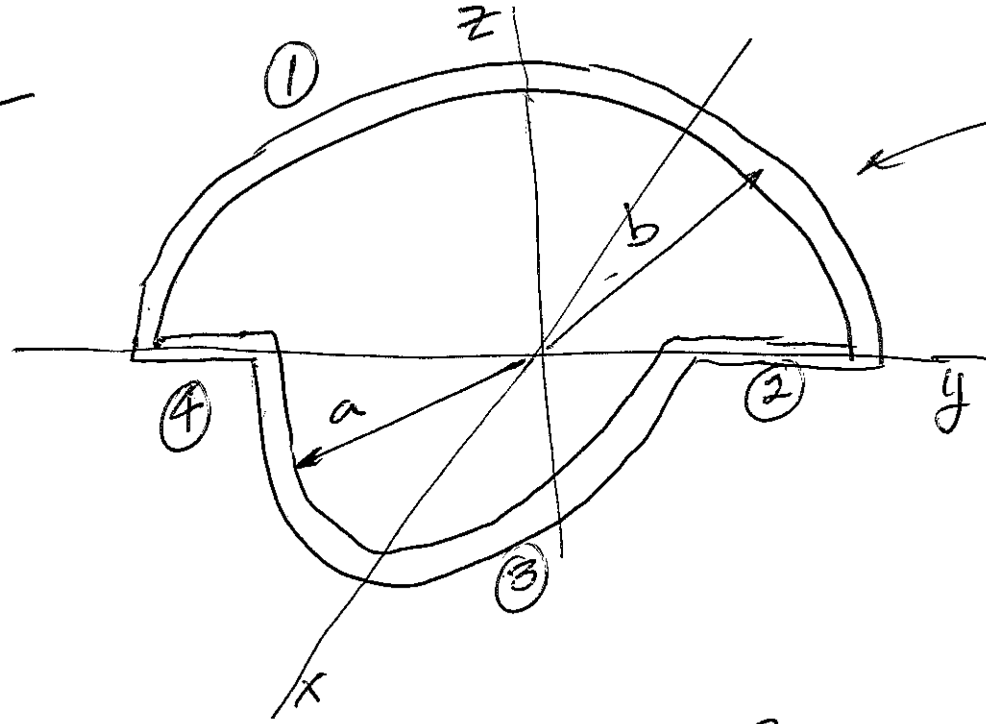
#1



a) Densidad de carga ρ_L

$$\rho_L = \frac{Q}{l} = \frac{Q}{\pi(a+b)+(b-a)\cdot 2} = \frac{2\mu C}{\pi(1+0.5)+2(1-0.5)}$$

$$\rho_L = \frac{2\mu C}{5.7124\,m} = 0.350\,\mu C/m$$

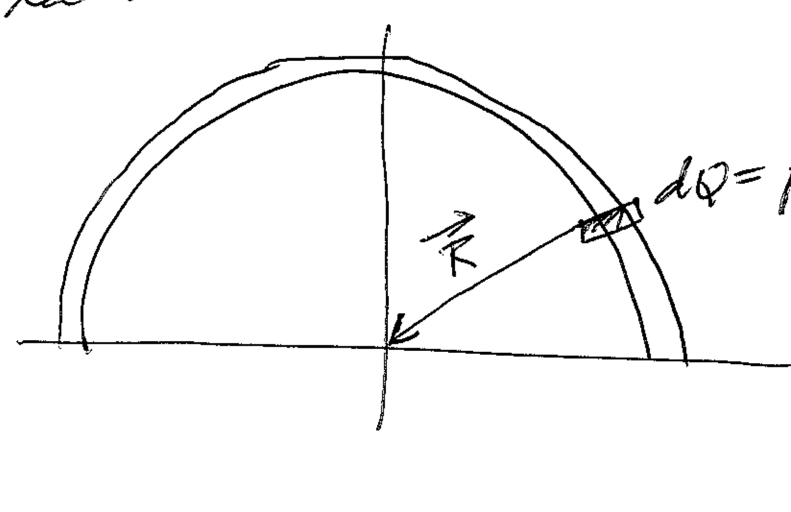
b) Las secciones 2 y 4 no aportan potencial en el origen, solamente las secciones 1 y 3

Tomando la sección 1, se tiene:

$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r_i}$

$\vec{r} = 0$

$\vec{r_i} = b\,\vec{a_\rho}$



$$|\vec{R}| = |\vec{r} - \vec{r}'| = b$$

se tiene que:

$$dV = \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}'|} = \frac{\rho_L \cancel{b}\, d\phi}{4\pi\varepsilon_0 \cancel{b}}$$

$$V = \int_{\phi=0}^{\pi} \frac{\rho_L\, d\phi}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{\rho_L}{4\varepsilon_0}$$

¡valor constante!

Haciendo lo mismo para la sección 3 se suman los potenciales:

$$V_T = V_1 + V_2 = \frac{\rho_L}{4\varepsilon_0} + \frac{\rho_L}{4\varepsilon_0} = \frac{\rho_L}{2\varepsilon_0} =$$

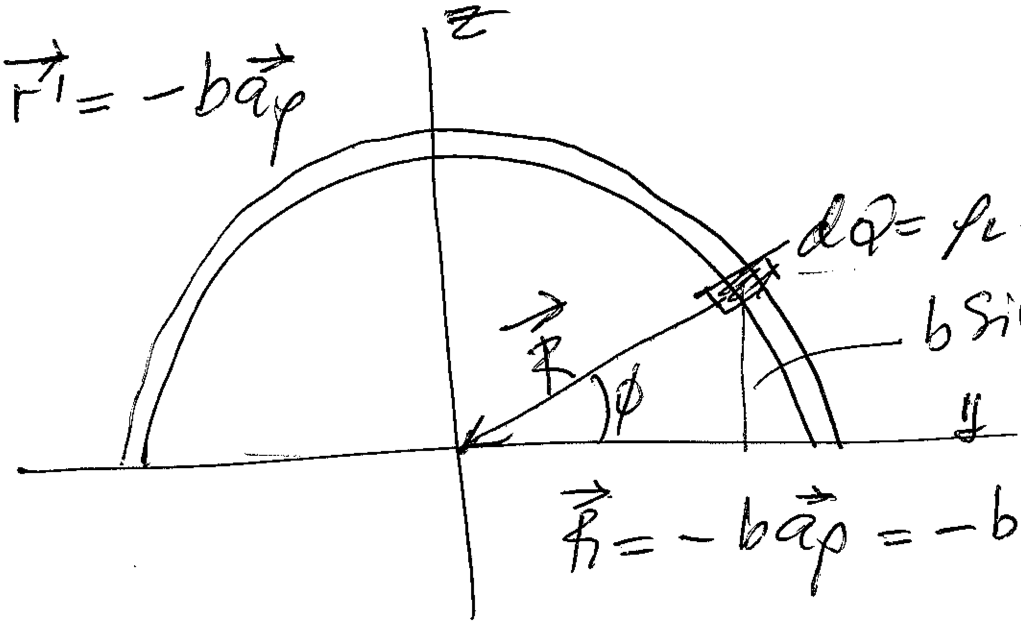
$$V_T = \frac{0{,}350 \cdot 10^{-6}}{2(10^{-9}/36\pi)} = 19{,}792\ V$$

$$= 19{,}79\ kV$$

c) Igualmente en el caso b, el campo de las secciones rectas se cancelan, es decir las secciones ② y ④ se cancelan por simetría.

Se calcula $\vec{D}$ para la sección ①.

$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}' = -b\vec{a}_\rho$



$\vec{R} = -b\vec{a}_\rho = -b\cos\phi\,\vec{a}_x - b\sin\phi\,\vec{a}_z$

$$d\vec{D}_1 = \frac{dQ}{4\pi|\vec{r}-\vec{r}'|^3}(\vec{r}-\vec{r}') =$$

$$d\vec{D}_1 = \frac{\rho_L b\,d\phi\,(-b\cos\phi\,\vec{a}_x - b\sin\phi\,\vec{a}_z)}{(b^2\cos^2\phi + b^2\sin^2\phi)^{3/2}\cdot 4\pi}$$

Las componentes en y se cancelan por simetría!

$$d\vec{D}_1 = \frac{-\rho_L \cancel{b^2} \sin\phi \, \vec{a}_z \, d\phi}{4\pi \cancel{b^3}} = \frac{-\rho_L \sin\phi \, d\phi}{4\pi b} \vec{a}_z$$

$$\vec{D}_1 = \frac{-\rho_L}{4\pi b} \int_{\phi=0}^{\pi} \sin\phi \, d\phi \, \vec{a}_z =$$

$$\vec{D}_1 = \frac{-\rho_L}{\cancel{4}\pi b} \cdot 2 \, \vec{a}_z = \frac{-\rho_L}{2\pi b} \vec{a}_z$$

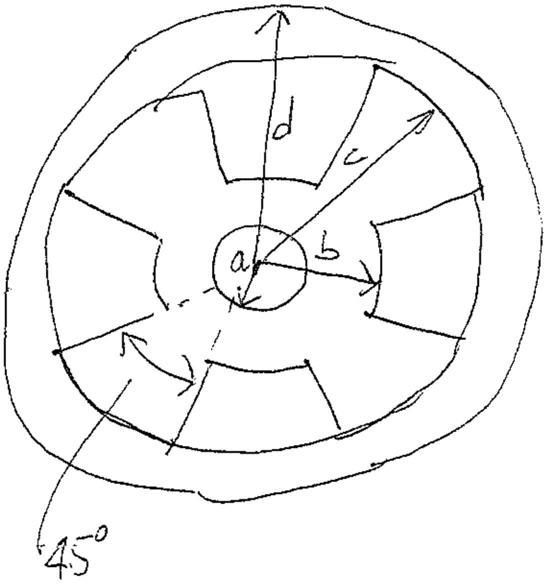
En forma similar:

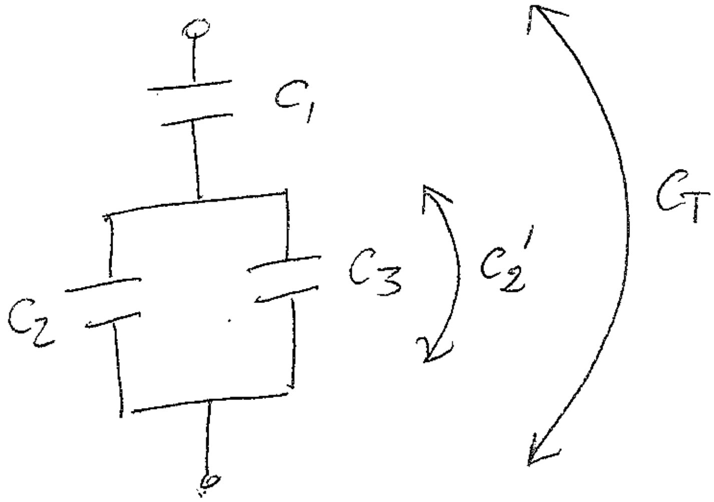
$$\vec{D}_3 = \frac{-\rho_L}{2\pi a} \vec{a}_x$$

$$\vec{D}_T = \vec{D}_1 + \vec{D}_3 = \frac{-\rho_L}{2\pi b} \vec{a}_z - \frac{\rho_L}{2\pi a} \vec{a}_x =$$

$$\vec{D}_T = -55{,}70 \, \frac{nC}{m^2} \cdot (\vec{a}_z + 2 \vec{a}_x)$$

#2





a) De la formula $C = \frac{2\pi \varepsilon L}{\ln(b/a)}$

$$C_1 = \frac{2\pi \varepsilon L}{\ln(b/a)} \; ; \; C_2 = \frac{\pi \varepsilon_0 L}{\ln(c/b)} \; ; \; C_3 = \frac{\pi \varepsilon L}{\ln(c/b)}$$

$$C_2' = C_2 + C_3 = \frac{\pi \varepsilon_0 L}{\ln(c/b)} + \frac{\pi \varepsilon L}{\ln(c/b)} = \frac{(\varepsilon_r + 1)\varepsilon_0 \pi L}{\ln(c/b)}$$

$$C_T = \frac{C_1 \cdot C_2'}{C_1 + C_2'} = \frac{\frac{2\pi \varepsilon_r \varepsilon_0 L}{\ln(b/a)} * \frac{(\varepsilon_r + 1)\varepsilon_0 \pi L}{\ln(c/b)}}{\frac{2\pi \varepsilon_r \varepsilon_0 L}{\ln(b/a)} + \frac{(\varepsilon_r + 1)\varepsilon_0 \pi L}{\ln(c/b)}} =$$

$$\frac{2\pi \varepsilon_r \varepsilon_0 L \, (\varepsilon_r + 1)\cancel{\varepsilon_0}\cancel{\pi}\cancel{L}}{2\cancel{\pi} \varepsilon_r \cancel{\varepsilon_0} \cancel{L} \ln(c/b) + (\varepsilon_r + 1)\cancel{\varepsilon_0}\cancel{\pi}\cancel{L} \ln(b/a)} =$$

$$\frac{2\pi \, \varepsilon_r (\varepsilon_r + 1) \varepsilon_0 L}{2\varepsilon_r \ln(c/b) + (\varepsilon_r + 1) \ln(b/a)}$$

Como $c = 2b = 4a$

$$C_T = \frac{2\pi \varepsilon_r (\varepsilon_r + 1)\varepsilon_0 L}{2\varepsilon_r \ln(c/b) + (\varepsilon_r + 1)\ln(b/a)} =$$

$$C_T = \frac{2\pi \varepsilon_r (\varepsilon_r + 1)\varepsilon_0 L}{2\varepsilon_r \ln(2) + (\varepsilon_r + 1)\ln(2)} =$$

$$\boxed{C_T = \frac{2\pi \varepsilon_r (\varepsilon_r + 1)\varepsilon_0 L}{(3\varepsilon_r + 1)\ln(2)}}$$

b) La energía electrostática del capacitor

$$W_E = \frac{1}{2} C V_0^2$$

Como $\varepsilon_r = \sqrt{2} + 1$

$$C = \frac{2\pi(\sqrt{2}+1)((\sqrt{2}+1)+1)\varepsilon_0 L}{[3(\sqrt{2}+1)+1]\ln 2} =$$

$$C = \frac{2\pi \varepsilon_0 L}{\ln(2)}$$

$$W_E = \frac{1}{2} C V_0^2 = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}\pi \varepsilon_0 L}{\ln(2)} V_0^2 =$$

$$\boxed{W_E = \frac{\pi \varepsilon_0 L}{\ln(2)} V_0^2} = 4 \times 10^{-11} L V_0^2 \text{ J} = 40.07 L V_0^2 \text{ pJ}$$