

TXO 台股指數選擇權

高頻套利交易介紹

昀騰金融科技

技術長

董夢雲 博士

dongmy@ms5.hinet.net

昀騰金融科技股份有限公司

技術長
金融博士、證券分析師

董夢雲 Andy Dong



ID:50917111

Line/WeChat:andydong3137

E:andydong1209@gmail.com

<https://github.com/andydong1209>

M:(T)0988-065-751 (C)1508-919-2872

10647 台北市大安區辛亥路一段 50 號 4 樓

現職：國立台灣大學財務金融研究所兼任教授級專家
國立台灣科技大學財務金融研究所兼任助理教授
台灣金融研訓院 2021 年菁英講座

經歷：中國信託商業銀行交易室研發科主管
凱基證券風險管理部主管兼亞洲區風險管理主管
中華開發金控、工業銀行風險管理處處長
永豐金控、商業銀行風險管理處處長
永豐商業銀行結構商品開發部副總經理

學歷：國立台灣大學電機工程學系學士
國立中央大學財務管理學研究所博士

專業：證券暨投資分析人員合格(1996)

專長：風險管理理論與實務，資本配置與額度規劃、資產負債管理實務
外匯與利率結構商品評價實務，股權與債權及衍生商品評價實務
GPU 平行運算與結構商品系統開發，CUDA、OpenCL
CPU 平行運算與 ALM 系統開發，C#/C++/C、.Net Framework、SQL
人工智慧(Deep Learning)交易策略開發，Python、Keras、TensorFlow

目 錄

一、背景介紹	4
二、選擇權套利介紹	7
三、隨機波動模型	22
四、高性能計算的實現	49
五、高頻交易系統架構與技術實現	61
六、市場狀況	72

一、背景介紹

◆ 現職與學歷

- 昀騰金融科技股份有限公司技術長
- 國立台灣大學財務金融研究所兼任教授級專家
- 台灣金融研訓院精英講座
- 國立中央大學財務管理研究所博士
- 國立台灣大學電機工程學士
- 證券暨投資分析人員(CSIA)合格

◆ 主要經歷

- 永豐銀行結構商品開發部副總經理
- 永豐金控風險管理處處長兼銀行風險管理處處長
- 中華開發金控風險管理處處長兼銀行風險管理處處長
- 凱基證券亞洲區風險管理主管兼台北風險管理部主管
- 中信銀交易室研發科主管

◆ 系統專案實際案例

- 交易室 TMU 衍生商品評價與風管系統(中國信託商業銀行)
 - ✓ FX Forward、MM Swaps、IRS、CCS、FX Options、Interest Rate Options(Caps/Floors)
- 交換交易(IRS、CCS)前、中、後台整合系統(中國信託商業銀行)
- 可轉債資產交換評價系統(元富證券)
 - ✓ IRS、CB、CBAS 評價系統
- VaR 風險管理系統(凱基證券)
 - ✓ Equity：Stock, Futures, Options, Warrant
 - ✓ Rate：Bond, Bonds Futures, Bonds Options, IRS, IRO
- DTS 利率衍生商品交易系統(凱基證券)
 - ✓ Spot：Bond
 - ✓ Derivative：Bonds Futures, Bonds Options, IRS, IRO(Caps/Floors), Swaptions
- 有價證券評價系統(中華開發銀行)
 - ✓ CB、ECB、CLN、CBAS 評價系統
- 資產負債管理(ALM)系統(永豐商業銀行)

➤ 結構商品評價系統(永豐商業銀行)

- ✓ 多 GPU 高速運算系統
- ✓ FX : TRF、AKO、DKO、Dual Range Accruals
- ✓ Rate : CMS Spreads、Range Accruals

◆ 目前進行系統專案

➤ 結構商品評價系統(元富證券)

- ✓ Rate : Zero Callable Note、Callable IRS、CMS Spreads Callable、Range Accruals Callable
- ✓ FX : Structured Note(Heston Model)

➤ Basel III 銀行簿利率風險衡量(中國輸出入銀行)

➤ Basel III 交易簿市場風險標準法風險資本計算(中國輸出入銀行)

二、選擇權套利介紹

◆ 2020/10/08 台指選擇權(TXO)行情表

日期：2020/10/08

臺指選擇權 (TXO) 行情表

2020/10/08 08:45~13:45 一般交易時段行情表

單位：口(成交量、未沖銷契約量)

契約	到期月份 (週別)	履約價	買賣 權	開盤 價	最高 價	最低 價	最後 成交 價	結算 價	漲跌價	漲跌%	*盤後交 易時段 成交量	*一般交 易時段 成交量	*合計成 交量	*未沖銷 契約量	最後 最佳 買價	最後 最佳 賣價	歷史 最高 價	歷史 最低 價
TXO	202010W2	11400	Call	-	-	-	-	1490	-	-	0	0	0	0	1320	1580	-	-
TXO	202010W2	11400	Put	0.6	0.8	0.6	0.7	0.7	▼-0.2	▼-22.22%	466	80	546	827	0.7	0.8	1.5	0.3
TXO	202010W2	11500	Call	-	-	-	-	1390	-	-	0	0	0	1	1220	1480	1200	1200
TXO	202010W2	11500	Put	0.7	0.8	0.7	0.8	0.8	▼-0.4	▼-33.33%	0	3	3	77	0.8	1.1	2.9	0.7
TXO	202010W2	11600	Call	-	-	-	-	1290	-	-	0	0	0	0	1120	1380	-	-
TXO	202010W2	11600	Put	0.8	1	0.7	1	1	▼-0.3	▼-23.08%	8	60	68	160	0.9	1.1	1.5	0.7
TXO	202010W2	11700	Call	-	-	-	-	1190	-	-	0	0	0	0	1020	1280	-	-
TXO	202010W2	11700	Put	0.7	1.1	0.7	1.1	1.1	▼-0.4	▼-26.67%	150	129	279	215	1.1	1.2	3.1	0.7
TXO	202010W2	11800	Call	-	-	-	-	1090	-	-	0	0	0	0	920	1180	-	-
TXO	202010W2	11800	Put	0.8	1.3	0.8	1.3	1.3	▼-0.3	▼-18.75%	197	248	445	809	1.3	1.4	3.4	0.8
TXO	202010W2	11900	Call	-	-	-	-	995	-	-	0	0	0	0	820	1080	-	-
TXO	202010W2	11900	Put	1	1.7	1	1.6	1.6	▼-0.2	▼-11.11%	309	162	471	922	1.6	1.7	4.8	1
TXO	202010W2	12000	Call	835	875	830	875	895	▲+90	▲+11.46%	4	8	12	5	720	980	875	815
TXO	202010W2	12000	Put	1.3	2.2	1.3	1.9	1.9	▼-0.5	▼-20.83%	688	867	1555	2186	1.9	2	6.7	1.3
TXO	202010W2	12100	Call	745	775	745	775	795	▲+90	▲+13.14%	0	2	2	2	620	880	775	745
TXO	202010W2	12100	Put	1.9	2.7	1.7	2.5	2.5	▼-0.7	▼-21.88%	962	3618	4580	3680	2.2	2.6	10.5	1.7
TXO	202010W2	12200	Call	-	-	-	-	695	-	-	0	0	0	0	520	785	-	-
TXO	202010W2	12200	Put	2.2	3.8	2.1	3.5	3.5	▼-1.6	▼-31.37%	623	2971	3594	3935	3.3	3.5	16	2.1

TXO	202010W2	12550	Call	332	344	289	343	359	▲+81	▲+30.92%	88	44	132	104	280	446	344	163
TXO	202010W2	12550	Put	15	26	14.5	15	15	▼-15.5	▼-50.82%	4565	7556	12121	5280	14.5	15.5	77	14.5
TXO	202010W2	12600	Call	273	315	236	315	315	▲+97	▲+44.50%	242	203	445	392	260	401	315	131
TXO	202010W2	12600	Put	20	34.5	18.5	18.5	18.5	▼-21	▼-53.16%	4578	12344	16922	6546	18.5	19.5	95	18.5
TXO	202010W2	12650	Call	233	275	198	272	272	▲+93	▲+51.96%	534	499	1033	725	269	278	275	102
TXO	202010W2	12650	Put	26	45.5	24.5	24.5	24.5	▼-26.5	▼-51.96%	5192	11088	16280	5882	24.5	25	115	24.5
TXO	202010W2	12700	Call	190	227	160	227	227	▲+82	▲+56.55%	1489	1611	3100	1507	222	231	227	78
TXO	202010W2	12700	Put	36	59	32	33	33	▼-32	▼-49.23%	5958	14712	20670	6152	32	32.5	139	32
TXO	202010W2	12750	Call	155	188	127	187	187	▲+75	▲+66.96%	3500	3774	7274	1962	186	188	188	57
TXO	202010W2	12750	Put	47	76	41	41	41	▼-43	▼-51.19%	4643	15358	20001	5005	41	43	169	41
TXO	202010W2	12800	Call	120	151	96	151	151	▲+66	▲+77.65%	6129	10598	16727	2870	150	152	151	39.5
TXO	202010W2	12800	Put	65	97	55	56	56	▼-49	▼-46.67%	4655	14901	19556	6143	55	56	200	55
TXO	202010W2	12850	Call	90	118	71	117	117	▲+57	▲+95.00%	7777	15811	23588	3686	116	117	118	27
TXO	202010W2	12850	Put	90	120	72	72	72	▼-59	▼-45.04%	2687	12514	15201	4143	71	72	242	70
TXO	202010W2	12900	Call	65	89	50	88	88	▲+46	▲+109.52%	10236	21071	31307	5837	87	89	89	18
TXO	202010W2	12900	Put	112	148	92	92	92	▼-71	▼-43.56%	1560	8687	10247	2203	92	93	269	92
TXO	202010W2	12950	Call	44	65	34.5	64	64	▲+37.5	▲+141.51%	7559	18547	26106	5488	62	64	65	11.5
TXO	202010W2	12950	Put	143	181	118	118	118	▼-81	▼-40.70%	522	1905	2427	846	118	119	303	118
TXO	202010W2	13000	Call	28.5	45.5	22	44	44	▲+27.5	▲+166.67%	7738	18362	26100	8074	44	44.5	45.5	7.2
TXO	202010W2	13000	Put	176	218	149	150	150	▼-85	▼-36.17%	485	1525	2010	511	148	151	343	149
TXO	202010W2	13050	Call	17	31	13.5	29.5	29.5	▲+20.1	▲+213.83%	6367	16746	23113	9241	29	30	31	4.2
TXO	202010W2	13050	Put	220	258	185	185	185	▼-93	▼-33.45%	398	946	1344	896	180	190	263	40
TXO	202010W2	13100	Call	10	20.5	8	18.5	18.5	▲+12.9	▲+230.36%	3341	18271	21612	11836	18.5	19.5	20.5	2.4
TXO	202010W2	13100	Put	258	303	225	225	225	▼-100	▼-30.77%	20	329	349	138	222	256	342	225
TXO	202010W2	13200	Call	3.4	8.4	3.2	7.7	7.7	▲+5.8	▲+305.26%	2187	10175	12362	6620	7.7	8	8.4	1
TXO	202010W2	13200	Put	388	388	316	316	316	▼-105	▼-24.94%	8	6	14	5	223	365	450	316

(一) 古典 Black-Scholes 73 模型

◆ Black-Scholes(1973)模型之下股票價格變化的程序，

- 金融資產價格的假設是，它遵行著所謂的幾何布朗運動(GBM)的擴散程序，

$$\frac{dS}{S} = \mu \cdot dt + \sigma \cdot dZ$$

- ✓ $\frac{dS}{S} = \frac{S_{t+dt} - S_t}{S_t} =$ 金融資產的報酬率，
- ✓ $dt =$ 單位時間，
- ✓ $\mu =$ 單位時間內預期金融資產的報酬率，
- ✓ $\sigma =$ 單位時間內預期金融資產的標準差。

◆ Z 是一隨機變數，為平均數為零，變異數為 t 之常態分配， $Z \sim \Phi(0, t)$ 。

- Z 稱之為韋恩程序。
- $dZ =$ 單位時間內， Z 的變動量，為一期望值為零，變異數為 dt 之常態分配， $dZ \sim \Phi(0, dt)$ 。

◆ 以 Plain Vanilla 之指數選擇權買、賣權為例，定價公式如下

$$C = Se^{-yT} N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2) \dots\dots\dots(1)$$

$$P = Ke^{-rT} N(-d_2) - Se^{-yT} N(-d_1) \dots\dots\dots(2)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S/K) + (r - y + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(S/K) + (r - y - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

- $N(x)$ 表標準常態累積機率密度函數(CDF)在 x 的值。
- S = 現貨價格， K = 執行匯率，
- r = 資金成本， y = 資產持有收益，
- T = 到期日的時間， σ = 資產價格波動性。

◆ 使用 Excel 實作定價公式如下，

Black_Scholes.xls [相容模式] - Microsoft Excel

常用 插入 版面配置 公式 資料 校閱 檢視 開發人員 負載測試 Acrobat 小組 Wind

貼上 剪貼簿 字型 對齊方式 數值 設定格式化的條件 表格 樣式 插入 刪除 格式 儲存格 自動加總 填滿 清除 排序與篩選 尋找與選取 編輯

A10 fx =NORMSDIST(A7)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Currency Option Pricing Caculator										
2											
3	S	K	sig	T	r	y					
4	12880	12800	14.00%	0.0191781	2.00%	2.00%					
5											
6	d1	d2									
7	0.331057	0.311669									
8											
9	N(d1)	N(d2)	N(-d1)	N(-d2)			U(d1)				
10	0.629699	0.622354	0.370301	0.377646			0.377669				
11											
12		Call	Put								
13	Premium	144.3403	64.3709								
14	delta	0.6295	-0.3702								
15	gamma	0.001512	0.001512								
16											
17											

Premium History Vol Implied Vol BSGraph

就緒 130%

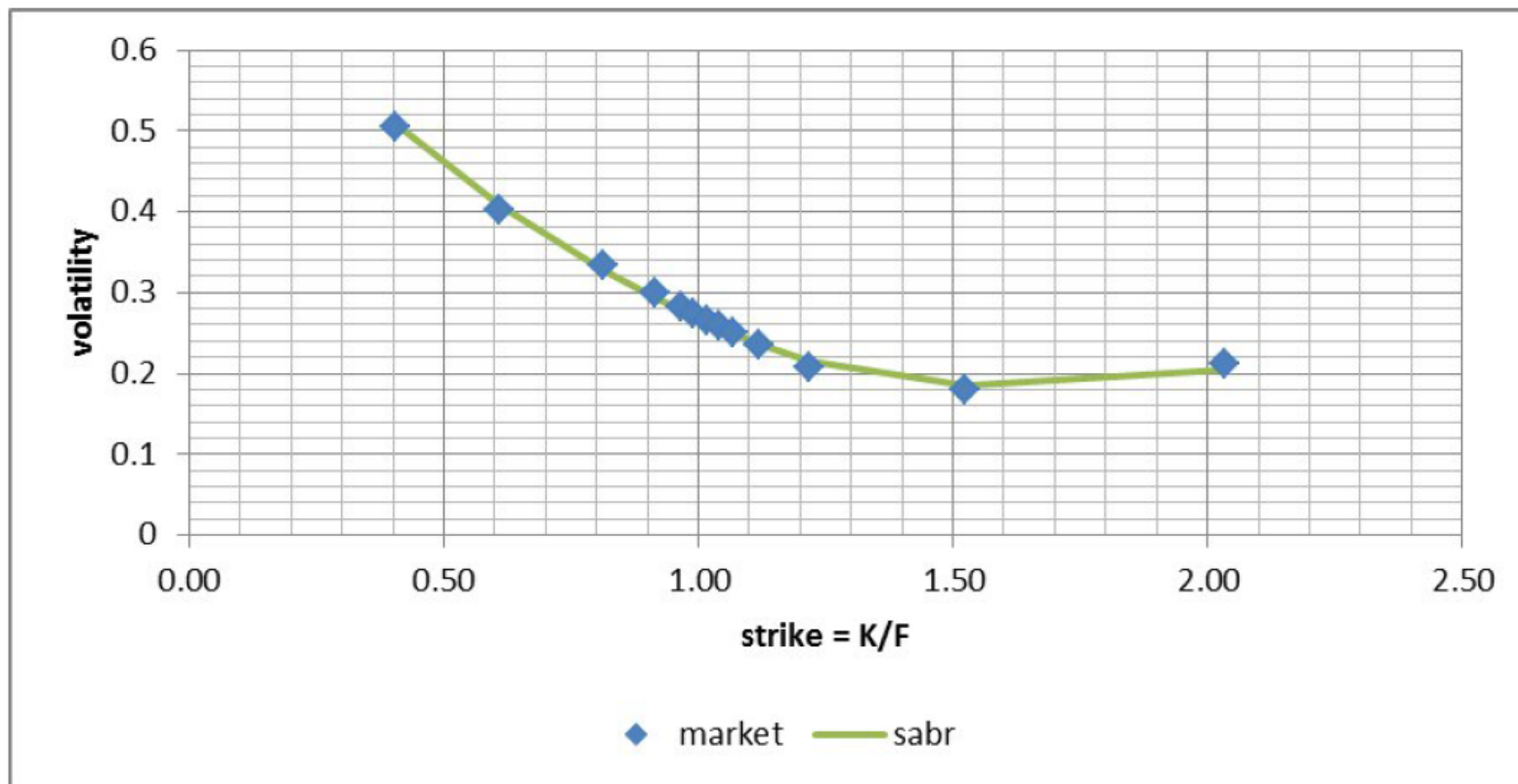
◆ 以市場價格反推波動性，可得隱含波動性，呈現 Smile 的形狀，與 BS 模型假設不同。

$$C = f(S, K, T, r, y, \sigma)$$

$$\sigma_{imp} = f^{-1}(C, S, K, T, r, y)$$

➤ BS 模型假設此值為常數。

- ✓ 實務上，長短天期的波動性不同。
- ✓ 不同執行價格的選擇權，隱含的波動性也不同。



◆ 可以使用 Bisection Method 求得隱含波動性。

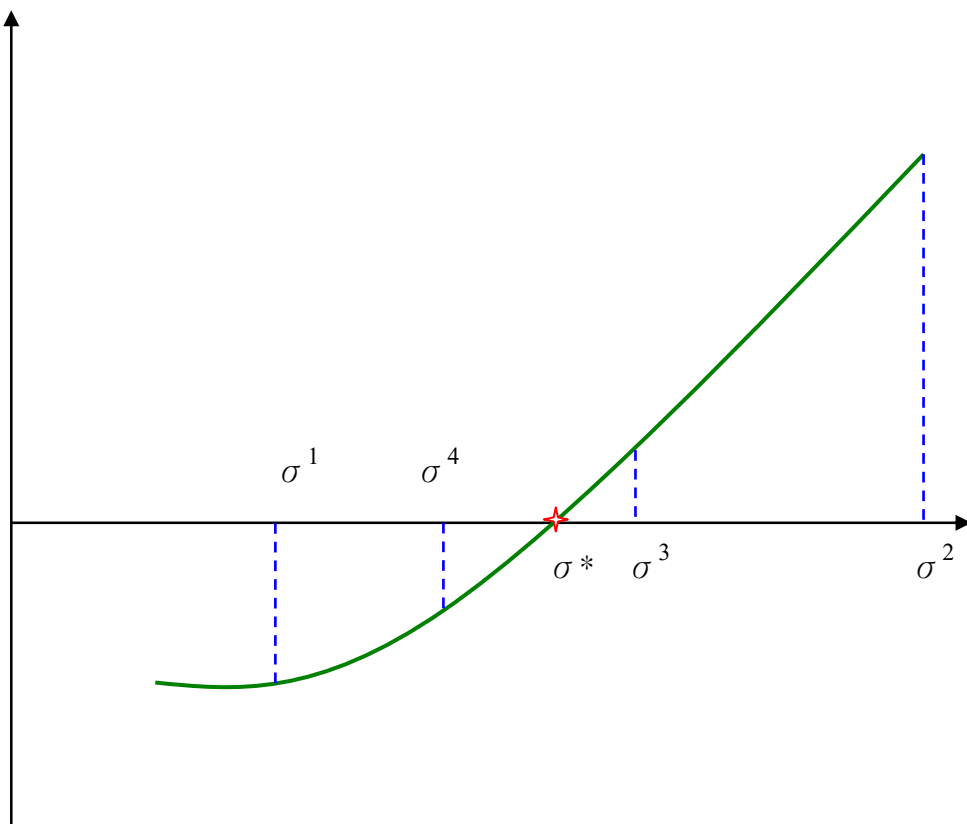
➤ 已知 C^* ，要求 σ^* ，如下式

$$C^* = f(S, K, T, r_d, r_f, \sigma^*)$$

➤ 轉化為下式求根

$$g(\sigma^*) = f(S, K, T, r_d, r_f, \sigma^*) - C^* = 0$$

◆ 反覆迭代求得收斂值。



◆ Pseudo Code

Input: ϵ , a , and $b(b > a \text{ and } g(a) \cdot g(b) < 0)$;

Real: length , c ;

$\text{Length} := b - a$;

While[$\text{length} > \epsilon$]

{

$C := (a + b) / 2$;

 if[$g(c) = 0$]

 return c ;

 else if[$g(a) \cdot g(c) < 0$]

$b := c$;

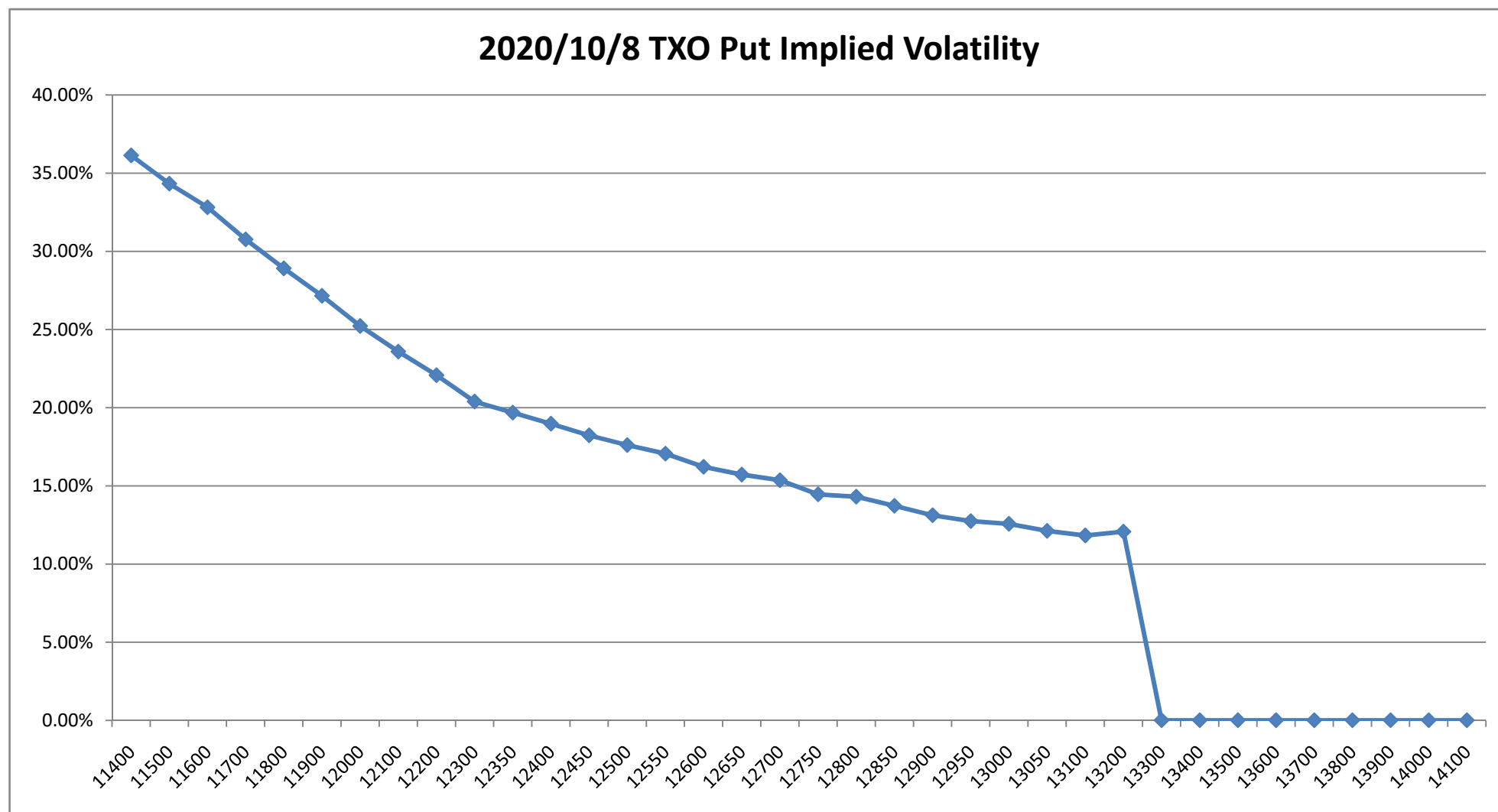
 else

$a := c$;

}

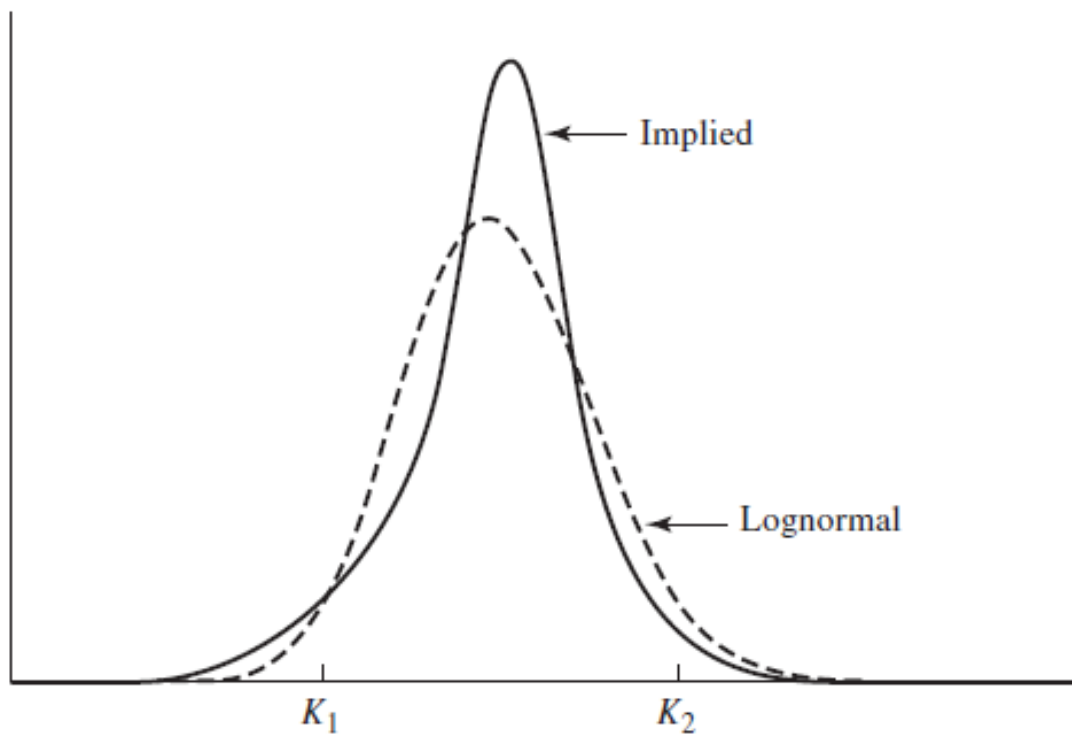
return c ;

◆ 2020/10/08 台指選擇權(TXO)隱含波動性



- ◆ 對數常態分配的假設有誤，左側尾端有厚尾現象，BS 模型定價錯誤，有套利空間。

Figure 20.4 Implied distribution and lognormal distribution for equity options.



(二)Black 76 模型假設

◆ Black(1976)是相對的另一個遠期價格模型，主要使用在期貨選擇權上。

- 標的資產為期貨契約的選擇權契約，通常為美式契約。
 - ✓ 買權執行時，買方取得期貨買入部位，以及最近結算價與執行價格間的差額。
 - ✓ 賣權執行時，買方取得期貨賣出部位，以及執行價格與最近結算價間的差額。
- 期貨選擇權受歡迎的原因
 - ✓ 期貨契約較現貨流動性高
 - ✓ 期貨價格可以直接看到
 - ✓ 沒有現貨交割的問題
 - ✓ 與期貨契約在同一交易所交易
 - ✓ 較現貨選擇權交易成本低

◆ 在風險中立的世界下，期貨的價格程序為

$$\frac{dF}{F} = \sigma \bullet dZ \dots\dots\dots(2.1)$$

- 其中 σ 為一常數，為期貨價格的波動性。
- 期貨價格為對數常態分配。
- 當持有成本(cost of carry)與便利收益(convenience yield)只為時間的函數時，期貨價格的波動性等同於現貨價格的波動性。

◆ 遠期價格與即期價格間的關係，可由 Cost-of-carry Model 描述，

$$F = Se^{(r-y)T}$$

◆ Black 76 的期貨價格歐式選擇權公式如下，

$$c = e^{-rT} [F_0 N(d_1) - KN(d_2)] \dots\dots\dots(2.2)$$

$$p = e^{-rT} [KN(-d_2) - F_0 N(-d_1)] \dots\dots\dots(2.3)$$

$$d_1 = \frac{\ln(F_0 / K) + \sigma^2 T / 2}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(F_0 / K) - \sigma^2 T / 2}{\sigma \sqrt{T}} = d_1 - \sigma \sqrt{T}$$

➤ 期貨契約的到期日不需要與選擇權契約同時到期。

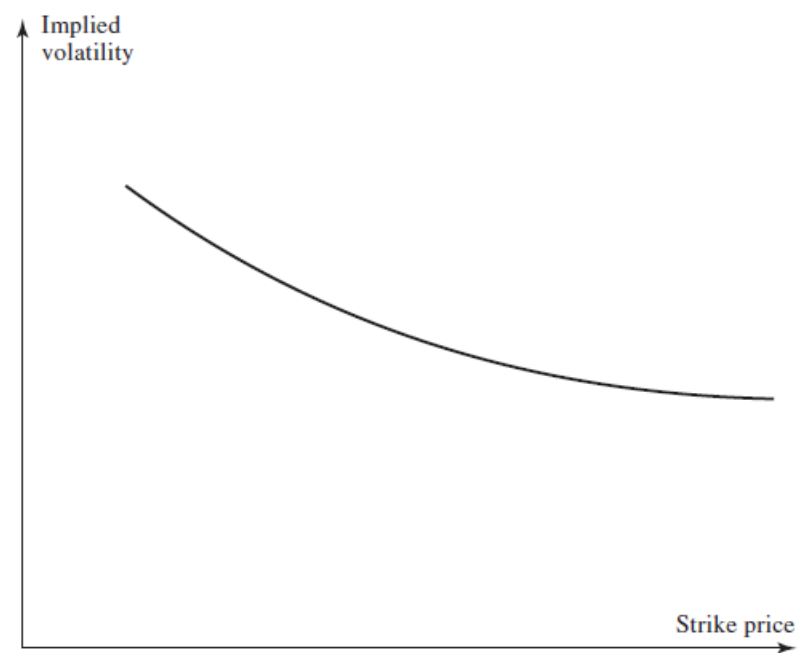
三、隨機波動模型

(一)隨機波動模型的補救

◆ 市場觀察到的現象，必須可被模型解釋

➤ Smile 的現象，Reverse Skew

Figure 20.3 Volatility smile for equities.



◆ 實務上，隨機波動模型對於此一現象，有比較好的解釋能力。

- Heston Model(1993)現貨價格模型
- SABR Model(2002)遠期價格模型

◆ 此二模型對於陽春型的選擇權，皆有解析解，便於價格的計算

- Heston 模型的公式較複雜，涉及複數的半開放區間積分
- SABR 模型相對簡單
- 兩者使用都需要進行市場校正(Market Calibration)，估算模型參數
- 計算量相對 BS 模型大幅上升

(二)Heston Model

◆ Steven Heston(1993)提出的現貨價格模型，

$$dS_t = \mu S_t dt + \sqrt{V_t} S_t dW_t^1 \dots\dots\dots(3.1)$$

$$dV_t = \kappa(\theta - V_t)dt + \sigma\sqrt{V_t}dW_t^2 \dots\dots\dots(3.2)$$

$$dW_t^1 dW_t^2 = \rho \cdot dt \dots\dots\dots(3.3)$$

- 其中 $\{S_t\}_{t \geq 0}$ 表現貨價格過程， $\{V_t\}_{t \geq 0}$ 表波動性過程。
- 以 \mathbf{P} 測度表示此真實世界下的機率測量。
- $\{W_t^1\}_{t \geq 0}$ 與 $\{W_t^2\}_{t \geq 0}$ 表真實世界中兩相關的布朗運動過程，相關係數為 ρ 。
- $\{V_t\}_{t \geq 0}$ 為一平方根均數回覆過程，長期平均為 θ ，回覆速率為 κ ， σ 稱之為波動性之波動性。
- V_0 、 κ 、 θ 、 σ 、 ρ 五個模型參數需要估計。

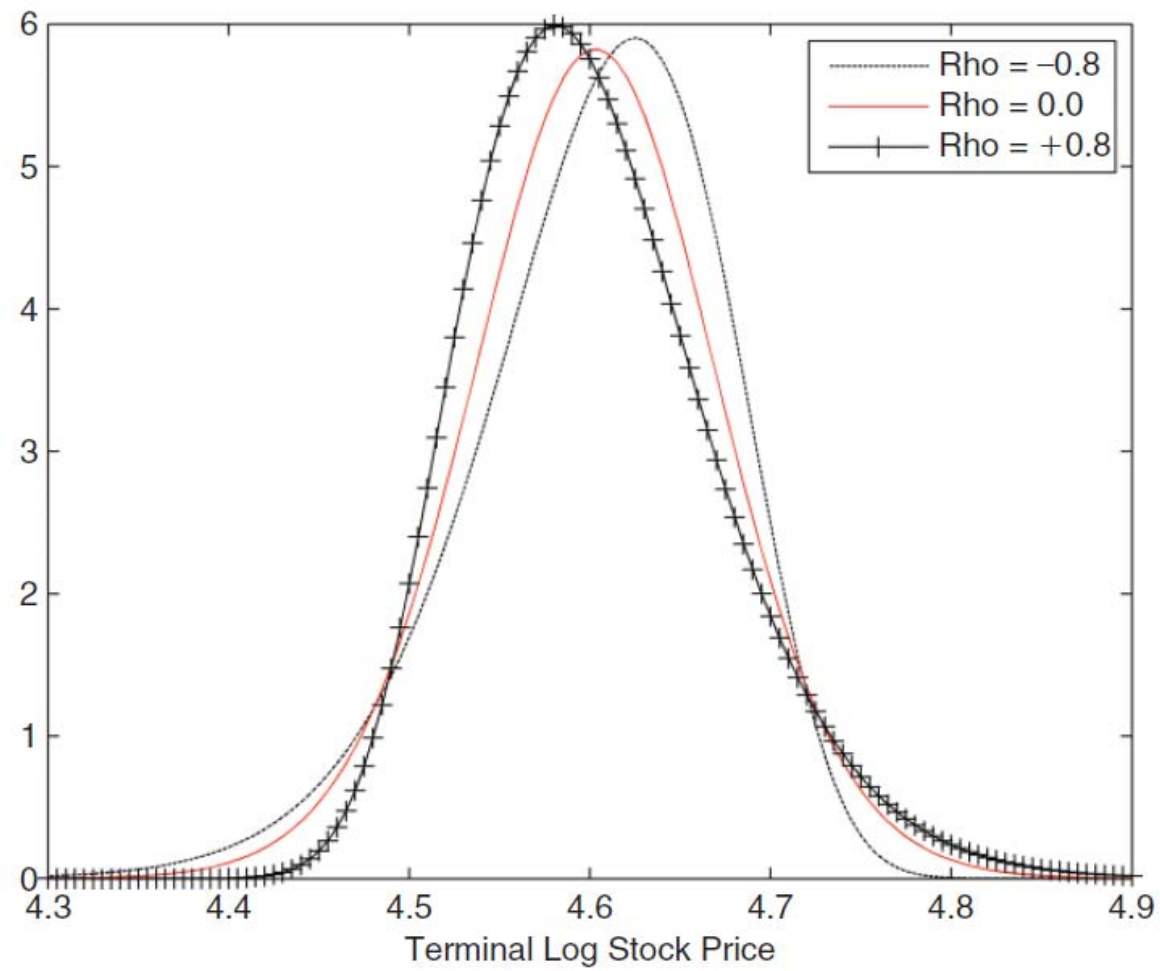


FIGURE 2.4 Effect of Correlation on Density

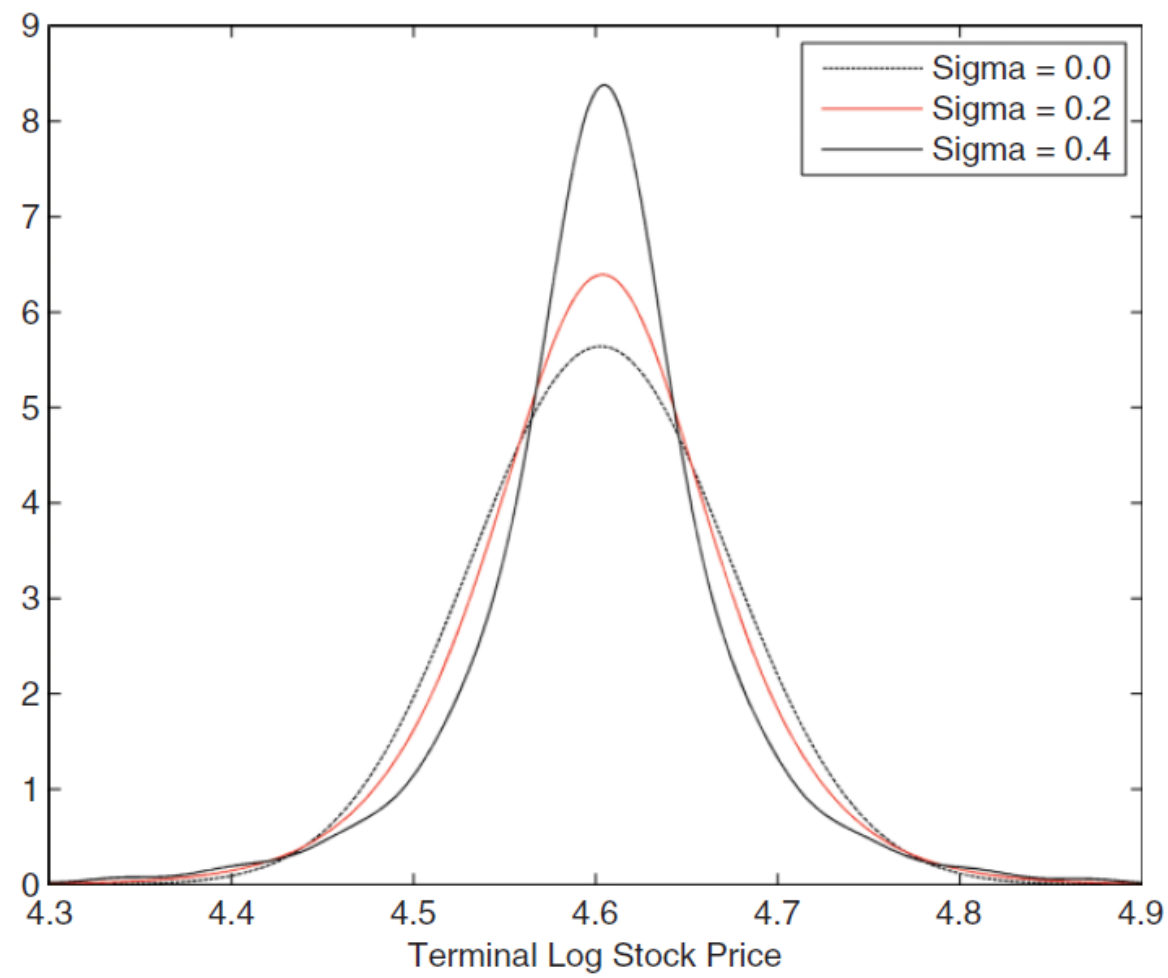


FIGURE 2.5 Effect of Volatility of Variance on Density

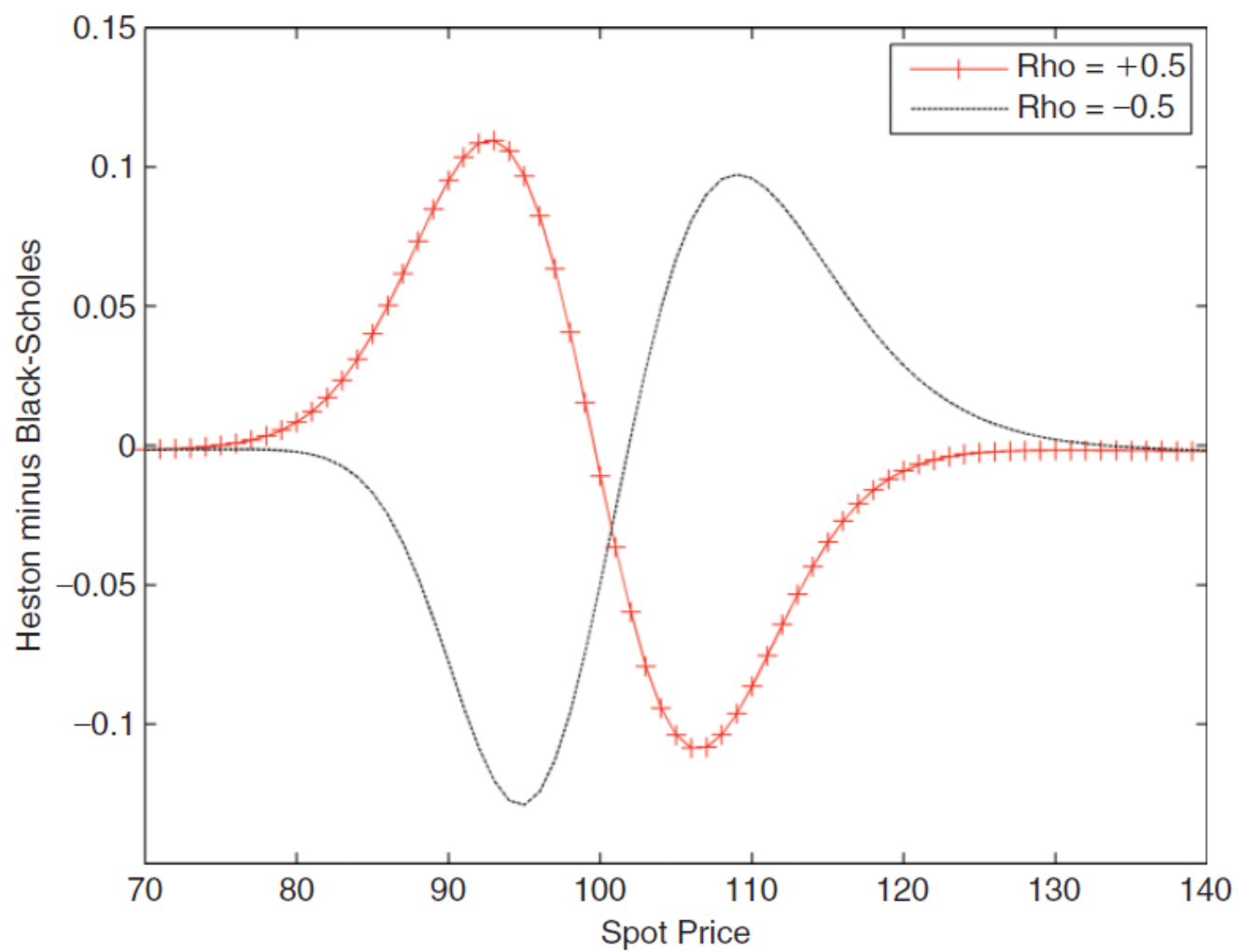


FIGURE 2.6 Effect of Correlation on Heston Prices Relative to Black-Scholes

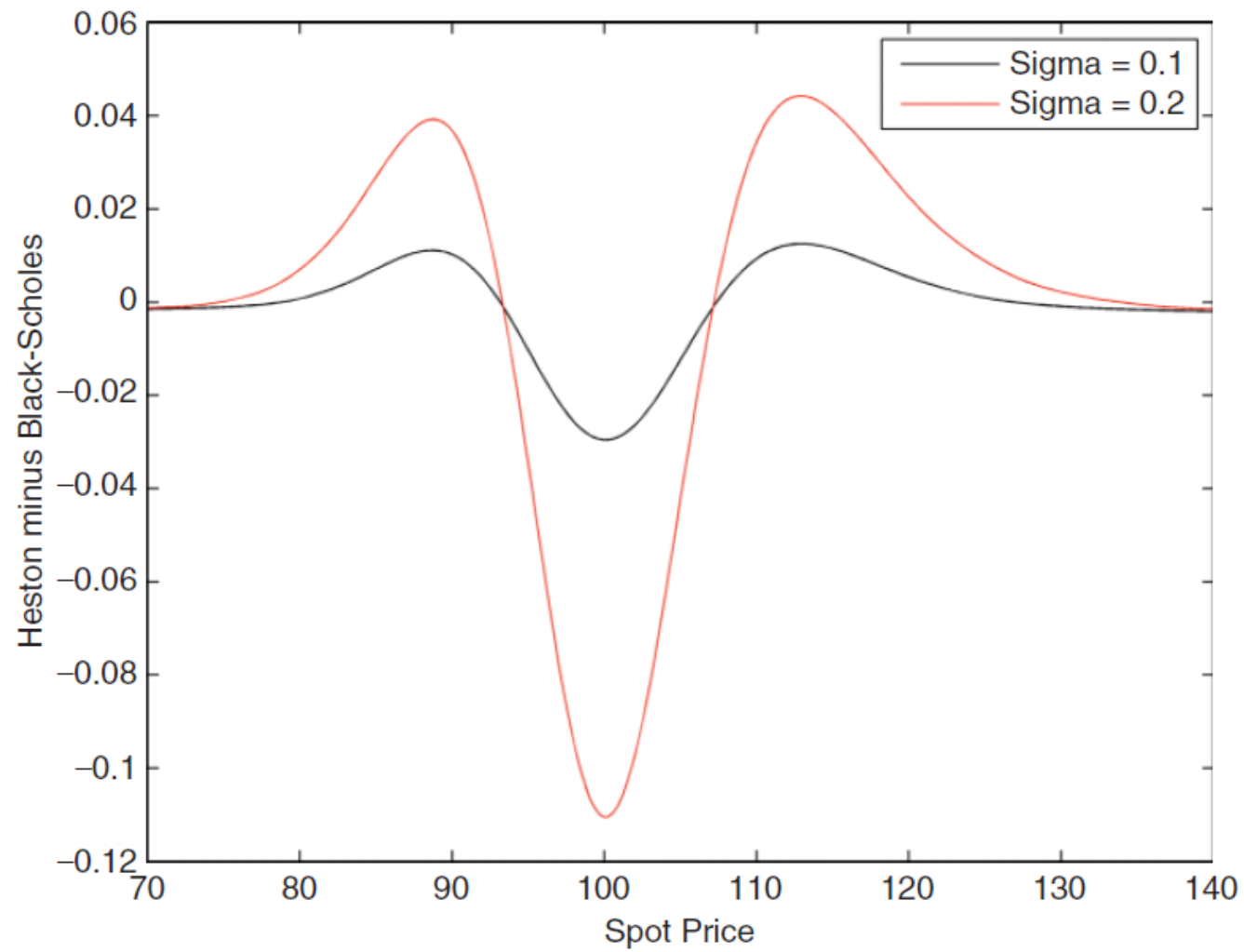


FIGURE 2.7 Effect of Volatility of Variance on Heston Prices Relative to Black-Scholes

◆ 以 Heston 模型為例，其選擇權價格公式複雜，

➤ 對不發放股利的歐式買權，Heston 模型的封閉解為，

$$C(S_t, V_t, t, T) = S_t P_1 - K e^{-r(T-t)} P_2 \dots\dots\dots (3.4)$$

$$P_j(x_t, V_t, T, K) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \text{Re} \left(\frac{e^{i\phi \ln(K)} f_j(x_t, V_t, T, \phi)}{i\phi} \right) d\phi \dots\dots\dots (3.5)$$

$$x_t = \ln(S_t) \text{ , } \tau = T - t \text{ ,}$$

$$f_j(x_t, V_t, \tau, \phi) = \exp \{ C(\tau, \phi) + D(\tau, \phi) V_t + i\phi x_t \}$$

$$C(\tau, \phi) = r\phi i\tau + \frac{a}{\sigma^2} \left[(b_j - \rho\sigma\phi i + d)\tau - 2 \ln \left(\frac{1 - ge^{d\tau}}{1 - g} \right) \right]$$

$$D(\tau, \phi) = \frac{b_j - \rho\sigma\phi i}{\sigma^2} \left(\frac{1 - e^{d\tau}}{1 - ge^{d\tau}} \right)$$

$$g = \frac{b_j - \rho\sigma\phi i + d}{b_j - \rho\sigma\phi i - d}$$

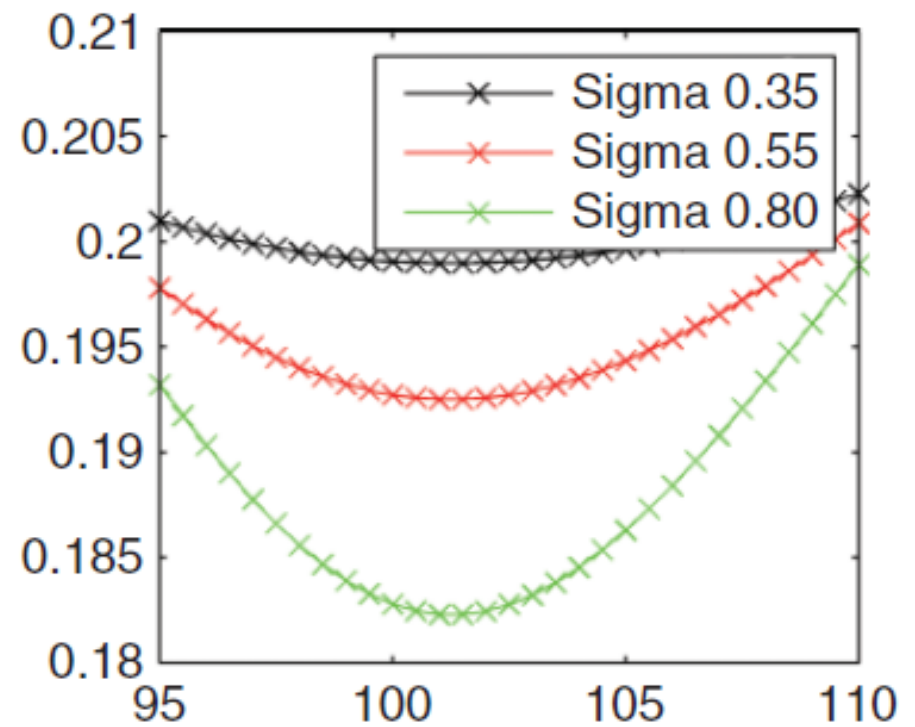
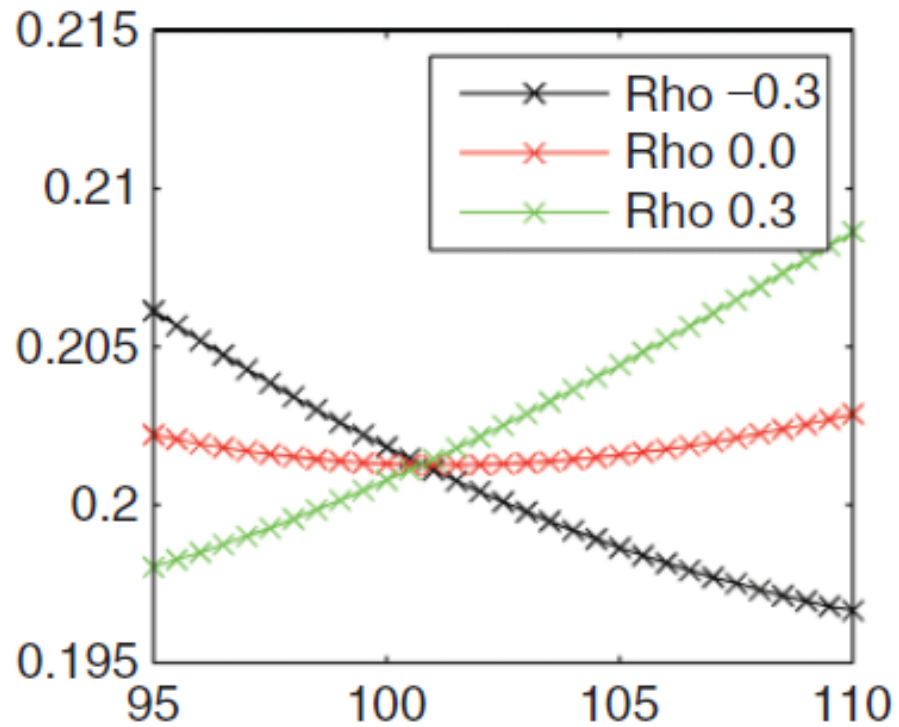
$$d = \sqrt{(\rho\sigma\phi \cdot i - b_j) - \sigma^2(2u_j\phi \cdot i - \phi^2)} \quad , \quad j = 1, 2$$

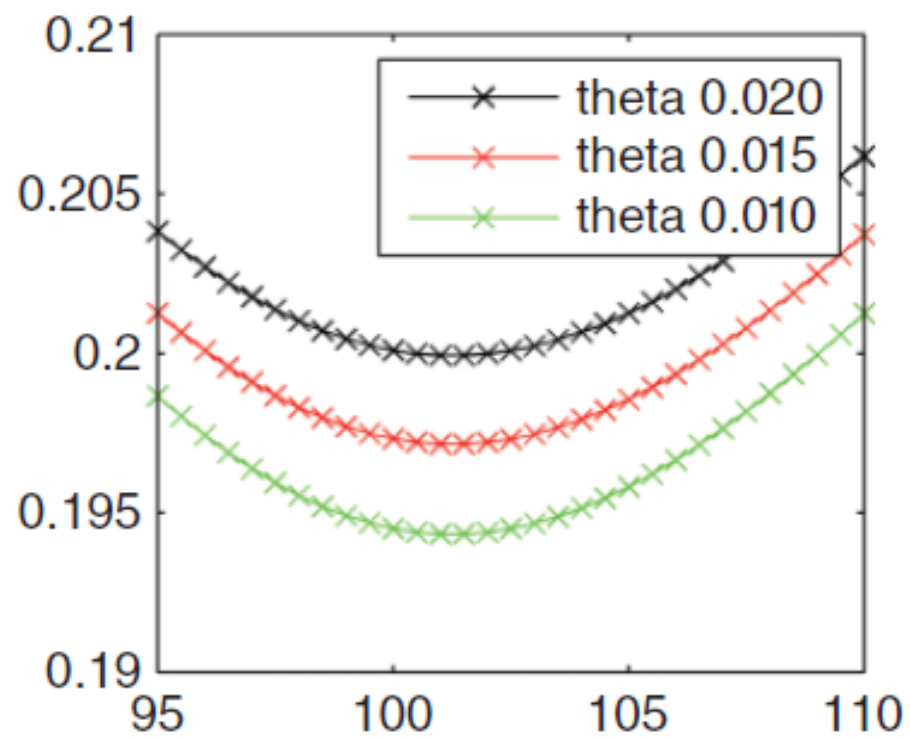
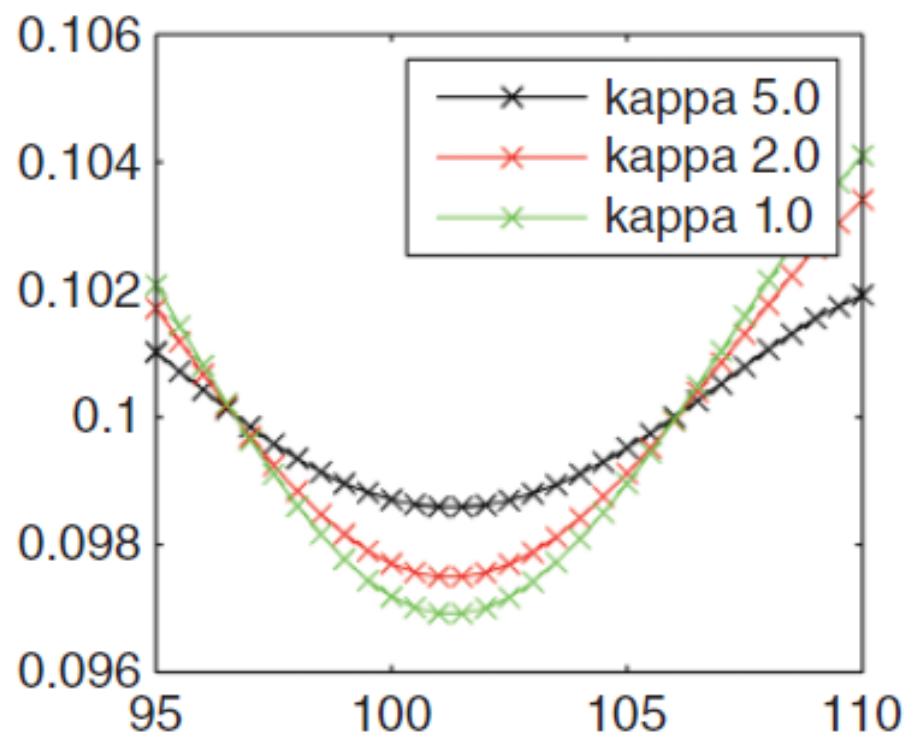
✓ 其中

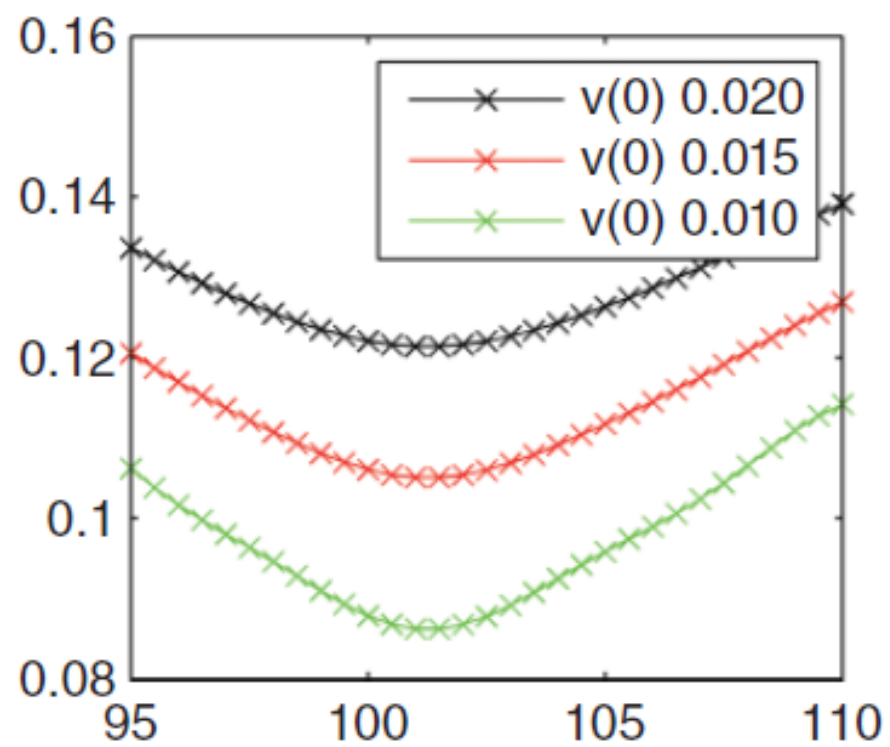
$$u_1 = \frac{1}{2} \quad , \quad u_2 = -\frac{1}{2}$$

$$a = k^* \theta^* \quad , \quad b_1 = k^* - \rho\sigma \quad , \quad b_2 = k^*$$

◆ Heston Parameters on Implied Volatility







(三) SABR Model

◆ Stochastic ABR(2002)的遠期價格模型如下，

$$dF_t = \alpha_t F_t^\beta dW_t^1 \dots\dots\dots(3.6)$$

$$d\alpha_t = \alpha_t \nu dW_t^2 \dots\dots\dots(3.7)$$

$$dW_t^1 dW_t^2 = \rho \cdot dt \dots\dots\dots(3.8)$$

- 其中 $\{F_t\}_{t \geq 0}$ 表遠期價格過程， $\{\alpha_t\}_{t \geq 0}$ 表波動性過程。
- 以 \mathbf{P} 測度表示此真實世界下的機率測量。
- $\{W_t^1\}_{t \geq 0}$ 與 $\{W_t^2\}_{t \geq 0}$ 表真實世界中兩相關的布朗運動過程，相關係數為 ρ 。
- α_0 、 β 、 ρ 、 ν 為四個模型參數需要估計。

甲、Alpha

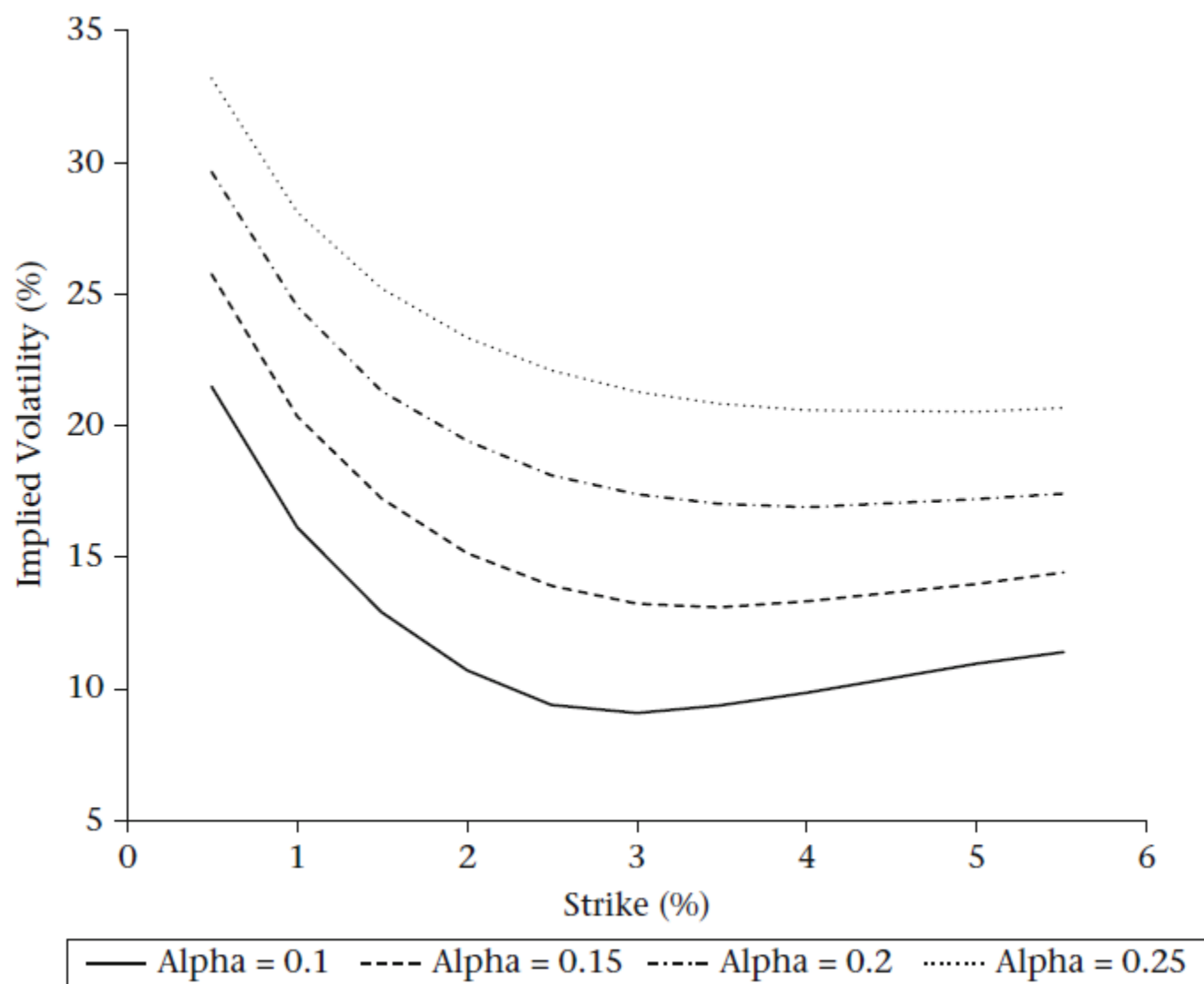
◆ 參數， $\alpha_0 = \alpha$ ，代表隨機波動性程序在其初 $t=0$ 的數值。

➤ Alpha 的效果，在於上、下移動波動性的 Smile，

✓ 對形狀的影響幾乎沒有。

➤ 當到期時間很小時，Alpha 可以下式近似之，

$$\alpha = \frac{\sigma^B(K)}{F^{\beta-1}}$$



乙、Beta

◆ 變異數常數彈性(Constant Elasticity of Variance, CEV)參數， β ，通常取值為 0 或 1。

➤ 當 β 滿足下面條件時，SABR 模型才會是鞅性的。

✓ $0 \leq \beta < 1$ ，

✓ $\beta = 1$ 且 $\rho \leq 0$ 。

➤ Beta 的作用，在改變 Smile 的 Slope，

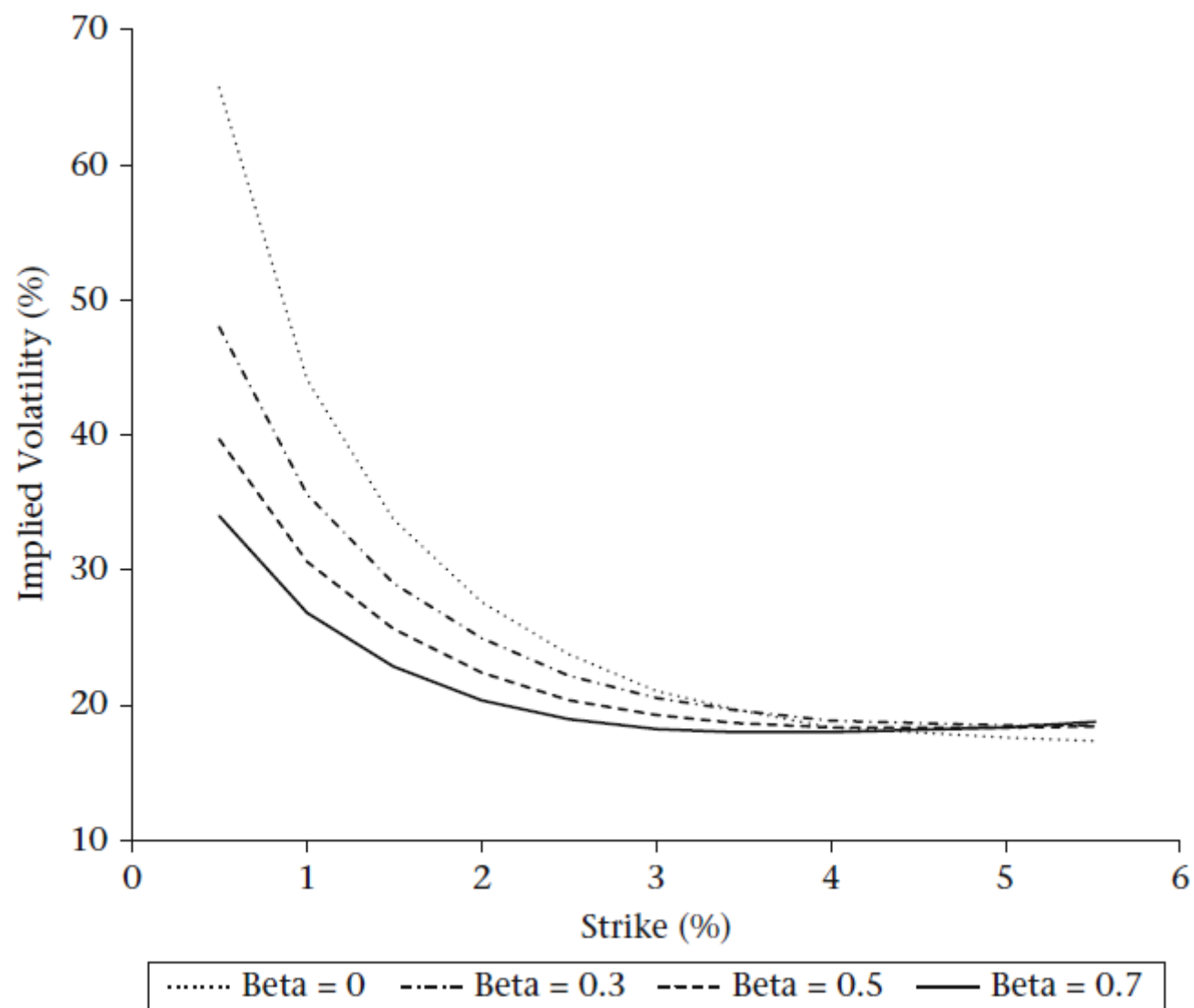
✓ 當 Beta 由 1 向 0 靠近，Slope 愈顯著。

✓ 模型由 Lognormal 向 Normal 靠近。

◆ 當 Beta = 0，(3.6)式變成下式，

$$dF_t = \alpha_t dZ_t^T \dots\dots\dots(3.9)$$

➤ 如果 Alpha 為常數，則 SABR 退化成 Normal 模型。



◆ 當 $0 < \text{Beta} < 1$ ，SABR 成為 CEV 形式。尤其當 $\text{Beta} = 0.5$ ，(3.6)變成下式，

$$dF_t = \alpha_t \sqrt{F_t} dZ_t^T \dots\dots\dots(3.10)$$

➤ SABR 成為根號 CEV 形式。

➤ 為避免套利機會存在，F 不能為負。

✓ 一旦 F 接近 0 時，它會陷入 0 值，而不會脫離。

◆ 當 $\text{Beta} = 1$ ，(3.6)式變成下式，

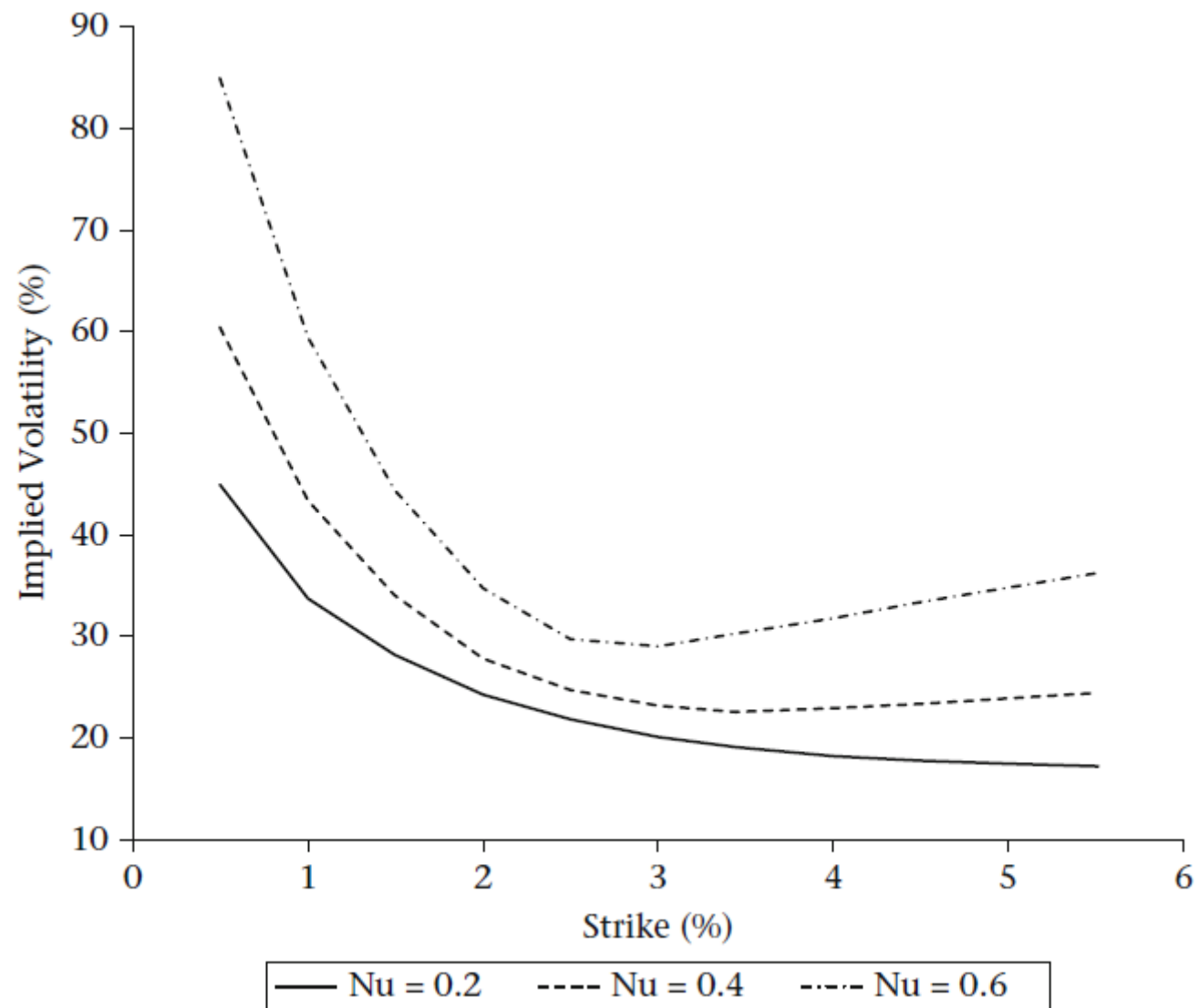
$$dF_t = \alpha_t F_t dZ_t^T \dots\dots\dots(3.11)$$

➤ 如果 Alpha 為常數，則 SABR 退化成 Lognormal 模型。

丙、Nu

◆ 參數， ν ，代表波動性的波動性，其效果在增加或減少 Smile 的曲度。

➤ 隨著 ν 上升，OTM 與 ITM 選擇權的波動性會增加。反之亦然。

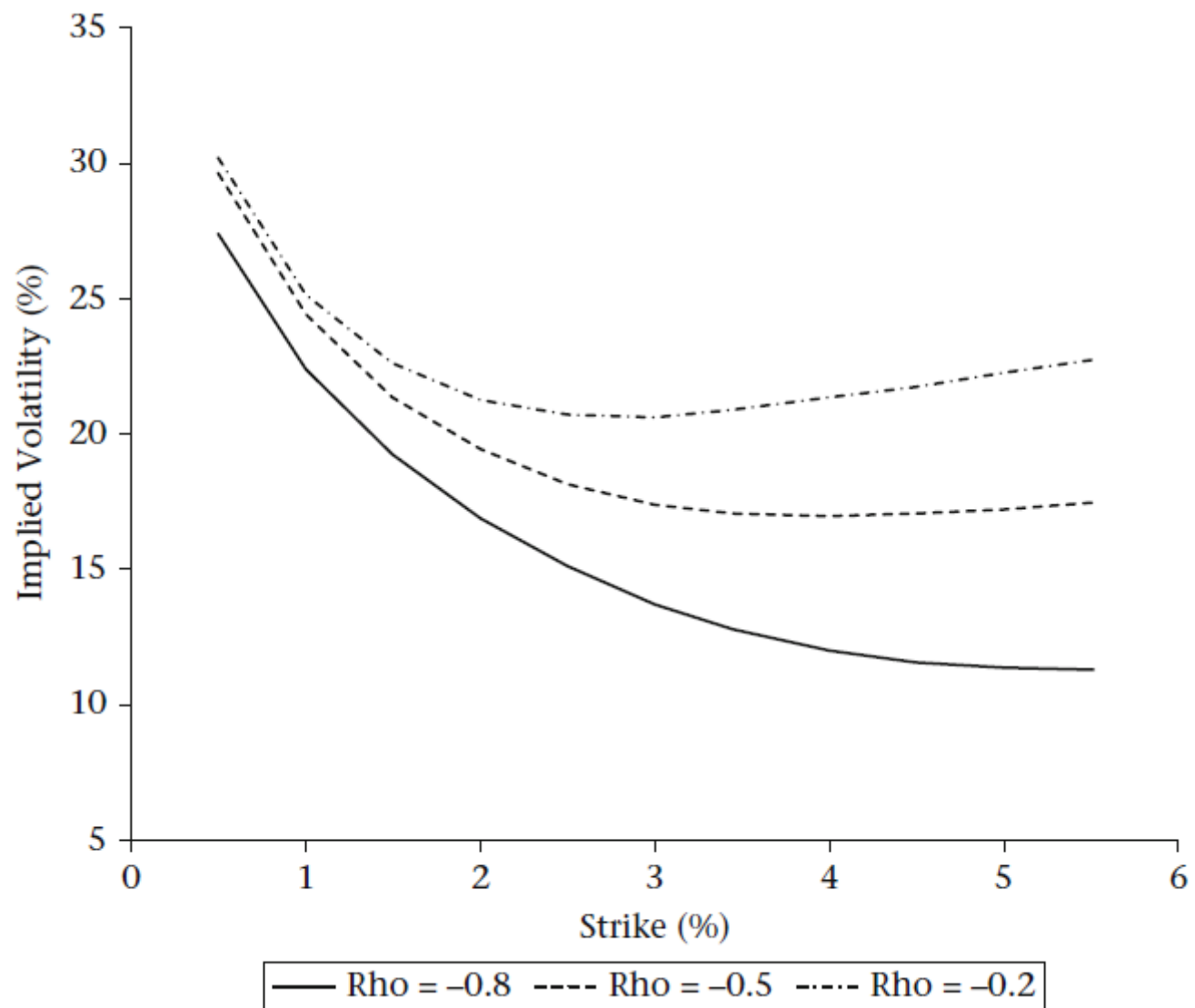


丁、Rho

◆ 參數， ρ ，代表兩個隨機程序的相關性。

➤ 通常其值為負，

✓ 遠期價格的波動性與波動性的波動性呈反向變動。



◆ Hagan 提出兩種不同的近似公式，來計算在 SABR 模型下，陽春型選擇權的價格。

- 一種是算出對數常態分配假設下，隱含的 Black 模型波動性， $\sigma^B(K)$ 。
 - ✓ 實務上，偏好使用此種方法，配合傳統 Black-Scholes 模型的對數常態假設。
- 另一種是算出常態分配假設下，隱含的 Normal 模型波動性， $\sigma^N(K)$ 。

(二)Hagan 近似公式：對數常態公式

◆ 對 T 時點到期，執行價格為 K 的選擇權，在 t=0 的隱含 Black 波動性為，

$$\sigma^B(K) = \frac{\alpha}{(KF)^{\left(\frac{1-\beta}{2}\right)} \left[1 + \frac{(1-\beta)^2}{24} \ln^2\left(\frac{F}{K}\right) + \frac{(1-\beta)^4}{1920} \ln^4\left(\frac{F}{K}\right) + \dots \right]} \cdot \left(\frac{z}{\xi(z)} \right) \cdot \left(1 + \frac{(1-\beta)^2}{24} \frac{\alpha^2}{(KF)^{(1-\beta)}} T + \frac{1}{4} \frac{\alpha\beta\rho\nu}{(KF)^{\left(\frac{1-\beta}{2}\right)}} T + \frac{2-3\rho^2}{24} \nu^2 T + \dots \right) \dots\dots\dots(3.12)$$

➤ 其中，

$$z = \frac{\nu}{\alpha} (KF)^{\left(\frac{1-\beta}{2}\right)} \ln\left(\frac{F}{K}\right)$$

$$\xi(z) = \ln\left(\frac{\sqrt{1-2\rho z + z^2} + z - \rho}{1-\rho}\right)$$

➤ 對於價平的選擇權， $F=K$ ，(3.12)式可以簡化如下，

$$\sigma^B(K) = \frac{\alpha}{F^{(1-\beta)}} \bullet \left(1 + \frac{(1-\beta)^2}{24} \frac{\alpha^2}{F^{(2-2\beta)}} T + \frac{1}{4} \frac{\alpha\beta\rho\nu}{F^{(1-\beta)}} T + \frac{2-3\rho^2}{24} \nu^2 T + \dots \right) \dots\dots\dots(3.13)$$

◆ 當 $\beta = 0$ ，(3.12)式可簡化如下，

$$\sigma^B(K) = \alpha \frac{\ln\left(\frac{F}{K}\right)}{(F-K)} \bullet \left(\frac{z}{\xi(z)} \right) \bullet \left(1 + \left(\frac{\alpha^2}{24KF} + \frac{2-3\rho^2}{24} \nu^2 \right) T + \dots \right) \dots\dots\dots(3.14)$$

➤ 其中，

$$z = \frac{\nu}{\alpha} \sqrt{KF} \ln\left(\frac{F}{K}\right)$$

$$\xi(z) = \ln\left(\frac{\sqrt{1-2\rho z + z^2} + z - \rho}{1-\rho} \right)$$

◆ 當 $\beta = 1$, (3.12)式可簡化如下 ,

$$\sigma^B(K) = \alpha \bullet \left(\frac{z}{\xi(z)} \right) \bullet \left(1 + \left(\frac{\alpha \rho \nu}{4} + \frac{2 - 3\rho^2}{24} \nu^2 \right) T + \dots \right) \dots\dots\dots (3.15)$$

➤ 其中 ,

$$z = \frac{\nu}{\alpha} \ln \left(\frac{F}{K} \right)$$

$$\xi(z) = \ln \left(\frac{\sqrt{1 - 2\rho z + z^2} + z - \rho}{1 - \rho} \right)$$

(三)Hagan 近似公式：常態公式

◆ 對 T 時點到期，執行價格為 K 的選擇權，在 t=0 的隱含 Normal 波動性為，

$$\sigma^N(K) = \alpha(KF)^{\left(\frac{\beta}{2}\right)} \frac{1 + \frac{1}{24} \ln^2\left(\frac{F}{K}\right) + \frac{1}{1920} \ln^4\left(\frac{F}{K}\right) + \dots}{1 + \frac{(1-\beta)^2}{24} \ln^2\left(\frac{F}{K}\right) + \frac{(1-\beta)^4}{1920} \ln^4\left(\frac{F}{K}\right) + \dots} \cdot \left(\frac{z}{\xi(z)}\right) \cdot \left(1 + \frac{-\beta(2-\beta)}{24} \frac{\alpha^2}{(KF)^{(1-\beta)}} T + \frac{1}{4} \frac{\alpha\beta\rho\nu}{(KF)^{\left(\frac{1-\beta}{2}\right)}} T + \frac{2-3\rho^2}{24} \nu^2 T + \dots\right) \dots\dots(3.16)$$

➤ 其中，

$$z = \frac{\nu}{\alpha} (KF)^{\left(\frac{1-\beta}{2}\right)} \ln\left(\frac{F}{K}\right)$$

$$\xi(z) = \ln\left(\frac{\sqrt{1-2\rho z + z^2} + z - \rho}{1-\rho}\right)$$

➤ 當 $\beta = 0$ 或 $\beta = 1$ 時，(3.16)式可以進一步簡化，在此就不列示，讀者可以自行推導。

四、高性能計算(HPC)的實現

◆ 高頻交易、算法交易與量化組合管理的比較

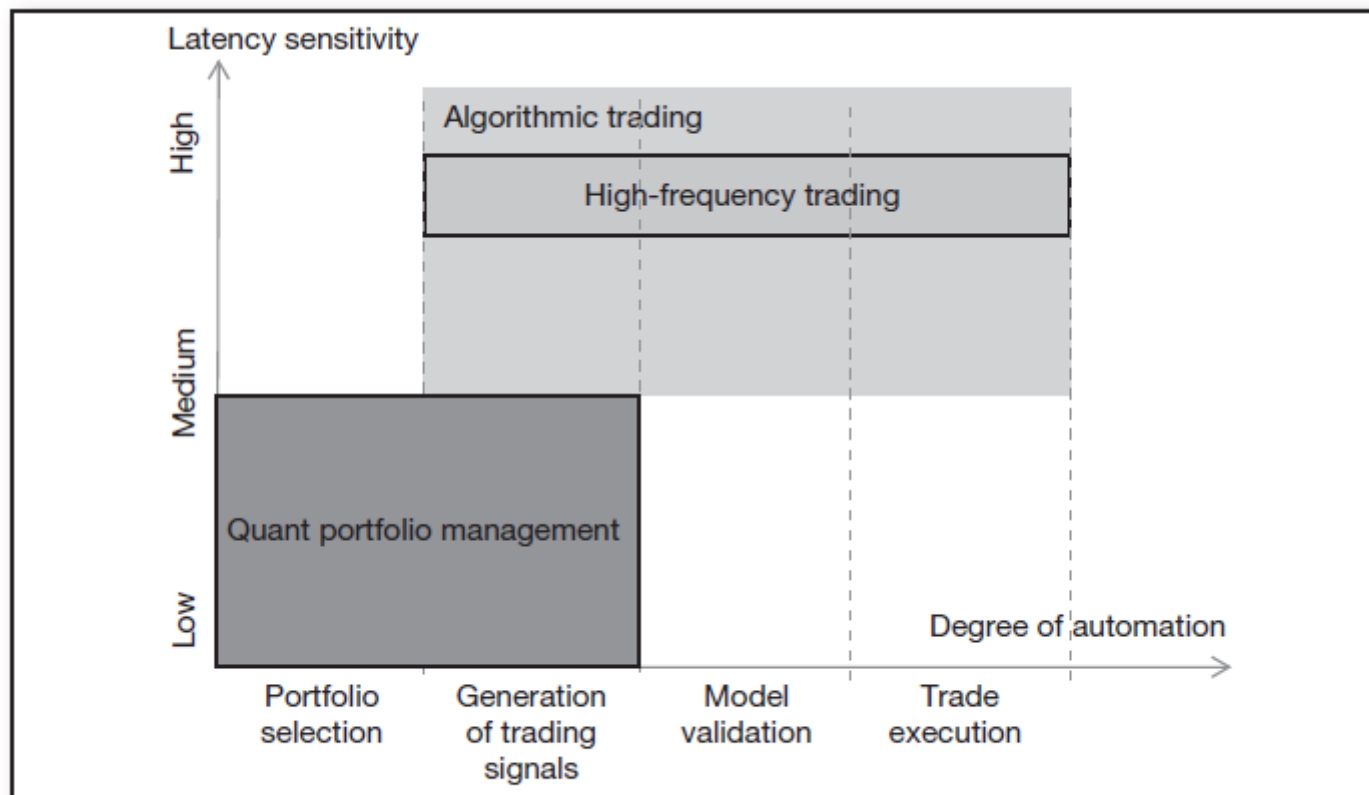


FIGURE 1.9 HFT vs. Algorithmic Trading and Quant Portfolio Management

◆ 20 世紀中，計算速度與成本的演化

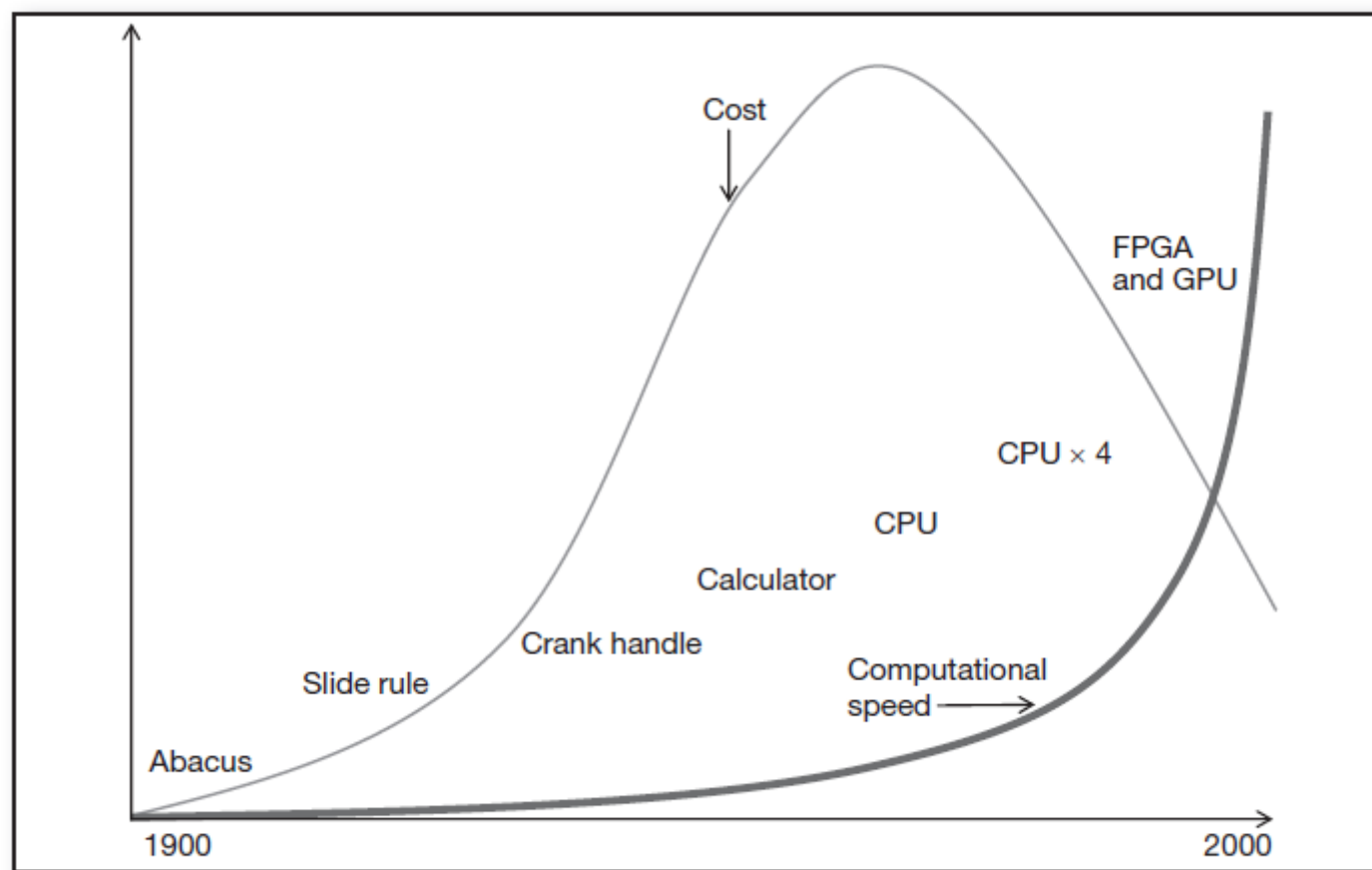


FIGURE 2.1 Evolution of Speed and Costs of Technology over the Twentieth Century

◆ 市場價格有偏離合理價格的現象，需要有效能的補捉，擷取套利機會

- 首先，需快速取得市場價格，校正模型參數
- 其次，需要快速計算模型價格，判斷市場上不合理價格的套利機會
- 最後，快速下單成交，獲取利潤

◆ 市場上同時有許多契約在進行

- 不是單純下單速度的問題，涉及模型的複雜計算
- 需使用高性能運算系統來進行此項工作

◆ AI 神經網路可以更高速的進行模型參數校正

- 深層神經網路可以有效學習，加速模型參數市場校正
- 科技部 AI 計畫已在進行 Heston 模型校正

◆ 大型主機系統不是此類問題的主流處理方式。

- 異質性高效運算系統被大量採用。
- Top 500 超級電腦日漸採用異質架構。
- 多核 CPU 架構，搭配支援 CPU 平行運算的 Host 端運算。
- 眾核的 GPU 架構，搭配 CUDA(NVIDIA)與 OpenCL 支援 Device 端運算。
- 結合 FPGA 高速與低耗能的運算，使用硬體線路進行超高速的下單應用。

◆ GPU 已成為 AI 與大數據主要的計算引擎

- NVIDIA 是最重要的推手
- 全世界前 500 大超級電腦，25%使用 GPU 來製造
 - ✓ <https://blogs.nvidia.com/blog/2019/11/19/record-gpu-accelerated-supercomputers-top500/>
- 硬體已經齊備，軟體的開發成為重要的關鍵
- 平行運算的編程，才能充分發揮強大的火力

◆ 多核 CPU 架構

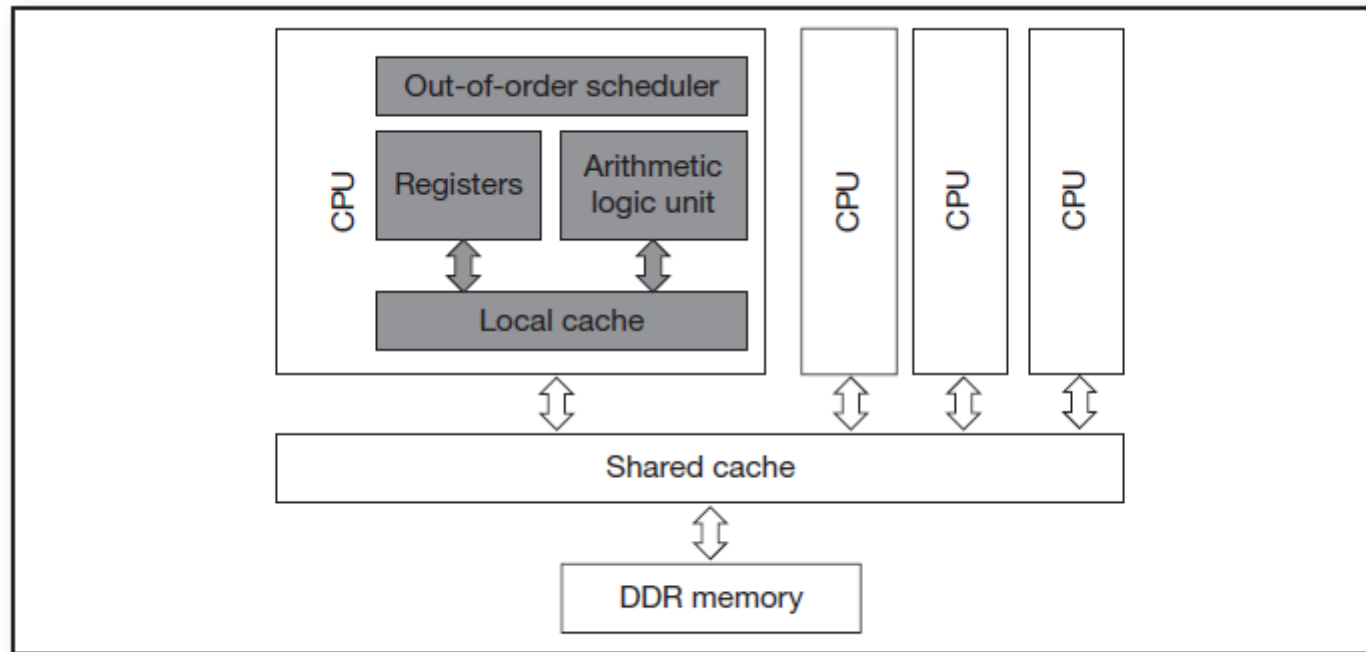


FIGURE 2.2 Architecture of a Sample Multicore CPU

◆ 眾核的 GPU 架構

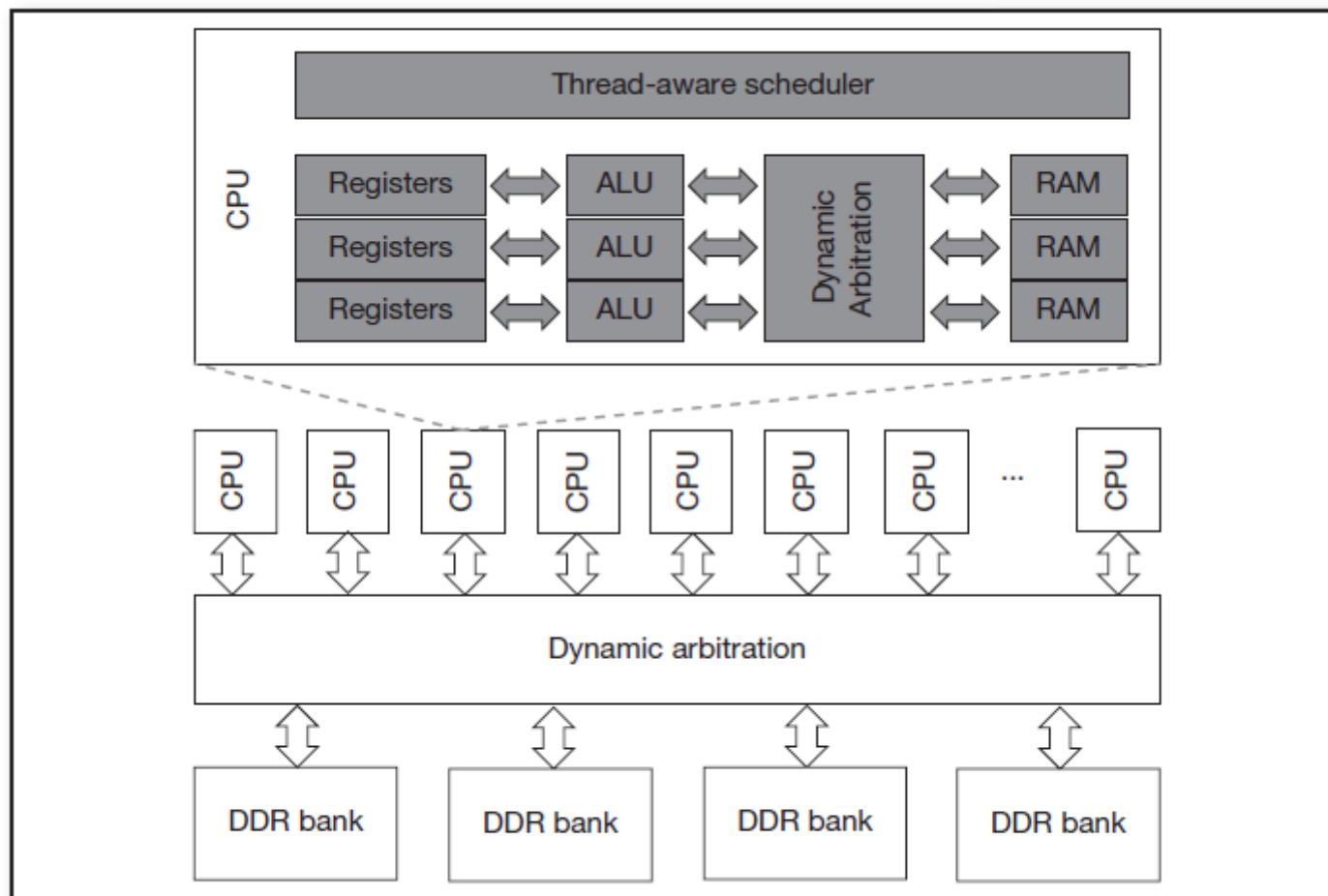


FIGURE 2.3 Architecture of a Sample GPU

◆ FPGA 硬體架構

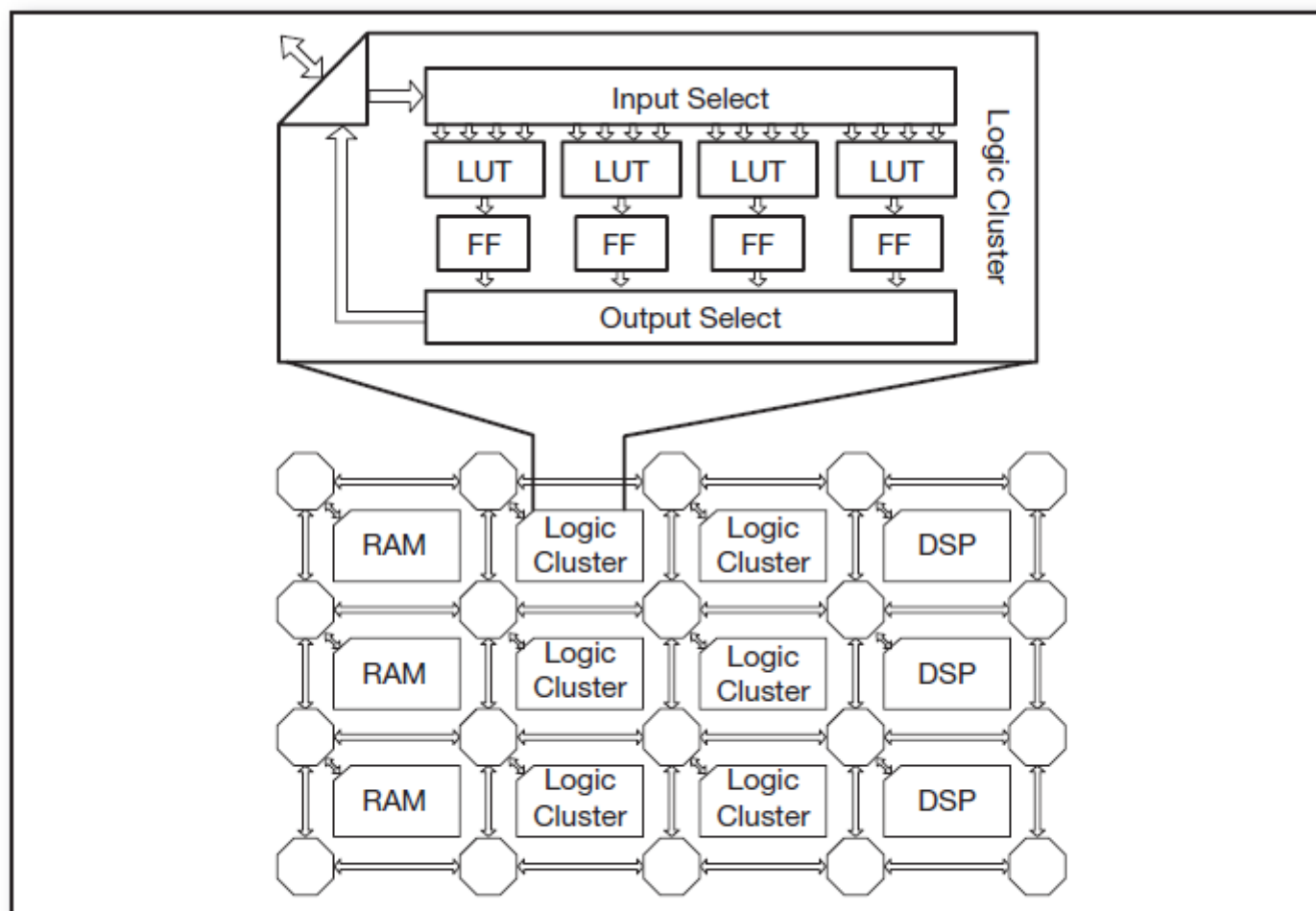


FIGURE 2.4 Architecture of a Sample FPGA Chip

◆ 永豐銀行的結構商品系統，已實現大部分的運算架構

- 雙 CPU 系統，每顆 CPU 有 12 個核。
- 5 張 NVIDIA Quadro K2000 繪圖卡。
- 一筆結構商品交易評價與風險計算，高達 4 億次的亂數模擬計算，只要 0.6 秒便可完成計算。
 - ✓ $365 * 131,072 * 2 * 4 \sim$ 四億個亂數

◆ 展示 CPU 與 GPU 在 Heston 模擬上的差異。

- 30X ↑ 效能提升
- CPU : C++/Matlab = 20X , C++ GPU = 20X , Matlab GPU = 5X
- C#在 Windows 平台，計算性能與 C++相當

◆ Heston 模型 TRF 外匯結構商品，GPU & CPU 計算效能比較，60X 效益

MainForm-TRF Heston Model, CPU & GPU

Contract Terms

Path Number: 65,536

Path 1 Fixing CF

```

** RUN CPU **
6.82186866
8.60902804
6.91426932
7.19021936
5.12884259
3.17077177
2.63356776
3.42347934
4.60839800
4.13131151
4.06067093
4.38002523
** RUN GPU **
0
0
0
0
0
1.39157443860861
3.21810171762972
2.18534884246448
2.60130628810333
4.85410359807476
3.01805481038897
3.41683285357983

```

Gearing 2.0

Lower Knock In 95.0

Lower Strike 99.9

Target Redemption 4.0

12 Cash Flows Fixing

```

1th fixing : 34 days aheads.
2th fixing : 61 days aheads.
3th fixing : 90 days aheads.
4th fixing : 119 days aheads.
5th fixing : 153 days aheads.
6th fixing : 181 days aheads.
7th fixing : 214 days aheads.
8th fixing : 244 days aheads.
9th fixing : 273 days aheads.
10th fixing : 305 days aheads.
11th fixing : 334 days aheads.
12th fixing : 367 days aheads.

```

GPU

CPU

MTM -8.94256651 -9.19595267

Framework NVIDIA Corporation

Compile Flag Success

Complie Time(ms) 323

Execute Flag Success

Run Time(ms) 77 4652

Efficiency(X) 60

Compile GPU

Run GPU

Run CPU

Close

◆ 高頻交易使用 FPGA 實現的方式

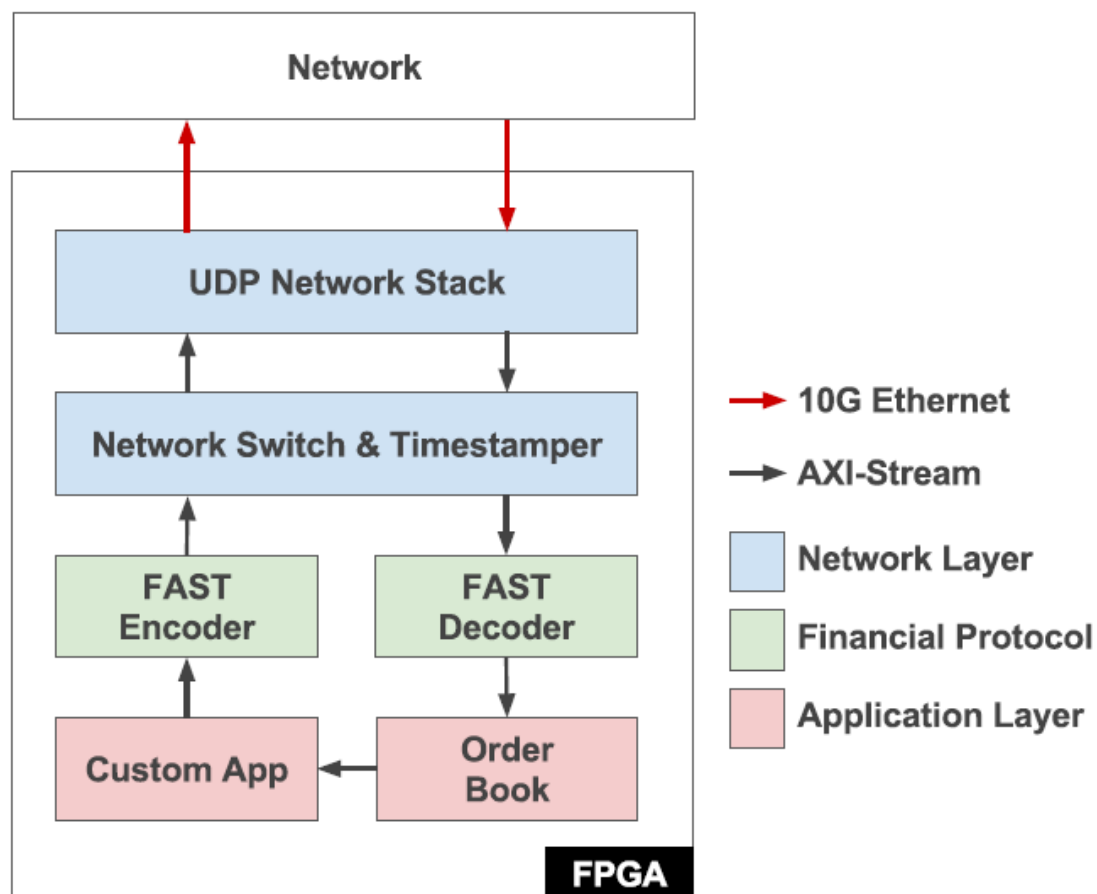


Fig. 1. HFT System block diagram

◆ 各種實現方法性能比較

TABLE I
SUMMARY OF PRIOR WORK

Work	FPGA Blocks ^a			Latency (μ s)	Design Method	Financial Algorithm ^b
	NT	FP	OB			
[6]	✓	✓	×	2.6	RTL	SW
[8]	×	×	✓	0.25	RTL	–
[9]	×	×	✓	0.4 - 0.7	MaxJ	–
[7]	✓	✓	×	0.5 - 1.3	HLS	SW
[3]	✓	✓	✓	1 ^c	RTL	HW (HDL)
Our Work	✓	✓	✓	0.87	HLS	HW (C++)

^aNetworking (NT), Financial Parsing (FP), Order Book Handling (OB)

^bSoftware-based (SW), Hardware-based (HW)

^cRound-trip latency does not include order book handling.

◆ FPGA 演算法整合流程

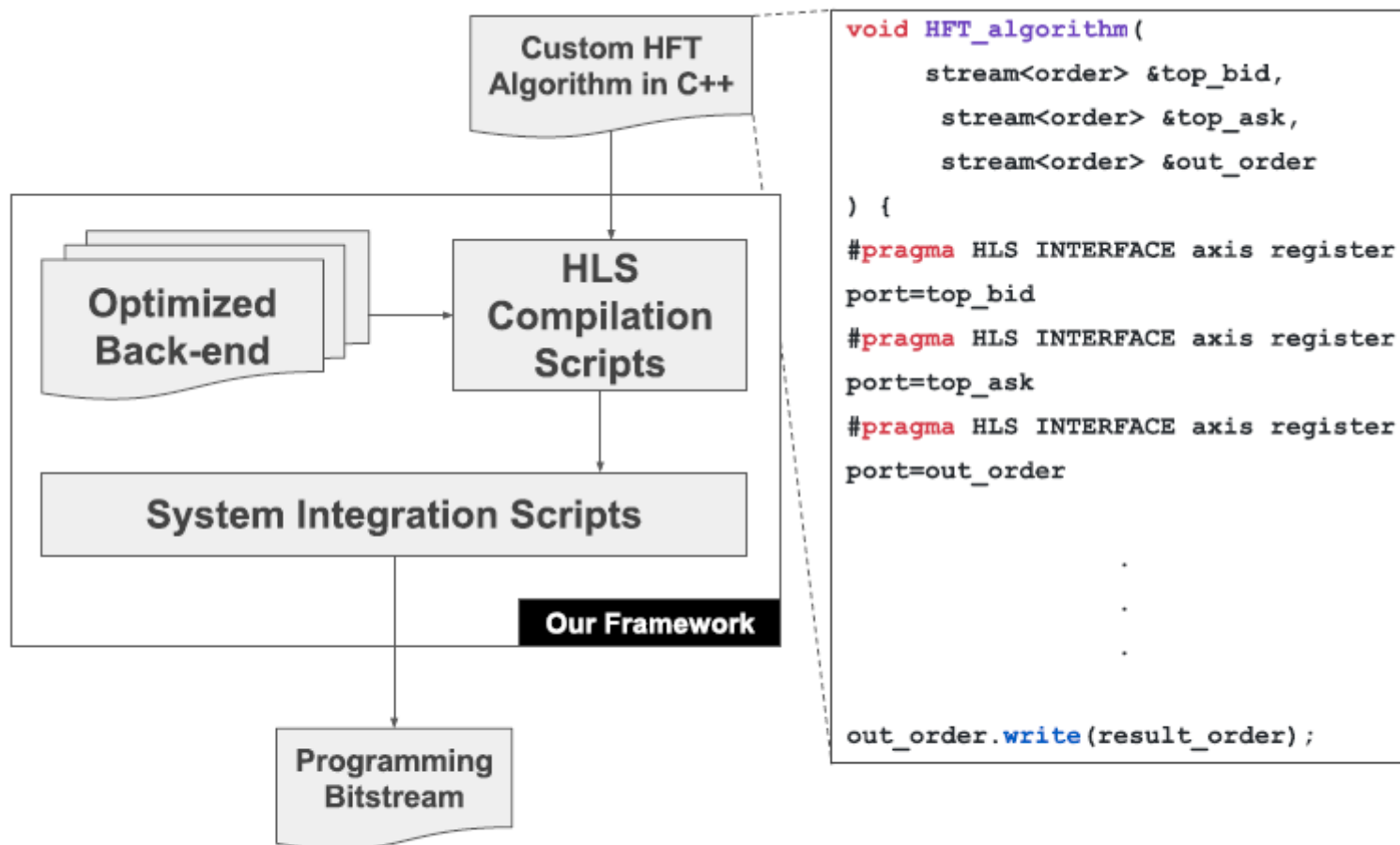
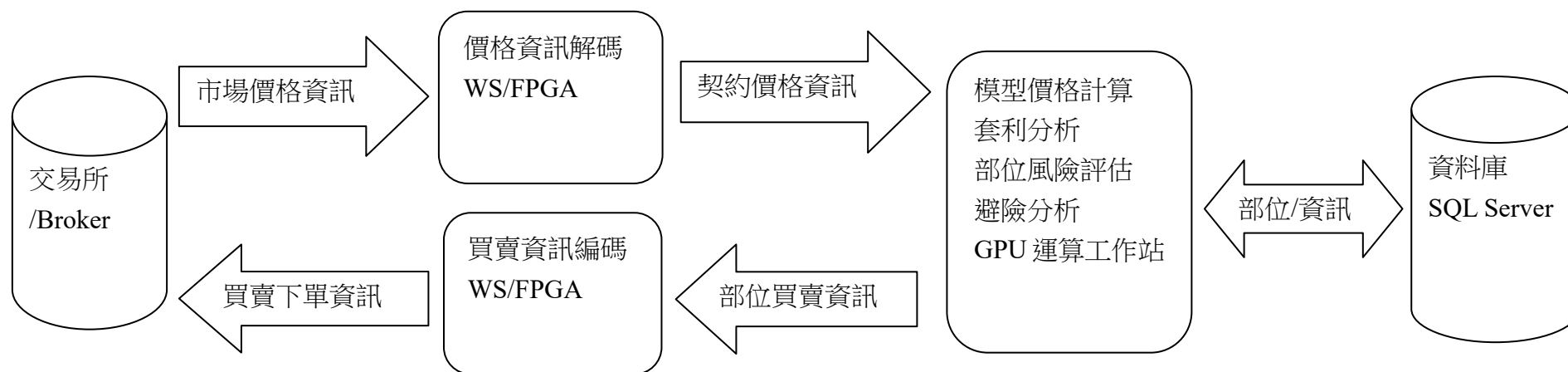


Fig. 5. System Integration Flow

五、高頻交易系統架構與技術實現

◆ 高頻交易系統輪廓圖



(一)交易所資訊傳輸與資訊解碼/編碼

◆ Open Systems Interconnection(OSI) layers

7	Application
6	Presentation
5	Session
4	Transport
3	Network
2	Data Link
1	Physical

- The application layer defines a programming interface to the network for user applications.
- The **presentation** layer is responsible for encoding data from the application layer ready for transmission over the network, and vice versa.
- The **session** layer creates a virtual connection between applications, defining how connections can be established, maintained, and terminated.
- The **transport** layer allows reliable communication of data.
- The **network** layer makes it possible to access nodes in a LAN using logical addressing.
- The **data link** layer accesses the physical network with physical addresses. It is responsible for error correction, flow control, and hardware addressing.
- The **physical** layer defines network transmission media such as connectors, cables, and so on.

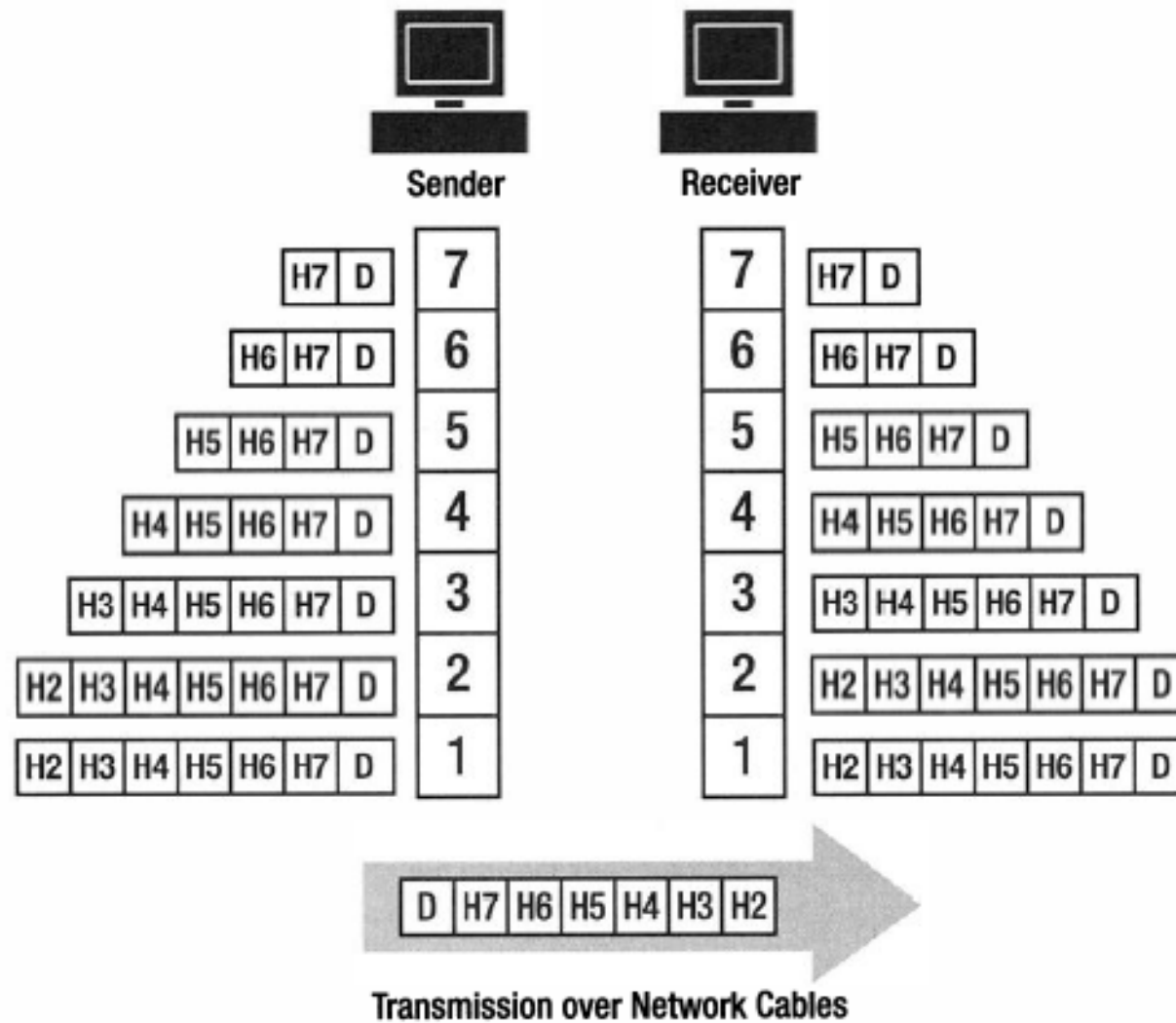


Figure 1-11. *Communication across the layers*

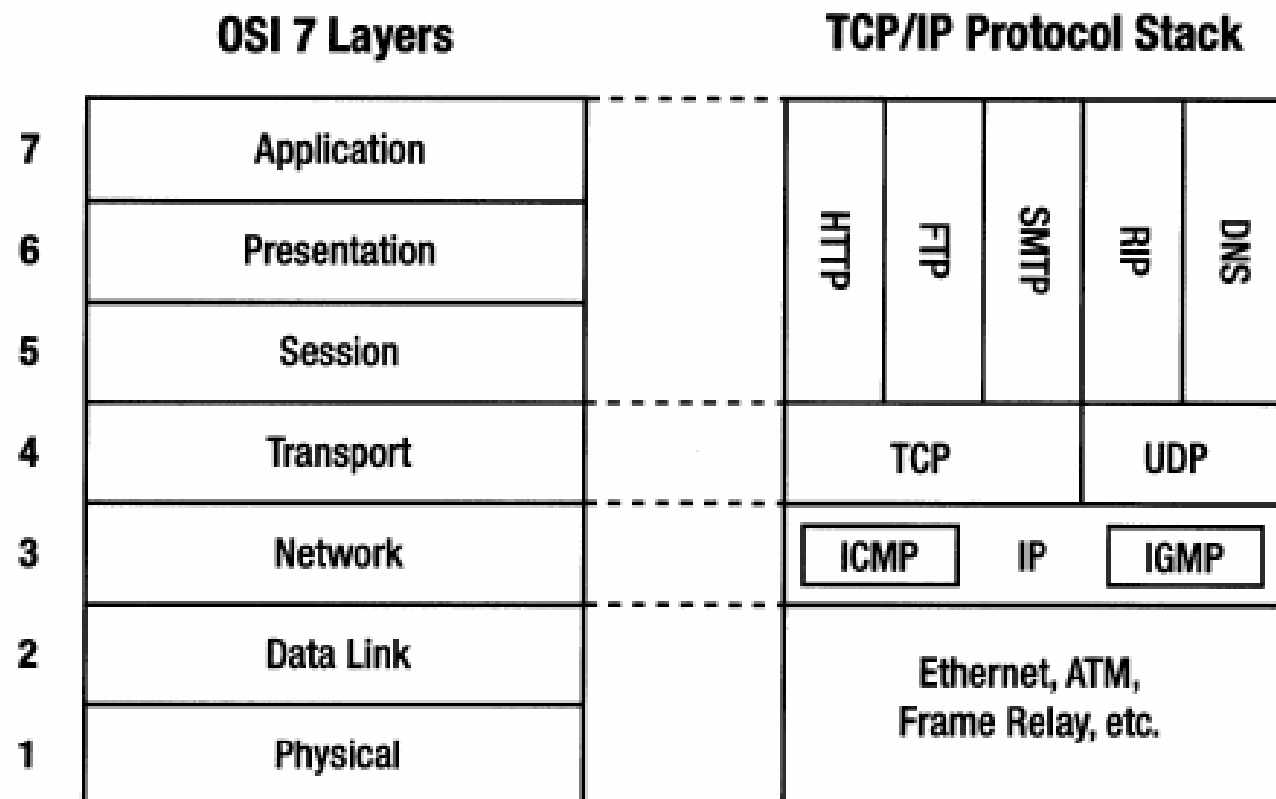


Figure 1-13. *OSI layers and the TCP/IP protocol stack*

◆ Internet Protocol(IP)

Table 1-2. IP Header Information

Field	Length	Description
IP version	4 bits	The IP version that created the header. The current IP protocol version is 4.
IP header length	4 bits	The length of the header. The minimum value is 5, in units of 32 bits (4 bytes), so the minimum length is 20 bytes.
Type of service	1 byte	The service type allows a message to be set as normal or service high throughput, normal or high delay, and normal or high reliability. This is useful for datagram packets sent to the network. Several kinds of networks use this information to prioritize certain traffic. Also, network control messages have a higher precedence and reliability than normal messages.
Total length	2 bytes	These 2 bytes specify the total length of a message, header and data, in octets. The maximum size of an IP packet is 65,535 bytes, but that is impractical for most networks. The largest size that must be accepted by all hosts is 576 bytes. Large messages can be split into fragments through a process called <i>fragmentation</i> .
Identification	2 bytes	If the message is fragmented, the identification field helps to assemble the fragments of a message. If a message is split into multiple fragments, all fragments of a message have the same identification number.
Flags	3 bits	These flags indicate whether or not the message is fragmented and if the current packet is the last fragment of a message.
Fragment offset	13 bits	These 13 bits specify the offset of a fragmented message. Fragments may arrive in a different order than when sent, so the offset is necessary to rebuild the original data. The first fragment of a message has an offset of 0, and other fragments give the offset where the fragment should be appended. The offset unit is 8 bytes, so a fragment offset value of 64 means that the second fragment should be appended after 512 bytes of the first packet.

Time to live	1 byte	The <i>time to live</i> (TTL) value specifies the number of seconds a message can live before it's discarded. This value doesn't necessarily specify the number of seconds, as every router the message crosses must decrement the TTL value by 1, no matter if the handling of the message took less than 1 second. So in practice, this value gives the number of hops to live.
Protocol	1 byte	This byte indicates the protocol used at the next level in the protocol stack for this message. The protocol numbers are defined in an online database at the Internet Assigned Numbers Authority (IANA, http://www.iana.org/assignments/protocol-numbers). Here are some examples: ICMP has the value 1, IGMP has the value 2, TCP has the value 6, and UDP has the value 17.
Header checksum	2 bytes	This is a checksum of the header only. Because the header changes with every message that is forwarded, the checksum changes also.
Source address	4 bytes	This field gives the 32-bit IP address of the sender.
Destination address	4 bytes	This is the 32-bit IP address where the message is to be sent.
Options	Variable	Optional fields can appear here. You can specify that a message is confidential or top secret, and there is also room for future extensions.
Padding	Variable	This field contains a variable number of zeros such that the header ends on a 32-bit boundary.

◆ Transmission Control Protocol(TCP)

Table 1-5. TCP Headers

Field	Length	Description
Source port	2 bytes	Port number of the source.
Destination port	2 bytes	Port number of the destination.
Sequence number	4 bytes	The sequence number is generated by the source and is used by the destination to reorder packets to create the original message and to send an acknowledgment to the source.
Acknowledgment number	4 bytes	If the ACK bit of the control field is set, this field contains the next sequence number that can be expected.
Data offset	4 bits	Details where the packet data begins.
Reserved	6 bits	Reserved for future use.
Control	6 bits	The control bits contain flags that denote if the acknowledgment (ACK) or urgent pointer (URG) field is valid, if the connection should be reset (RST), if a synchronize sequence number (SYN) is sent, and so on.
Window size	2 bytes	This field indicates the size of the receive buffer. The receiver can inform the sender of the maximum data size that can be sent using acknowledgment messages.
Checksum	2 bytes	A checksum for the header and data to determine if the packet has become corrupted.
Urgent pointer	2 bytes	This field informs the target device of urgent data.
Options	Variable	Again, option values will be specified only when relevant.
Padding	Variable	The padding field adds zeros so that the header ends on a 32-bit boundary.

(二)計算主機資訊傳輸

◆ Socket Programming

- 使用 stream socket 雙向傳輸串流資訊(stream of bytes)。
- 可以保證 error correction , handle delivery , preserve data sequence 。
- 使用 TCP(Transmission Control Protocol)。

◆ TCP Programming

- .NET Support
 - ✓ TcpClient
 - ✓ TcpListener
- .NET Remoting
 - ✓ 不同 AppDomain 間的通訊方式，可在同機器、同一 LAN、或 Internet 上。
 - ✓ 根據 SOAP(Simple Object Access Protocol)、HTTP(Hypertext Transfer Protocol)與 TCP 的標準而制定。

(三)計算主機套利分析

◆ 使用 CPU 的多線程。

- 多 CPU，多核架構

◆ 使用異質性運算架構，

- 多 GPU 眾核架構
- FPGA 硬體加速器

(四)程式語言的選擇

◆ 使用工具

➤ System :

- ✓ MS Windows Server

➤ Language :

- ✓ .Net Framework , C# , TPL(Task Parallel Library)
- ✓ C++ , Standard Library(std::thread)
- ✓ NVIDIA CUDA C

➤ Database :

- ✓ MS SQL Server

◆ 八種 MT19937 計算模式，產生整數亂數時間比較。

- 單位：秒(s)，執行三次取小者。
- Intel CUDA MT Code 速度最快。

	Method	100,000,000	200,000,000	400,000,000
1	CPU C# MT Single Thread	2.394(1X)	4.743(1X)	9.443(1X)
2	CPU C# MT Multiple Threads	0.6932(3.4X)	1.378(3.4X)	2.764(3.4X)
3	CPU C++ boost MT Single Thread	2.406(1X)	4.862(1X)	9.632(1X)
4	CPU C++ boost MT Multiple Threads	0.761(3.1X)	1.512(3.1X)	3.027(3.1X)
5	CPU C++ QuantLib MT Single Thread	2.360(1X)	4.744(1X)	9.414(1X)
6	CPU C++ QuantLib MT Multiple Threads	0.600(3.9X)	1.209(3.9X)	2.399(3.9X)
7	GPU NVIDIA CuRand Lib MT	0.255(9.3X)	0.357(13.3X)	Out of Mem.
8	GPU Intel CUDA MT Code	0.160(14.7X)	0.318(14.9X)	0.506(18.6X)

- ✓ 2, 4, 6 使用 4 個 Threads。
- ✓ 1, 2, 3, 4, 5, 6，CPU 產生亂數沒有儲存到 CPU RAM。
- ✓ 7, 8，GPU 產生亂數有儲存到 CPU RAM。

六、市場狀況

2020/01 ~ 2020/08專營期貨商稅前損益彙總表

(單位：元)

序號	期貨商代號	期貨商名稱	本月稅前損益	截至上月累計損益	截至本月累計損益
1	F001	國泰期貨	2,501,719	48,164,611	50,666,330
2	F002	永豐期貨	33,124,469	265,094,516	298,218,985
3	F004	凱基期貨	45,723,027	405,183,981	450,907,008
4	F005	國票期貨	1,259,592	21,111,627	22,371,219
5	F007	日盛期貨	4,783,562	85,440,892	90,224,454
6	F008	統一期貨	9,049,767	181,124,812	190,174,579
7	F014	華南期貨	4,372,535	55,340,710	59,713,245
8	F018	元富期貨	7,017,990	82,253,066	89,271,056
9	F020	群益期貨	55,347,673	509,096,325	564,443,998
10	F021	元大期貨	120,126,863	853,228,888	973,355,751
11	F026	富邦期貨	7,216,000	138,016,421	145,232,421
12	F029	康和期貨	9,527,237	101,157,407	110,684,644
13	F030	兆豐期貨	5,004,626	42,083,577	47,088,203
14	F034	澳帝華期貨	53,730,813	566,645,302	620,376,115
15	F039	大昌期貨	2,371,185	20,788,267	23,159,452
合計：			361,157,058	3,374,730,402	3,735,887,460

2020/08專營期貨商每股淨值明細表

(單位：元)

序號	期貨商代號	期貨商名稱	淨值(元)	股數(仟)	每股淨值
1	F005	國票期貨	970,378,084	82,100	11.82
2	F039	大昌期貨	367,786,305	30,000	12.26
3	F026	富邦期貨	2,076,229,594	140,000	14.83
4	F029	康和期貨	1,213,245,912	81,500	14.89
5	F030	兆豐期貨	706,150,895	40,000	17.65
6	F014	華南期貨	975,254,524	43,500	22.42
7	F018	元富期貨	1,573,911,511	70,000	22.48
8	F001	國泰期貨	1,597,638,963	66,700	23.95
9	F002	永豐期貨	2,841,105,979	117,525	24.17
10	F020	群益期貨	6,211,443,632	210,438	29.52
11	F007	日盛期貨	2,126,501,686	70,000	30.38
12	F008	統一期貨	2,012,644,185	66,000	30.49
13	F004	凱基期貨	3,895,443,928	115,939	33.60
14	F034	漢帝華期貨	2,234,331,081	60,000	37.24
15	F021	元大期貨	9,748,822,599	249,976	39.00

2020/08

(單位：元/股)

序 號	期貨商代 號	期貨商名稱	當月稅前損益	累計稅前損益	股數	當月每股稅前 盈餘	累計每股稅前 盈餘
1	F034	澳帝華期貨	53,730,813	620,376,115	60,000,000	0.90	10.34
2	F004	凱基期貨	45,723,027	450,907,008	115,939,300	0.39	3.89
3	F021	元大期貨	120,126,863	973,355,751	249,976,288	0.48	3.89
4	F008	統一期貨	9,049,767	190,174,579	66,000,000	0.14	2.88
5	F020	群益期貨	55,347,673	564,443,998	210,437,584	0.26	2.68
6	F002	永豐期貨	33,124,469	298,218,985	117,525,053	0.28	2.54
7	S980	元大證券股份有限公司	-87,433,792	620,496,099	295,000,000	-0.30	2.10
8	S856	新光證券	4,971,236	47,664,178	25,000,000	0.20	1.91
9	S844	摩根大通證券	9,384,569	130,572,833	89,500,000	0.10	1.46
10	F014	華南期貨	4,372,535	59,713,245	43,500,000	0.10	1.37
11	F029	康和期貨	9,527,237	110,684,644	81,500,000	0.12	1.36
12	F007	日盛期貨	4,783,562	90,224,454	70,000,000	0.07	1.29
13	F018	元富期貨	7,017,990	89,271,056	70,000,000	0.10	1.28
14	S585	統一證券	9,729,007	165,915,575	130,000,000	0.07	1.28
15	S152	瑞士信貸銀行台北證券 分公司	9,972,493	82,527,084	65,000,000	0.15	1.27

臺灣期貨交易所股份有限公司
「臺灣證券交易所股價指數選擇權契約規格」

項目	內容
交易標的	臺灣證券交易所發行量加權股價指數
中文簡稱	臺指選擇權(臺指買權、臺指賣權)
英文代碼	TXO
履約型態	歐式(僅能於到期日行使權利)
契約乘數	指數每點新臺幣 50 元
到期契約	<ul style="list-style-type: none"> 自交易當月起連續 3 個月份，另加上 3 月、6 月、9 月、12 月中 2 個接續的季月，另除每月第 2 個星期三外，得於交易當週之星期三一般交易時段加掛次一個星期三到期之契約 新到期月份契約於到期契約最後交易日之次一營業日一般交易時段起開始交易
履約價格間距	<ul style="list-style-type: none"> 履約價格未達 3,000 點：近月契約為 50 點，季月契約為 100 點 履約價格 3,000 點以上，未達 15,000 點：近月契約為 100 點，季月契約為 200 點 履約價格 15,000 點以上：近月契約為 200 點，季月契約為 400 點 交易當週星期三加掛次一個星期三到期之契約，其履約價格間距同近月契約。 各契約自到期日之前一個星期起，於前一營業日標的指數收盤價上下 3% 間，履約價格間距為近月契約之二分之一。
契約序列	<p>新契約掛牌時及契約存續期間，以前一營業日標的指數收盤價為基準，於一般交易時段依履約價格間距，向上及向下連續推出不同之履約價格契約至滿足下列條件為止：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 交易當週星期三加掛次一個星期三到期之契約，最高及最低履約價格涵蓋基準指數之上下 7% 2. 交易月份起之 3 個連續近月契約，最高及最低履約價格涵蓋基準指數之上下 15% 3. 接續之 2 個季月契約，最高及最低履約價格涵蓋基準指數之上下 20%

權利金報價單位	<ul style="list-style-type: none"> 報價未滿10點：0.1點(5元) 報價10點以上，未滿50點：0.5點(25元) 報價50點以上，未滿500點：1點(50元) 報價500點以上，未滿1,000點：5點(250元) 報價1,000點以上：10點(500元)
漲跌幅限制	各交易時段權利金最大漲跌點數以最近之臺灣證券交易所發行量加權股價指數收盤價之百分之十為限
部位限制	<ul style="list-style-type: none"> 交易人於任何時間持有本契約同一方之未了結部位總和，不得逾本公司公告之限制標準 所謂同一方未沖銷部位，係指買進買權與賣出賣權之部位合計數，或賣出買權與買進賣權之部位合計數 法人機構基於避險需求得向本公司申請放寬部位限制 綜合帳戶，除免主動揭露個別交易人者適用法人部位限制外，持有部位不受本公司公告之部位限制
交易時間	<ul style="list-style-type: none"> 本契約之交易日與臺灣證券交易所交易日相同 一般交易時段之交易時間為營業日上午8:45~下午1:45；到期契約最後交易日之交易時間為上午8:45 ~ 下午1:30 盤後交易時段之交易時間為營業日下午3:00~次日上午5:00；到期契約最後交易日無盤後交易時段
最後交易日	各月份契約的最後交易日為各該契約交割月份第3個星期三；交易當週星期三加掛之契約，其最後交易日為掛牌日之次一個星期三。
到期日	同最後交易日
最後結算價	以到期日臺灣證券交易所當日交易時間收盤前三十分鐘內所提供標的指數之簡單算術平均價訂之。其計算方式，由本公司另訂之
交割方式	符合本公司公告範圍之未沖銷價內部位，於到期日當天自動履約，以現金交付或收受履約價格與最後結算價之差額

最後交易日若為假日或因不可抗力因素未能進行交易時，以其最近之次一營業日為最後交易日。(詳見臺灣證券交易所股價指數選擇權契約交易規則)



指數選擇權高頻套利交易 實作班

繪圖卡 GPU 程式設計與 SABR 模型之應用

金融商品精修系列

在經歷多年市場的發展後，台灣指數選擇權的交易量與流動性已相當可觀。傳統 Black-Scholes 模型的缺點，無法解釋 Volatility Smile 的現象也表露無遺。利用一個適當的評價模型，有效的發掘出選擇權契約之間的套利機會，是所有財工人員的夢想。

近年來在計算機的發展上，CPU 多核的平行運算技術以及繪圖處理器(GPU)的運算技術大幅進展，使我們的計算能力大幅提升到 20 倍以上。這些多核平行運算技術已被廣泛應用在 AI 人工智慧、大數據資料處理，甚至包括超級電腦的設計。

如何將這兩個技術整合起來，運用於高頻套利交易之上，成為金融交易上一個重要的應用。本課程分兩個主軸來進行，一方面介紹近來在權益市場上日益重要的 SABR 與 Heston 這兩個隨機波動模型，另一方面介紹在 GPU 程式開發最重要的架構，NVIDIA 的 CUDA。

SABR 與 Heston 可以有效的解決 Volatility Smile 的現象，尤其 SABR 可以快速地進行選擇權的價格計算。這些特性搭配現代多核 CPU 架構，使其非常適合於套利定價的使用。NVIDIA 的 CUDA 是目前 AI 模型高速運算的底層工具，充分利用 GPU 的眾核機制，可以使計算性能再提升一個數量級，達到高頻交易的性能。

本課程計算介紹這些最先端的技術，讓學員可以在密集的時間內，充分了解這些理論與技術，藉由實例的操演，確實掌握這些技術。講師將提供自行開發的程式庫，並讓學員可以攜回直接使用於工作上的原始程式碼。

課程講師從事財務工程工作有 20 多年的實歷，曾在銀行內部帶領研發團隊，成功開發多 GPU 的結構商品計算系統，並上線交易使用。課程使用的工作環境是 Windows 系統，開發工具為 Visual Studio，硬體為多核 CPU 並搭配 NVIDIA 繪圖處理器。開發的語言是 C#/C++/C，同時使用 CUDA C 作為 GPU 的運算架構。

※Part I SABR 模型與選擇權定價公式※

日期	時間	講授內容	講席
5/22 (六)	9:30 12:30	一、Black-Scholes 模型與 TXO 契約	董夢雲 昀騰金融科技 股份有限公司技 術長，金融博 士，證券分析師
	13:30 16:30	二、Heston 模型與實作	
5/29 (六)	9:30 12:30	三、SABR 模型與實作	
	13:30 16:30	四、蒙地卡羅模擬法實作	
6/12 (六)	9:30 12:30	五、模型校正與平行運算	

財團法人中華民國證券暨期貨市場發展基金會 人才培訓中心
TEL:(02)357-5168 FAX:(02)392-7491 歡迎光臨本會專業課程網站 <http://eduweb.sfi.org.tw>

1

課程代號
HFT01-1

【課程等級】
精選

【適用行業及對象】

- 1.各金融機構(含金控、銀行、證券、期貨、投信類、保險、票券金融等)；企劃、投資、財務、債券、自營、研究、衍生性金融商品部、電子商務、資訊、風險管理等部門主管、交易員、研究員、從業人員、與理財規劃人員等。
- 2.公開發行公司財務相關部門
- 3.對選擇權交易有興趣且對金融商品有概念者

【上課地點】

證基會 903 教室
台北市南海路 3 號 9 樓

【收費標準】

每人每期\$15,000 元整
(含講義、全天課程日提供午餐)
【同時報名 Part II 可享 9 折優惠】

【時數】

15 小時

※請自備具備獨立顯示晶片 Nvidia-GPU 之 Notebook 筆記型電腦配合學習。



指數選擇權高頻套利交易 實作班

繪圖卡 GPU 程式設計與 SABR 模型之應用

金融商品精修系列

在經歷多年市場的發展後，台灣指數選擇權的交易量與流動性已相當可觀。傳統 Black-Scholes 模型的缺點，無法解釋 Volatility Smile 的現象也表露無遺。利用一個適當的評價模型，有效的發掘出選擇權契約之間的套利機會，是所有財工人員的夢想。

近年來在計算機的發展上，CPU 多核的平行運算技術以及繪圖處理器(GPU)的運算技術大幅進展，使我們的計算能力大幅提升到 20 倍以上。這些多核平行運算技術已被廣泛應用在 AI 人工智慧、大數據資料處理，甚至包括超級電腦的設計。

如何將這兩個技術整合起來，運用於高頻套利交易之上，成為金融交易上一個重要的應用。本課程分兩個主軸來進行，一方面介紹近來在權益市場上日益重要的 SABR 與 Heston 這兩個隨機波動模型，另一方面介紹在 GPU 程式開發最重要的架構，NVIDIA 的 CUDA。

SABR 與 Heston 可以有效的解決 Volatility Smile 的現象，尤其 SABR 可以快速地進行選擇權的價格計算。這些特性搭配現代多核 CPU 架構，使其非常適合於套利定價的使用。NVIDIA 的 CUDA 是目前 AI 模型高速運算的底層工具，充分利用 GPU 的眾核機制，可以使計算性能再提升一個數量級，達到高頻交易的性能。

本課程計算介紹這些最先端的技術，讓學員可以在密集的時間內，充分了解這些理論與技術，藉由實例的操演，確實掌握這些技術。講師將提供自行開發的程式庫，並讓學員可以攜回直接使用於工作上的原始程式碼。

課程講師從事財務工程工作有 20 多年的實歷，曾在銀行內部帶領研發團隊，成功開發多 GPU 的結構商品計算系統，並上線交易使用。課程使用的工作環境是 Windows 系統，開發工具為 Visual Studio，硬體為多核 CPU 並搭配 NVIDIA 繪圖處理器。開發的語言是 C#/C++/C，同時使用 CUDA C 作為 GPU 的運算架構。

※Part II GPU 架構下的模型開發※

日期	時間	講授內容	講席
6/12 (六)	13:30 16:30	六、CUDA 與 ManagedCUDA C#介紹	董夢雲 昀騰金融科技 股份有限公司技 術長，金融博 士，證券分析師
6/19 (六)	9:30 12:30	七、CUDA 的變量與記憶體管理	
	13:30 16:30	八、CUDA 的控制流程與同步	
6/26 (六)	9:30 12:30	九、CUDA 下的模擬與 cuRand 程式庫	
	13:30 16:30	十、CUDA 下的 HPC 實現架構	

財團法人中華民國證券暨期貨市場發展基金會 人才培訓中心
TEL:(02)357-5168 FAX:(02)392-7491 歡迎光臨本會專業課程網站 <http://eduweb.sfi.org.tw>

1

課程代號
HFT02-1

【課程等級】
精選

【適用行業及對象】

- 1.各金融機構(含金控、銀行、證券、期貨、投信類、保險、票券金融等)；企劃、投資、財務、債券、自營、研究、衍生性金融商品部、電子商務、資訊、風險管理等部門主管、交易員、研究員、從業人員、與理財規劃人員等。
- 2.公開發行公司財務相關部門
- 3.對選擇權交易有興趣且對金融商品有概念者

【上課地點】

證基會 903 教室
台北市南海路 3 號 9 樓

【收費標準】

每人每期\$15,000 元整
(含講義、全天課程日提供午餐)
【同時報名 Part I 可享 9 折優惠】

【時數】

15 小時

※請自備具備獨立顯示晶片 Nvidia-GPU 之 Notebook 筆記型電腦配合學習。
※參加本研習時，建議應具備使用過 C#與 Visual Studio 開發程式的經驗。