BIS 市場風險標準法資本計提實作班

BIS Market Risk Standardised Approach Capital Requirement Workshop

昀騰金融科技

技術長

董夢雲 博士

dongmy@ms5.hinet.net

Part III 敏感性基礎法

資本計提

主題一、基本架構與計算邏輯

(一)標準法計算架構

- 在標準法下，將風險資本分為三大模塊，
  - 使用敏感性基礎法資本(Sensitivity-based method, SBM)捕捉系統性的市場風險。
    - 下分三項風險，考慮相關性彙整。
    - Delta 風險資本：反映 Delta 風險因子
    - Vega 風險資本：反映 Vega 風險因子
    - Curvature 風險資本：反映 Curvature 風險因子
  - 使用違約風險資本(Default risk capital, DRC)捕捉系統性的信用風險。
    - 交易簿的部位，有違約的可能性。
  - 使用殘差風險附加資本(RRAO)來捕捉殘差的市場風險。

- 所有交易部位都要計算 Delta Risk，有下述條件的部位，要計算 Vega 與 Curvature Risk。
  - 任何工具具有權利性質，
  - 任何有嵌入式的提前支付權利的工具，
  - 工具的現金流量無法表示為標的資產名目本金的線性函數，
  - 針對有 Delta 風險的工具，可能需要計算其曲度風險，這些工具不限於前三項。
    - ✓ 銀行可能有其管理具權利性質的非線性工具與其他工具的傳統，也可以將沒有權利性質的工具一併併入曲度風險的計算。
    - ✓ 處理須一致性。
    - ✓ 曲度風險需實施於所有 SBM 計算的工具上。

◆ 敏感性基礎法的標準法，將部位的市場風險分為七大類別(模塊，Building Blocks)，

- 一般利率風險
- 信用價差風險(CSR)：非證券化
- 信用價差風險：證券化(無相關交易組合, non-CTP)
- 信用價差風險：證券化(有相關交易組合, CTP)
- 權益風險
- 外匯風險
- 商品風險

- 每一大類別的風險，可以將相似的風險因子集合成一個 Bucket，
  - 例如，新興市場電信股票為一個 Bucket，先進市場電信股票為另一個 Bucket。
  - 例如，能源類的電力與炭交易商品為一個 Bucket。
  - 例如，一個外匯匯率為一個 Bucket。
  - 例如，0.25 年內的利率為一個 Bucket，0.25 年到 0.5 年的利率為另一個 Bucket。
  - 例如，投資級的主權信用與多邊開發銀行信用為一個 Bucket，投資級的科技與電信公司信用為另一個 Bucket。
- Buckets 內與 Buckets 間的風險彙整，要考慮相關性。
  - Basel 文件有公式，很複雜。
- 相關性彙整要考慮不同的情境。
  - 正向、中立、負向。
    - 取其大者為市場風險資本需求。
  - 將市場風險資本需求乘上 12.5，為市場風險資產數量。

(二)Delta 基本定義

◆ 在權益風險中，令第 k 個風險因子價格為 EQ_k，金融工具 i 的價格為 V_i，則 Delta 為

$$s_k = \frac{V_i(1.01EQ_k) - V_i(EQ_k)}{0.01} \quad \text{...(1.1)}$$

- ➢ EQ_k 上漲 1%，V_i 的金額變動量(MAR 21.21(3), p40)。

◆ 每一項風險因子，有其風險權數，反映其波動性。

- ➢ 根據 Basel 文件(MAR 21.77, p57)，大型新興市場電信股票權數為 60%，
- ➢ 根據 Basel 文件(MAR 21.77, p57)，大型先進市場電信股票權數為 35%。
- ➢ 同一風險因子各工具的 Delta 要淨額結算。

◆ Delta 風險量乘上風險權數(Risk Weight)，求得加權敏感性(Weighted Sensitivity)。

$$\mathrm{WS}_k = R\mathrm{W}_k \cdot s_k$$

甲、Bucket內的彙整

- 同一個 Bucket 內的各個風險因子，比此應有較高的相關性。
  - 新興市場電信股票間的相關性，高於與他類 Bucket 內的股票。
  - Basel 文件有交代相關係數的計算。

- 對於 Bucket b 的加權風險敏感性，K_b，計算如下，

$$K_b = \sqrt{\max\left(0,\ \sum_k WS_k^2 + \sum_k \sum_{k \neq l} \rho_{kl} WS_k WS_l\right)} \quad \text{...(1.2)}$$

  - 根據 Basel 文件(MAR 21.78(2)(a), p57)，大型新興市場電信股票間的相關性為 15%。

乙、Buckets間的彙整

- 不同 Bucket 間的風險彙整，也要考慮相關性。
  - Basel 文件有交代相關係數的計算。
- 首先，計算 Bucket b 的 S_b 與 Bucket b 的 S_c 如下，

$$\mathrm{S}_b = \sum_k SW_k \ , \ \mathrm{S}_c = \sum_k SW_k$$

  - 如果 S_b 與 S_c 的值，會造成下面式子負值，則改變計算公式。

$$if \quad \sum_b K_b^2 + \sum_b \sum_{b \neq c} \gamma_{bc} S_b S_c < 0 \ ,$$

$$\mathrm{S}_b = \max\left[\min\left(\sum_k WS_k, \quad K_b\right), \quad -K_b\right]$$

$$\mathrm{S}_c = \max\left[\min\left(\sum_k WS_k, \quad K_c\right), \quad -K_c\right]$$

◆ Delta 風險資本可計算如下，

$$\text{Delta} = \sqrt{\sum_b K_b^2 + \sum_b \sum_{c \neq b} \gamma_{bc} S_b S_c} \quad \text{..(1.3)}$$

➢ 根據 Basel 文件(MAR 21.80(1), p58)，大型新興市場電信股票與大型先進市場電信股票跨 Bucket 之間的相關性為 15%。

(三)Vega 的定義

- Equity 的 Vega Risk 的風險因子，為標的權益現貨的隱含波動性，以到期日為其維度。
  - 需要映射到，0.5 年、1 年、3 年、5 年、10 年。

- Vega 定義維

$$vega = \frac{\partial \mathrm{V_i}}{\partial \sigma_i} \quad \text{..}(1.4)$$

  - ✓ 金融工具 i 的價格為 V_i，σ_i 為其隱含波動性。
  - 在權益風險中，令第 k 個風險因子的 Vega 為，

$$s_k = vega \times implied\_volatility \quad \text{...}(1.5)$$

- Vega 風險量乘上風險權數(Risk Weight)，求得加權敏感性(Weighted Sensitivity)。

$$\mathrm{WS}_k = RW_k \cdot s_k \quad \text{..}(1.6)$$

- Vega Risk 的 Bucket 定義與 Delta Risk 相同，

甲、Bucket內的彙整

- 彙整公式如 Delta 資本計算公式。

- Intra-Bucket 相關性(non-GIRR)：

$$\rho_{kl} = \min[\rho_{kl}^{(Delta)} \cdot \rho_{kl}^{(option\_maturity)}, 1] \quad \text{..........(1.7)}$$

- $\rho_{kl}^{(Delta)}$:Delta Risk 中，風險因子 k 與 l 的相關性。
  - ✓ 例如，權益選擇權 X 有 Vega 風險因子 k，權益選擇權 Y 有 Vega 風險因子 l，則 $\rho_{kl}^{(Delta)}$ 便是適用於 X 與 Y 的 Delta 相關性。

- $$\rho_{kl}^{(option\_maturity)} = \exp\left(-\alpha \frac{|T_k - T_l|}{\min[T_k, T_l]}\right) \quad \text{..........(1.8)}$$
  - ✓ $\alpha = 1\%$
  - ✓ T_k 表選擇權到期時間，從 VR_k 計算起算，以年為單位。

乙、Buckets間的彙整

- 彙整公式如 Delta 資本計算公式。
- Inter-Bucket 相關性：
  - 不同 Buckets，彙整 Vega 風險部位時，參數γ_{bc}設定同 Delta 風險部位，為 50%。

(四)Curvature 的定義

- ◆ Curvature Risk 主要是反映工具價值對風險因子變化，產生的非線性效果。
  - ➢ 通常當風險因子的變化量大時，以線性效果衡量工具價值變動，誤差會大。
- ◆ 以權益選擇權為例，敏感性是選擇權真實價值的變動，減去以 Delta 估計的價值變動量。
  - ➢ 這時的標的權益價格，通常會有大量的變動。
  - ➢ 以前例，Telco D 股票選擇權為例，我們會對標的股價施以 35%的價格變動。

- ◆ 數學上表示為，
  - 令 V_i 表選擇權價格，S_k 為標的權益價格，

$$CVR_k = V_i(S_k \pm dS_k) - V_i(S_k) - RW_k^{Curvature} \times s_{ik}, \quad dS_k = 0.35 \times S_k$$

$$CVR_k = dV_i(S_k) - \left[\frac{\partial V_i}{\partial S_k}\right] dS_k, \quad dS_k = 0.35 \times S_k \qquad \text{.....................................(1.9)}$$

    - ✓ 計算時，假設波動性 σ 為定值不變。
    - ✓ $RW^{Curvature}$ 等於 Delta 的風險權數。(MAR21.98, p63)
  - 適用標的股價的變動量，參考 Table 10，Bucket 6 為 35%的上下震盪。
- ◆ 上、下震盪，計算 Curvature Risk 資本需求，

$$CVR_k^{+} = -\sum_i \left\{ V_i\left(x_k^{RW(Curvature)^{+}}\right) - V_i(x_k) - RW_k^{Curvature} \times s_{ik} \right\} \qquad \text{......................(1.10)}$$

$$CVR_k^{-} = -\sum_i \left\{ V_i\left(x_k^{RW(Curvature)^{-}}\right) - V_i(x_k) + RW_k^{Curvature} \times s_{ik} \right\} \qquad \text{......................(1.11)}$$

甲、Bucket內的彙整

◆ 使用 Bucket 對應的相關係數，彙整 Bucket 資本需求。

➢ 對於 Bucket b 的加權風險敏感性，K_b，計算如下，

$$\mathrm{K}_b = \max(K_b^+, K_b^-)$$

$$\mathrm{K}_\mathrm{b}^+ = \sqrt{\max\left(0,\ \sum_k \max(CVR_k^+, 0)^2 + \sum_{l \neq k} \sum_k \rho_{kl} CVR_k^+ CVR_l^+ \psi(CVR_k^+, CVR_l^+)\right)} \quad \text{……(1.12)}$$

$$\mathrm{K}_\mathrm{b}^- = \sqrt{\max\left(0,\ \sum_k \max(CVR_k^-, 0)^2 + \sum_{l \neq k} \sum_k \rho_{kl} CVR_k^- CVR_l^- \psi(CVR_k^-, CVR_l^-)\right)} \quad \text{……(1.12)}$$

$$\psi(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{otherwise} \\ 0, & x < 0, y < 0 \end{cases}$$

➢ 根據 Basel 文件(MAR 21.78(2)(a), p57)，大型新興市場電信股票間的相關性為 15%。

➢ Intra-Bucket Curvature 的相關性為 Delta 計算相關性的平方，15%*15%=2.25%。

乙、Buckets間的彙整

- 不同 Bucket 間的風險彙整，也要考慮相關性。
  - Basel 文件有交代相關係數的計算。
- 首先，計算 Bucket b 的 S_b 如下，
  - 如果前面選擇向上震盪，

$$S_b = \sum_k \mathrm{CVR}_k^+$$

  - 如果前面選擇向下震盪，

$$S_b = \sum_k \mathrm{CVR}_k^-$$

- 其次，如下定義ψ。

$$\psi(x,y) = \begin{cases} 1, & \text{otherwise} \\ 0, & x<0, y<0 \end{cases}$$

◆ Curvature 風險資本可計算如下，

$$\text{Curvature\_Risk} = \sqrt{\max\left(0, \sum_b K_b^2 + \sum_{b \neq c} \sum_b \gamma_{bc} S_b S_c \psi(S_b, S_c)\right)} \quad \text{......................(1.14)}$$

- 根據 Basel 文件(MAR 21.80(1), p58)，大型新興市場電信股票與大型先進市場電信股票跨 Bucket 之間的相關性為 15%。
- Inter-Bucket Curvature 的相關性為 Delta 計算相關性的平方，15%*15%=2.25%。

(五)計算問題

- 一大型先進經濟體電信股股票歐式陽春型 Call 選擇權，賣出 1000 股部位。
  - 股票價格 S=100，執行價格 K=100，9 個月後到期。
  - 市場 BA/CP 利率，R_{1M} = 2.00%，R_{3M}=2.25%，R_{6M}=2.50%，R_{12M}=2.80%。
  - 市場隱含波動性，σ_{6M} = 25%，σ_{1Y}= 30%。
  - 請問此部位需計提多少市場風險資本?

- 如果同時加入另一同條件之 Put 選擇權，賣出 1000 股部位，則合併需多少資本?