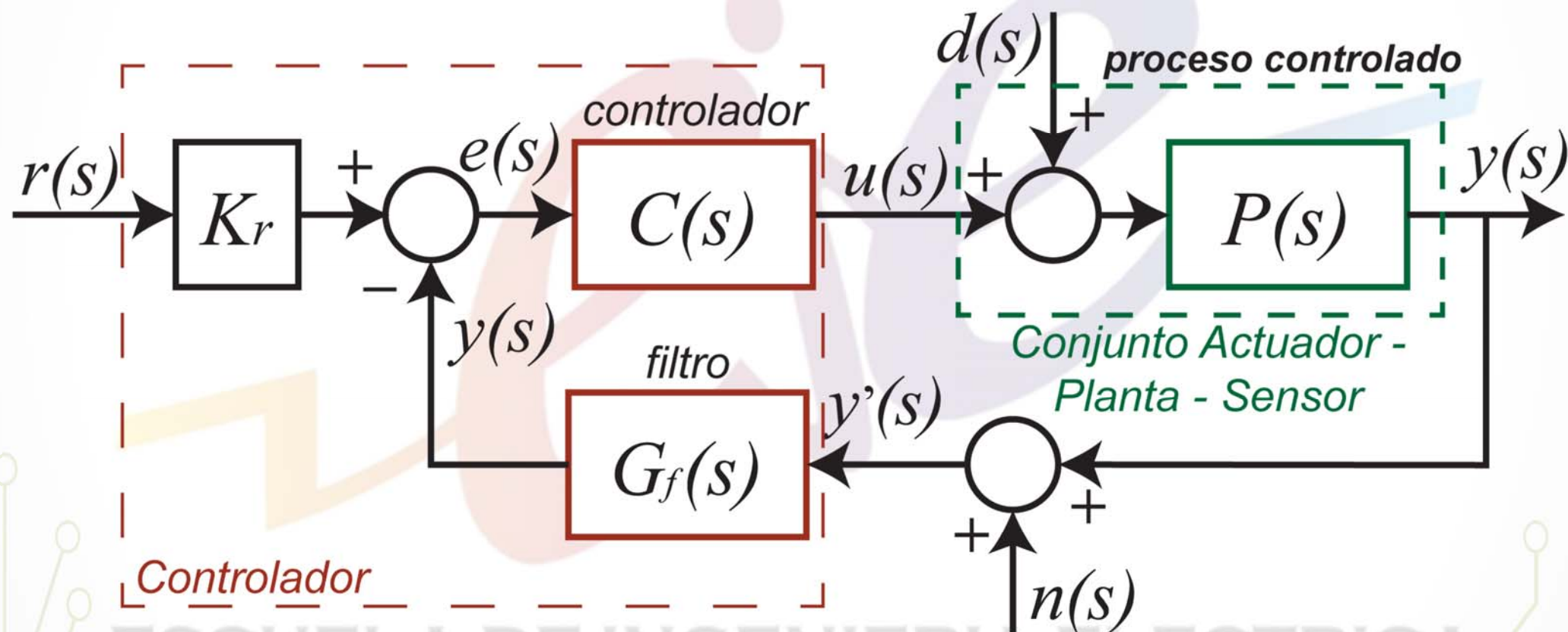
# Sistemas de Control Realimentado

## Simplificaciones:

- El proceso controlado incluye el actuador-elemento final de control, la planta (o proceso) y el sensor-transmisor.
- Para los estudios de control se utiliza, para representar al proceso controlado, **un modelo** que refleja adecuadamente las características dinámicas del proceso controlado.
- La perturbación ocurre a la **entrada** del proceso controlado (caso crítico → las perturbaciones tardan más en detectarse).
- La señal de entrada que recibe el controlador es la señal de referencia y la señal realimentada de la variable controlada (señal de medición).
- El ruido de medición es filtrado (*filtro perfecto*).
- El algoritmo de control incluido en el controlador, se aplica todo directamente al **error**.



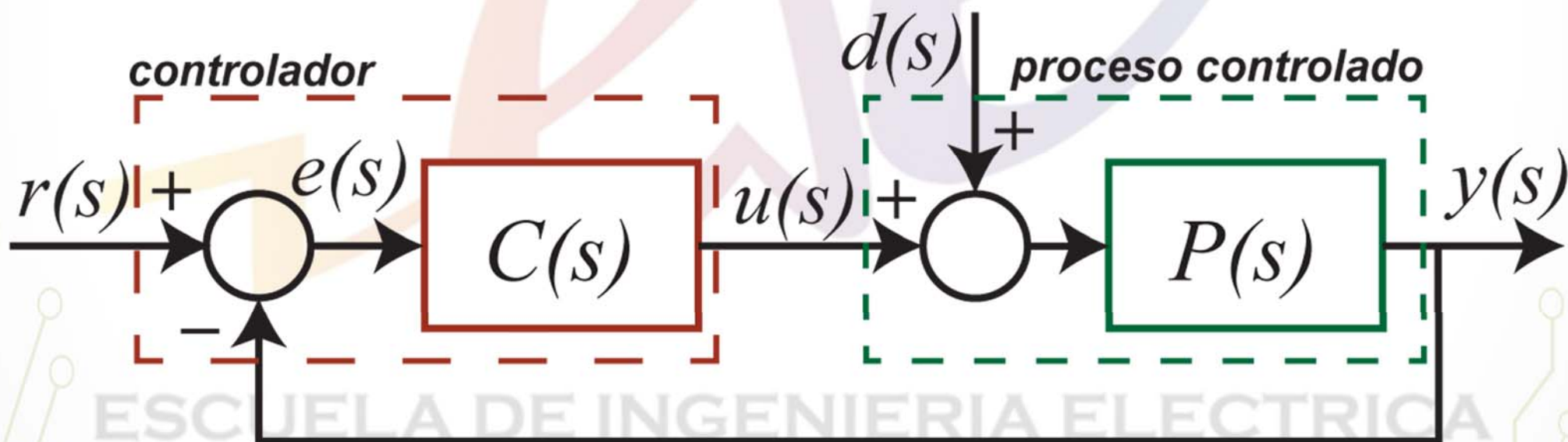
# Sistemas de Control Realimentado



ESCUELA DE INGENIERIA ELECTRICA  
UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

# Sistemas de Control Realimentado

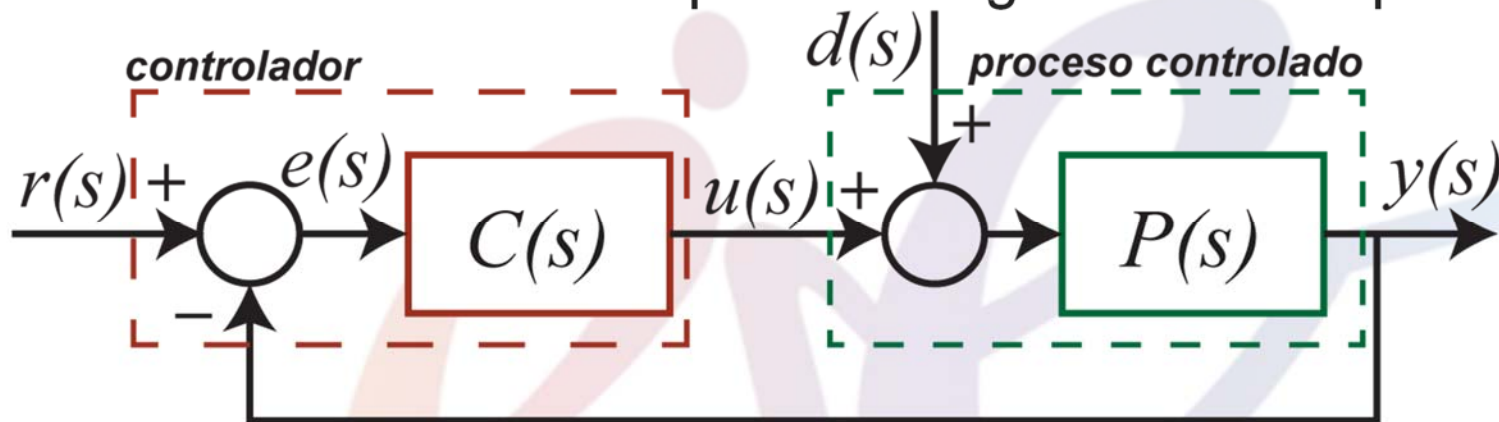
- Para la mayor parte de los estudios de control este diagrama se puede reducir al siguiente diagrama de bloques, en el cual la función de transferencia del proceso  $P(s)$  incluye además de la planta, al sensor/transmisor y al actuador (elemento final de control), esto es al *conjunto actuador – planta – sensor*.





# Sistemas de Control Realimentado

- Función de Transferencia para el Diagrama de Bloques:



$$y(s) = \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)} r(s) + \frac{P(s)}{1 + C(s)P(s)} d(s)$$

$$y(s) = y_r(s) + y_d(s)$$

- Error:  $e(s) = r(s) - y(s)$
- Salida del controlador:  $u(s) = C(s)e(s)$
- Señal realimentada:  $y(s) = P(s)[u(s) + d(s)]$

# Sistemas de Control Realimentado

- Función de Transferencia para el Diagrama de Bloques:

$$y(s) = \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)} r(s) + \frac{P(s)}{1 + C(s)P(s)} d(s)$$

- FT del Funcionamiento como servo control (**Servomecanismo**):  $d(s)=0$

$$y_r(s) = \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)} r(s) \Rightarrow \frac{y_r(s)}{r(s)} = M_{yr}(s) = \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)}$$

- FT del Funcionamiento como control regulatorio (**Regulador**):  $r(s)=0$

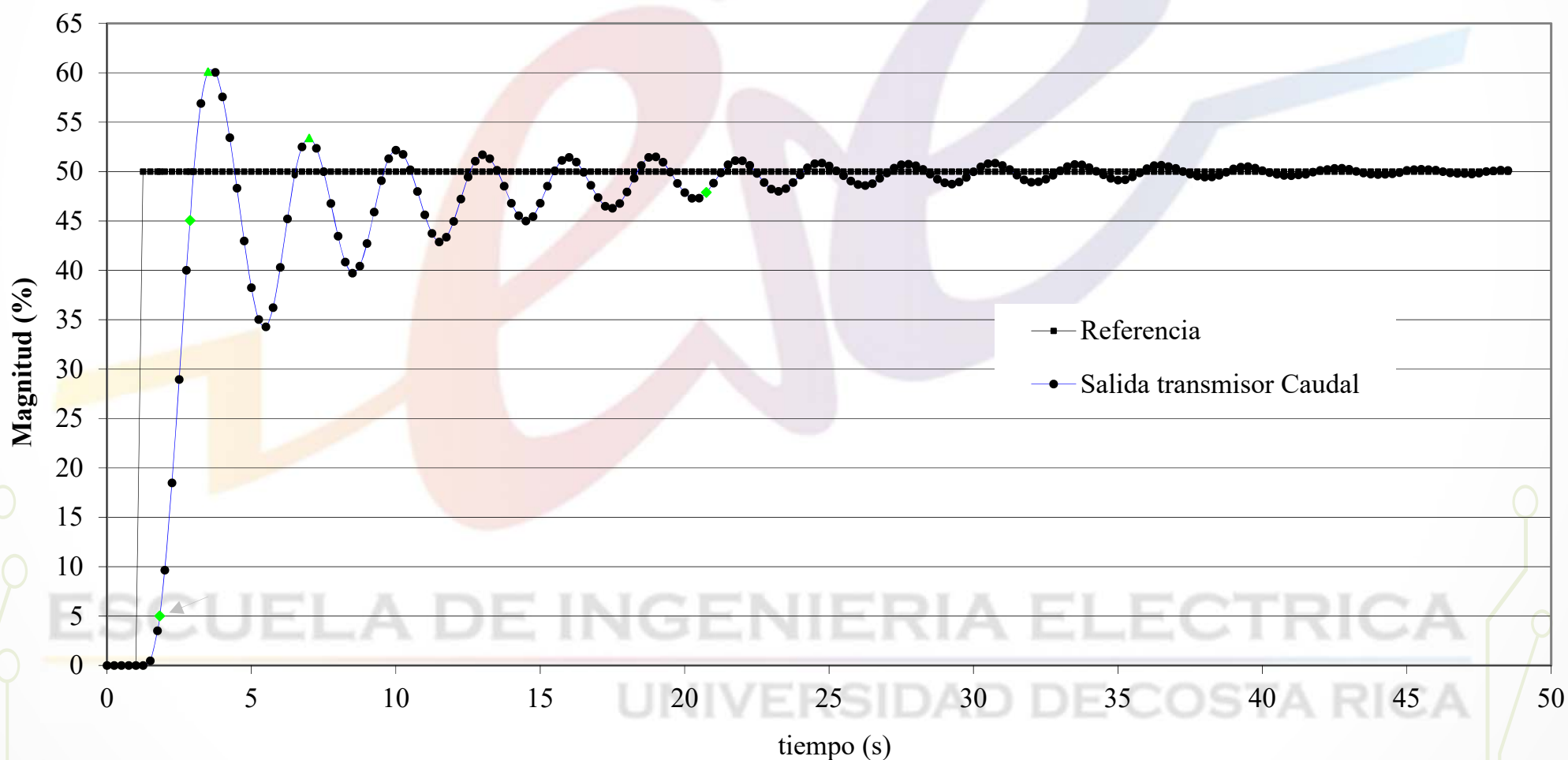
$$y_d(s) = \frac{P(s)}{1 + C(s)P(s)} d(s) \Rightarrow \frac{y_d(s)}{d(s)} = M_{yd}(s) = \frac{P(s)}{1 + C(s)P(s)}$$

$$M_{yr}(s) = C(s)M_{yd}(s)$$

Al escoger  $C(s)$  para obtener un  $M_{yd}$  determinado (regulador), el  $M_{yr}$  queda fijo (servocontrol) y viceversa. (**Controlador de 1 Grado de Libertad**)

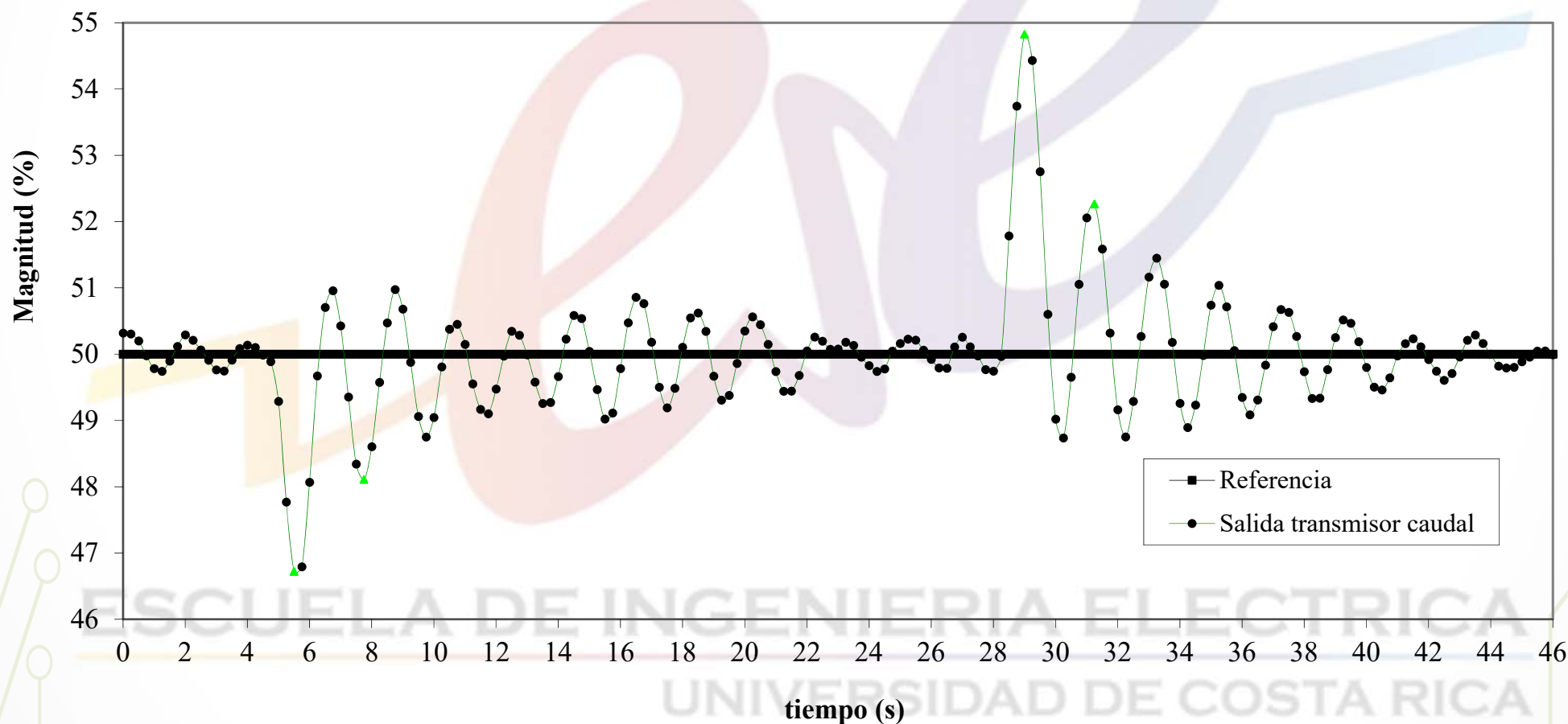
# Sistema de Control Realimentado

- Funcionamiento del Lazo de Control:  $M_{yr}(s) = \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)}$
- Servomecanismo: Se desea un buen seguimiento del valor deseado



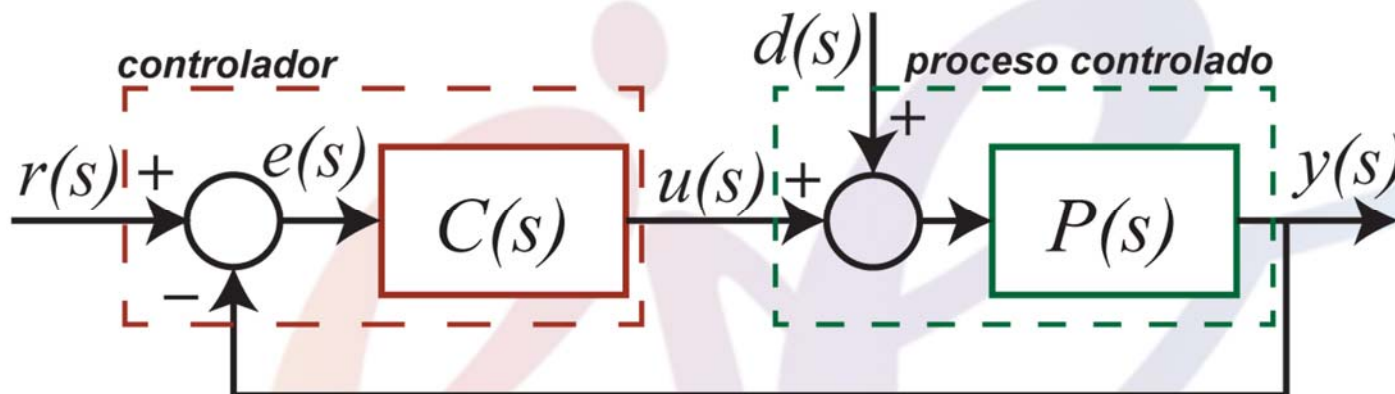
# Sistema de Control Realimentado

- Funcionamiento del Lazo de Control:  $M_{yd}(s) = \frac{P(s)}{1 + C(s)P(s)}$
- Regulador: Se desea eliminar el efecto de las perturbaciones.



# Sistemas de Control Realimentado

- Función de Transferencia para el Diagrama de Bloques:



$$y(s) = \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)} r(s) + \frac{P(s)}{1 + C(s)P(s)} d(s)$$

$$y(s) = M_{yr}(s)r(s) + M_{yd}(s)d(s)$$

Ecuación característica

$$1 + L(s) = 0$$

- Polinomio Característico:  $p(s) = 1 + C(s)P(s) = 1 + L(s)$
- FT de **lazo abierto** (FTLA):  $L(s) = C(s)P(s)$



# Sistemas de Control Realimentado

- FT de la **Salida del controlador** ante un cambio en  $r(t)$ :  
funcionamiento como servo control (Servomecanismo,  $d(s)=0$ ):

$$M_{ur} = \frac{C(s)}{1 + C(s)P(s)}$$

- FT de la **Salida del controlador** ante un cambio en  $d(t)$ :  
funcionamiento como control regulatorio (Regulador,  $r(s)=0$ ):

$$M_{ud} = \frac{-C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)}$$

ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA  
UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

# Funciones de Sensibilidad

- Los modelos de sistemas reales son **variantes con el tiempo** y tienen algún tipo de parámetro distribuido.
- No se puede considerar que los parámetros de un sistema de control son completamente **estacionarios** durante la vida de operación del sistema. Ej, Resistencia eléctrica varía según la temperatura de operación del sistema.
- Se busca que el sistema de control sea **Insensible** a la variación de los parámetros del sistema controlado pero que sea **Sensible** a los comandos de entrada.
- La sensibilidad de **G** respecto a la variación en  $\alpha$  es:

$$S_{\alpha}^G = \frac{\% \text{ cambio de } G}{\% \text{ cambio de } \alpha} = \frac{\partial G / G}{\partial \alpha / \alpha} = \frac{\alpha}{G} \frac{\partial G}{\partial \alpha}$$

**Función de  
Sensibilidad**

# Funciones de Sensibilidad

## ► Sensibilidad a Lazo Abierto:



► FTLA:  $L(s) = C(s)P(s)$

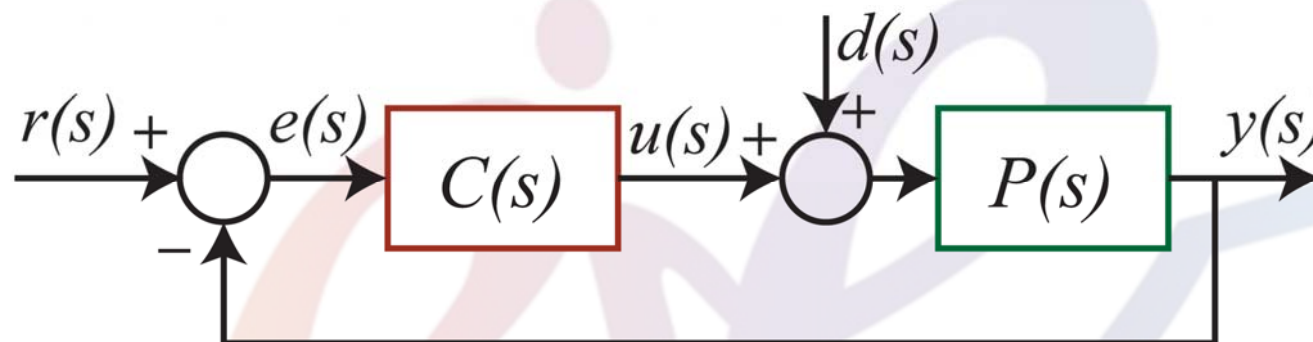
► Función de sensibilidad: La sensibilidad de la FTLA respecto a la variación en  $P(s)$  es:

$$S_P^L = \frac{\partial L / L}{\partial P / P} = \frac{P}{L} \frac{\partial L}{\partial P}$$

$$\Rightarrow S_P^L = \frac{P(s)}{C(s)P(s)} C(s) = 1$$

# Funciones de Sensibilidad

## ► Sensibilidad a Lazo Cerrado:



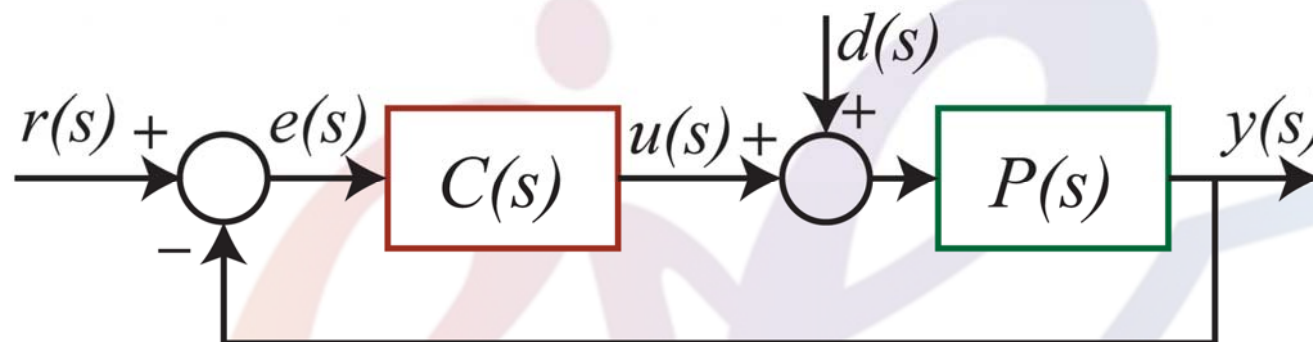
► FTLC:  $M_{yr}(s) = \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)}$

► Función de sensibilidad: La sensibilidad de la FTLC respecto a la variación en  $P(s)$  es:

$$S_P^{M_{yr}} = \frac{P}{M_{yr}} \frac{\partial M_{yr}}{\partial P} \Rightarrow S_P^{M_{yr}} = S(s) = \frac{1}{1 + C(s)P(s)} < 1$$

# Funciones de Sensibilidad

## ► Sensibilidad a Lazo Cerrado:



► Función de sensibilidad:  $S(s) = \frac{1}{1 + C(s)P(s)}$

► Función de sensibilidad complementaria:

$$T(s) = \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)}$$

$$S(s) + T(s) = 1$$





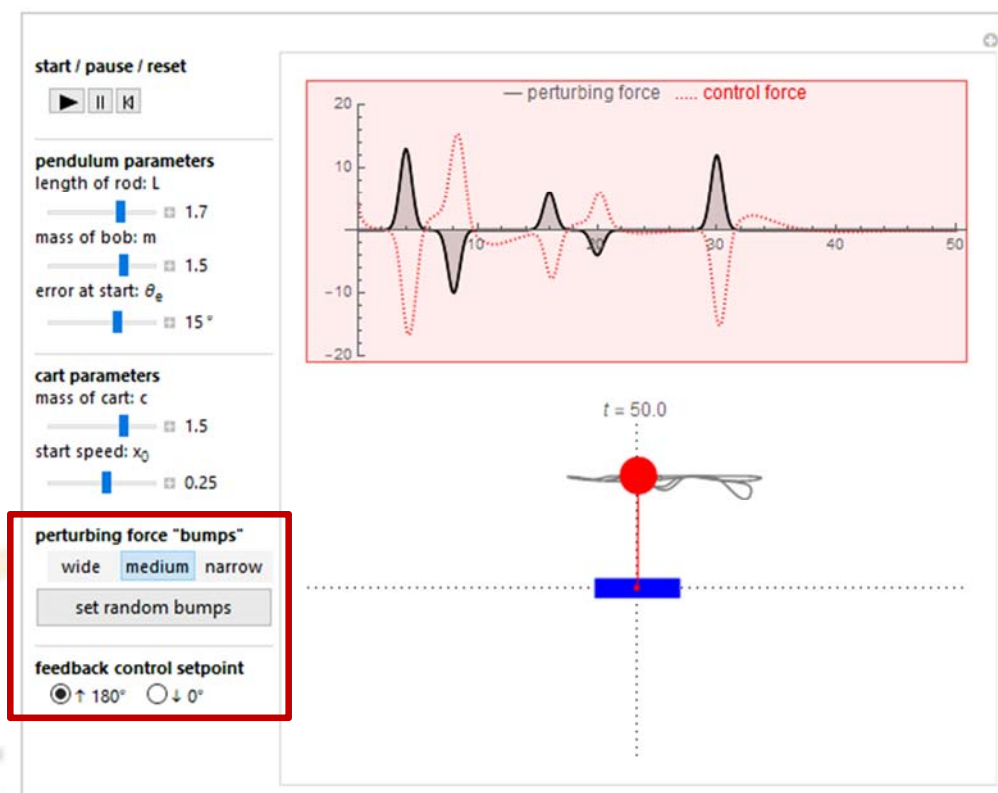
# Funciones de Sensibilidad

- En un sistema en ***lazo abierto*** la sensibilidad de la FTLA respecto a la variación en un parámetro del sistema es ***grande***. El sistema responderá de forma **uno a uno** a esta variación.
- En un sistema en ***lazo cerrado***, la sensibilidad de la FTLC respecto a la variación de un parámetro en el sistema es ***pequeña*** en la mayoría de los casos.
- Se debe observar la variación de las magnitudes de  **$C(s)P(s)$**  respecto a la variación de la frecuencia. En algunas frecuencias esta magnitud puede ser menor a uno por lo que la realimentación podría ser dañina a la sensibilidad de la variación de los parámetros.

# Ejemplo Regulación ante perturbaciones

## Simulador sistema péndulo invertido (E. Mahieu)

### Automatic Feedback Control of a Pendulum-and-Cart System



- Descargar en:

<http://demonstrations.wolfram.com/AutomaticFeedbackControlOfAPendulumAndCartSystem/>

- Debe tener instalado Matemática para poder ejecutarlo, seguir las siguientes instrucciones para utilizar la licencia campus UCR: <http://www.emate.ucr.ac.cr/LICENCIAS-WOLFRAM>