

股指期权高频套利交易介绍

2023/8/18(五)

<https://github.com/andydong1209/IndexOptionHFT>

昀腾金融科技

技术长

董梦云 博士

andydong1209@gmail.com

昀騰金融科技股份有限公司

技术长
金融博士、证券分析师

董梦云 Andy Dong



Line/WeChat:andydong3137
E:andydong1209@gmail.com
<https://github.com/andydong1209>
M: (T)0988-065-751(C)1508-919-2872
10647 台北市大安區辛亥路一段 50 號 4 樓

现职：台湾大学财务金融研究所兼任教授级专家
台湾金融研训院 2023 年菁英讲座

经历：(台湾)中国信托商业银行交易室研发科主管
(台湾)凯基证券兼亚洲区首席风险官
(台湾)中华开发金控、工业银行首席风险官
(台湾)永丰金控、商业银行首席风险官
(台湾)永丰商业银行结构商品开发部门总经理

学历：台湾大学电机工程学系学士
台湾中央大学财务管理学研究所博士

专业：证券暨投资分析人员合格(1996)

专长：Basel III 交易簿市场风险资本计算、银行簿利率风险计算
风险管理理论与实务，资本配置与额度规划、资产负债管理实务
外汇与利率结构商品评价实务，股权与债权及衍生商品评价实务
GPU 平行运算与结构商品系统开发，CUDA、OpenCL
CPU 平行运算与 ALM 系统开发，C#/C++/C、.Net Framework、SQL
人工智能(Deep Learning)交易策略开发，Python、Keras、TensorFlow

目 录

一、讲师介绍	4
二、市场状况.....	5
三、期权套利介绍	11
四、随机波动率模型.....	27
五、高性能计算的实现.....	39
六、高频交易系统架构与技术实现.....	46

一、讲师介绍

◆ 现职与学历

- (台湾)昀腾金融科技股份有限公司技术长
- 台湾大学财务金融研究所兼任教授级专家
- 台湾金融研训院精英讲座
- (台湾)中央大学财务管理研究所博士
- 台湾大学电机工程学士
- (台湾)证券暨投资分析人员(CSIA)合格

◆ 主要经历

- (台湾)永丰银行结构商品开发部总经理
- (台湾)永丰金控兼银行首席风险官
- (台湾)中华开发金控兼银行首席风险官
- (台湾)凯基证券亚洲区兼台北首席风险官
- (台湾)中信银交易室研发科主管

二、市场状况

(一) 澳帝华每股税前盈余(EPS)遥遥领先

期貨商每股稅前盈餘統計表	
資料年月：	2022 ▾ 年 12 ▾ 月
送出查詢	

2022 / 12

(單位：元/股)

序 號	期貨商代 號	期貨商名稱	當月稅前損益	累計稅前損益	股數	當月每股稅 前盈餘	累計每股稅 前盈餘
1	F034	澳帝華期貨	57,539,870	731,251,633	60,000,000	0.96	12.19
2	F021	元大期貨	130,080,593	1,421,867,130	289,976,288	0.45	4.90
3	F020	群益期貨	118,121,305	957,628,730	210,437,584	0.56	4.55
4	F004	凱基期貨	56,820,412	707,594,595	168,556,400	0.34	4.20
5	F008	統一期貨	31,766,919	253,906,946	66,000,000	0.48	3.85
6	F002	永豐期貨	41,987,824	623,272,918	167,525,053	0.25	3.72
7	S856	新光證券	7,934,578	91,405,286	32,000,000	0.25	2.86
8	F030	兆豐期貨	6,198,330	73,994,519	40,000,000	0.15	1.85

9	S815	台新綜合證券股份有限公司	7,298,220	61,917,535	34,500,000	0.21	1.79
10	F029	康和期貨	9,409,908	143,561,193	81,500,000	0.12	1.76
11	F014	華南期貨	5,040,060	75,171,659	43,500,000	0.12	1.73
12	F018	元富期貨	1,013,338	120,325,540	70,000,000	0.01	1.72
13	S980	元大證券股份有限公司	-21,111,927	500,561,099	295,000,000	-0.07	1.70
14	F001	國泰期貨	7,776,662	109,345,426	66,700,000	0.12	1.64
15	F026	富邦期貨	3,336,962	207,691,907	140,000,000	0.02	1.48
16	S884	玉山證券	10,086,594	134,107,637	93,500,000	0.11	1.43
17	S616	中國信託證券	-16,514,774	113,785,604	80,000,000	-0.21	1.42
18	F007	日盛期貨	3,453,033	95,434,327	70,000,000	0.05	1.36
19	S844	摩根大通證券	42,561,026	269,911,136	239,343,519	0.18	1.13
20	F039	大昌期貨	2,186,528	27,699,181	30,000,000	0.07	0.92
21	S126	宏遠證券	3,033,648	59,858,251	70,000,000	0.04	0.86
22	S509	華南永昌證券	10,022,080	51,133,452	60,000,000	0.17	0.85
23	S779	國票證券	12,031,722	49,245,320	60,000,000	0.20	0.82
24	F005	國票期貨	5,532,207	82,516,968	101,900,000	0.05	0.81
25	S920	凱基證券	19,293,832	117,807,341	175,000,000	0.11	0.67

◆ 2021 年每股稅前盈餘(EPS)澳帝華遙遙領先

2021 / 12

(單位：元/股)

序 號	期貨商代 號	期貨商名稱	當月稅前損益	累計稅前損益	股數	當月每股稅 前盈餘	累計每股稅 前盈餘
1	F034	澳帝華期貨	41,879	924,332,867	60,000,000	0.00	15.41
2	F002	永豐期貨	35,738,548	478,014,666	117,525,053	0.30	4.07
3	F004	凱基期貨	40,930,461	621,626,467	168,556,400	0.24	3.69
4	F021	元大期貨	47,372,645	1,048,959,795	289,976,288	0.16	3.62
5	S980	元大證券股份有限 公司	-8,827,165	921,174,911	295,000,000	-0.03	3.12
6	F020	群益期貨	37,374,804	600,617,695	210,437,584	0.18	2.85
7	S856	新光證券	5,995,011	81,653,979	32,000,000	0.19	2.55
8	F008	統一期貨	8,316,991	145,584,650	66,000,000	0.13	2.21
9	F014	華南期貨	1,354,694	72,404,227	43,500,000	0.03	1.66
10	F029	康和期貨	9,978,866	118,033,701	81,500,000	0.12	1.45
11	F030	兆豐期貨	2,867,652	57,339,476	40,000,000	0.07	1.43
12	S616	中國信託證券	-7,547,923	114,438,974	80,000,000	-0.09	1.43

◆ 2020 年每股稅前盈餘(EPS)澳帝華遙遙領先

2020 / 12

(單位：元/股)

序號	期貨商代號	期貨商名稱	當月稅前損益	累計稅前損益	股數	當月每股稅前盈餘	累計每股稅前盈餘
1	F034	澳帝華期貨	94,512,664	786,166,977	60,000,000	1.58	13.10
2	S980	元大證券股份有限公司	399,221,349	1,904,077,546	295,000,000	1.35	6.45
3	F004	凱基期貨	34,198,465	603,402,360	115,939,300	0.29	5.20
4	F021	元大期貨	100,372,845	1,325,579,718	289,976,288	0.35	4.57
5	F008	統一期貨	8,077,308	258,890,768	66,000,000	0.12	3.92
6	F002	永豐期貨	45,065,498	443,512,163	117,525,053	0.38	3.77
7	F020	群益期貨	52,331,229	784,585,263	210,437,584	0.25	3.73
8	S856	新光證券	6,513,199	68,077,637	25,000,000	0.26	2.72
9	S920	凱基證券	106,581,317	378,351,990	175,000,000	0.61	2.16
10	F018	元富期貨	23,513,278	149,534,258	70,000,000	0.34	2.14
11	F014	華南期貨	5,862,483	76,846,237	43,500,000	0.13	1.77
12	F029	康和期貨	10,594,732	140,637,896	81,500,000	0.13	1.73

(二)台湾证券商的应对

◆ 早期以法国兴业主导 TXO 股指期权市场

- 系统委托香港 IT 公司开发
- 期权定价仍以 BS 模型为主
- CPU 计算系统

◆ 目前以澳帝华独揽市场

- 澳洲总公司开发
- 期权定价以 SABR 模型为主
- GPU 计算系统

◆ 以交易为主要业务的券商，积极努力想自行研发

➤ 群益证券多次组建研发团队

- ✓ 从外资券商找交易人员搭配金工与 IT 人员，但皆尚未成功
- ✓ 无法开发 SABR 的 GPU 计算系统

◆ 台湾大型券商皆已导入高速下单系统

➤ FPGA 高速网卡应用于高速下单已日趋成熟

- ✓ 台湾 IT 厂商已有施工能力
- ✓ 经纪部门为主要用户

➤ 期权定价仍以 BS 模型为主

- ✓ 即使 SABR 的 CPU 计算能力也不具备
- ✓ 尝试使用 GPU 来进行 BS 模型的高速运算

三、股指期权套利介绍

◆ 2020/10/08 台指期权(TXO)行情表

日期：2020/10/08

臺指選擇權 (TXO) 行情表

2020/10/08 08:45~13:45 一般交易時段行情表

單位：口(成交量、未沖銷契約量)

契約	到期月份 (週別)	履約價	買賣 權	開盤 價	最高 價	最低 價	最後 成交 價	結算 價	漲跌價	漲跌%	*盤後交 易時段 成交量	*一般交 易時段 成交量	*合計成 交量	*未沖銷 契約量	最後 最佳 買價	最後 最佳 賣價	歷史 最高 價	歷史 最低 價
TXO	202010W2	11400	Call	-	-	-	-	1490	-	-	0	0	0	0	1320	1580	-	-
TXO	202010W2	11400	Put	0.6	0.8	0.6	0.7	0.7	▼-0.2	▼-22.22%	466	80	546	827	0.7	0.8	1.5	0.3
TXO	202010W2	11500	Call	-	-	-	-	1390	-	-	0	0	0	1	1220	1480	1200	1200
TXO	202010W2	11500	Put	0.7	0.8	0.7	0.8	0.8	▼-0.4	▼-33.33%	0	3	3	77	0.8	1.1	2.9	0.7
TXO	202010W2	11600	Call	-	-	-	-	1290	-	-	0	0	0	0	1120	1380	-	-
TXO	202010W2	11600	Put	0.8	1	0.7	1	1	▼-0.3	▼-23.08%	8	60	68	160	0.9	1.1	1.5	0.7
TXO	202010W2	11700	Call	-	-	-	-	1190	-	-	0	0	0	0	1020	1280	-	-
TXO	202010W2	11700	Put	0.7	1.1	0.7	1.1	1.1	▼-0.4	▼-26.67%	150	129	279	215	1.1	1.2	3.1	0.7
TXO	202010W2	11800	Call	-	-	-	-	1090	-	-	0	0	0	0	920	1180	-	-
TXO	202010W2	11800	Put	0.8	1.3	0.8	1.3	1.3	▼-0.3	▼-18.75%	197	248	445	809	1.3	1.4	3.4	0.8
TXO	202010W2	11900	Call	-	-	-	-	995	-	-	0	0	0	0	820	1080	-	-
TXO	202010W2	11900	Put	1	1.7	1	1.6	1.6	▼-0.2	▼-11.11%	309	162	471	922	1.6	1.7	4.8	1
TXO	202010W2	12000	Call	835	875	830	875	895	▲+90	▲+11.46%	4	8	12	5	720	980	875	815
TXO	202010W2	12000	Put	1.3	2.2	1.3	1.9	1.9	▼-0.5	▼-20.83%	688	867	1555	2186	1.9	2	6.7	1.3
TXO	202010W2	12100	Call	745	775	745	775	795	▲+90	▲+13.14%	0	2	2	2	620	880	775	745
TXO	202010W2	12100	Put	1.9	2.7	1.7	2.5	2.5	▼-0.7	▼-21.88%	962	3618	4580	3680	2.2	2.6	10.5	1.7
TXO	202010W2	12200	Call	-	-	-	-	695	-	-	0	0	0	0	520	785	-	-
TXO	202010W2	12200	Put	2.2	3.8	2.1	3.5	3.5	▼-1.6	▼-31.37%	623	2971	3594	3935	3.3	3.5	16	2.1

TXO	202010W2	12550	Call	332	344	289	343	359	▲+81	▲+30.92%	88	44	132	104	280	446	344	163
TXO	202010W2	12550	Put	15	26	14.5	15	15	▼-15.5	▼-50.82%	4565	7556	12121	5280	14.5	15.5	77	14.5
TXO	202010W2	12600	Call	273	315	236	315	315	▲+97	▲+44.50%	242	203	445	392	260	401	315	131
TXO	202010W2	12600	Put	20	34.5	18.5	18.5	18.5	▼-21	▼-53.16%	4578	12344	16922	6546	18.5	19.5	95	18.5
TXO	202010W2	12650	Call	233	275	198	272	272	▲+93	▲+51.96%	534	499	1033	725	269	278	275	102
TXO	202010W2	12650	Put	26	45.5	24.5	24.5	24.5	▼-26.5	▼-51.96%	5192	11088	16280	5882	24.5	25	115	24.5
TXO	202010W2	12700	Call	190	227	160	227	227	▲+82	▲+56.55%	1489	1611	3100	1507	222	231	227	78
TXO	202010W2	12700	Put	36	59	32	33	33	▼-32	▼-49.23%	5958	14712	20670	6152	32	32.5	139	32
TXO	202010W2	12750	Call	155	188	127	187	187	▲+75	▲+66.96%	3500	3774	7274	1962	186	188	188	57
TXO	202010W2	12750	Put	47	76	41	41	41	▼-43	▼-51.19%	4643	15358	20001	5005	41	43	169	41
TXO	202010W2	12800	Call	120	151	96	151	151	▲+66	▲+77.65%	6129	10598	16727	2870	150	152	151	39.5
TXO	202010W2	12800	Put	65	97	55	56	56	▼-49	▼-46.67%	4655	14901	19556	6143	55	56	200	55
TXO	202010W2	12850	Call	90	118	71	117	117	▲+57	▲+95.00%	7777	15811	23588	3686	116	117	118	27
TXO	202010W2	12850	Put	90	120	72	72	72	▼-59	▼-45.04%	2687	12514	15201	4143	71	72	242	70
TXO	202010W2	12900	Call	65	89	50	88	88	▲+46	▲+109.52%	10236	21071	31307	5837	87	89	89	18
TXO	202010W2	12900	Put	112	148	92	92	92	▼-71	▼-43.56%	1560	8687	10247	2203	92	93	269	92
TXO	202010W2	12950	Call	44	65	34.5	64	64	▲+37.5	▲+141.51%	7559	18547	26106	5488	62	64	65	11.5
TXO	202010W2	12950	Put	143	181	118	118	118	▼-81	▼-40.70%	522	1905	2427	846	118	119	303	118
TXO	202010W2	13000	Call	28.5	45.5	22	44	44	▲+27.5	▲+166.67%	7738	18362	26100	8074	44	44.5	45.5	7.2
TXO	202010W2	13000	Put	176	218	149	150	150	▼-85	▼-36.17%	485	1525	2010	511	148	151	343	149
TXO	202010W2	13050	Call	17	31	13.5	29.5	29.5	▲+20.1	▲+213.83%	6367	16746	23113	9241	29	30	31	4.2
TXO	202010W2	13050	Put	220	258	185	185	185	▼-93	▼-33.45%	398	946	1344	896	180	190	263	40
TXO	202010W2	13100	Call	10	20.5	8	18.5	18.5	▲+12.9	▲+230.36%	3341	18271	21612	11836	18.5	19.5	20.5	2.4
TXO	202010W2	13100	Put	258	303	225	225	225	▼-100	▼-30.77%	20	329	349	138	222	256	342	225
TXO	202010W2	13200	Call	3.4	8.4	3.2	7.7	7.7	▲+5.8	▲+305.26%	2187	10175	12362	6620	7.7	8	8.4	1
TXO	202010W2	13200	Put	388	388	316	316	316	▼-105	▼-24.94%	8	6	14	5	223	365	450	316

◆ 2023/3/24 沪深 300(HS300)股指期权行情表

图表	持仓量	成交量	涨跌	最新价	行权价	最新价	涨跌	成交量	持仓量	图表
看涨					IO2304	看跌				
▼	35	15	↓14.20	527.60	3500	0.80	↓0.20	26	389	▼
▼	39	4	↓15.00	478.00	3550	1.00	↓0.20	8	1025	▼
▼	65	5	↓4.40	439.00	3600	1.60	↓0.20	356	2654	▼
▼	54	7	↓13.60	380.40	3650	2.00	↓0.20	170	1517	▼
▼	107	18	↑3.80	349.20	3700	2.80	↓0.40	1072	2566	▼
▼	133	9	↓12.40	284.80	3750	4.20	↓0.60	644	1651	▼
▼	365	100	↓5.20	245.40	3800	6.60	↓1.00	970	2695	▼
▼	871	193	↓6.00	199.00	3850	10.60	↓1.20	838	2701	▼
▼	1666	1207	↓3.40	159.40	3900	17.80	↓1.20	2641	5111	▼
▼	1647	1803	↓4.80	118.20	3950	29.00	↓1.00	3082	3434	▼
▼	3160	5204	↓5.00	85.00	4000	45.40	↓0.20	6721	4636	▼
▼	3257	4900	↓4.60	58.40	4050	69.60	↑2.80	3721	2978	▼
▼	5427	5238	↓3.40	38.60	4100	98.00	↑2.20	2350	2155	▼
▼	4084	2804	↓2.80	24.20	4150	134.40	↑1.80	774	1026	▼
▼	3898	1508	↓1.60	15.00	4200	174.20	↑2.20	115	733	▼
▼	1382	745	↓1.20	9.00	4250	221.80	↑8.00	30	297	▼
▼	2665	932	↓0.80	5.60	4300	272.00	↑6.00	7	310	▼
▼	1118	303	↓0.40	3.40	4350	--	↑0.00	0	112	▼
▼	1247	356	↓0.20	2.20	4400	--	↑0.00	0	187	▼
▼	530	67	↓0.20	1.40	4450	412.00	↑0.40	13	85	▼
▼	1116	60	↑0.00	1.20	4500	471.20	↑10.20	1	90	▼
▼	471	37	↓0.20	0.80	4550	515.80	↑5.00	4	47	▼
▼	594	66	↓0.20	0.80	4600	--	↑0.00	0	87	▼
▼	1018	24	↓0.20	0.80	4650	--	↑0.00	0	24	▼

看涨					IO2305	看跌				
▼	5	0	↑0.00	--	3500	2.60	↓0.20	9	71	▼
▼	1	0	↑0.00	--	3550	3.60	↓0.20	13	128	▼
▼	31	1	↓2.80	446.20	3600	4.80	↓0.40	40	215	▼
▼	16	0	↑0.00	--	3650	6.40	↓0.60	30	203	▼
▼	14	0	↑0.00	--	3700	9.20	↓0.60	22	250	▼
▼	12	0	↑0.00	--	3750	14.40	↑0.40	107	353	▼
▼	24	1	↓4.40	258.60	3800	20.20	↑0.00	300	590	▼
▼	31	3	↓2.80	217.80	3850	28.00	↑0.40	107	380	▼
▼	42	11	↓8.00	179.60	3900	39.80	↓0.60	130	377	▼
▼	89	18	↓7.20	145.80	3950	56.00	↑1.60	156	232	▼
▼	215	79	↓3.80	116.40	4000	73.80	↑1.00	50	253	▼
▼	142	86	↓5.20	88.60	4050	102.00	↑5.40	55	159	▼
▼	355	115	↓4.00	67.80	4100	126.20	↑2.20	45	98	▼
▼	210	98	↓2.00	50.80	4150	159.40	↑3.80	6	70	▼
▼	440	178	↓3.40	36.40	4200	201.80	↑12.60	1	57	▼
▼	230	130	↓1.80	25.40	4250	233.00	↑5.00	1	32	▼
▼	504	134	↓1.80	18.40	4300	274.80	↑6.20	1	50	▼
▼	282	163	↓1.40	12.20	4350	--	↑0.00	0	20	▼
▼	286	52	↓0.80	8.80	4400	--	↑0.00	0	27	▼
▼	185	33	↓0.80	6.00	4450	412.60	↓0.80	4	18	▼
▼	385	50	↓0.60	4.00	4500	--	↑0.00	0	25	▼
▼	285	54	↑0.00	3.00	4550	--	↑0.00	0	8	▼
▼	308	9	↓0.40	2.20	4600	--	↑0.00	0	12	▼

(一) 古典 Black-Scholes 73 模型

◆ Black-Scholes(1973)模型之下股票价格变化的程序,

- 金融资产价格的假设是, 它遵行着所谓的几何布朗运动(GBM)的扩散程序,

$$\frac{dS}{S} = \mu \cdot dt + \sigma \cdot dZ \dots\dots\dots(3.1)$$

- ✓ $\frac{dS}{S} = \frac{S_{t+dt} - S_t}{S_t}$ = 金融资产的报酬率,
- ✓ dt = 单位时间,
- ✓ μ = 单位时间内预期金融资产的报酬率,
- ✓ σ = 单位时间内预期金融资产的标准偏差。

◆ Z = 一随机变数, 为平均数为零, 变异数为 t 之常态分配, $Z \sim \Phi(0, t)$ 。

- Z 称之为韦恩程序。
- dZ = 单位时间内, Z 的变动量, 为一期望值为零, 变异数为 dt 之常态分配, $dZ \sim \Phi(0, dt)$ 。

◆ 以 Plain Vanilla 之股指期择权买、卖权为例，定价公式如下

$$C = Se^{-yT} N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2) \dots\dots\dots(3.2)$$

$$P = Ke^{-rT} N(-d_2) - Se^{-yT} N(-d_1) \dots\dots\dots(3.3)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S/K) + (r - y + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(S/K) + (r - y - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

- $N(x)$ 表标准常态累积机率密度函数(CDF)在 x 的值。
- S = 现货价格, K = 执行汇率,
- r = 资金成本, y = 资产持有收益,
- T = 到期日的时间, σ = 资产价格波动性。

◆ 使用 Excel 实作定价公式如下，

Black_Scholes.xls [相容模式] - Microsoft Excel

常用 插入 版面配置 公式 資料 校閱 檢視 開發人員 負載測試 Acrobat 小組 Wind

貼上 剪下 複製 複製格式 剪貼簿

字體 Arial 12 A A B I U 顏色 中文

對齊方式 自動換列 跨欄置中

數值 \$ % .0 .00 數值

設定格式化的條件 格式化為表格 儲存格的樣式 插入 刪除 格式 儲存格 編輯

Σ 自動加總 填充 清除 排序與篩選 尋找與選取

B13 fx =A4*EXP(-F4*D4)*A10-B4*EXP(-E4*D4)*B10

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Index Option Pricing Caculator										
2											
3	S	K	sig	T	r	y					
4	12880	12800	14.00%	0.0191781	2.00%	2.00%					
5											
6	d1	d2									
7	0.331057	0.311669									
8											
9	N(d1)	N(d2)	N(-d1)	N(-d2)		U(d1)					
10	0.629699	0.622354	0.370301	0.377646		0.377669					
11											
12		Call	Put								
13	Premium	144.3403	64.3709								
14	delta	0.6295	-0.3702								
15	gamma	0.001512	0.001512								
16											

就緒 Premium History Vol Implied Vol BSGraph 130%

◆ 以市场价格反推波动率，可得隐含波动率，呈现 Smile 的形状，与 BS 模型假设不同。

$$C = f(S, K, T, r, y, \sigma)$$

$$\sigma_{imp} = f^{-1}(C, S, K, T, r, y)$$

➤ BS 模型假设此值为常数。

✓ 实务上，长短天期的波动率不同。

✓ 不同执行价格的期权，隐含的波动率也不同。

◆ 可以使用 Bisection Method 求得隐含波动率。

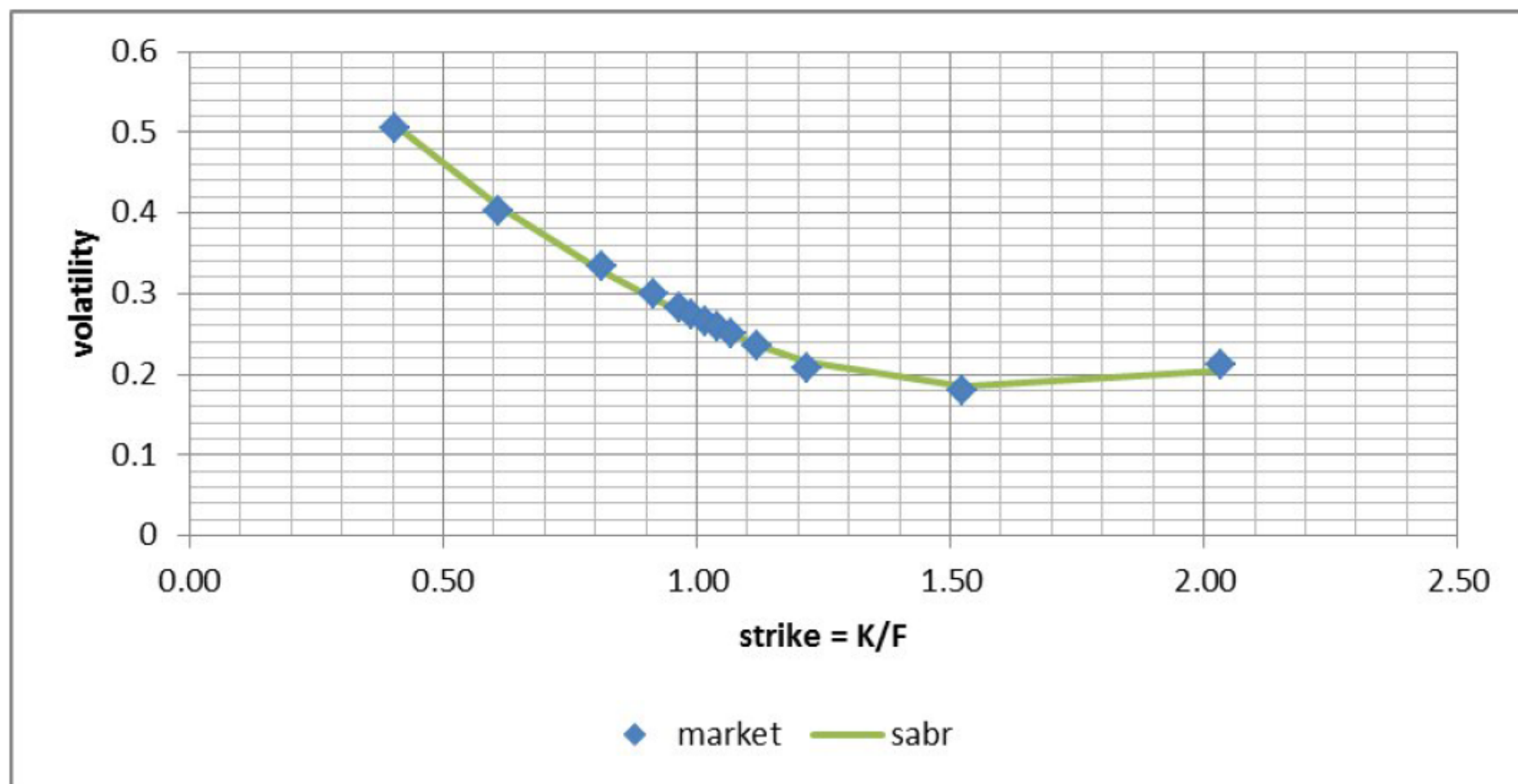
➤ 已知 C^* ，要求 σ^* ，如下式

$$C^* = f(S, K, T, r_d, r_f, \sigma^*)$$

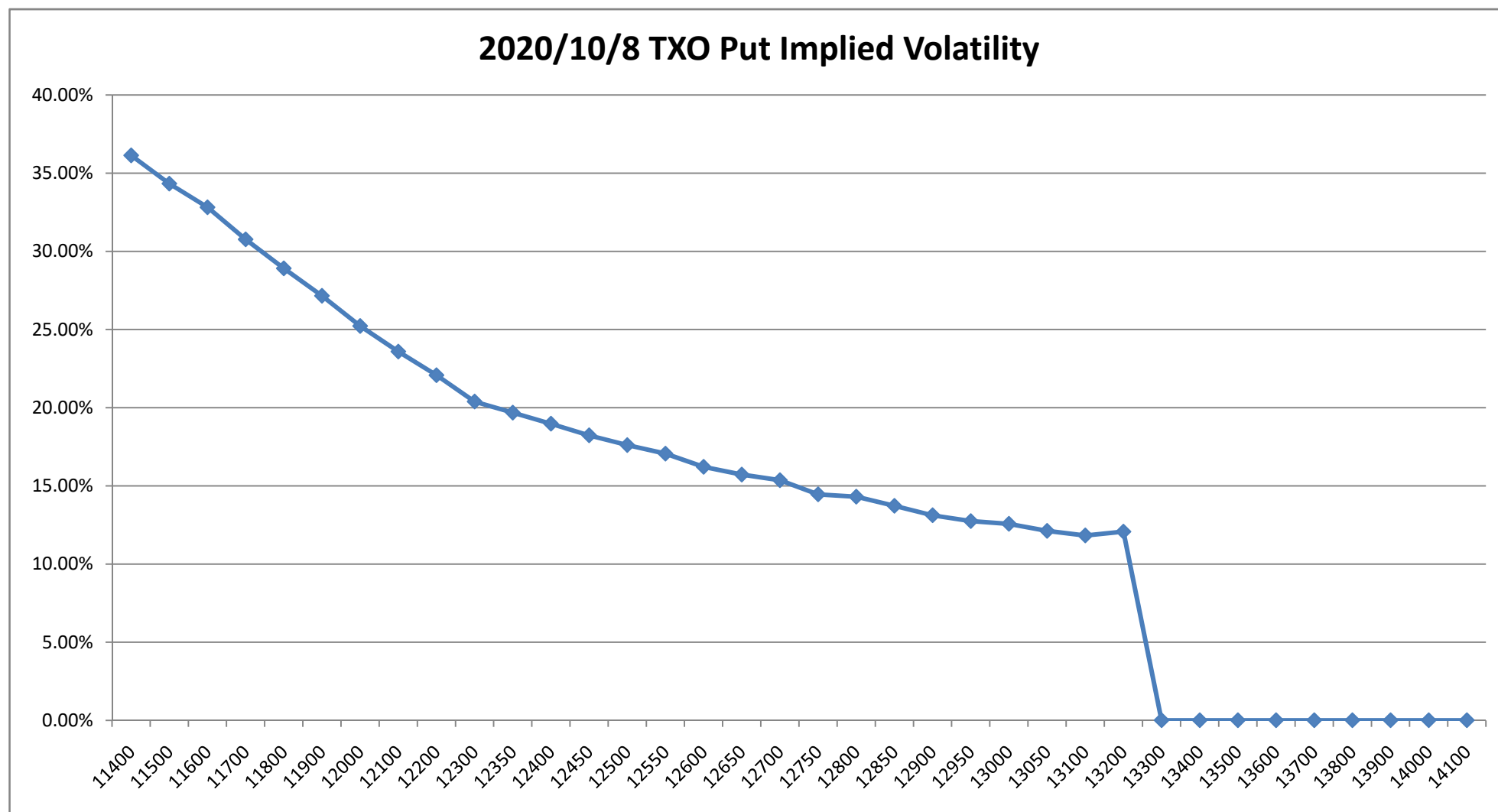
➤ 转化为下式求根

$$g(\sigma^*) = f(S, K, T, r_d, r_f, \sigma^*) - C^* = 0$$

◆ Smile Effect



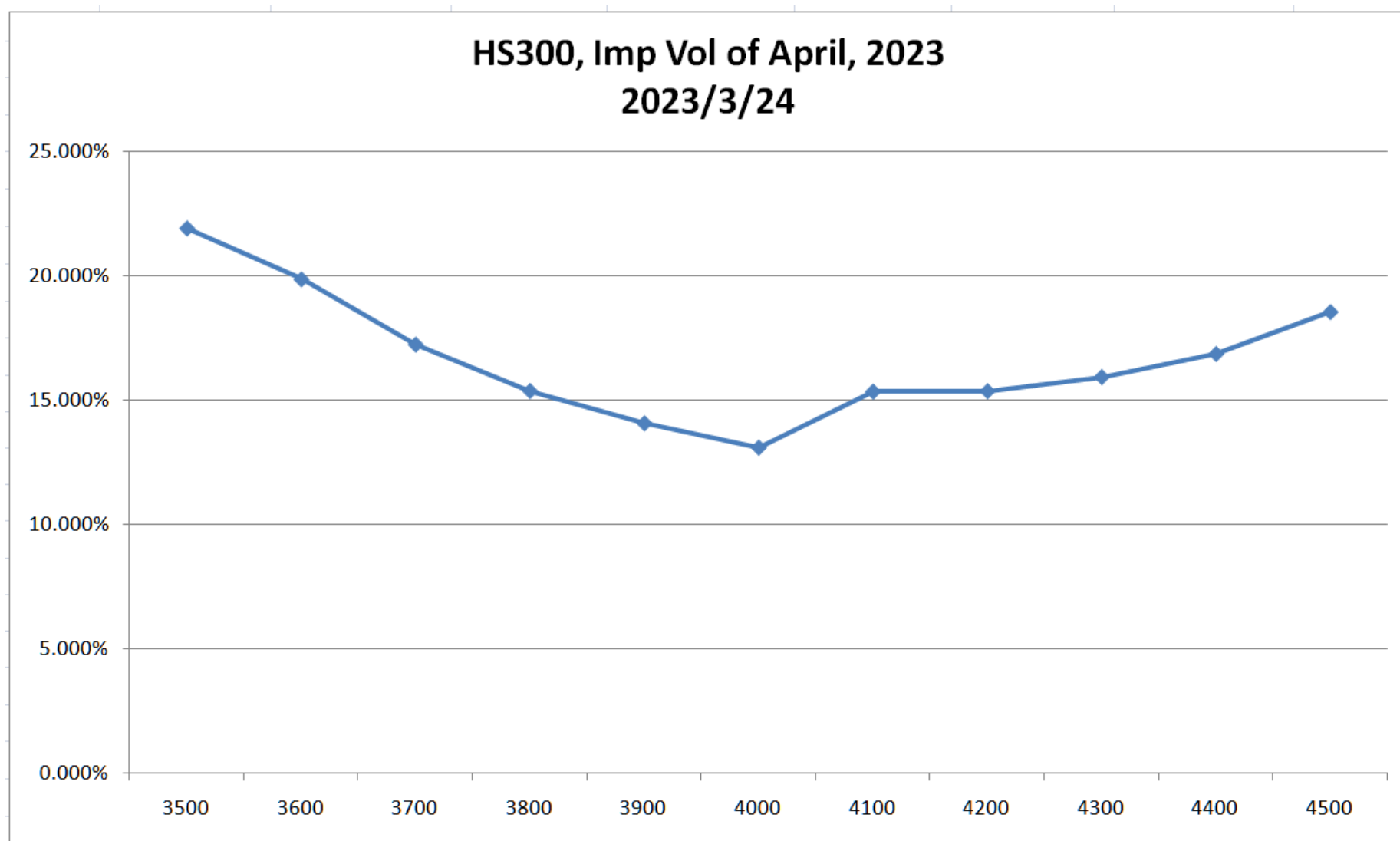
◆ 2020/10/08 台指期权(TXO)Put 隐含波动率



◆ 2023/3/24 沪深 HS300 期权隐含波动率

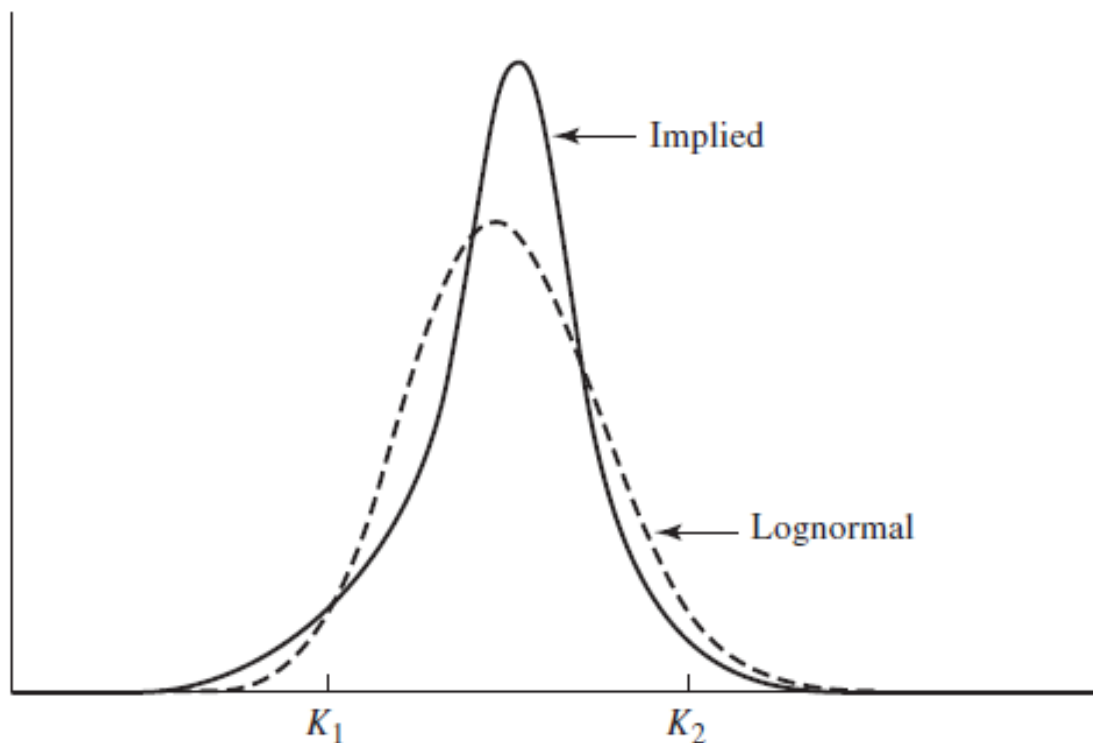
Today	2023/3/24								
Maturity	2023/4/21	2023/5/19	2023/6/16	2023/9/15	2023/12/15	2024/3/15			
XValues	M1	M2	M3	M4	M5	M6	Date	Time	
3500	21.933%	18.417%	18.637%	19.809%	18.713%	18.013%	2023/4/21	0.07671	
3600	19.882%	17.050%	17.837%	18.924%	18.314%	17.959%	2023/5/19	0.15342	
3700	17.258%	15.793%	16.800%	18.281%	18.159%	17.886%	2023/6/16	0.23014	
3800	15.390%	15.244%	16.110%	18.532%	17.950%	17.740%	2023/9/15	0.47945	
3900	14.090%	14.533%	16.000%	18.556%	17.946%	17.476%	2023/12/15	0.72877	
4000	13.114%	13.971%	15.469%	18.707%	18.242%	17.441%	2024/3/15	0.97808	
4100	15.366%	15.707%	16.361%	15.418%	17.711%	17.486%			
4200	15.384%	15.503%	16.153%	15.579%	17.047%	17.553%			
4300	15.952%	15.558%	16.501%	15.683%	17.001%	17.535%			
4400	16.879%	15.714%	17.184%	16.190%	17.227%	17.404%			
4500	18.564%	15.915%	17.664%	16.684%	17.059%	17.808%			
ATM									
4027	13.657%	14.378%	15.642%	18.078%	18.190%	17.445%			

◆ 2023/3/24 沪深 HS300 四月期权隐含波动率 Smile Effect



◆ 对数常态分配的假设有误，左侧尾端有厚尾现象，BS 模型定价错误，有套利空间。

Figure 20.4 Implied distribution and lognormal distribution for equity options.



(二)Black 76 模型假设

◆ Black(1976)是相对的另一个远期价格模型，主要使用在期货期权上。

➤ 标的资产为期货合约的期权合约，通常为美式合约。

✓ 买权执行时，买方取得期货买入部位，以及最近结算价与执行价格间的差额。

✓ 卖权执行时，买方取得期货卖出部位，以及执行价格与最近结算价间的差额。

➤ 期货期权受欢迎的原因

✓ 期货合约较现货流动性高

✓ 期货价格可以直接看到

✓ 没有现货交割的问题

✓ 与期货合约在同一交易所交易

✓ 较现货期权交易成本低

◆ 在风险中立的世界下，期货的价格程序为

$$\frac{dF}{F} = \sigma \bullet dZ \dots\dots\dots(3.4)$$

- 其中 σ 为一常数，为期货价格的波动率。
- 期货价格为对数常态分配。
- 当持有成本(cost of carry)与便利收益(convenience yield)只为时间的函数时，期货价格的波动率小于现货价格的波动率。

◆ 远期价格与即期价格间的关系，可由 Cost-of-carry Model 描述，

$$F = Se^{(r-y)T}$$

◆ Black 76 的期货价格欧式期权公式如下,

$$c = e^{-rT} [F_0 N(d_1) - KN(d_2)] \dots\dots\dots(3.5)$$

$$p = e^{-rT} [KN(-d_2) - F_0 N(-d_1)] \dots\dots\dots(3.6)$$

$$d_1 = \frac{\ln(F_0 / K) + \sigma^2 T / 2}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(F_0 / K) - \sigma^2 T / 2}{\sigma \sqrt{T}} = d_1 - \sigma \sqrt{T}$$

➤ 期货合约的到期日不需要与期权合约同时到期。

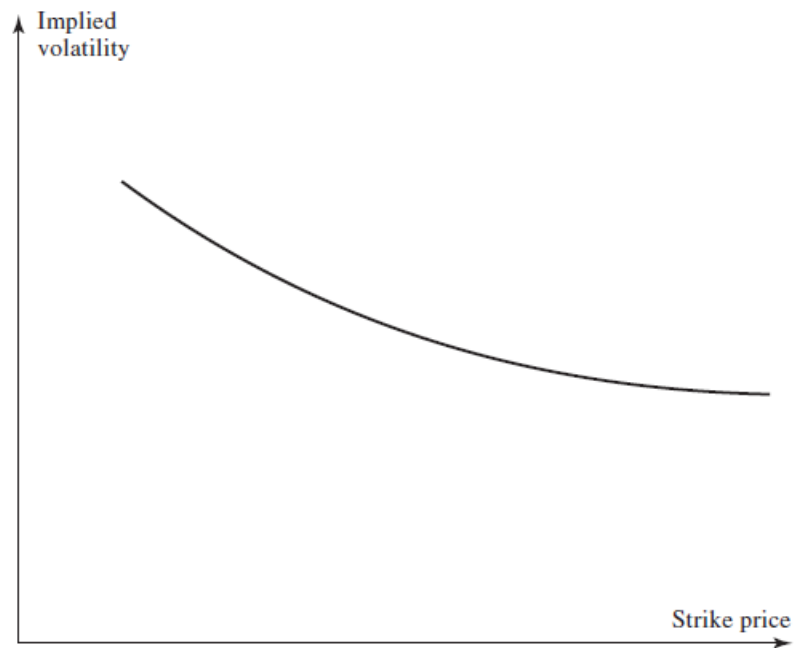
四、随机波动率模型

(一)随机波动率模型的补救

◆ 市场观察到的现象，必须可被模型解释

➤ Smile 的现象，Reverse Skew

Figure 20.3 Volatility smile for equities.



◆ 实务上，随机波动率模型对于此一现象，有比较好的解释能力。

- Heston Model(1993)现货价格模型
- SABR Model(2002)远期价格模型

◆ 此二模型对于香草型的期权，皆有解析解，便于价格的计算

- Heston 模型的公式较复杂，涉及复数的半开放区间积分
- SABR 模型相对简单
- 两者使用都需要进行市场校正(Market Calibration)，估算模型参数
- 计算量相对 BS 模型大幅上升

(二)Heston Model

◆ Steven Heston(1993)提出的现货价格模型,

$$dS_t = \mu S_t dt + \sqrt{V_t} S_t dW_t^1 \dots\dots\dots(4.1)$$

$$dV_t = \kappa(\theta - V_t)dt + \sigma\sqrt{V_t}dW_t^2 \dots\dots\dots(4.2)$$

$$dW_t^1 dW_t^2 = \rho \cdot dt \dots\dots\dots(4.3)$$

- 其中 $\{S_t\}_{t \geq 0}$ 表现货价格过程, $\{V_t\}_{t \geq 0}$ 表波动率过程。
- 以 P 测度表示此真实世界下的机率测量。
- $\{W_t^1\}_{t \geq 0}$ 与 $\{W_t^2\}_{t \geq 0}$ 表真实世界中两相关的布朗运动过程, 相关系数为 ρ 。
- $\{V_t\}_{t \geq 0}$ 为一平方根均数回复过程, 长期平均为 θ , 回复速率为 κ , σ 称之为波动性之波动性。
- V_0 、 κ 、 θ 、 σ 、 ρ 五个模型参数需要估计。

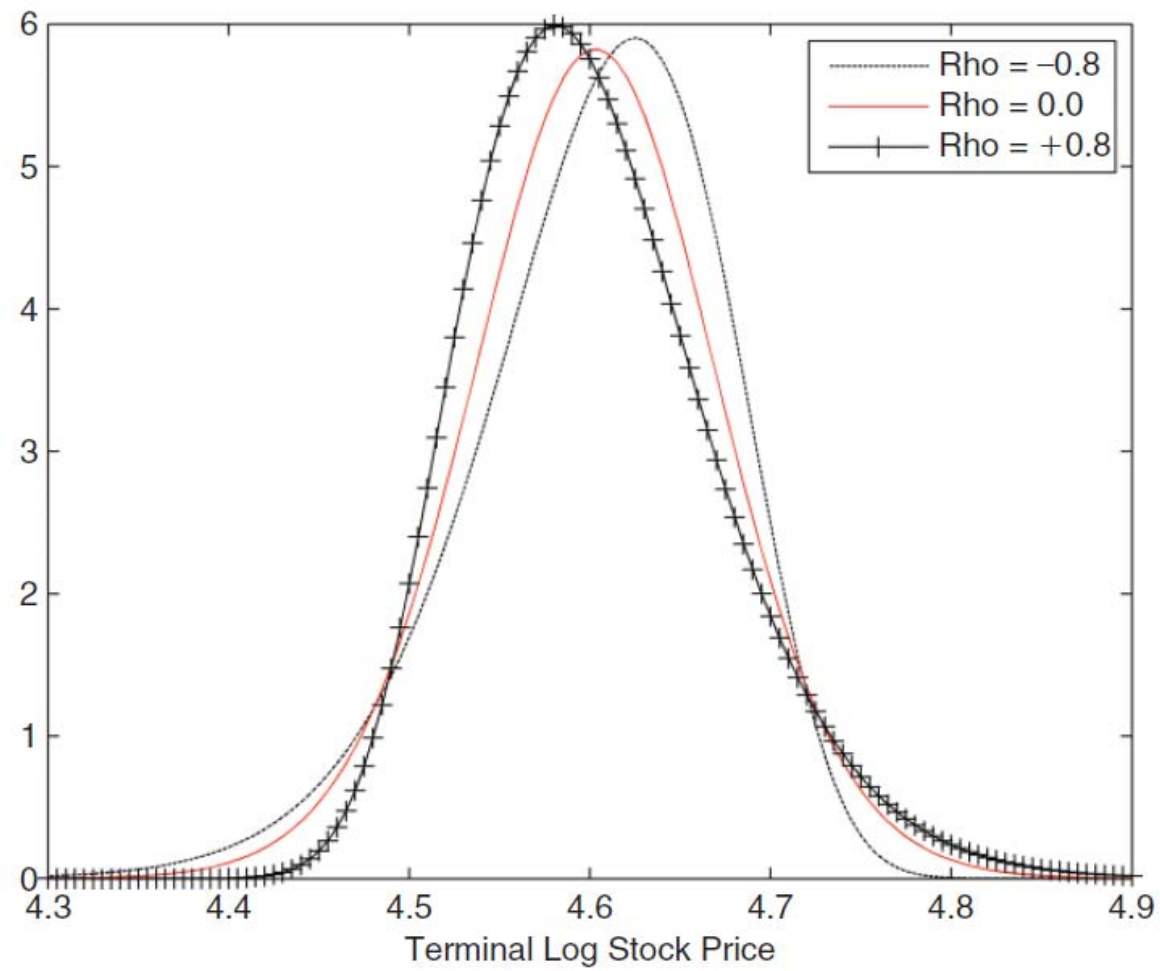


FIGURE 2.4 Effect of Correlation on Density

◆ 以 Heston 模型为例，其期权价格公式复杂，

➤ 对不发放股利的欧式买权，Heston 模型的封闭解为，

$$C(S_t, V_t, t, T) = S_t P_1 - K e^{-r(T-t)} P_2 \dots\dots\dots (4.4)$$

$$P_j(x_t, V_t, T, K) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \text{Re} \left(\frac{e^{i\phi \ln(K)} f_j(x_t, V_t, T, \phi)}{i\phi} \right) d\phi \dots\dots\dots (4.5)$$

$$x_t = \ln(S_t), \quad \tau = T - t,$$

$$f_j(x_t, V_t, \tau, \phi) = \exp \{ C(\tau, \phi) + D(\tau, \phi) V_t + i\phi x_t \}$$

$$C(\tau, \phi) = r\phi i\tau + \frac{a}{\sigma^2} \left[(b_j - \rho\sigma\phi i + d)\tau - 2 \ln \left(\frac{1 - g e^{d\tau}}{1 - g} \right) \right]$$

$$D(\tau, \phi) = \frac{b_j - \rho\sigma\phi i}{\sigma^2} \left(\frac{1 - e^{d\tau}}{1 - g e^{d\tau}} \right)$$

$$g = \frac{b_j - \rho\sigma\phi i + d}{b_j - \rho\sigma\phi i - d}$$

$$d = \sqrt{(\rho\sigma\phi \cdot i - b_j) - \sigma^2(2u_j\phi \cdot i - \phi^2)} , \quad j=1,2$$

✓ 其中

$$u_1 = \frac{1}{2} , \quad u_2 = -\frac{1}{2}$$

$$a = k^* \theta^* , \quad b_1 = k^* - \rho\sigma , \quad b_2 = k^*$$

(三) SABR Model

◆ Stochastic ABR(2002)的远期价格模型如下,

$$dF_t = \alpha_t F_t^\beta dW_t^1 \dots\dots\dots(4.6)$$

$$d\alpha_t = \alpha_t \nu dW_t^2 \dots\dots\dots(4.7)$$

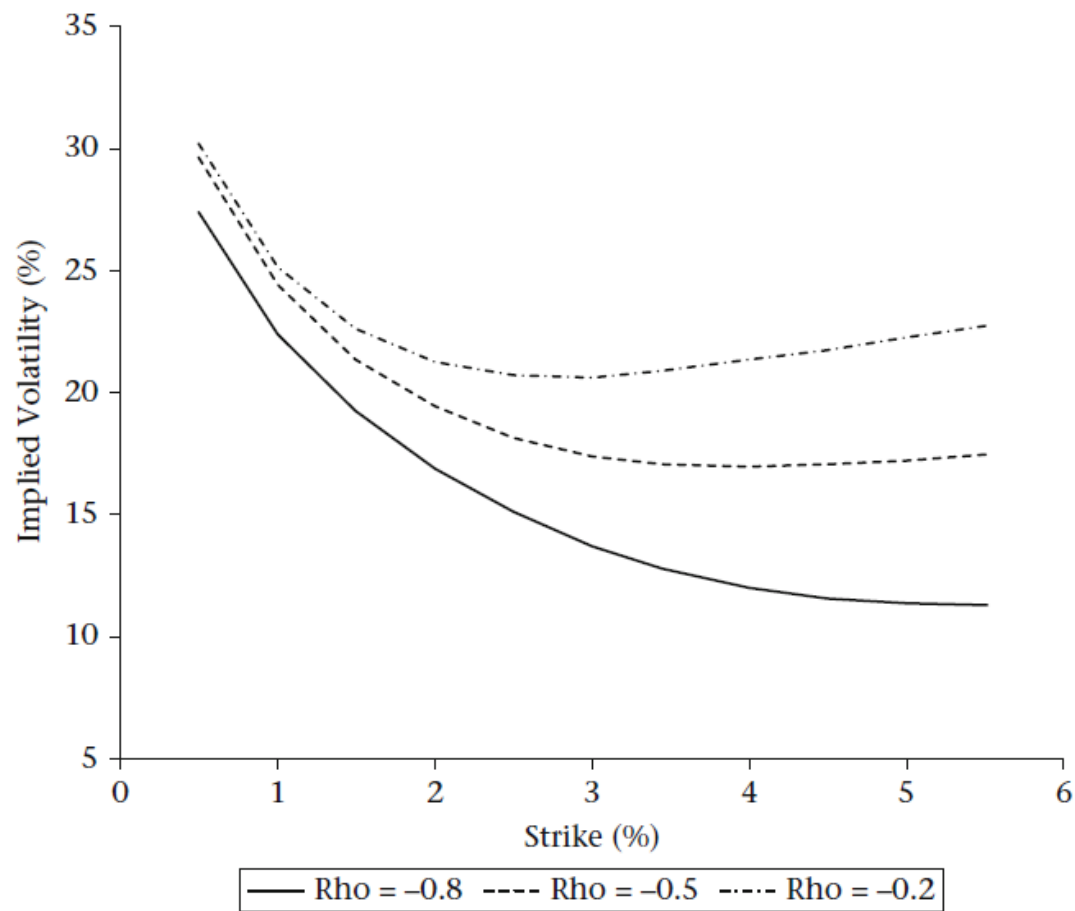
$$dW_t^1 dW_t^2 = \rho \cdot dt \dots\dots\dots(4.8)$$

- 其中 $\{F_t\}_{t \geq 0}$ 表远期价格过程, $\{\alpha_t\}_{t \geq 0}$ 表波动率过程。
- 以 P 测度表示此真实世界下的机率测量。
- $\{W_t^1\}_{t \geq 0}$ 与 $\{W_t^2\}_{t \geq 0}$ 表真实世界中两相关的布朗运动过程, 相关系数为 ρ 。
- α_0 、 β 、 ρ 、 ν 为四个模型参数需要估计。

◆ 参数, ρ , 代表两个随机过程的相关性。

➤ 通常其值为负,

✓ 远期价格的变动与波动率的变动呈反向变动。



◆ Hagan 提出两种不同的近似公式，来计算在 SABR 模型下，香草型期权的价格。

➤ 一种是算出对数正态分配假设下，隐含的 Black 模型波动率， $\sigma^B(K)$ 。

✓ 实务上，偏好使用此种方法，配合传统 Black-Scholes 模型的对数正态假设。

➤ 另一种是算出正态分配假设下，隐含的 Normal 模型波动率， $\sigma^N(K)$ 。

甲、Hagan 近似公式：对数正态公式

◆ 对 T 时点到期，执行价格为 K 的期权，在 t=0 的隐含 Black 波动率为，

$$\sigma^B(K) = \frac{\alpha}{(KF)^{\left(\frac{1-\beta}{2}\right)} \left[1 + \frac{(1-\beta)^2}{24} \ln^2\left(\frac{F}{K}\right) + \frac{(1-\beta)^4}{1920} \ln^4\left(\frac{F}{K}\right) + \dots \right]} \cdot \left(\frac{z}{\xi(z)} \right) \cdot \left(1 + \frac{(1-\beta)^2}{24} \frac{\alpha^2}{(KF)^{(1-\beta)}} T + \frac{1}{4} \frac{\alpha\beta\rho\nu}{(KF)^{\left(\frac{1-\beta}{2}\right)}} T + \frac{2-3\rho^2}{24} \nu^2 T + \dots \right) \dots\dots\dots(4.9)$$

➤ 其中，

$$z = \frac{\nu}{\alpha} (KF)^{\left(\frac{1-\beta}{2}\right)} \ln\left(\frac{F}{K}\right)$$

$$\xi(z) = \ln\left(\frac{\sqrt{1-2\rho z + z^2} + z - \rho}{1-\rho}\right)$$

➤ 对于价平的期权， $F=K$ ，(3.12)式可以简化如下，

$$\sigma^B(K) = \frac{\alpha}{F^{(1-\beta)}} \bullet \left(1 + \frac{(1-\beta)^2}{24} \frac{\alpha^2}{F^{(2-2\beta)}} T + \frac{1}{4} \frac{\alpha\beta\rho\nu}{F^{(1-\beta)}} T + \frac{2-3\rho^2}{24} \nu^2 T + \dots \right) \dots\dots\dots(4.10)$$

◆ 当 $\beta = 0$ ，(4.9)式可简化如下，

$$\sigma^B(K) = \alpha \frac{\ln\left(\frac{F}{K}\right)}{(F-K)} \bullet \left(\frac{z}{\xi(z)} \right) \bullet \left(1 + \left(\frac{\alpha^2}{24KF} + \frac{2-3\rho^2}{24} \nu^2 \right) T + \dots \right) \dots\dots\dots(4.11)$$

➤ 其中，

$$z = \frac{\nu}{\alpha} \sqrt{KF} \ln\left(\frac{F}{K}\right)$$

$$\xi(z) = \ln\left(\frac{\sqrt{1-2\rho z + z^2} + z - \rho}{1-\rho} \right)$$

◆ 当 $\beta=1$, (4.9)式可简化如下,

$$\sigma^B(K) = \alpha \bullet \left(\frac{z}{\xi(z)} \right) \bullet \left(1 + \left(\frac{\alpha \rho \nu}{4} + \frac{2-3\rho^2}{24} \nu^2 \right) T + \dots \right) \dots\dots\dots(4.12)$$

➤ 其中,

$$z = \frac{\nu}{\alpha} \ln \left(\frac{F}{K} \right)$$

$$\xi(z) = \ln \left(\frac{\sqrt{1-2\rho z + z^2} + z - \rho}{1-\rho} \right)$$

乙、SABR 模型 Greeks 的计算

◆ 相对于 BS 模型，SABR 的避险参数需要适度的调整，无法直接用简单的定义去计算。

➤ 传统上的 Delta 为 SABR 期权价格对远期价格的一次微分，

$$\Delta = \frac{\partial C}{\partial F} = \frac{C(F+h) - C(F-h)}{2h} \dots\dots\dots(4.13)$$

◆ Bartlett(2006)指出，当 F 改变时，Alpha 与 F 两者是关联的。

➤ 因此，F 的变动会伴随 Alpha 的变动，表示如下。

$$F \rightarrow F + \partial F$$

$$\alpha \rightarrow \alpha + \lambda_F \alpha$$

✓ 其中， $\lambda_F \alpha$ 表 F 变动，所引起 Alpha 的平均变动。

◆ Bartlett(2006)导出,

$$\lambda_F \alpha = \frac{\rho \nu}{F^\beta} \partial F$$

➤ 因此, SABR 的 Delta 可以表示为,

$$\Delta_{\text{SABR}} = \Delta_{\text{BLK}} + V_{\text{BLK}} \left(\frac{\partial \sigma^B(K)}{\partial F} + \frac{\partial \sigma^B(K)}{\partial \alpha} \frac{\rho \nu}{F^\beta} \right) \dots\dots\dots(4.14)$$

✓ 其中, Δ_{BLK} 表 Black76 模式计算的 Delta,

$$\Delta_{\text{BLK}} = \frac{\partial P(F_t, K, \sigma^B(K), T, r)}{\partial F_t}$$

✓ V_{BLK} 表 Black76 模式计算的 Vega。

$$V_{\text{BLK}} = \frac{\partial P(F_t, K, \sigma^B(K), T, r)}{\partial \sigma^B(K)}$$

◆ SABR 的 Gamma 的计算, 比照同一逻辑可以求得。

五、高性能计算(HPC)的实现

◆ 高频交易、算法交易与量化组织者的比较

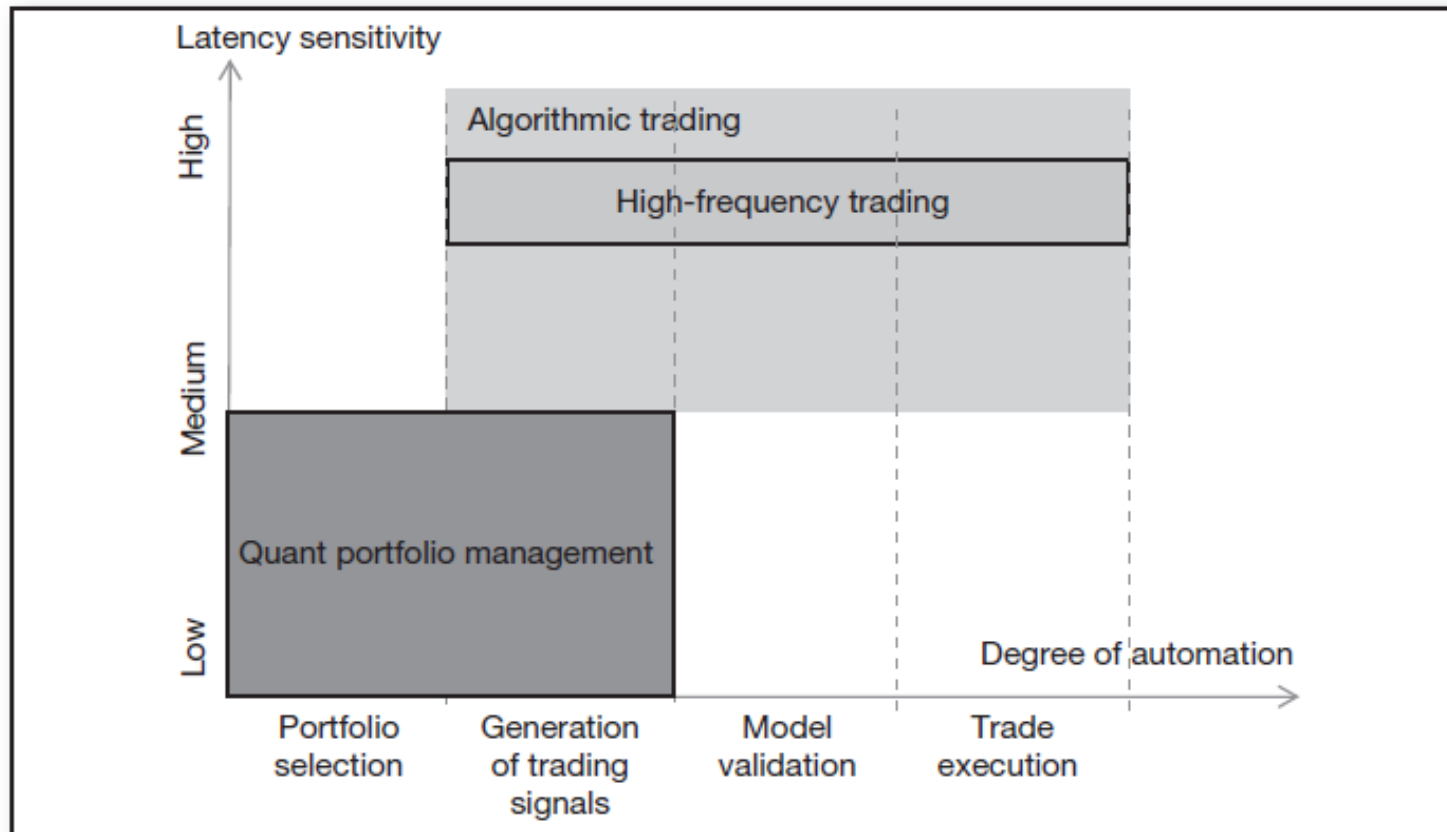


FIGURE 1.9 HFT vs. Algorithmic Trading and Quant Portfolio Management

◆ 20 世纪中，计算速度与成本的演化

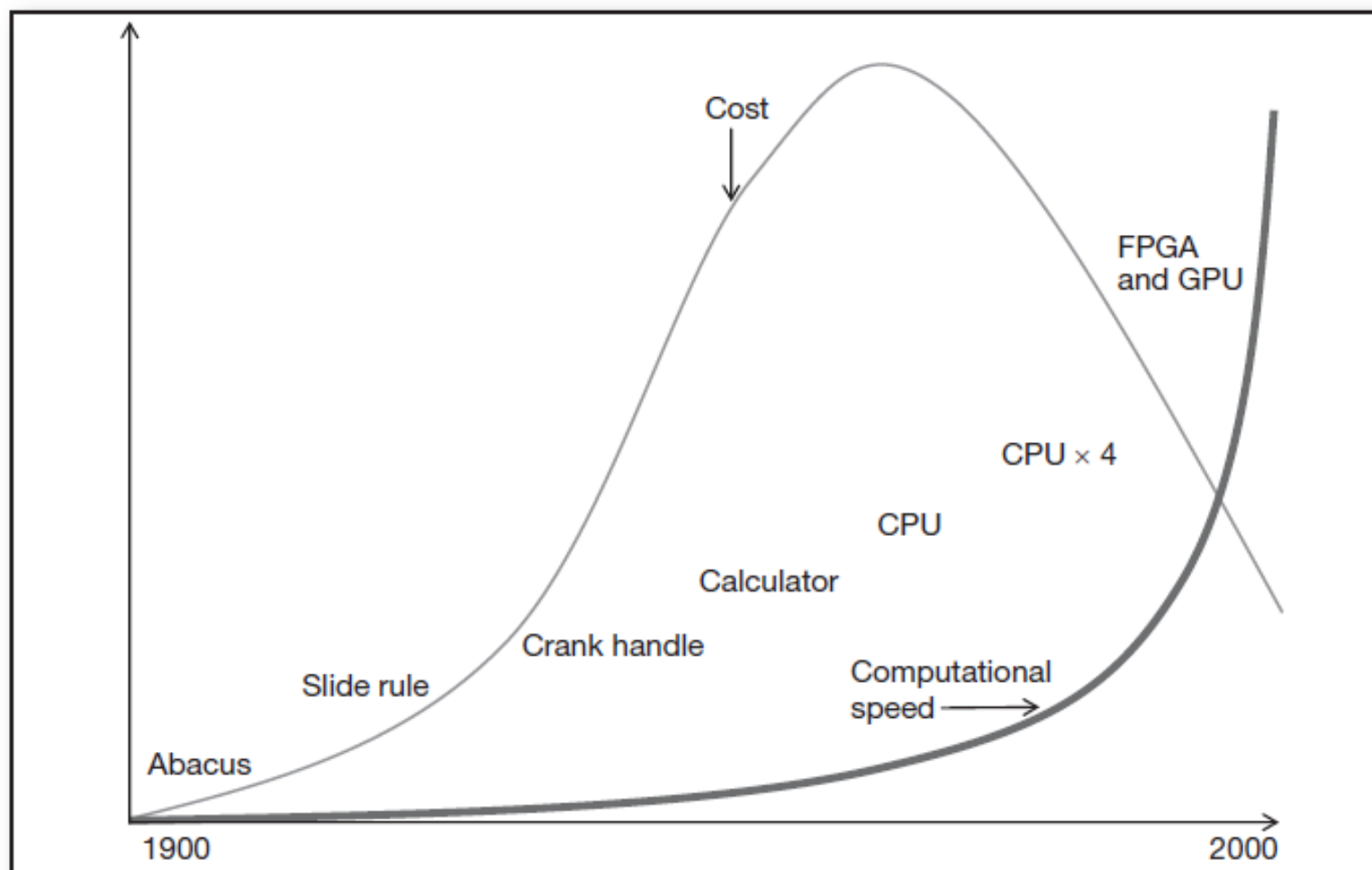


FIGURE 2.1 Evolution of Speed and Costs of Technology over the Twentieth Century

◆ 市场价格有偏离合理价格的现象，需要有效能的补捉，撷取套利机会

- 首先，需快速取得市场价格，校正模型参数
- 其次，需要快速计算模型价格，判断市场上不合理价格的套利机会
- 最后，快速下单成交，获取利润

◆ 市场上同时有许多契约在进行

- 不是单纯下单速度的问题，涉及模型的复杂计算
- 需使用高性能运算系统来进行此项工作

◆ 大型主机系统不是此类问题的主流处理方式。

- 异质性高效运算系统被大量采用。
- Top 500 超级计算机日渐采用异质架构。
- 多核 CPU 架构，搭配支持 CPU 平行运算的 Host 端运算。
- 众核的 GPU 架构，搭配 CUDA(NVIDIA)与 OpenCL 支持 Device 端运算。
- 结合 FPGA 高速与低耗能的运算，使用硬件线路进行超高速的下单应用。

◆ GPU 已成为 AI 与大数据主要的计算引擎

- NVIDIA 是最重要的推手
- 全世界前 500 大超级计算机，25%使用 GPU 来制造
 - ✓ <https://blogs.nvidia.com/blog/2019/11/19/record-gpu-accelerated-supercomputers-top500/> ◦
- 硬件已经齐备，软件的开发成为重要的关键
- 平行运算的编程，才能充分发挥强大的火力

◆ 我在永丰银行开发的结构商品系统，已实现大部分的运算架构

- 双 CPU 系统，每颗 CPU 有 12 个核。
- 5 张 NVIDIA Quadro K2000 绘图卡。
- 一笔结构商品交易评价与风险计算，高达 4 亿次的随机数模拟计算，只要 0.6 秒便可完成计算。
 - ✓ $365 * 131,072 * 2 * 4 \sim$ 四亿个随机数

◆ 展示 CPU 与 GPU 在 Heston 模拟上的差异。

- 30X ↑ 效能提升
- CPU: C++/Matlab = 20X, C++ GPU = 20X, Matlab GPU = 5X
- C#在 Windows 平台，计算性能与 C++相当

◆ Heston 模型 TRF 外汇结构商品，GPU & CPU 计算效能比较，60X 效益

Contract Terms

Path Number: 65,536

Path 1 Fixing CF

** RUN CPU **

6.82186866

8.60902804

6.91426932

7.19021936

5.12884259

3.17077177

2.63356776

3.42347934

4.60839800

4.13131151

4.06067093

4.38002523

** RUN GPU **

0

0

0

0

0

1.39157443860861

3.21810171762972

2.18534884246448

2.60130628810333

4.85410359807476

3.01805481038897

3.41683285357983

Gearing

2.0

Lower Knock In

95.0

Lower Strike

99.9

Target Redemption

4.0

12 Cash Flows Fixing

1th fixing : 34 days aheads.

2th fixing : 61 days aheads.

3th fixing : 90 days aheads.

4th fixing : 119 days aheads.

5th fixing : 153 days aheads.

6th fixing : 181 days aheads.

7th fixing : 214 days aheads.

8th fixing : 244 days aheads.

9th fixing : 273 days aheads.

10th fixing : 305 days aheads.

11th fixing : 334 days aheads.

12th fixing : 367 days aheads.

GPU

CPU

MTM

-8.94256651

-9.19595267

Framework

NVIDIA Corporation

Compile Flag

Success

Complie Time(ms)

323

Execute Flag

Success

Run Time(ms)

77

4652

Efficiency(X)

60

Compile GPU

Run GPU

Run CPU

Close

◆ 高频交易使用 FPGA 实现的方式

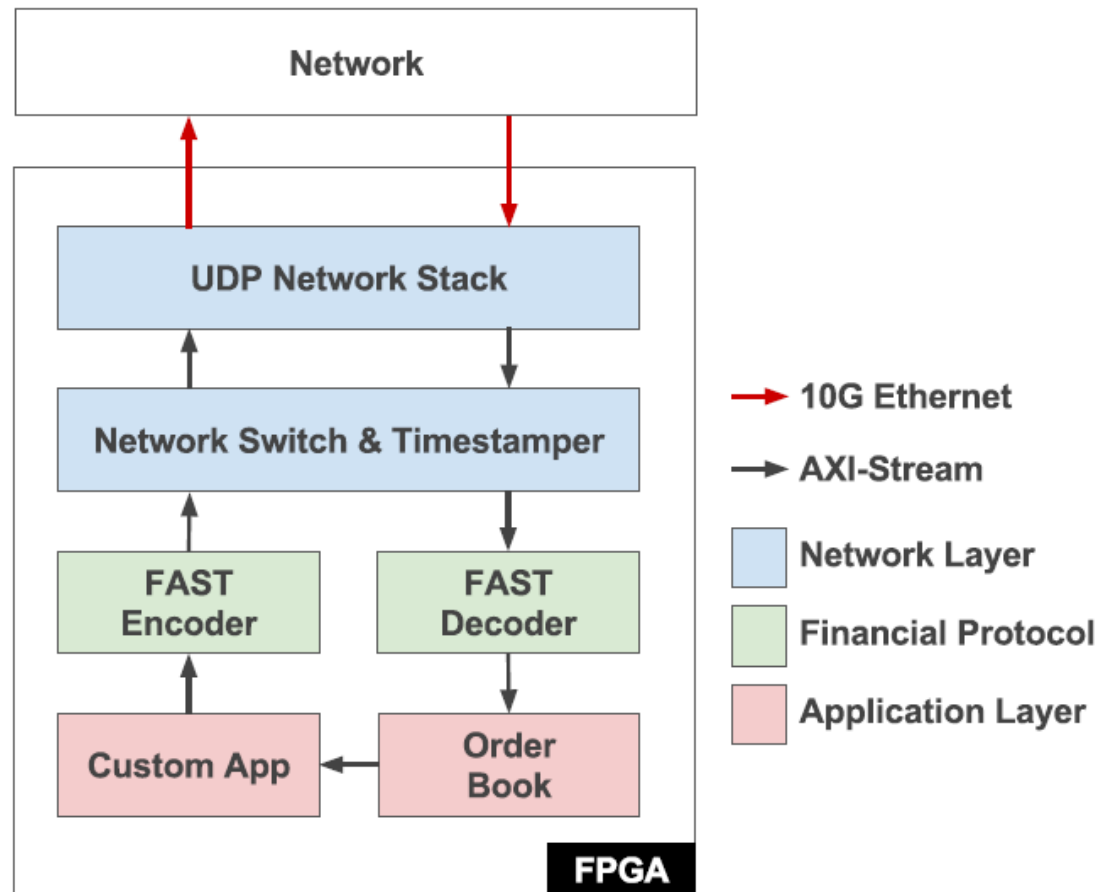
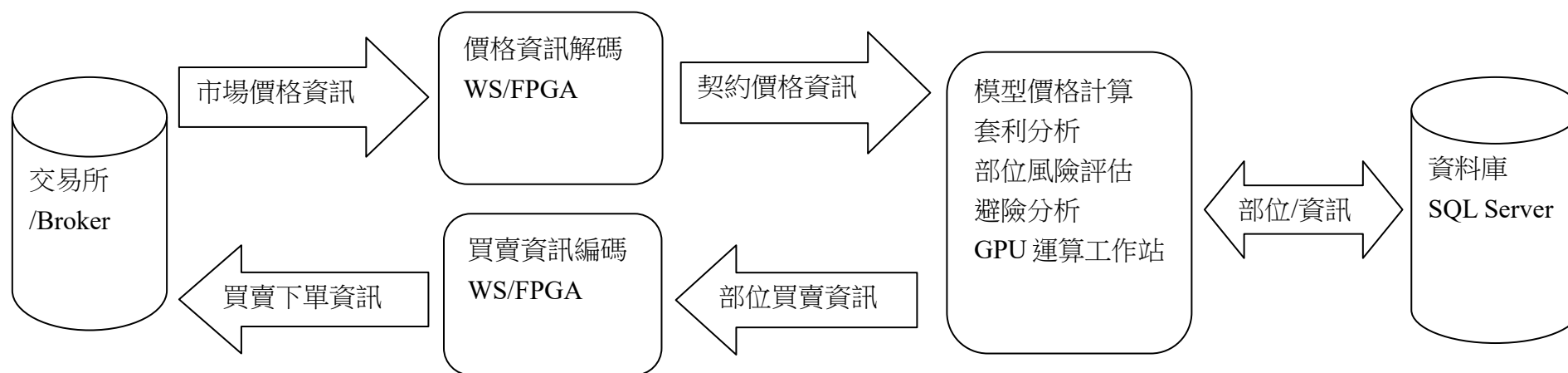


Fig. 1. HFT System block diagram

六、高频交易系统架构与技术实现

◆ 高频交易系统轮廓图



(一)交易所信息传输与信息译码/编码

◆ Open Systems Interconnection(OSI) layers

7	Application	• The application layer defines a programming interface to the network for user applications.
6	Presentation	• The presentation layer is responsible for encoding data from the application layer ready for transmission over the network, and vice versa.
5	Session	• The session layer creates a virtual connection between applications, defining how connections can be established, maintained, and terminated.
4	Transport	• The transport layer allows reliable communication of data.
3	Network	• The network layer makes it possible to access nodes in a LAN using logical addressing.
2	Data Link	• The data link layer accesses the physical network with physical addresses. It is responsible for error correction, flow control, and hardware addressing.
1	Physical	• The physical layer defines network transmission media such as connectors, cables, and so on.

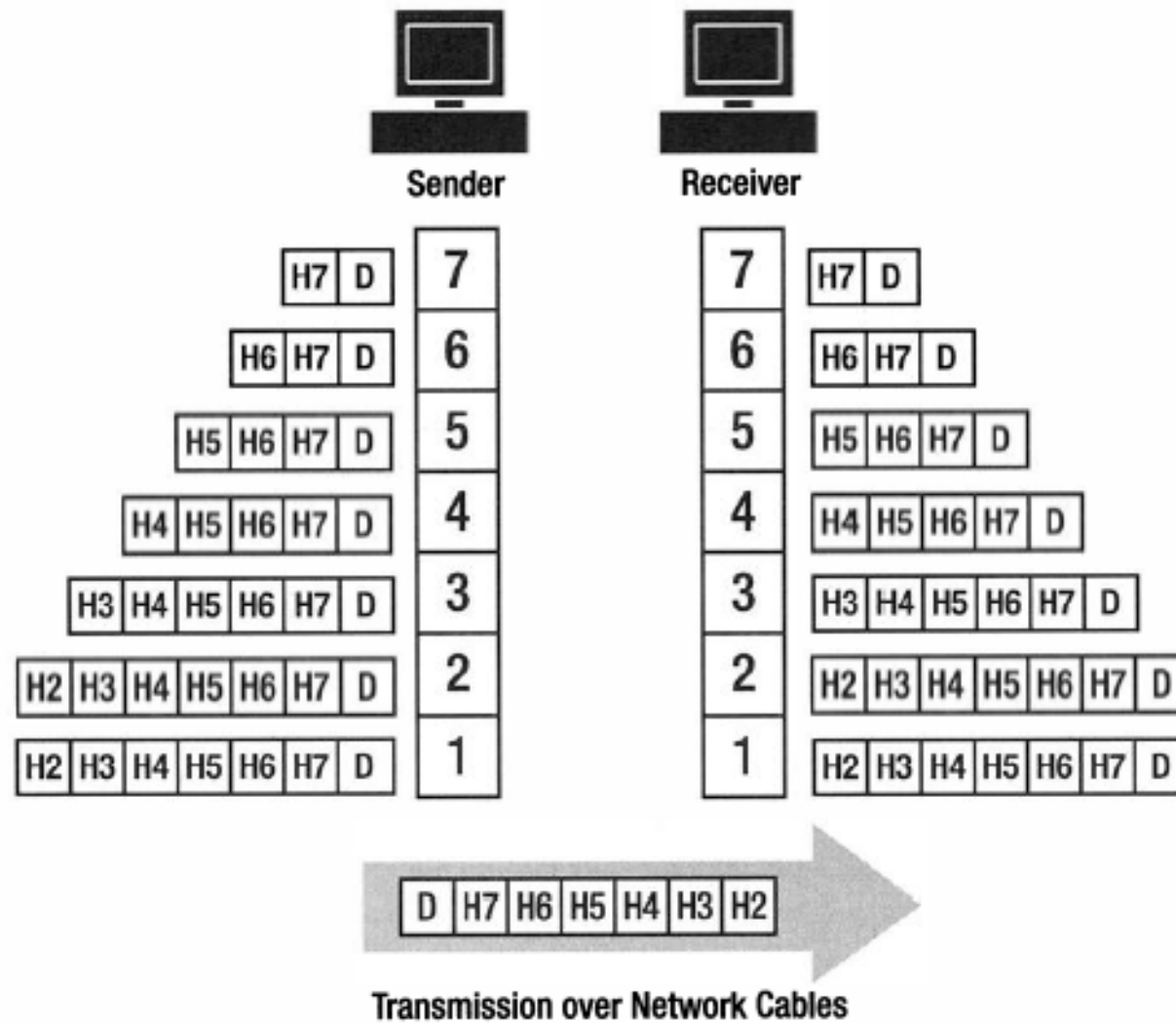


Figure 1-11. *Communication across the layers*

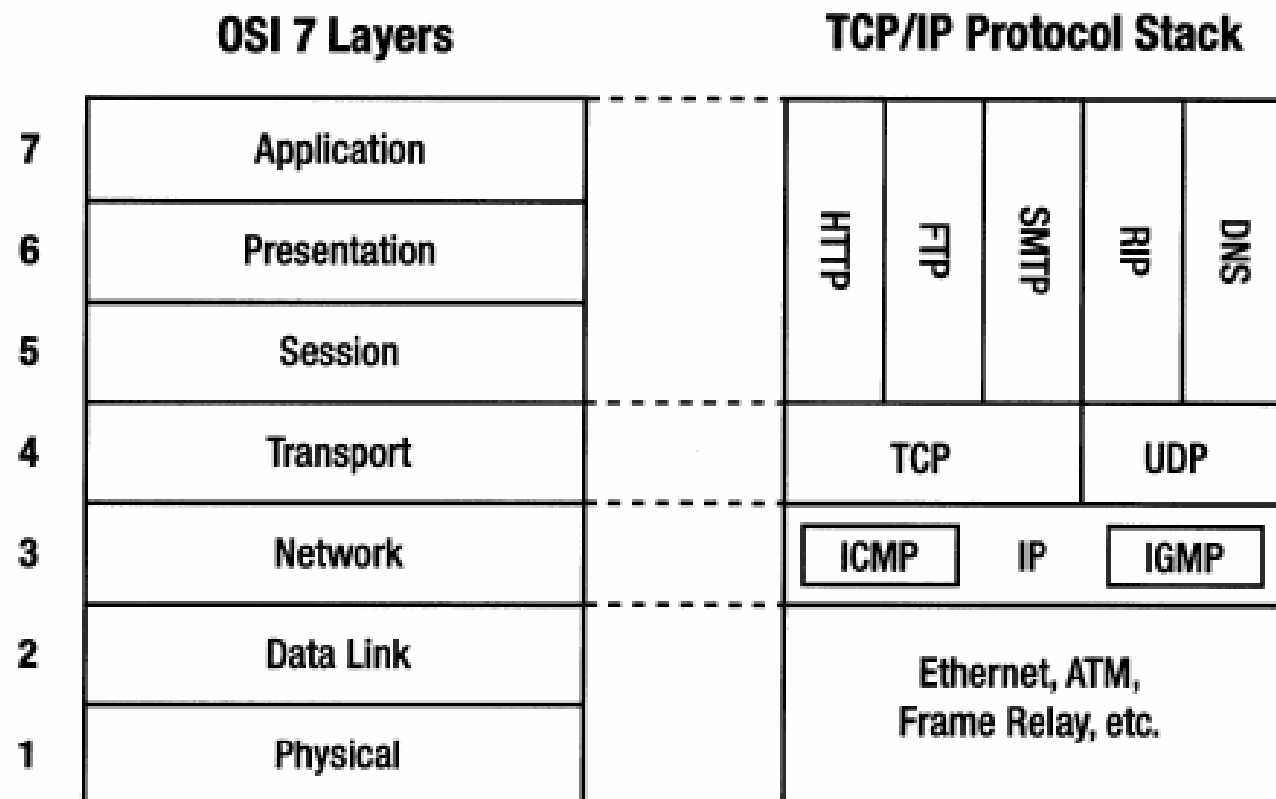


Figure 1-13. *OSI layers and the TCP/IP protocol stack*

(二)计算主机信息传输

◆ C++ Socket Programming

- 使用 stream socket 双向传输串流信息(stream of bytes)。
- 可以保证 error correction, handle delivery, preserve data sequence。
- 使用 TCP(Transmission Control Protocol)。

◆ TCP Programming

- .NET Support
 - ✓ TcpClient
 - ✓ TcpListener
- .NET Remoting
 - ✓ 不同 AppDomain 间的通讯方式, 可在同机器、同一 LAN、或 Internet 上。
 - ✓ 根据 SOAP(Simple Object Access Protocol)、HTTP(Hypertext Transfer Protocol)与 TCP 的标准而制定。

(三)计算主机套利分析

- ◆ 使用 CPU 的多线程。

- 多 CPU，多核架构

- ◆ 使用异质性运算架构，

- 多 GPU 众核架构
- FPGA 硬件加速器

(四)程序语言的选择

◆ 使用工具

➤ System:

- ✓ MS Windows Server

➤ Language:

- ✓ .Net Framework, C#, TPL(Task Parallel Library)
- ✓ C++, Standard Library(std::thread)
- ✓ NVIDIA CUDA C

➤ Database:

- ✓ MS SQL Server

(五)个人开发环境的选择

◆ 以 Python 为开发语言

➤ System:

- ✓ MS Windows PC or Linux

➤ Language:

- ✓ Python
- ✓ QuantLib Python Package
- ✓ PyCUDA + CUDA

➤ Database:

- ✓ MySQL

◆ 我的知乎，董梦云(<https://www.zhihu.com/people/andydong1209>)

知乎 首页 知学堂 会员 发现 等你来答 最适合长途自驾游的车 提问 消息 私信 创作中心

QuantLib: a free/open-source library for quantitative finance

编辑封面图片

Get QuantLib	Documentation	Need Help?
Head to our download page to get the latest official release, or check out the latest development version from our git repository . Extensions, bindings and other languages are available.	Documentation is available in several formats from a number of sources. You can also read our installation instructions to get QuantLib working on your computer.	If you need to ask a question, subscribe to our mailing list and post it there. Before doing that, though, you might want to look at the FAQ and check if it was already answered.

IP 属地中国台湾

董梦云 30年资历资深金融工程师

金融 | 昀腾金融科技 | 技术长

台湾中央大学 | 金融 | ♂

查看详细资料

编辑个人资料

◆ 讲义下载网站，我的 github 网点(<https://github.com/andydong1209/IndexOptionHFT>)。

The screenshot shows a web browser window displaying the GitHub profile of user 'andydong1209'. The browser's address bar shows the URL 'https://github.com/andydong1209'. The profile page includes a circular profile picture of a man, the username 'andydong', and the GitHub handle 'andydong1209'. The navigation bar shows 'Overview' as the active tab, with other tabs for 'Repositories' (39), 'Projects', 'Packages', and 'Stars' (1). A 'Pinned' section displays five repositories: 'ReadMe' (Public, 2 stars), 'Articles' (Public, 14 stars, 2 forks), 'AMD_HPC' (Public, 2 stars), 'Zhihu' (Public, Chinese Zhihu Code, 1 star, Jupyter Notebook), and 'IndexOptionHFT' (Public). The browser's top bar shows the Firefox logo and various icons.