	<p>Universidad de Costa Rica Escuela de Ingeniería Eléctrica</p>	<p>EIE Escuela de Ingeniería Eléctrica</p>
<p>IE0431: Sistemas de Control</p>		<p>I-2017</p>

Nombre: _____ Carné: _____ Grupo: _____

EXAMEN FINAL

Prof. Leonardo Marín Paniagua
Prof. Ramón Vilanova Arbós
Prof. Helber Meneses Navarro

Tiempo máximo: 3 horas

Instrucciones generales:

- Entregue el enunciado completo al finalizar el examen.
 - Cada problema debe resolverse por separado en hojas aparte.
 - Cada hoja de examen debe estar identificada en la parte superior derecha, con el nombre completo, número de carné y número de grupo en el que está matriculado.
 - Los problemas deben resolverse en forma ordenada, indicando y justificando debidamente, todos los pasos intermedios para la solución.
 - Todos los cálculos deberán realizarse considerando dos decimales.
 - No se permite el uso de calculadora programable.
 - Se supondrá que la calculadora debe resolver polinomios de a lo más, tercer orden.
 - El examen debe realizarse con bolígrafo azul o negro. Si se hace a lápiz, no se aceptarán reclamos sobre el mismo.
1. Para un sistema de control realimentado simple con realimentación unitaria, se tiene un proceso cuya función de transferencia es $P_1(s) = \frac{(-s+1)}{s(0.25s+1)}$ (la unidad de tiempo es el segundo), la cual se desea controlar con un controlador proporcional con ganancia K_p .
- (0.3 puntos) Determine la acción del controlador requerida para este sistema.
 - (1.0 puntos) Determine si el sistema de control es estable o no para todo valor de K_p , empleando el criterio de estabilidad de Nyquist. Además, dibuje por separado el diagrama de Nyquist para valores bajos de K , del correspondiente a los valores altos si correspondiera.
 - (0.7 puntos) Dibuje un bosquejo del lugar geométrico de las raíces del sistema, indicando explícitamente el resultado de la regla N°8. Determine además el rango de valores de K_p para estabilidad.
 - (1.0 puntos) Sintonicé el controlador para obtener una respuesta del sistema de control a un cambio tipo escalón en el valor deseado con un error permanente $e_{pro} = 0$, con un sobrepaso máximo $M_{p\%} = 0\%$ o bien $M_{p\%} = 4.33\%$ y con el menor tiempo de asentamiento $t_{a2\%}$ posible. Justifique adecuadamente su respuesta e indique los valores de las especificaciones de diseño para todos los casos considerados. Suponga que el cero del cero fase no mínima no afecta considerablemente el resultado de las ecuaciones de las especificaciones de diseño. Además, el diseño no se considerará como válido en caso de no presentar el bosquejo del LGR correspondiente (punto 1.3).



2. Se tiene el proceso mostrado en la figura 2 y se desea controlar tanto la temperatura (T) de la mezcla en el tanque como el nivel (L) del mismo. Los modelos obtenidos para el proceso en las condiciones de operación deseadas son:

$$y_L(s) = \frac{0.2e^{-0.5s}}{s+1} u_c(s) + \frac{2}{5s+1} u_f(s)$$

$$y_T(s) = \frac{4e^{-2.5s}}{(5s+1)(10s+1)} u_c(s) + \frac{0.4e^{-0.5s}}{5s+1} u_f(s)$$

Donde $y_L(s)$ representa la señal realimentada del nivel del tanque, $y_T(s)$ representa la señal realimentada de la temperatura de la mezcla, $u_c(s)$ la señal de control que manipula el caudal de líquido caliente y $u_f(s)$ la señal de control que manipula el caudal de líquido frío. Las constantes de tiempo de los modelos se encuentran en minutos.

Las condiciones operativas del proceso requieren que el nivel del tanque se mantenga constante, mientras la temperatura de la mezcla se puede variar tres veces al día según la consistencia de la sustancia deseada.

- 2.1 (0.5 puntos) Determine cuál variable manipulada se debe utilizar para controlar el nivel del tanque y cuál para controlar la temperatura. Justifique su respuesta.
- 2.2 (1.5 punto) Desarrolle la síntesis analítica general que sea adecuada para controlar el nivel del tanque, si se desea que la respuesta a lazo cerrado sea sin oscilaciones, y que el controlador cuente con el menor número de parámetros posible. Los parámetros deberán ser normalizados.
Aplique la síntesis anterior para determinar los parámetros del controlador considerando que $\tau_c = 1$ para lograr un buen compromiso entre el desempeño y la robustez del lazo de control.
- 2.3 (1 punto) Aplique una regla de sintonización adecuada para determinar los parámetros de un controlador de la familia PID, con el fin de controlar la temperatura de la mezcla en el tanque. Justifique la elección del método de sintonización utilizado.

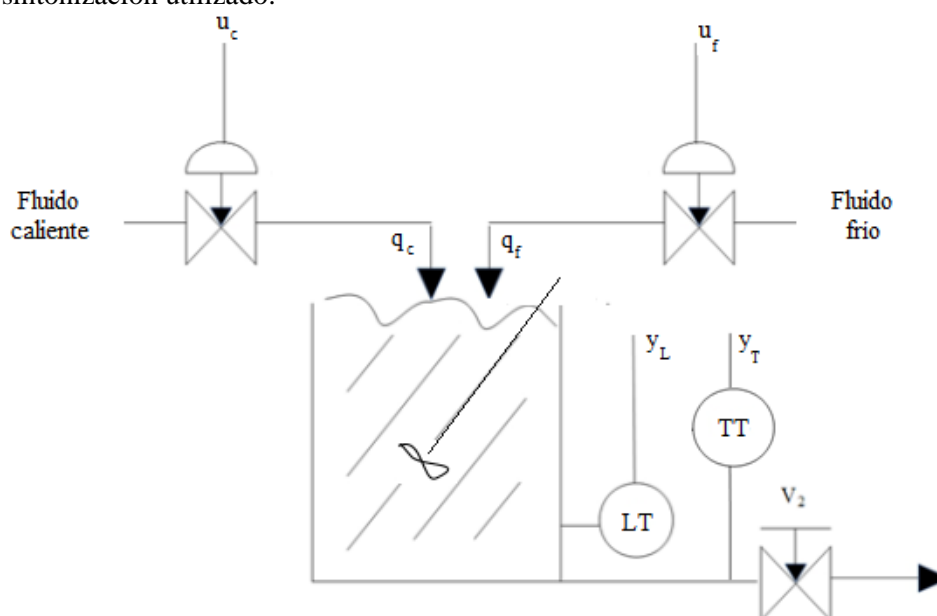


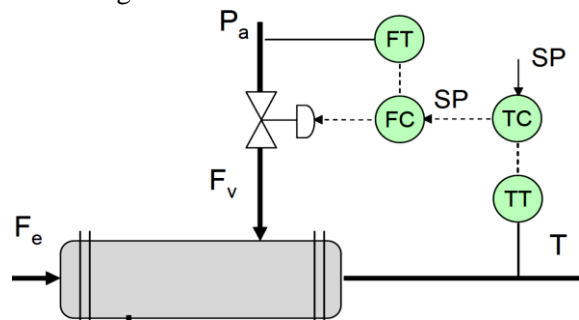
Figura 2: Sistema de control de nivel y temperatura

3. (4.0 puntos) Selección única: analice con detenimiento las siguientes preguntas, e indique la letra que corresponde a la respuesta correcta, a la derecha de cada número de pregunta, en la siguiente tabla resumen:

Pregunta	Respuesta	Pregunta	Respuesta	Pregunta	Respuesta
3.1 (0.3 puntos)		3.6 (0.3 puntos)		3.11 (0.4 puntos)	
3.2 (0.3 puntos)		3.7 (0.3 puntos)		3.12 (0.4 puntos)	
3.3 (0.3 puntos)		3.8 (0.3 puntos)			
3.4 (0.3 puntos)		3.9 (0.4 puntos)			
3.5 (0.3 puntos)		3.10 (0.4 puntos)			

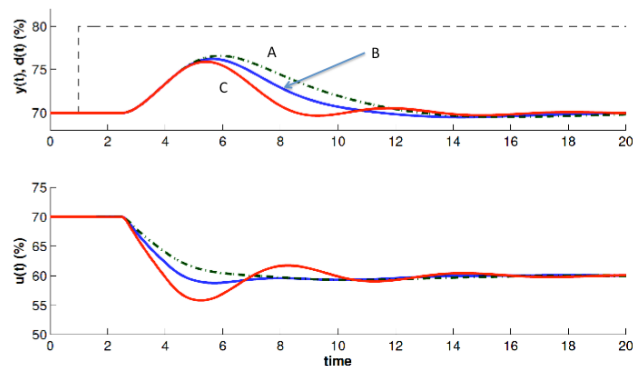
3.1. Considere el sistema de control en cascada que se muestra en la figura. Seleccione la forma adecuada de sintonizar los dos controladores FC y TC:

- FC servo / TC servo.
- FC servo / TC regulador.
- FC 2GdL.
- No puede saberse.



3.2. Considere las tres respuestas que se muestran en la figura. Estas corresponden al comportamiento en regulación de un controlador PID sintonizado para minimizar un criterio de desempeño integral tipo IAE, pero asegurando un cierto nivel de robustez. De acuerdo a este nivel de robustez se pide de clasificar las respuestas de la figura de mayor a menor robustez:

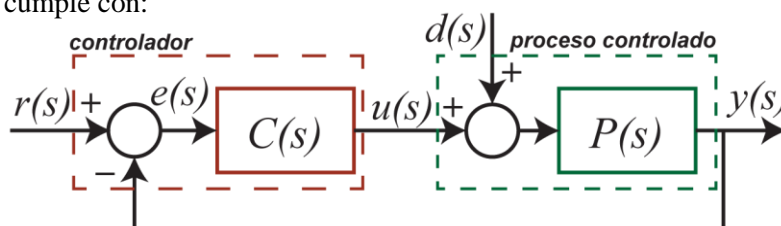
- A / B / C .
- C / B / A .
- No se puede determinar.
- Todos tienen la misma robustez, pero lo que es diferente es la magnitud de la perturbación.





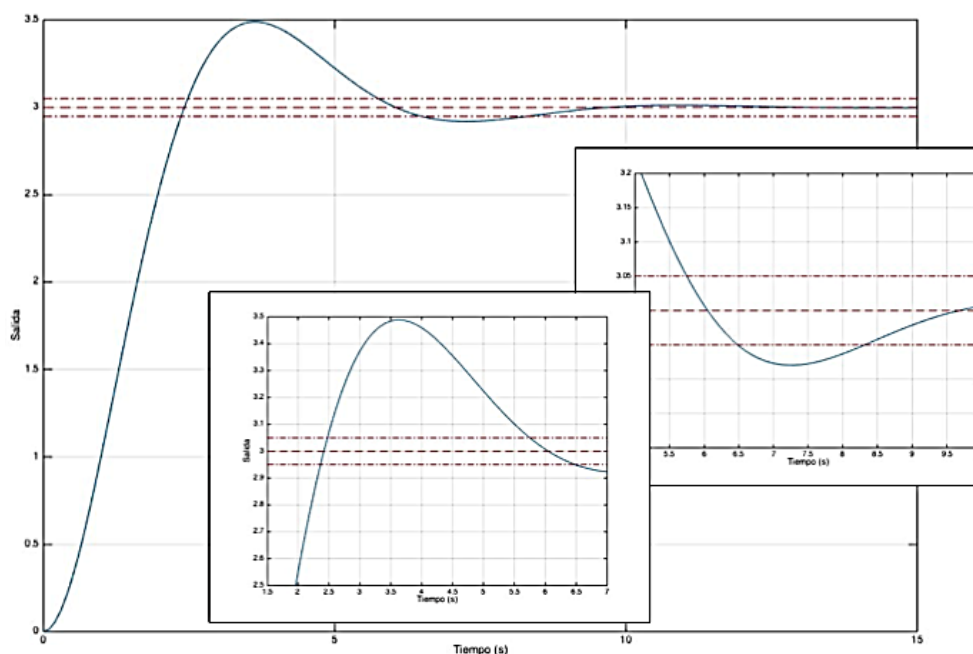
3.3. Considere el sistema de control realimentado de la figura, con un proceso $P(s)$ controlado mediante el controlador $C(s)$. Sabiendo que $P(s)=3/(s^2+s)$ y que $C(s)=(3s+1)/(5s+2)$, se puede asegurar que el error permanente ante señales de tipo escalón cumple con:

- $e_{pro}=0$ y $e_{pdo}=0$.
- $e_{pro}=0$ y $e_{pdo} \neq 0$.
- $e_{pro} \neq 0$ y $e_{pdo}=0$.
- $e_{pro} \neq 0$ y $e_{pdo} \neq 0$.



3.4. Como resultado de aplicar una entrada escalón unitario a un sistema $P(s)$ se obtiene la respuesta que se muestra en la figura ¿Cuál de los siguientes modelos sugeriría para este proceso?

- $P(s)=3/(s^2+3s+1)$.
- $P(s)=1/(s^2+s+1)$.
- $P(s)=1/(s^2+s+1/3)$.
- $P(s)=3/(s^2+s+1)$.



3.5. Considere las características que presenta un controlador PID ante una entrada escalón unitario cuando se realizan varias sintonizaciones que minimizan un criterio integral, tal como se muestra en la tabla.

Criterio	ζ_c	$M_{pn\%}$	$\omega_{nc} t_p$	$\omega_{nc} t_{a2}$
IAE	0.66	6.31	4.18	6.36
ITAE	0.75	2.85	4.75	5.77
ISE	0.50	16.0	3.63	8.11
ITSE	0.59	9.06	3.89	6.70

A partir de las características que se muestran para cada sintonización, se puede afirmar que:

- El ISE reacciona más rápido pero el transitorio tarda más en desaparecer.
- Los criterios que incluyen penalización mediante el tiempo llegan antes al estado estacionario.
- El mejor balance entre todas las características es el ITSE.
- Las respuestas a) y b) son ciertas.



3.6. Cuando se plantea la sintonización de un controlador de tipo PI /PID, se puede seleccionar una regla de sintonización que considere sólo el desempeño, o que contemple consideraciones de robustez. En relación a estas dos posibilidades:

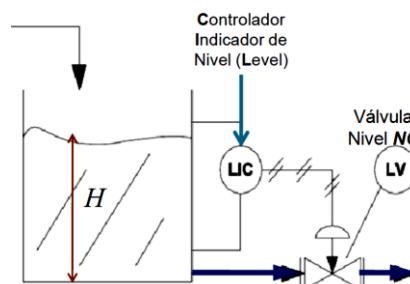
- Introducir robustez suele implicar una pérdida de desempeño, por lo tanto, no es aconsejable.
- Con un controlador de dos grados de libertad, podemos primero asegurar la robustez y luego mejorar el desempeño.
- La incorporación de robustez degradará en mayor medida el desempeño para una sintonía del servocontrol que para una sintonía de regulación.
- Ninguna de las anteriores.

3.7. Considere el diseño de un controlador PI utilizando la metodología IMC, para el sistema $P(s)=K/(Ts+1)$ funcionando como servocontrol:

- El controlador **PI** resultante es $K_p K=1/(\tau_f)$ y $T_i=T$.
- La estabilidad relativa del sistema de control es independiente del valor de τ_f escogido.
- A pesar de que ajustemos τ_f para que la respuesta ante un cambio escalón en el valor deseado sea de un 20% de la velocidad en lazo abierto, ante la presencia de una perturbación la respuesta continuará teniendo una constante de tiempo igual a la del lazo abierto.
- Todas las anteriores son ciertas.

3.8. Disponemos del sistema de control de nivel mostrado en la figura. El sistema debe mantener el nivel del tanque (H) de manera que se encuentre en el valor deseado. El nivel en el tanque se controla al aumentar o disminuir el caudal de salida, esto al abrir o cerrar la válvula LV . Respecto a la acción del controlador:


- No podemos definirla hasta que no se decida que controlador utilizar.
- La acción debe ser directa (-1).
- La acción debe ser directa (+1).
- La acción debe ser inversa (+1).
- La acción debe ser inversa (-1).
- Si el controlador es un PI no importa puesto que la acción integral corregirá igualmente el error en estado estacionario.



3.9. Para el sistema de control realimentado basado un controlador PI se realizaron diversas pruebas al variar un 20% sus parámetros. Los resultados de estas pruebas se resumen en la tabla siguiente que muestra la variación de la robustez.

Prueba Realizada	T_i Nom $K_p + 20\%$	T_i Nom $K_p - 20\%$	$T_i + 20\%$ K_p Nom	$T_i - 20\%$ K_p Nom	$T_i + 20\%$ $K_p + 20\%$	$T_i - 20\%$ $K_p - 20\%$	$T_i + 20\%$ $K_p - 20\%$	$T_i - 20\%$ $K_p + 20\%$
M_s	3.319	2.234	2.136	4.110	2.448	3.063	1.864	5.830

- Las pruebas no son correctas puesto que no puede ser que la robustez alcance un valor de 5.830.
- A partir de la información que nos proporciona la tabla, podemos deducir que el controlador PI está sintonizado con unas ganancias bastante elevadas.
- Sabiendo que el índice de fragilidad es de 1.1501, podemos deducir que la robustez nominal es de $M_s=2.712$.
- b) y c) son ciertas.

	<p>Universidad de Costa Rica Escuela de Ingeniería Eléctrica</p>	<p>EIE Escuela de Ingeniería Eléctrica</p>
<p>IE0431: Sistemas de Control</p>		<p>I-2017</p>

- 3.10. Para un sistema de control basado en un controlador PI se realizaron diversas pruebas al variar un 20% sus parámetros. Los resultados de estas pruebas se resumen en la tabla siguiente que muestra la variación del desempeño. A partir de la información suministrada, podemos decir que:

Variación del desempeño: IAE nominal = 3.442

Prueba Realizada	Ti Nom Kp +20%	Ti Nom Kp -20%	Ti +20% Kp Nom	Ti -20% Kp Nom	Ti +20% Kp +20%	Ti - 20% Kp -20%	Ti + 20% Kp -20%	Ti - 20% Kp +20%
IAE	3.934	3.107	2.807	5.146	2.995	4.060	2.698	7.112

- El controlador es frágil en el desempeño.
 - El desempeño es más sensible a ajustes del término integral que a ajustes del término proporcional.
 - La fragilidad paramétrica del desempeño al tiempo integral es de 0.4951.
 - a) y c) son ciertas.
- 3.11. Para el diseño del sistema de control de velocidad de un auto, se ha obtenido el modelo que nos relaciona la abertura del obturador del combustible con el cambio de velocidad del auto. Este modelo viene representado por la función de transferencia $P_o(s)$ siguiente:

$$P_o(s) = \frac{1.2e^{-1.5s}}{(2s+1)(s+1)} \text{ (la unidad de tiempo es el segundo)}$$

Si el método de diseño que queremos aplicar es el uSORT y teniendo en cuenta las siguientes condiciones de operación usual de este lazo de control:

- El controlador debe funcionar de manera aceptable para vehículos con cargas de pasajeros diferentes.
- El modelo es una aproximación no contrastada del sistema.
- Pueda mantener la velocidad de cruce a pesar de características variables en el perfil de la carretera.
- El sistema funcione para diferentes velocidades de cruce.
- EL sistema sea capaz de reaccionar de manera eficiente ante pendientes y ráfagas de viento

A partir de la descripción anterior, respecto a la sintonía de un controlador PI:

- El método uSORT no es apropiado. Sería mejor un método que optimizara un índice de desempeño IAE,
 - Una sintonía apropiada es: $K_p=0.613$, $T_i=3.743 \text{ seg}$.
 - Una sintonía apropiada es: $K_p=0.590$, $T_i=3.421 \text{ seg}$.
 - Una sintonía apropiada es: $K_p=0.838$, $T_i=3.743 \text{ seg}$.
- 3.12. Respecto al planteamiento de diseño basado en uSORT del ejemplo anterior (3.11), pruebas experimentales realizadas a posteriori, nos indican que el modelo $P_o(s)$ resulta bastante exacto y preciso. Por tanto, se nos plantea reajustar el controlador diseñado con anterioridad, de la manera más sencilla posible, para poder obtener mejor desempeño:
- Hay que volver a obtener los parámetros del controlador ya que los antiguos no sirven.
 - Con uSORT el desempeño no es una prioridad, con lo que no vale la pena un reajuste. No se ganaría en desempeño.
 - Tan sólo sería necesario reajustar la ganancia proporcional, dejando intacto el término integral.
 - Ninguna de las anteriores es cierta.



- **Identificación de modelos a partir de la curva de reacción:**

$$P_1(s) = \frac{K e^{-Ls}}{Ts+1} \quad K = \Delta y / \Delta u, \quad T = 0,9102(t_{75} - t_{25}), \quad L = 1,2620 t_{25} - 0,2620 t_{75}$$

$$P_2(s) = \frac{K e^{-Ls}}{(T's+1)^2} \quad K = \Delta y / \Delta u, \quad T' = 0,5776(t_{75} - t_{25}), \quad L' = 1,5552 t_{25} - 0,5552 t_{75}$$

- **Identificación de modelos a partir de la información crítica**

$$\text{Primer orden más tiempo muerto: } T = \frac{T_u}{2\pi} \sqrt{(K_{pu}K)^2 - 1}, \quad L = \frac{T_u}{2\pi} \left[\pi - \tan^{-1} \left(\frac{2\pi T}{T_u} \right) \right]$$

$$\text{Polo doble más tiempo muerto: } T' = \frac{T_u}{2\pi} \sqrt{K_{pu}K - 1}, \quad L' = \frac{T_u}{2\pi} \left[\pi - 2 \tan^{-1} \left(\frac{2\pi T'}{T_u} \right) \right]$$

REGLAS DE SINTONIZACIÓN

- El método de Méndez y Rímolo, que utiliza un controlador PI y optimiza el desempeño del lazo de control a la entrada que considere más importante. Los parámetros del controlador se calculan como:

$$\kappa_p = K_p K = a_0 + a_1 \tau_o^{a_2}, \quad \tau_i = \frac{T_i}{T} = b_0 + b_1 \tau_o^{b_2}$$

en donde las constantes de las ecuaciones están dadas por el cuadro 1.

Cuadro 1: Parámetros para el método de Méndez y Rímolo

Constantes para servo control (Méndez y Rímolo)										
a=	IAE					ITAE				
	0,0	0,25	0,5	0,75	1,0	0	0,25	0,5	0,75	1
a_0	0,265	-0,035	0,013	-0,040	0,035	0,209	-0,148	-0,198	-0,299	-0,338
a_1	0,509	0,761	0,730	0,835	0,825	0,441	0,748	0,788	0,914	0,997
a_2	-1,042	-0,619	-0,616	-0,587	-0,618	-1,054	-0,475	-0,416	-0,372	-0,360
b_0	0,433	0,395	0,382	0,353	0,406	0,326	0,316	0,307	0,299	0,291
b_1	0,922	1,117	1,381	1,671	1,903	0,882	1,005	1,169	1,371	1,605
b_2	-0,017	-0,080	-0,114	-0,121	-0,134	-0,035	-0,033	-0,067	-0,076	-0,072

Constantes para control regulatorio (Méndez y Rímolo)										
a=	IAE					ITAE				
	0	0,25	0,5	0,75	1	0	0,25	0,5	0,75	1
a_0	0,124	0,250	0,225	0,190	0,184	0,114	0,179	0,212	0,191	0,225
a_1	0,886	0,658	0,731	0,868	0,994	0,758	0,598	0,592	0,648	0,718
a_2	-1,005	-0,991	-1,010	-0,999	-0,999	-1,012	-0,910	-0,952	-0,970	-0,978
b_0	-2,422	0,272	0,280	0,223	0,194	-1,997	0,276	0,248	0,202	0,239
b_1	3,855	1,341	1,627	2,013	2,358	3,273	1,161	1,437	1,691	1,938
b_2	0,780	0,087	-0,013	-0,022	-0,020	0,763	0,097	0,018	-0,007	-0,011

- El método uSORT₁ o uSORT₂, que utiliza un controlador PI o PI₂ para optimizar el desempeño del sistema de control a la entrada que considere más importante, considerando adicionalmente la robustez. En este caso, los parámetros del controlador se calculan como:

Control regulatorio

$$\kappa_p \doteq K_p K = a_0 + a_1 \tau_o^{a_2}$$

$$\tau_i \doteq \frac{T_i}{T} = b_0 + b_1 \tau_o^{b_2}$$

$$\tau_d \doteq \frac{T_d}{T} = c_0 + c_1 \tau_o^{c_2}$$

Servo control

$$\kappa_p \doteq K_p K = a_0 + a_1 \tau_o^{a_2}$$

$$\tau_i \doteq \frac{T_i}{T} = \frac{b_0 + b_1 \tau_o + b_2 \tau_o^2}{b_3 + \tau_o}$$

$$\tau_d \doteq \frac{T_d}{T} = c_0 + c_1 \tau_o^{c_2}$$

Factor de peso del valor deseado

$$\beta = d_0 + d_1 \tau_o^{d_2}$$



en donde las constantes de las ecuaciones están dadas por el cuadro 2.

Cuadro 2: Parámetros para los métodos uSORT₁ y uSORT₂

Controlador PI – Control regulatorio

Razón de constantes de tiempo del modelo a					
	0,0	0,25	0,50	0,75	1,0
Robustez de diseño $M_S^t = 2,0$					
a_0	0,265	0,077	0,023	-0,128	-0,244
a_1	0,603	0,739	0,821	1,035	1,226
a_2	-0,971	-0,663	-0,625	-0,555	-0,517
Robustez de diseño $M_S^t = 1,6$					
a_0	0,175	-0,009	-0,080	-0,247	-0,394
a_1	0,466	0,612	0,702	0,913	1,112
a_2	-0,911	-0,578	-0,522	-0,442	-0,397
b_0	-1,382	0,866	1,674	2,130	2,476
b_1	2,837	0,790	0,268	0,112	0,073
b_2	0,211	0,520	1,062	1,654	1,955

Controlador PI – Servo control

Razón de constantes de tiempo del modelo a					
	0,0	0,25	0,50	0,75	1,0
Robustez de diseño $M_S^t = 1,8$					
a_0	0,243	0,094	0,013	-0,075	-0,164
a_1	0,509	0,606	0,703	0,837	0,986
a_2	-1,063	-0,706	-0,621	-0,569	-0,531
Robustez de diseño $M_S^t = 1,6$					
a_0	0,209	0,057	-0,010	-0,130	-0,220
a_1	0,417	0,528	0,607	0,765	0,903
a_2	-1,064	-0,667	-0,584	-0,506	-0,468
b_0	14,650	0,107	0,309	0,594	0,625
b_1	8,450	1,164	1,362	1,532	1,778
b_2	0,0	0,377	0,359	0,371	0,355
b_3	15,740	0,066	0,146	0,237	0,209

Factor de peso del valor deseado

Robustez de diseño M_S^t			
	2,0	1,6	1,4
Controlador PI			
d_0	0,658	0,649	0,811
d_1	0,578	0,900	1,205
d_2	0,372	0,446	0,608



Reglas de Evans para el dibujo del lugar geométrico de las raíces (LGR)

1. Simetría del LGR
2. Inicio y final del LGR
3. Número de ramas del LGR
4. LGR sobre el eje real
5. Angulos de las asíntotas

$$\alpha_k = \frac{(2k+1)180^\circ}{n-m}, \quad k=0,1,2,\dots,(n-m-1)$$

6. Intersección de las asíntotas con el eje real

$$\sigma_a = \frac{\sum_{j=1}^n \Re(p_j) - \sum_{i=1}^m \Re(z_i)}{n-m}, \quad (n-m) \geq 2$$

7. Centroid de las raíces

$$\sigma_r = \frac{\sum_{j=1}^n \Re(p_j)}{n}, \quad (n-m) \geq 2$$

8. Puntos de salida o entrada al eje real

$$\frac{dK(\sigma)}{d\sigma} = 0$$

9. Ángulos de salida o entrada al eje real

$$\alpha_{c,k} = \frac{(2k+1)180^\circ}{p}, \quad p=2,3,\dots \quad k=0,1,\dots,(p-1)$$

10. Angulo de partida (de llegada) de un polo (a un cero) complejo

$$\angle(s+p_x) = \left(\sum_{i=1}^m \angle(s+z_i) - \sum_{j=1, j \neq x}^n \angle(s+p_j) \right) - 180^\circ$$

$$\angle(s+z_x) = 180^\circ - \left(\sum_{i=1, i \neq x}^m \angle(s+z_i) - \sum_{j=1}^n \angle(s+p_j) \right)$$

11. Punto de cruce del eje imaginario
12. Cálculo de la ganancia en un punto del LGR

$$|K|_{s=s_1} = \frac{1}{|C'(s_1)P'(s_1)|} = \frac{\prod_{j=1}^n |s_1+p_j|}{\prod_{i=1}^m |s_1+z_i|}$$