

IE-0431 Sistemas de Control

Diseño de controladores PID mediante el lugar geométrico de las raíces para el servo control

Leonardo Marín Paniagua, Ph.D.

leonardo.marin@ucr.ac.cr



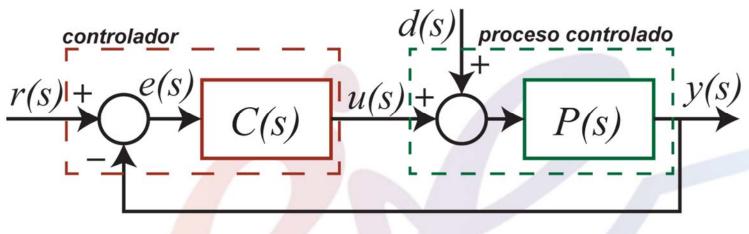
2018

EIE

Escuela de

Ingeniería Eléctrica





$$y(s) = \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)}r(s)$$

Para el Sistema Realimentado actuando como Servomecanismo, se supondrá en la mayoría de los casos que la respuesta ante un cambio escalón en la referencia es igual a la de un sistema de Segundo Orden Subamortiguado:

$$\frac{y(s)}{r(s)} = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$



 Se desea que la respuesta del sistema ante un cambio en la referencia cumpla con diversas especificaciones del desempeño en el dominio del tiempo:

Aproximación de la FTLC: $\frac{y(s)}{r(s)} = \frac{r_{yr}\omega_n}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$

Sistema Subamortiguado

Sobrepaso:

$$M_{pn\%} = 100e^{\sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$M_{pn\%} \leq M_{pn\%,MAX} \Longrightarrow \zeta \geq \zeta_{MIN}$$

Tiempo al pico:

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} = \frac{\pi}{\omega_a}$$

Tiempo de Asentamiento:

$$t_{a5\%} = \frac{3}{\zeta \omega_n} t_{a2\%} = \frac{4}{\zeta \omega_n}$$

$$t_{a\%} \le t_{a\%,\text{MAX}} \Rightarrow \zeta \omega_n \ge (\zeta \omega_n)_{\text{MIN}}$$

Error permanente entrada escalón:

$$e_{pr0} = \frac{1}{1+K_0}, K_0 = \lim_{s\to 0} L(s)$$



 Se desea que la respuesta del sistema ante un cambio en la referencia cumpla con diversas especificaciones del desempeño en el dominio del tiempo:

Aproximación de la FTLC: $\frac{y(s)}{r(s)} = \frac{K_{yr}}{(T_c s + 1)^2}, \zeta = 1$

Sistema críticamente amortiguado

Sobrepaso: $M_{pn\%} = 0$

Tiempo de Asentamiento:

$$t_{a5\%} = 4,74T_c$$

$$t_{a2\%} = 5,83T_c$$

Tiempo levantamiento: $t_l = 3,36T_c$

Tiempo retardo: $t_r = 1,68T_c$

ERSIDAD DE COSTA

Error permanente entrada escalón:

$$e_{pr0} = \frac{1}{1+K_0}, K_0 = \lim_{s\to 0} L(s)$$



 Se desea que la respuesta del sistema ante un cambio en la referencia cumpla con diversas especificaciones del desempeño en el dominio del tiempo:

Aproximación de la FTLC:

$$\frac{y(s)}{r(s)} = \frac{K_{yr}}{T_c s + 1}$$
 Sistema primer orden

Sobrepaso: $M_{pn\%} = 0$

Tiempo levantamiento: $t_l = 2,2T_c$

Tiempo de Asentamiento:

$$t_{a5\%} = 3T_c$$

$$t_{a2\%} = 4T_c$$

Error permanente entrada escalón:

$$e_{pr0} = \frac{1}{1+K_0}, K_0 = \lim_{s\to 0} L(s)$$

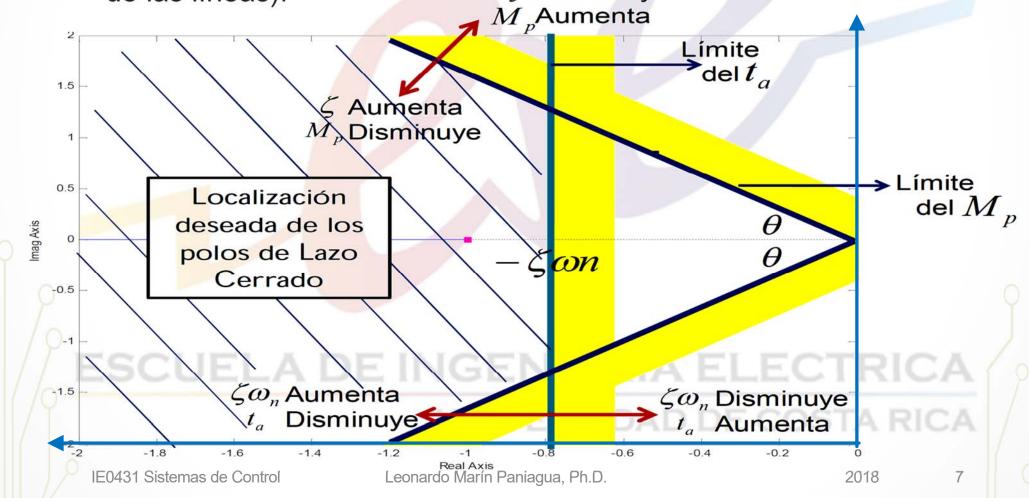
ERSIDAD DE COSTA I



- Procedimiento General: A partir de las <u>especificaciones requeridas</u> en el dominio del tiempo de la respuesta del sistema de control realimentado, se determinan los parámetros necesarios del controlador para obtener la respuesta deseada según el modelo *P(s)* a controlar.
- Pasos requeridos:
 - 1. Obtener el LGR del modelo del proceso a controlar.
 - 2. A partir de las especificaciones en el dominio del tiempo:
 - a) Determinar la M_{yr} deseada del sistema realimentado (junto con $p_c(s)$).
 - b) Delimitar el área en donde se deben localizar los polos de lazo cerrado para obtener la respuesta deseada:
 - Obtener rectas del sobrepaso: A partir del $M_{pn\%}$ obtener ζ y el ángulo $\theta = ACOS(\zeta)$. \rightarrow 2 rectas con ángulo $\pm \theta$.
 - Obtener las rectas del tiempo de asentamiento: A partir del $t_{a\%}$ obtener $\zeta \omega_n \to 1$ recta en $-\zeta \omega_n$.



3. Determinar el tipo y los parámetros del controlador de la familia PID de forma que los polos de lazo cerrado estén ubicados en el área delimitada por las rectas obtenidas (zona izquierda de la intersección de las líneas).





Especificaciones
Temporales $M_{p\%}$, t_a , e_p

Dibujo LGR

- Factibilidad de Soluciones
- Cumplimiento de especificaciones

Diseño LGR $\zeta \Rightarrow \theta,$ ω_n

Suponer *C(s)* obtener *p.c.* del sistema

 M_{yr} Deseada => p.c. objetivo