

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, DEPARTAMENTO DE AUTOMÁTICA

IE-0431 Sistemas de Control

Estabilidad Absoluta: Criterio de Nyquist

Leonardo Marín Paniagua, Ph.D.

leonardo.marin@ucr.ac.cr

2018



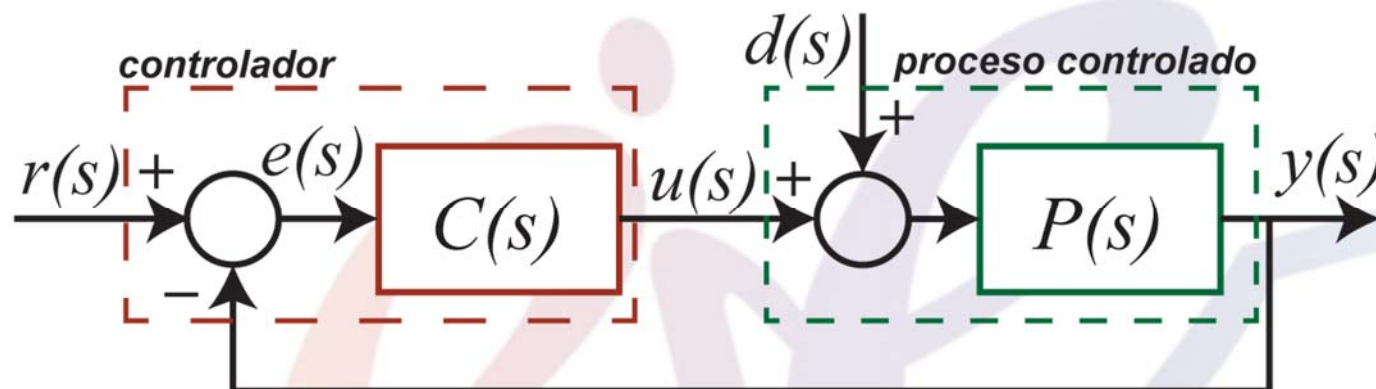
EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica



Estabilidad Absoluta

- Lazo de Control Realimentado Monovariante:



- Función de Transferencia Lazo Cerrado:

$$y(s) = \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)} r(s) + \frac{P(s)}{1 + C(s)P(s)} d(s)$$

- Polinomio Característico $p_c(s) = 1 + C(s)P(s) = 1 + L(s)$

Ceros de $p_c(s)$ son los polos de lazo Cerrado

$$p_c(s) = 1 + L(s) = 1 + \frac{N_C(s)N_P(s)}{D_C(s)D_P(s)} = \frac{D_C(s)D_P(s) + N_C(s)N_P(s)}{D_C(s)D_P(s)}$$

Polos de $p_c(s)$ son los polos de lazo abierto



Criterio de Nyquist

- Para la estabilidad, **todas** las raíces de la ecuación característica del sistema deben estar en el **semiplano izquierdo** del plano complejo **S** (raíces con parte real negativa)

Lazo cerrado $p_c(s) = 1 + C(s)P(s) = 1 + L(s) = 0$

$L(s)$ puede ser inestable, pero el lazo cerrado de control debe ser estable.

- El Criterio de Nyquist determina **la estabilidad de un sistema en lazo cerrado** a partir de la **respuesta en frecuencia de lazo abierto**, al relacionar **$L(j\omega)$** con el número de polos y ceros de **$p_c(j\omega)$**



Criterio de Nyquist

- El Criterio de Nyquist permite determinar **gráficamente** la estabilidad **absoluta** del sistema en **lazo cerrado**, a partir de las curvas de respuesta en frecuencia en lazo abierto (*analíticas o experimentales*), sin necesidad de obtener los polos de lazo cerrado.
- El análisis de estabilidad se realiza al establecer un **contorno cerrado** en el plano complejo S , que encierra todo **el semiplano derecho** del mismo (entre $\omega \rightarrow -\infty$ y $\omega \rightarrow +\infty$, *radio* $\rightarrow \infty$).
- El diagrama de Nyquist realiza una transformación o **mapeo** entre el contorno cerrado definido en el plano complejo S ($\sigma + j\omega$) y hacia el plano $L(j\omega)$ ($Re\{L(j\omega)\} + j Im\{L(j\omega)\}$)

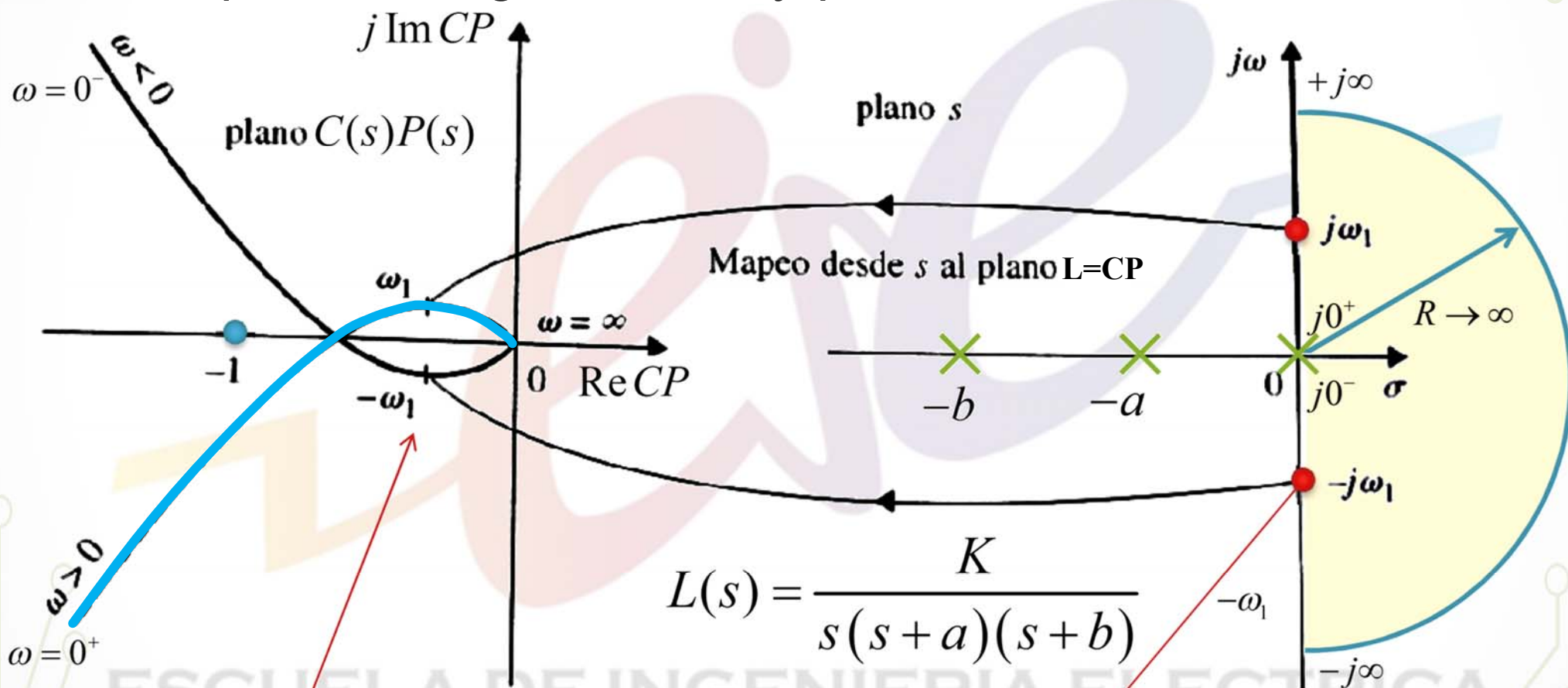


Criterio de Nyquist

EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Mapeo del diagrama de Nyquist



$$L(s) = |L(s)| \angle L(s) = \frac{K}{|s||s+a||s+b|} [-90^\circ - \angle(s+a) - \angle(s+b)]$$



Diagrama de Nyquist

- Para aplicar el criterio debe obtenerse primeramente el diagrama de Nyquist de la FTLA ($L(s)$) del sistema, el cual se obtiene al completar la gráfica polar variando ω de $-\infty$ a cero.
- Grafica polar: variación de ω de **cero a $+\infty$**
 - Sustituir $s = j\omega$ en la FTLA: $L(j\omega) = C(j\omega)P(j\omega)$
 - Sustituir $\omega = 0$ y determinar magnitud y ángulo de $L(j\omega)$
 - Sustituir $\omega \rightarrow \infty$ y determinar magnitud y ángulo de $L(j\omega)$
 - Se dibuja la gráfica polar, tomando en cuenta la ecuación de fase
- Nyquist: Completar la grafica polar variando ω de $-\infty$ a **cero**

Se refleja sobre el eje REAL la gráfica polar de cero a $+\infty$

El diagrama de Nyquist es simétrico respecto al eje real



EIE

Escuela de
Ingeniería Eléctrica

Diagrama de Nyquist

- Presencia de un **polo en el origen** en $L(s)$ a la hora de dibujar el diagrama de Nyquist:
 - Se dibujar un semicírculo de **radio infinito** por cada polo en el origen. Se dibujan en **sentido horario** partiendo desde 0^- y llegando hasta 0^+
 - Si hay un polo en el origen, la aportación en fase de este polo hace que el diagrama inicie en -90° (gráfica polar inicial, variando ω de $0^+ \rightarrow +\infty$), si hay 2 el diagrama inicia en -180° , si hay 3 inicia en -270° y si hay 4 el diagrama inicia en -360°



Criterio de Nyquist

- El criterio de Nyquist estudia la variación del diagrama de Nyquist respecto al punto $-1 + 0j$
- Se definen las siguientes variables:
 - P_d : Número de polos de $p_c(s)$ (**polos de lazo abierto**) en el semiplano derecho (*se determina de $L(s)$*)
 - N : Número de veces que el diagrama de Nyquist **encierra** el punto $-1 + 0j$ (*se obtiene del diagrama*)
 - Z_d : Número de ceros de $p_c(s)$ (**polos de lazo cerrado**) en el semiplano derecho (**inestables**): $Z_d = N + P_d$
 - Si $P_d = 0$ entonces $N = Z_d$, $\begin{cases} \text{si } N = 0 \Rightarrow \text{Sistema Estable} \\ \text{si } N > 0 \Rightarrow \text{Sistema Inestable} \end{cases}$
 - Si $P_d \neq 0$ entonces $Z_d = N + P_d$ si $N = -P_d \Rightarrow \text{Sistema Estable}$



Criterio de Nyquist

➡ Procedimiento

- Se dibuja la Gráfica polar y se **refleja** sobre el **eje Real** para obtener el diagrama de Nyquist, dibujando los semicírculos en caso necesario.
- A partir de $L(s)$ se determina P_d .
- Se determina en número de veces que el diagrama encierra al punto $-1 + 0j$
 - $N = 0$ (si no hay encierros)
 - $N > 0$ (Giros en el sentido de las manecillas del reloj)
 - $N < 0$ (Giros en el sentido contrario a las manecillas del reloj)
- Se aplica el criterio de Nyquist y se observa la estabilidad del sistema $Z_d = N + P_d$