	<p>Universidad de Costa Rica Escuela de Ingeniería Eléctrica</p>	<p><b>EIE</b> Escuela de Ingeniería Eléctrica</p>
<p><b>IE0431: Sistemas de Control</b></p>		<p><b>I-2017</b></p>

## EXAMEN PARCIAL 2

**Prof. Leonardo Marín Paniagua**  
**Prof. Ramón Vilanova Arbós**  
**Prof. Helber Meneses Navarro**

**Tiempo máximo: 3 horas**

### Instrucciones generales:

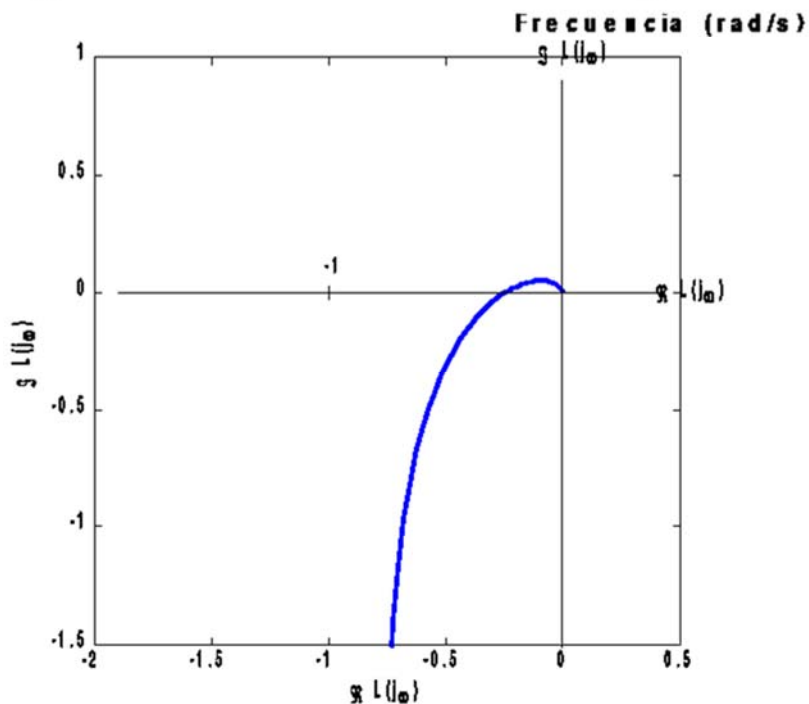
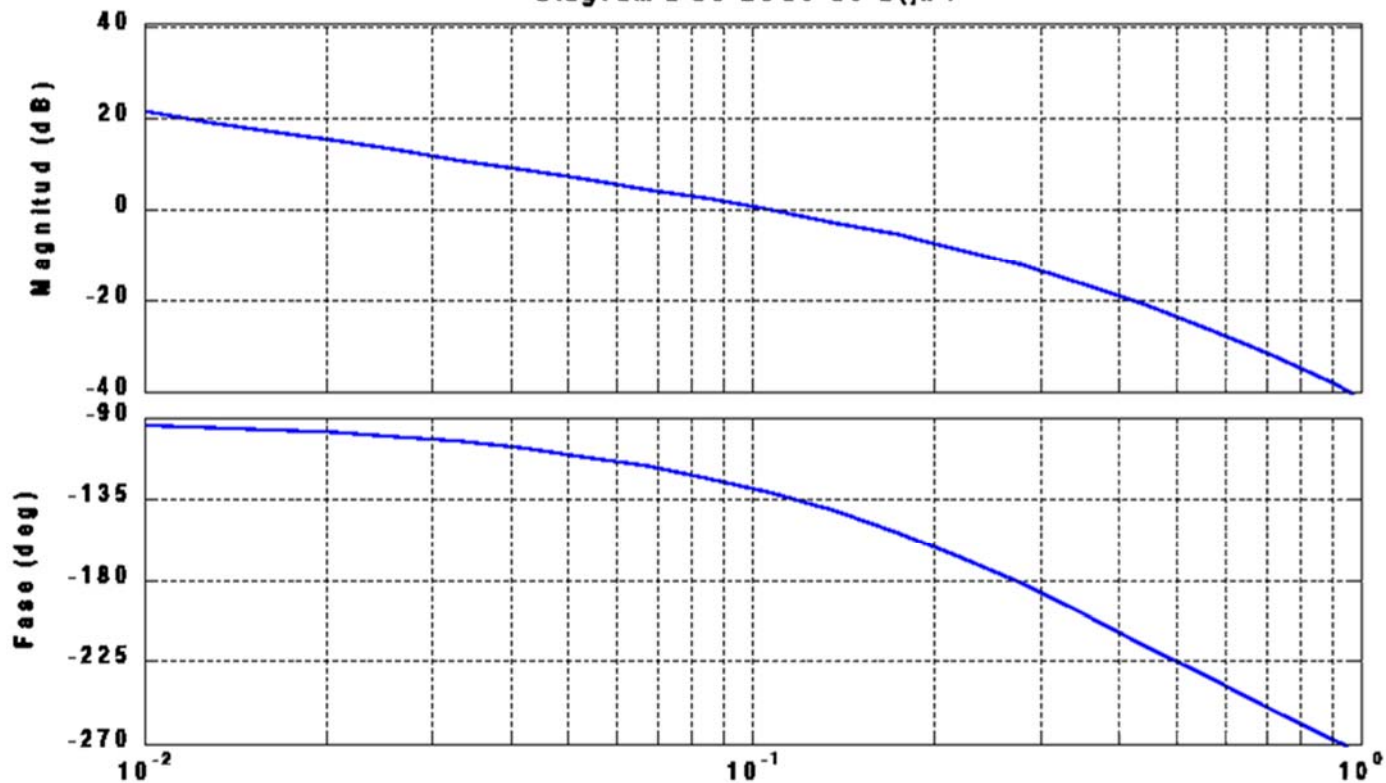
- Cada problema debe resolverse por separado en hojas aparte.
  - Cada hoja de examen debe estar identificada en la parte superior derecha, con el nombre completo, número de carné y número de grupo en el que está matriculado.
  - Los problemas deben resolverse en forma ordenada, indicando y justificando debidamente, todos los pasos intermedios para la solución.
  - Todos los cálculos deberán realizarse considerando dos decimales.
  - No se permite el uso de calculadora programable.
  - Se supondrá que la calculadora debe resolver polinomios de a lo más, tercer orden.
  - El examen debe realizarse con bolígrafo azul o negro. Si se hace a lápiz, no se aceptarán reclamos sobre el mismo.
- (3 puntos) Para un sistema de control realimentado simple, desarrolle la síntesis analítica del control regulatorio para determinar, en forma general, los parámetros normalizados de un controlador PI o PID de un grado de libertad, considerando que el modelo del proceso controlado es inestable de primer orden con tiempo muerto. Se desea que la respuesta del sistema de control de lazo cerrado, a entradas tipo escalón, sea sin oscilaciones y con menor número posible de parámetros de diseño.
  - En la figura 1 se muestra el diagrama de Bode y la gráfica polar de la función de transferencia de lazo abierto  $L_2(j\omega)$ , del sistema de control del proceso  $P_2(s)$  con un controlador PID con parámetros  $(K_p, T_i, T_d)$ .
    - (1 punto) Determine e indique en la figura correspondiente, los valores de margen de ganancia y margen de fase  $(A_m, \Phi_m)$ , las frecuencias de cruce de magnitud y fase  $(\omega_1, \omega_{-\pi})$  y la sensibilidad máxima  $(M_s)$  del sistema de control.
    - (0.5 puntos) Si se sabe que el sistema pierde un 50% de su robustez cuando se varía un +20%  $K_p$ , y que ésta es la pérdida extrema ante todas las posibles variaciones de los parámetros del controlador, determine la sensibilidad máxima del sistema de control  $M_{sm}$  en este caso. ¿Es el controlador Frágil en estas condiciones?

**Nota: Debe completar y entregar la hoja de la figura 1, con las indicaciones del caso. Sea preciso en las mediciones realizadas en la figura.**



Nombre: \_\_\_\_\_ Carné: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

Diagrama de Bode de  $L(j\omega)$



Resumen de la Solución:  
2.1)

2.2)

Figura 1: Diagrama de Bode y gráfica polar de  $L_2(j\omega)$ .



3. Para un sistema de control realimentado simple, se tiene una planta cuya función de transferencia está dada

por:  $P_3(s) = \frac{2(s+2)}{(s^2+2s+2)}$  (la unidad de tiempo es el segundo).

3.1 (1 punto) Determine si con un controlador proporcional es posible obtener una respuesta del sistema de control a un cambio tipo escalón en el valor deseado con un tiempo de asentamiento al 2%  $t_{a2} \leq 4$  segundos, un error permanente  $e_{pr0} \leq 20\%$  y con el mínimo  $M_p\%$  posible. Justifique adecuadamente su respuesta e indique los valores de las especificaciones de diseño para el controlador diseñado.

3.2 (1.5 puntos) Determine los parámetros de un controlador de la familia PID (P, PD, PI, PID), tal que la respuesta del sistema de control a un cambio tipo escalón en el valor deseado, tenga: el mínimo  $M_p\%$  posible, tiempo de asentamiento al 2%  $t_{a2} \leq 4$  segundos y que la respuesta a un cambio escalón en la referencia y en la perturbación tenga error permanente cero. Justifique la selección del controlador y las razones por la que descarta los controladores más simples. Indique los valores de las especificaciones únicamente para el controlador escogido.

Los diseños no se considerarán como válidos en caso de no presentar los bosquejos de los LGR correspondientes.

4. Suponga que un proceso puede representarse de forma exacta mediante la siguiente función de transferencia:

$$P_4(s) = \frac{e^{-1.8s}}{(0.8s+1)(0.4s+1)} \text{ (la unidad de tiempo es el segundo).}$$

4.1 (1 punto) Utilizando la metodología IMC, diseñe un controlador PI equivalente para un esquema realimentado simple, de manera tal que la constante de tiempo del sistema de control sea cinco veces más rápida que la de un modelo adecuado  $P_m(s)$  del sistema  $P_4(s)$ .

4.2 (1 punto) Utilizando la metodología IMC, diseñe un controlador PID serie equivalente para un esquema realimentado simple a partir del modelo  $P_m(s)$  utilizado en el punto 4.1, de manera tal que la constante de tiempo del sistema de control sea cinco veces más rápida que la del modelo  $P_m(s)$ .

4.3 (1 punto) Dibuje el diagrama de bloques del sistema de control diseñado, indicando como  $Q(s)$  el controlador IMC diseñado en cualquiera de los puntos 4.1 o 4.2. Deberá incorporar en el diagrama tanto  $P_4(s)$  como el modelo  $P_m(s)$ . Indique cuales y que representan las funciones de transferencia de cada bloque, así como todas las señales del sistema de control. Enmarque la parte del diagrama de bloques que constituye el controlador equivalente y la parte que constituye el proceso a controlar. ¿Puede asegurarse que la respuesta del sistema de control será sin oscilaciones? Justifique su respuesta.



• **Parámetros de la respuesta a un escalón en el valor deseado**

\* Sistema de 2° orden  $G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$  :  $M_p = e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}$  ,  $t_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$  ,  
 $t_l \approx \frac{0,6 + 2,16\zeta}{\omega_n}$  ,  $t_{a5} \approx \frac{3}{\zeta\omega_n}$  ,  $t_{a2} \approx \frac{4}{\zeta\omega_n}$

\* Sistema de primer orden  $G(s) = \frac{1}{Ts + 1}$  :  $t_{a5} = 3T$  ,  $t_{a2} = 4T$

\* Sistema de polo doble  $G(s) = \frac{1}{(T's + 1)^2}$  :  $t_{63,2} = 2,15T'$  ,  $t_{a5} = 4,74T'$  ,  $t_{a2} = 5,83T'$

**Reglas de Evans para el dibujo del lugar geométrico de las raíces (LGR)**

1. Simetría del LGR
2. Inicio y final del LGR
3. Número de ramas del LGR
4. LGR sobre el eje real
5. Angulos de las asíntotas

$$\alpha_k = \frac{(2k+1)180^\circ}{n-m}, \quad k=0,1,2,\dots,(n-m-1)$$

6. Intersección de las asíntotas con el eje real

$$\sigma_a = \frac{\sum_{j=1}^n \Re(p_j) - \sum_{i=1}^m \Re(z_i)}{n-m}, \quad (n-m) \geq 2$$

7. Centroides de las raíces

$$\sigma_r = \frac{\sum_{j=1}^n \Re(p_j)}{n}, \quad (n-m) \geq 2$$

8. Puntos de salida o entrada al eje real

$$\frac{dK(\sigma)}{d\sigma} = 0$$

9. Ángulos de salida o entrada al eje real

$$\alpha_{c,k} = \frac{(2k+1)180^\circ}{p}, \quad p=2,3,\dots \quad k=0,1,\dots,(p-1)$$

10. Angulo de partida (de llegada) de un polo (a un cero) complejo

$$\angle(s+p_x) = \left( \sum_{i=1}^m \angle(s+z_i) - \sum_{j=1, j \neq x}^n \angle(s+p_j) \right) - 180^\circ$$

$$\angle(s+z_x) = 180^\circ - \left( \sum_{i=1, i \neq x}^m \angle(s+z_i) - \sum_{j=1}^n \angle(s+p_j) \right)$$

11. Punto de cruce del eje imaginario
12. Cálculo de la ganancia en un punto del LGR

$$|K|_{s=s_1} = \frac{1}{|C'(s_1)P'(s_1)|} = \frac{\prod_{j=1}^n |s_1+p_j|}{\prod_{i=1}^m |s_1+z_i|}$$