

# GPU 平行運算與財務工程實作班

LMM 模型應用於利率結構商品之開發設計

昀騰金融科技

技術長

董夢雲 博士

[dongmy@ms5.hinet.net](mailto:dongmy@ms5.hinet.net)

## Part 0 預備知識

零、利率市場基本知識

案例零

## Part I LMM 模型與利率結構商品設計開發(15hrs)

一、Black76 遠期契約選擇權訂價模型

案例一

二、Libor Market Model 架構

案例二

三、LMM 的模擬架構

案例三

四、LMM 模擬實例

案例四

五、平行化程式實作

案例五

## Part II GPU 架構下的利率結構商品開發(15hrs)

六、GPU 與 CUDA 介紹

案例六

七、C#與 CUDA 的整合開發

案例七

八、CUDA 的變量與記憶體管理

案例八

九、CUDA 下的模擬與 cuRand 程式庫

案例九

十、GPU 版的結構商品模擬

案例十

# 昀騰金融科技股份有限公司

技術長  
金融博士、證券分析師

董夢雲 Andy Dong



ID:50917111

Line/WeChat:andydong3137

E:andydong1209@gmail.com

<https://github.com/andydong1209>

M:(T)0988-065-751 (C)1508-919-2872

10647 台北市大安區辛亥路一段 50 號 4 樓

## 學經歷

國立台灣大學電機工程學系學士

國立中央大學財務管理學研究所博士

中國信託商業銀行交易室研發科主管

凱基證券風險管理部主管兼亞洲區風險管理主管

中華開發金控、工業銀行風險管理處處長

永豐金控、商業銀行風險管理處處長

永豐商業銀行結構商品開發部副總經理

## 專業

證券暨投資分析人員合格(1996)

台灣金融研訓院 2020 年菁英講座

## 專長

風險管理理論與實務，資本配置與額度規劃、資產負債管理實務

外匯與利率結構商品評價實務，股權與債權及衍生商品評價實務

GPU 平行運算與結構商品系統開發，CUDA、OpenCL

CPU 平行運算與 ALM 系統開發，C#/C++/C、.Net Framework、SQL

人工智慧(Deep Learning)交易策略開發，Python、Keras、TensorFlow

# Part 0 預備知識

# 主題零 利率市場基本知識

- 一、折現與複利
- 二、到期收益率與即期利率
- 三、遠期利率與遠期利率協議
- 四、利率期限結構
- 五、利率期限結構理論
- 六、利率交換契約
- 七、即期利率曲線之建構

# 一、折現與複利

## ◆ 現值與折現率

- 現值(Present Value, PV)：現金流量在折現之後的價值。
- 折現率(Discount Rate)：反應投資人時間偏好(Time Preference)的比率。
- 折現因子(Discount Factor, DF)：未來一元目前的現值。

◆ 範例：一年後有 100 元的現金收入，若市場上一年期存款利率為 6%，現值為

$$100 \times \left( \frac{1}{1 + 0.06} \right) = 94.34$$

## ◆ 折現（複利）的頻率

➤ 不同複利頻率，產生不同效果，投資實際天數  $Act$ ，市場利率  $r$ ，本金  $A$ ，

➤ 簡單複利：貨幣市場

$$PV_S = A \times \left( 1 + r \times \frac{Act}{365} \right)$$

➤ 一般複利：資本市場

$$PV_G = A \times (1 + r)^{\frac{Act}{365}}$$

➤ 連續複利：選擇權相關交易，連續交易假說

$$PV_C = A \times e^{r \times \frac{Act}{365}}$$

➤  $PV_C \geq PV_G \geq PV_S$ 。



## 二、到期收益率與即期利率

### ◆ 到期收益率的定義

- 到期收益率(Yield To Maturity, YTM)：一項金融投資(債券)的內部報酬率(Internal Rate of Return)

$$P = \frac{CF_1}{1+y} + \frac{CF_2}{(1+y)^2} + \frac{CF_3}{(1+y)^3} + \cdots + \frac{CF_N}{(1+y)^N}$$

- ✓  $CF_t$ ：t 期現金流量
- ✓  $P$ ：投資的價格(成本)
- ✓  $N$ ：投資的年限(期數)
- ✓  $y$ ：到期收益率

- 收益率不適合成為折現率，必需使用即期利率折現。

- ◆ 範例一：債券發行日為 2002/9/6，五年後到期，到期日為 2007/9/6，評價日為 2005/9/6，兩年後到期，面值\$1,000,000，債息 4%每年付息一次，市場收益率報價 3.25%，則此債券價格多少？

$$P = \frac{4}{(1+0.0325)^1} + \frac{104}{(1+0.0325)^2} = 101.4299$$

◆ 範例二：同範例一，若目前市場價格為 1,020,000，則此債券之到期收益率多少？

$$102.0000 = \frac{4}{(1+y)^1} + \frac{104}{(1+y)^2}$$

## ◆ 即期利率的定義

- 即期利率(Spot Rate)：零息債券(Zero-Coupon Bond)的到期收益率。

$$P = \frac{CF_N}{(1+z_N)^N} = \frac{1}{(1+z_N)^N} \bullet CF_N = DF_N \bullet CF_N$$

✓  $z_N$ : N 期的即期利率

✓  $DF_N$ : N 期的折現因子

- 即期利率為計算現值的基礎，利用即期利率計算出折現因子。

- ◆ 範例三：同範例一，若一年期零息債券 YTM=3.00%，若有一筆兩年後現金流量\$100，則此筆現金流量現值多少？

$$P = \frac{4}{(1 + 0.0325)^1} + \frac{104}{(1 + 0.0325)^2} = \frac{4}{(1 + 0.03)^1} + \frac{104}{(1 + z_2)^2}$$

$$101.4299 = 3.8835 + (101.4299 - 3.8835)$$

$$(1 + z_2)^2 = \frac{104}{97.5465} = 1.0661582$$

$$z_2 = 3.25498\%$$

<<EXCEL Case01>>

## 三、遠期利率與遠期利率協議

### (一)遠期利率

#### ◆ 遠期利率的定義

- 遠期利率(Forward Rate)：未來  $t$  時點開始，到  $t+1$  時點的即期利率，稱為  $t$  時點之單期遠期利率，以  $f_t$  表示之。
- 未來  $t$  時點開始，到  $t+n$  時點的即期利率，稱為  $t$  時點之  $n$  期遠期利率，以  $f_{t,t+n}$  表示之。

#### ◆ 無套利理論

- 六個月投資期限之投資策略
  - ✓ 方案一：直接買六個月到期之工具。
  - ✓ 方案二：買三個月到期工具，三個月後再續約三個月。

## ◆ 無套利定價與預期理論

- 未來即期利率未必等於遠期利率。
- FRA 市場的出現，確保遠期利率等於預期未來即期利率。
- 以六個月投資期限之投資策略為例，方案二可改為，
  - ✓ 方案二 A：買三個月到期工具，同時購買三個月後開始的三個月期的 FRA。
- 市場上的套利交易確保下式成立，

$$\left(1 + z_{6M} \times \frac{Act_{0,6M}}{365}\right) = \left(1 + z_{3M} \times \frac{Act_{0,3M}}{365}\right) \left(1 + f_{3M,6M} \times \frac{Act_{3M,6M}}{365}\right)$$
$$f_{3M,6M} = \left[ \frac{\left(1 + z_{6M} \times \frac{Act_{0,6M}}{365}\right)}{\left(1 + z_{3M} \times \frac{Act_{0,3M}}{365}\right)} - 1 \right] \times \frac{365}{Act_{3M,6M}}$$

◆ 無套利定價可得到遠期利率與即期利率的一般關係式

$$(1 + z_{m+n})^{m+n} = (1 + z_m)^m (1 + f_{m,m+n})^n$$

$$f_{m,m+n} = \sqrt[n]{\frac{(1 + z_{m+n})^{m+n}}{(1 + z_m)^m}} - 1$$

- ◆ 範例四：三個月期即期利率 4.00%，六個月期即期利率 5.00%，則 3×6 遠期利率多少？假設  $T(0,3M)=91$  天， $T(0,6M)=181$  天。

<<EXCEL Case02>>



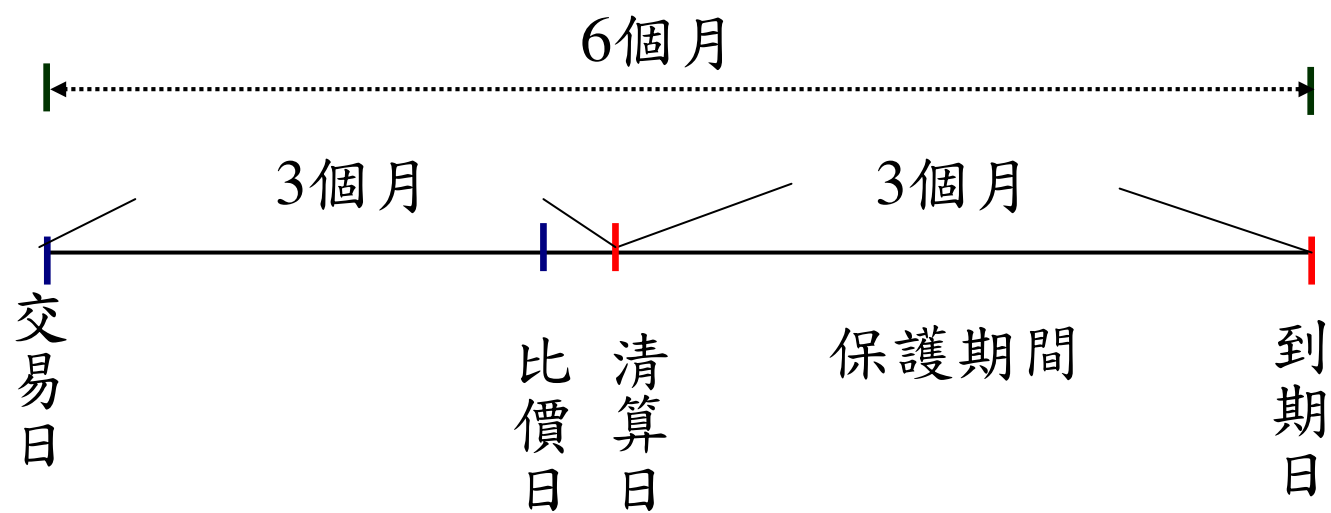
## (二)遠期契約協議

◆ 交易雙方在交易日約定，於未來某一特定期間，以特定利率進行特定幣別與金額的借貸。

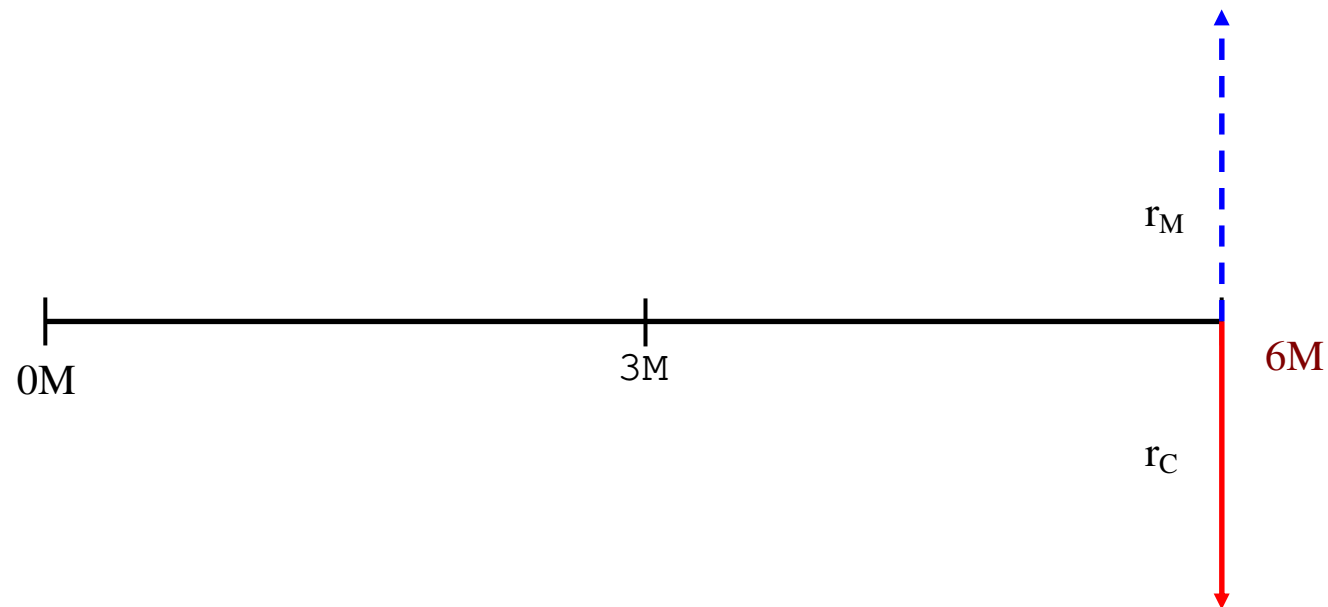
- 特性：到期時通常不進行實質借貸，而僅就市場利率( $r_M$ )與約定利率( $r_C$ )進行差額結算。適用於對利率走勢較確定時。
- 買方：Pay Fixed, Rec Float，表借入資金的一方， $(r_M - r_C) \times NPA \times T$ 。
- 賣方：Rec Fixed, Pay Float，表借出資金的一方， $(r_C - r_M) \times NPA \times T$ 。

◆ 3×6 的 FRA 交易的相關時點

## 3×6的FRA



◆ 3×6 的 FRA 交易的現金流量圖



## ◆ FRA 的市價評估

- 2002/10/22 交易一 3×6 之 FRA， $z_{3M}=2.4\%$ ， $z_{6M}=2.80\%$ ， $f_{3\times6}=?$
- 2002/11/22 市價重估， $z_{2M}=2.2\%$ ， $z_{5M}=2.50\%$ ，Long Position 之 MTM=?

## ◆ FRA 的 DV01

- 2002/11/22 市價重估， $z_{2M}=2.2\%$ ， $z_{5M}=2.50\%$ ，Long Position 之 MTM= $V_0$
- $z_{2M}=2.21\%$ ， $z_{5M}=2.51\%$ ，Long Position 之 MTM= $V_1$
- $DV01 = V_1 - V_0$

<<EXCEL Case02>>

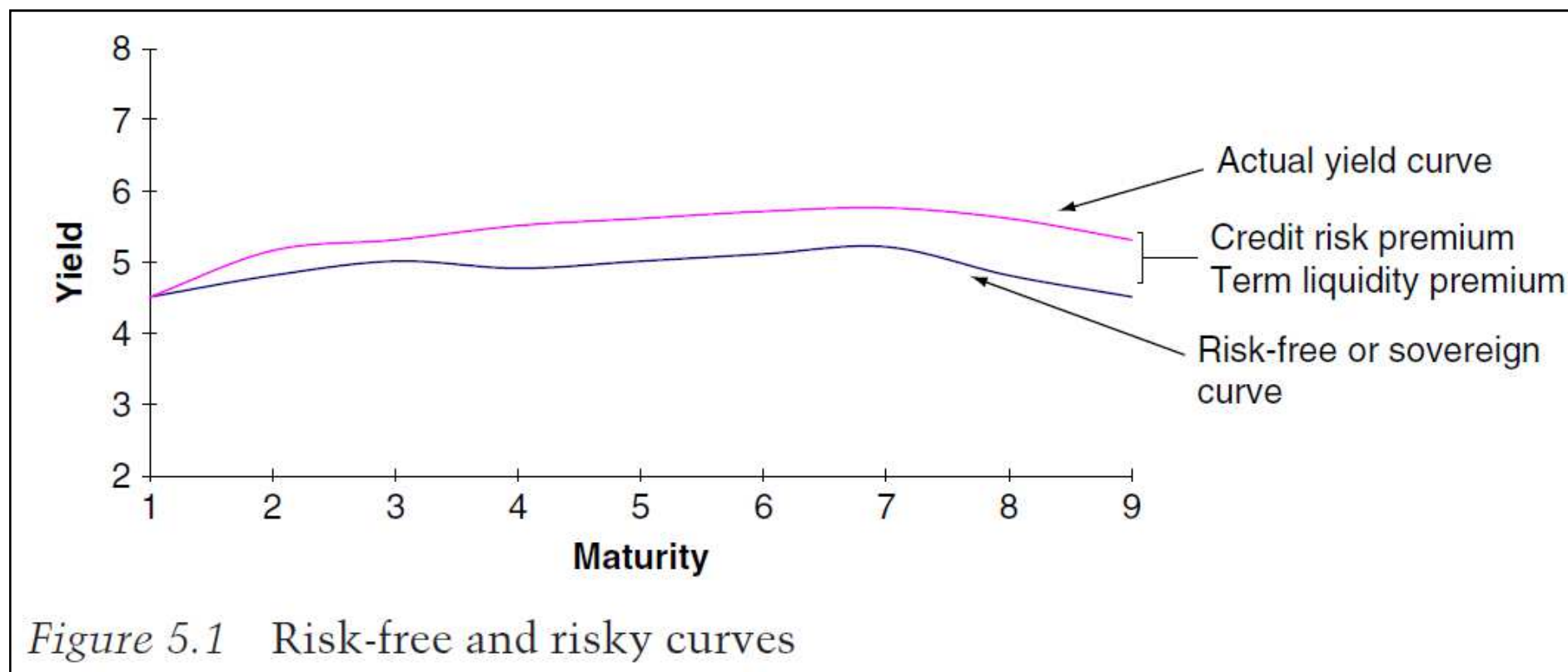
## ◆ FRA 應用時機

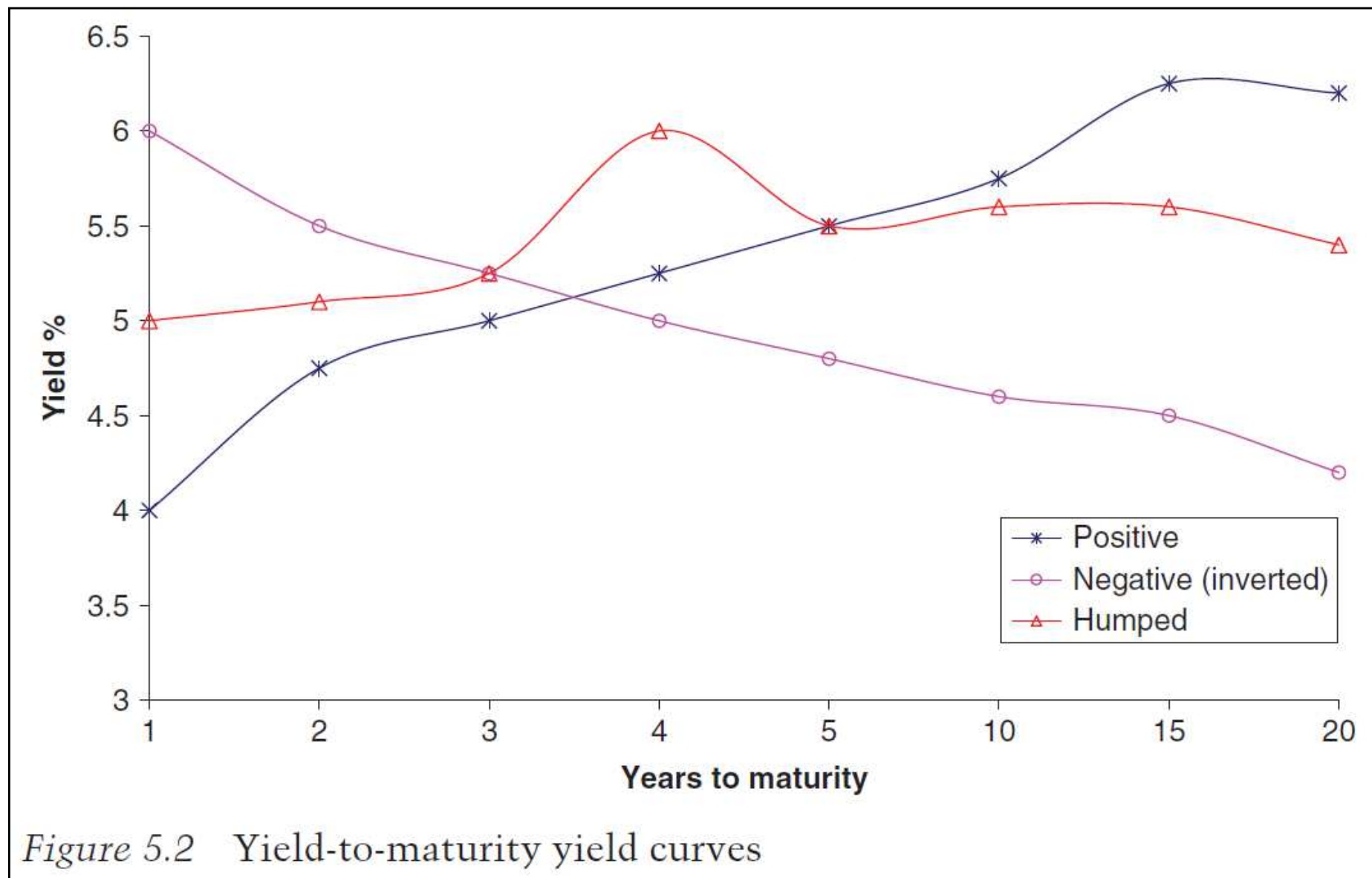
- 契約的買方為規避利率上漲的一方，契約的賣方為規避利率下跌的一方。
- 應用一：票券業者預防利率上漲，買入 FRA。
- 應用二：企業資金籌措預防利率上漲，買入 FRA。
- 應用三：企業資金投資預防利率下漲，賣出 FRA。

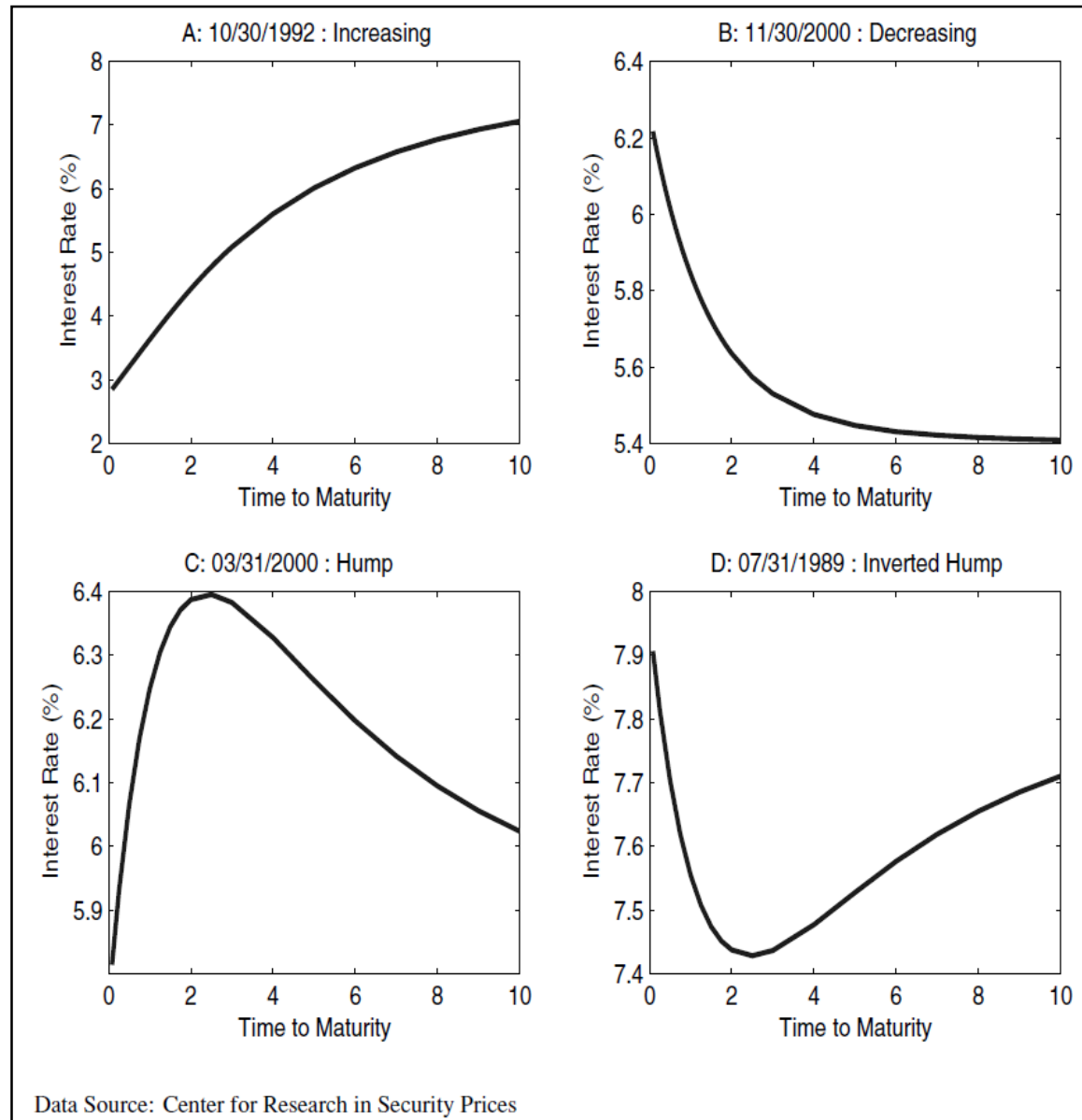
## 四、利率期限結構

### ◆ 收益曲線的內涵

➤ 收益曲線(Yield Curve)：不同到期日債券收益率對到期日的作圖。

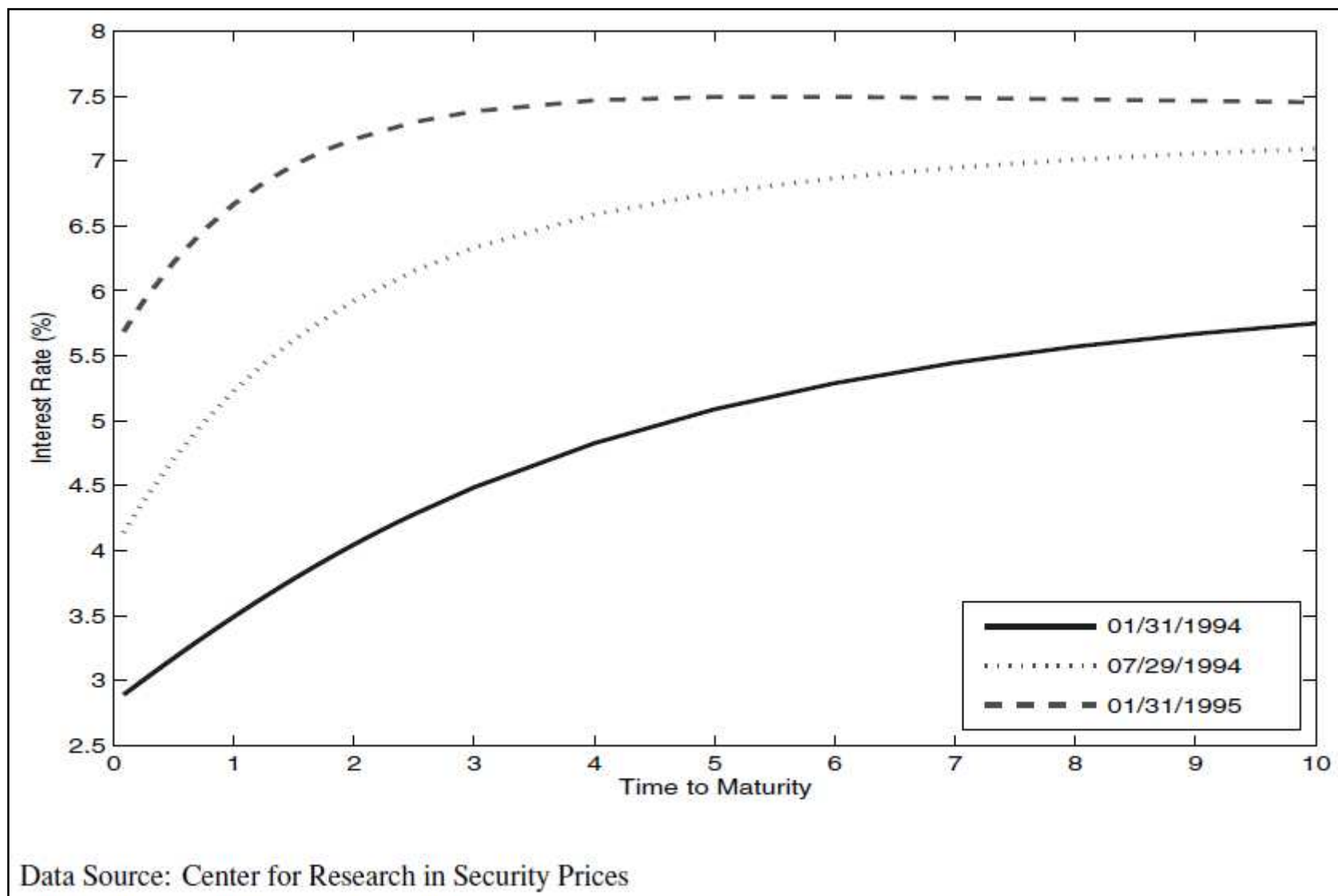




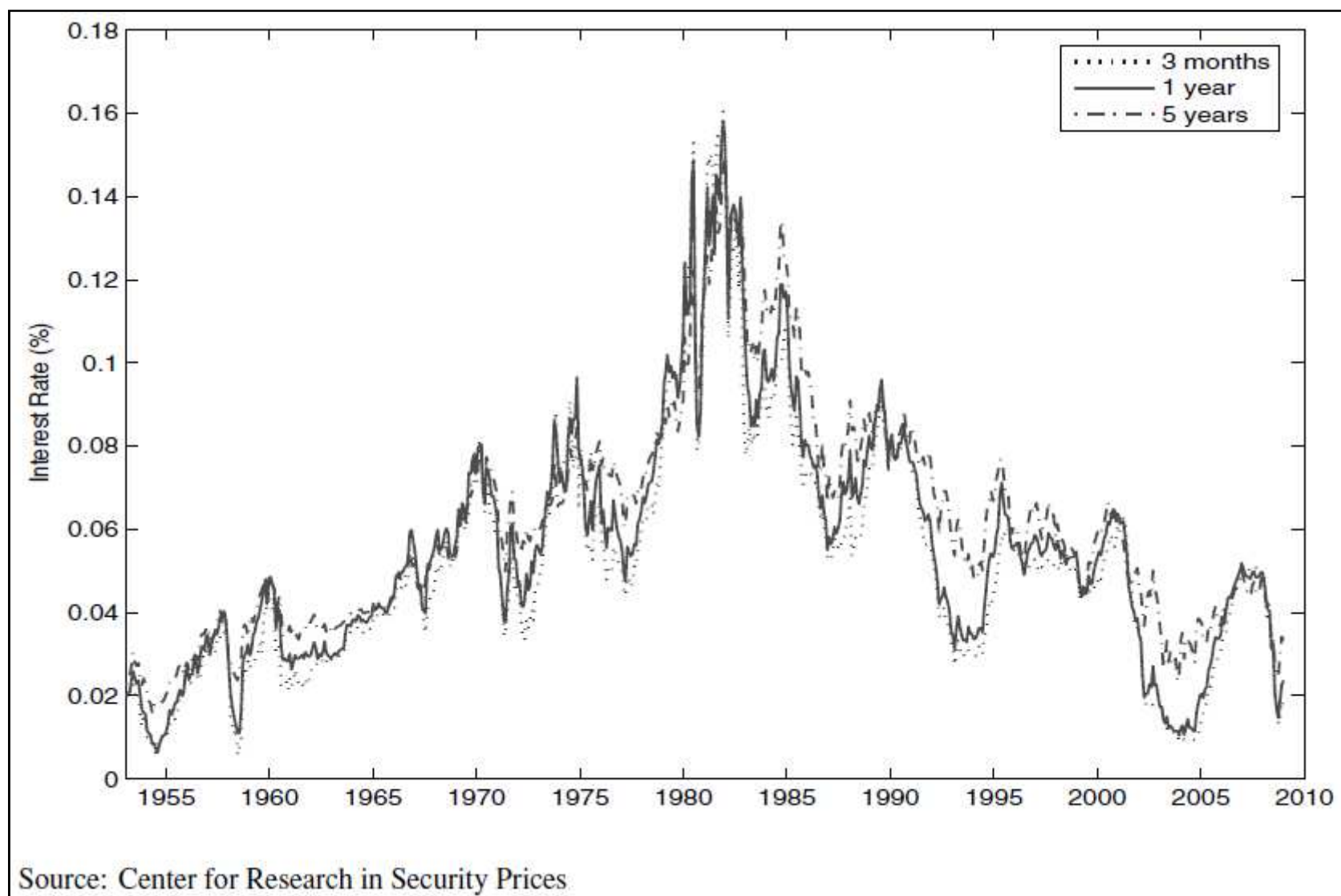




### ◆ 三個不同時點之 Term Structures

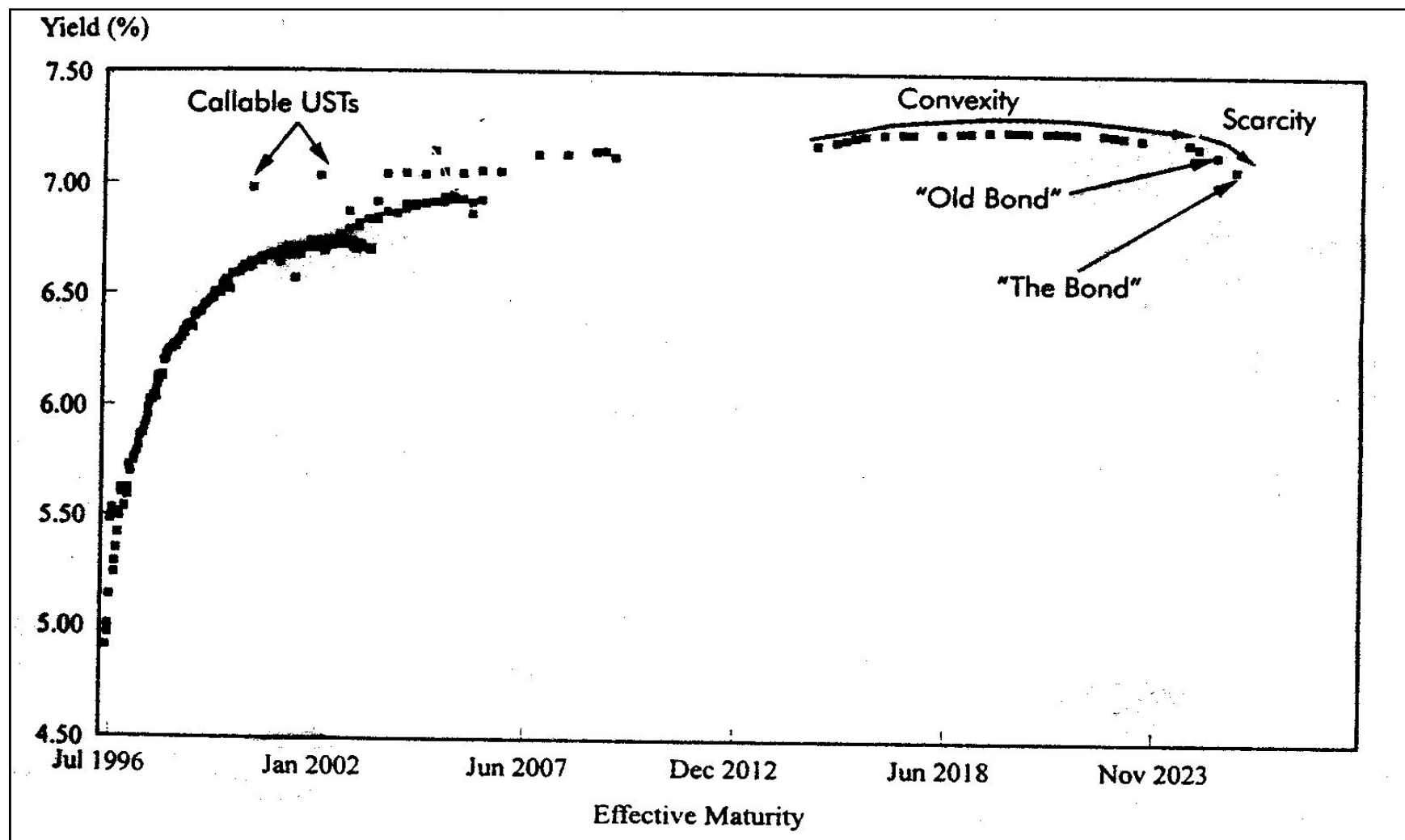


## ◆ Term Structure over Time

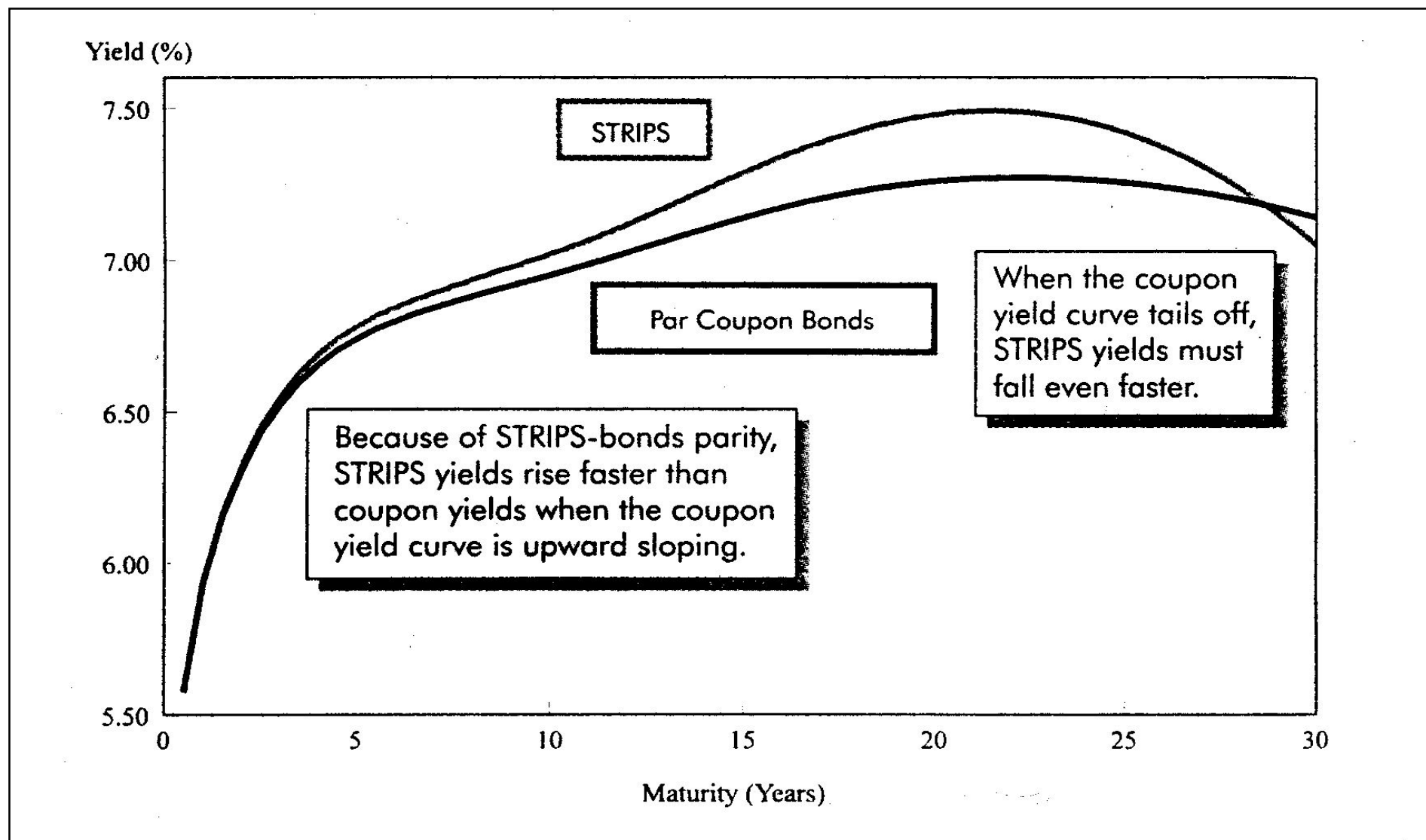


## ◆ STRIPS 市場與期限結構

- 期限結構(Term Structure)：不同期限即期利率對期限的作圖，包含的訊息較為廣泛。



## ◆ STRIPS & Par Coupon Bonds TYM



## 五、利率期限結構理論

◆ 利率期限結構理論：解釋不同期限即期利率其利率高低與到期日之間的關係。可分為兩大類：預期理論(Expectation Theory)與市場區隔理論(Market Segmentation Theory)。

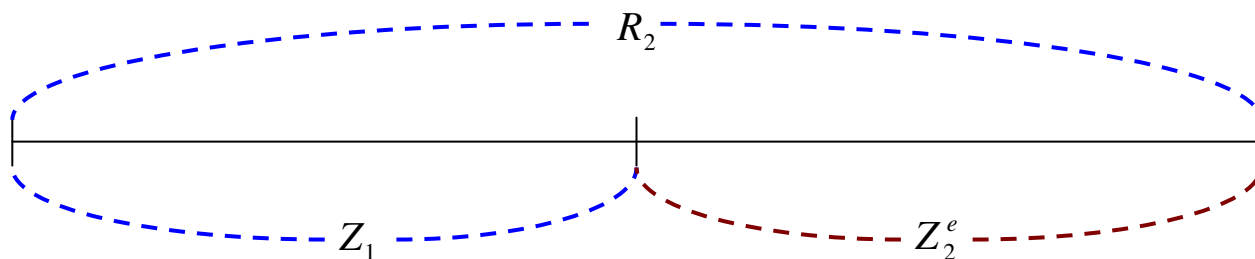
◆ 預期理論：多種相關理論

- 純粹預期理論(Pure Expectation Theory)
- 流動性理論(Liquidity Theory)
- 習性偏好理論(Preferred Habitat Theory)

◆ 純粹預期理論：遠期利率充分代表預期未來即期利率。

- 此理論隱含不同期限的投資策略有相同的報酬率。
- 在有衍生性產品的市場中得到市場的支撐。

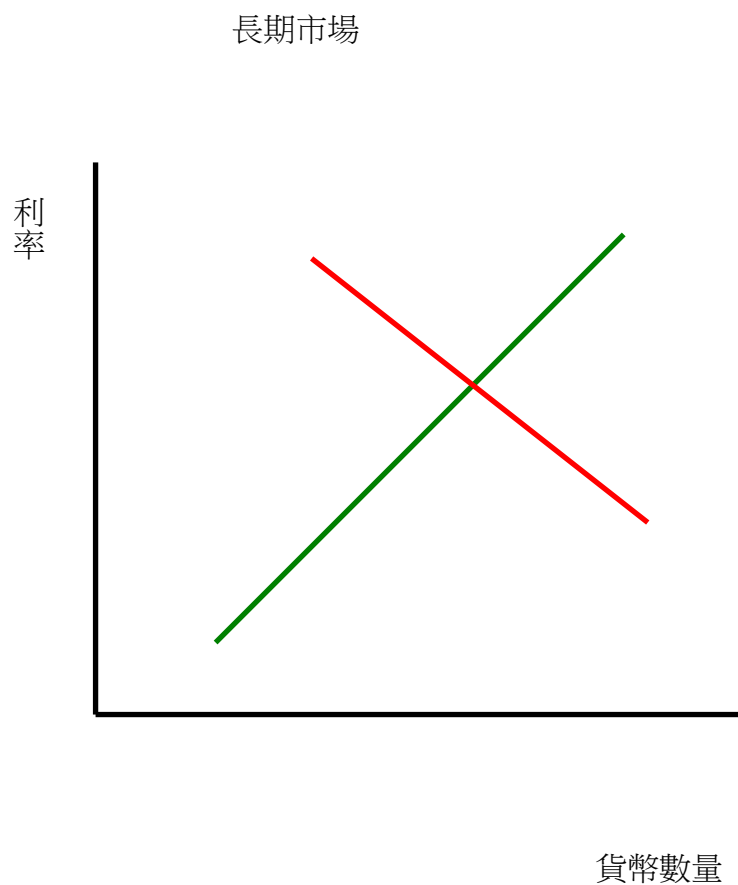
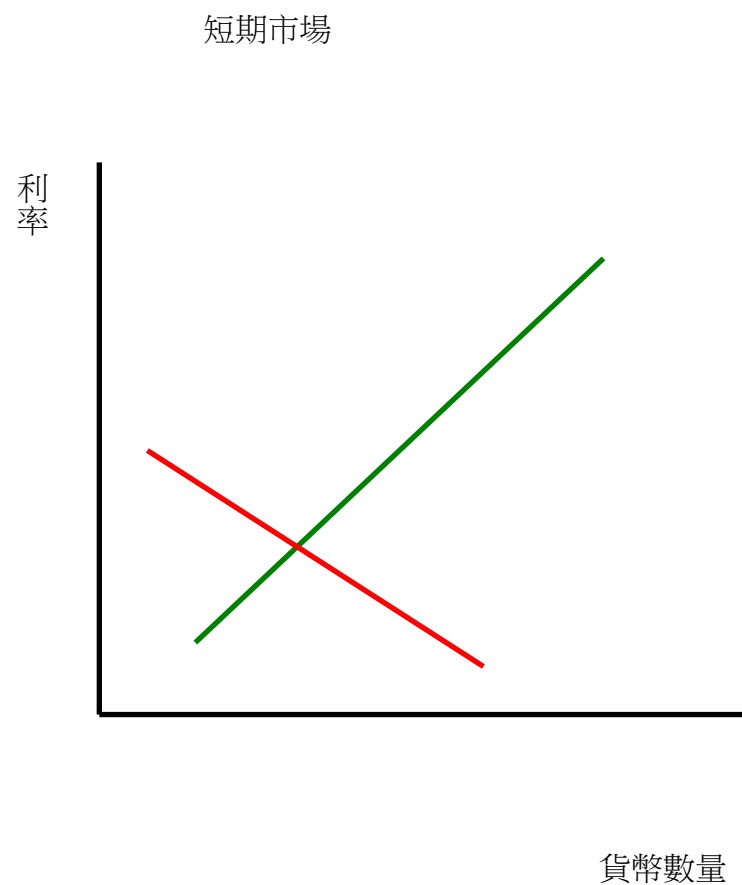
## ◆ 純粹預期理論概要



$$(1 + R_2)^2 = (1 + Z_1)(1 + Z_2^e)$$

- 上升型的期限結構代表預期短期利率上漲。

◆ 市場區隔理論：常短天期資金市場各有其供需，各自決定其市場利率。



## 六、收益曲線之配湊

◆ 由經濟理論決定 YTM Curve 之函數結構，利用市場成交或報價資料估計所需之函數參數。

- 使用 Nelson, Charles R. & Andrew F. Siegel(NS) 於 1987 發表在 Journal of Business 上之論文 “Parsimonious Modeling of Yield Curves.” 所用之模型推估 YTM Curve。

◆ NS 使用三因子模型來描繪收益曲線，即水平(Level)、斜率(Slope)、曲度(Curvature)。

- 足以解釋 95%的債券投資組合報酬率之變動。

◆ 令  $l$  代表水平， $s$  代表斜率， $c$  代表曲度，則三因子線性模型可表示為

$$y(l, s, c, m) = l + \beta_s \bullet s + \beta_c \bullet c$$

$$\beta_s = \frac{1 - e^{-m/\tau}}{m/\tau}, \quad \beta_c = \beta_s - e^{-m/\tau}$$

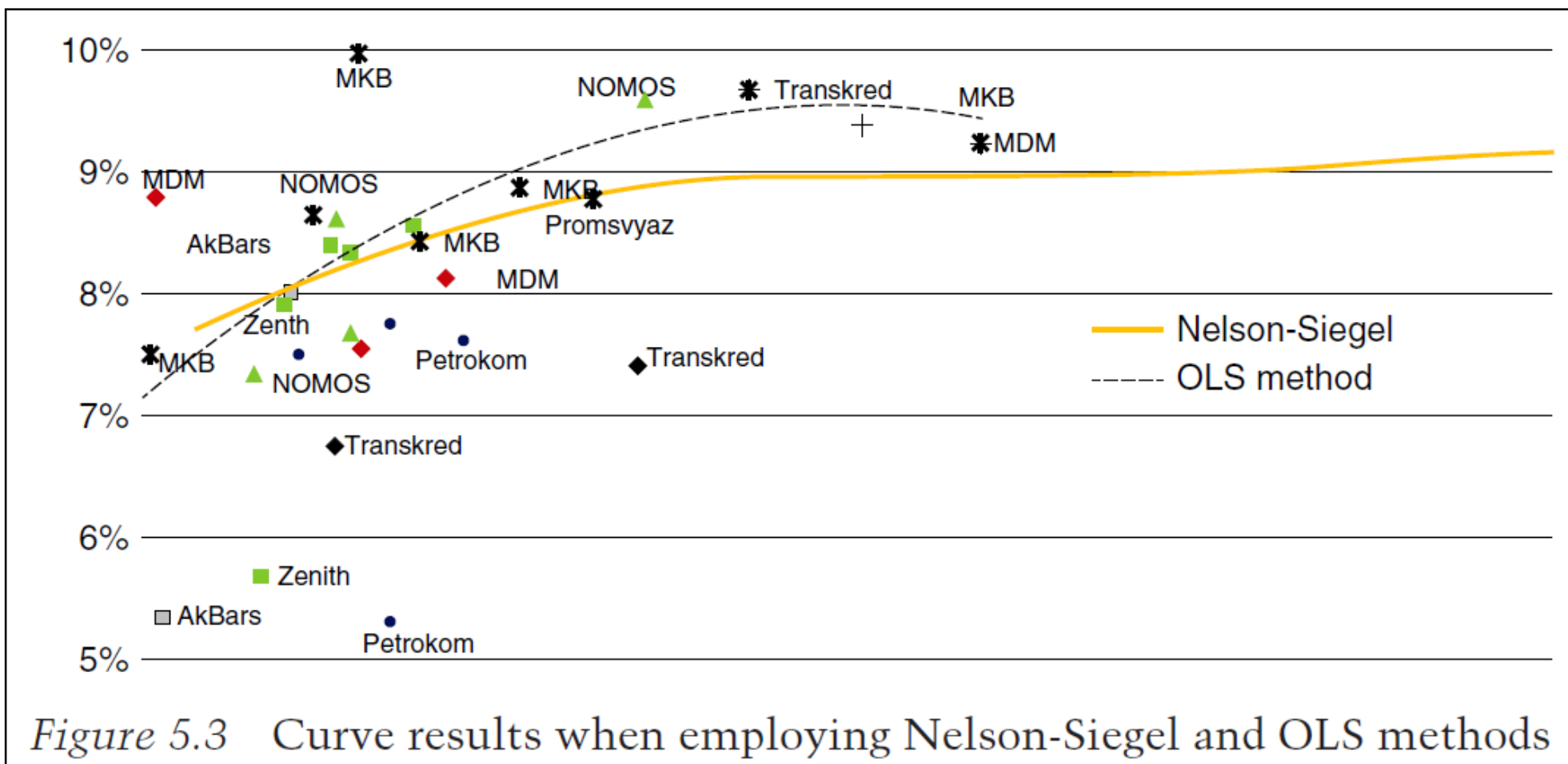


- $\tau$  表收益曲線最大曲度所在之期限， $m$  為債券的到期日。
- 當  $m$  趨近無限時， $y$  等於  $l$ ，收益曲之水平。
  - ✓ 當  $m$  趨近 0 時， $y = l + s$ ，即短期利率為水平加上斜率。
- 我們可以使用線性迴歸來估計  $l$ 、 $s$ 、 $c$ 。
  - ✓ 一旦求得後，代入不同的  $m$  值，便可畫出整條收益曲線。

## <<EXCEL Case 3>>

- ◆ 亦可使用最適化方法，同時求估  $l$ 、 $s$ 、 $c$ 、 $\tau$ 。

## <<ExcelCase04>>



Moorad , p160

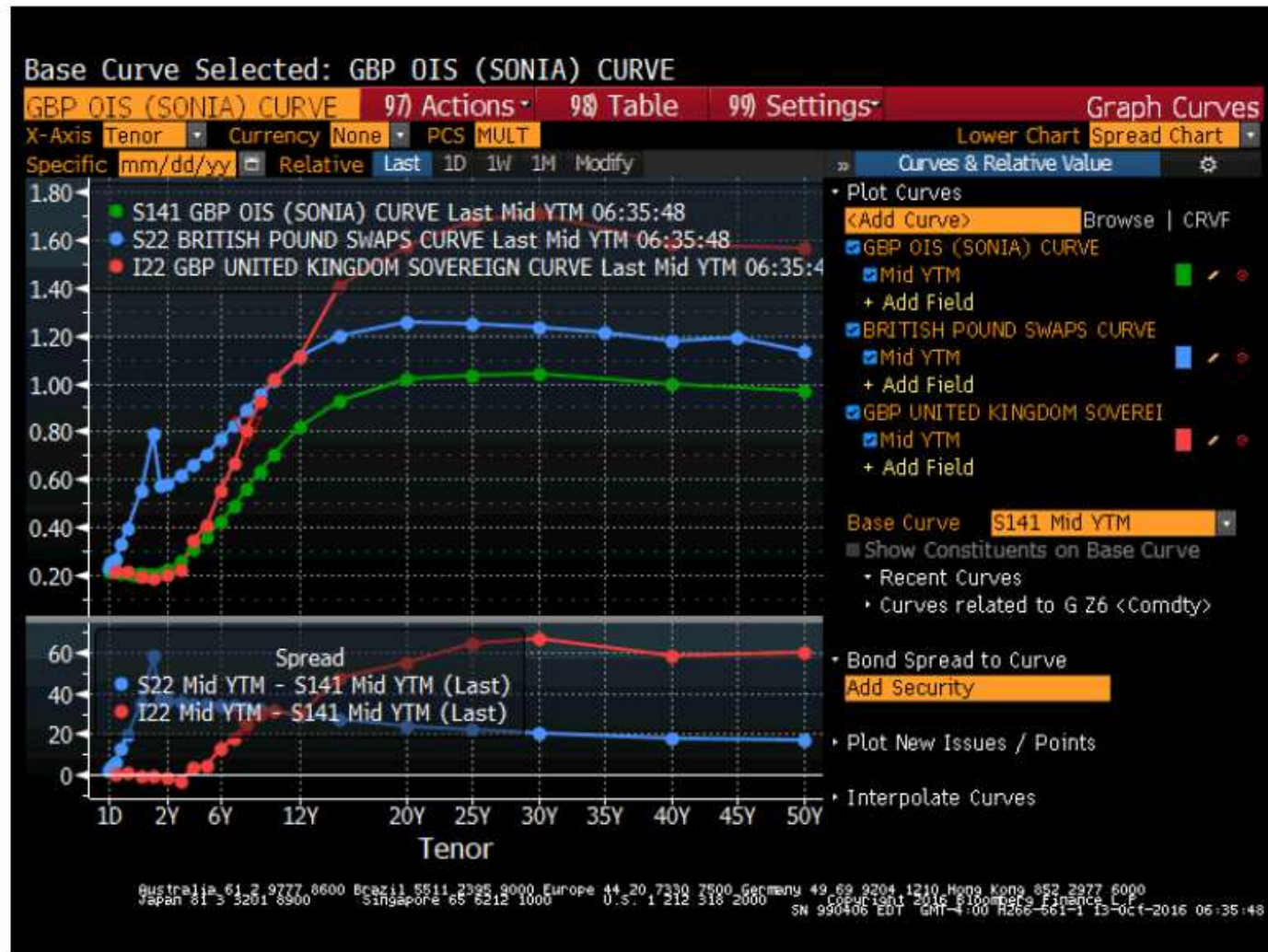


Figure 5.4 GBP SONIA and GBP swap curves, 13 October 2016

## (二) Svensson 模型

Svensson(1994)增加兩變數，使的曲線得以展現出雙峰與 U 型的型態。

➤ 設定遠期利率為如下型式，

$$f(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \tau_1, \tau_2) = \beta_0 + \beta_1 \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) + \beta_2 \frac{\tau_1}{m} \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) + \beta_3 \frac{\tau_2}{m} \exp\left(-\frac{m}{\tau_2}\right)$$

➤ YTM 之函數型式可得如下，

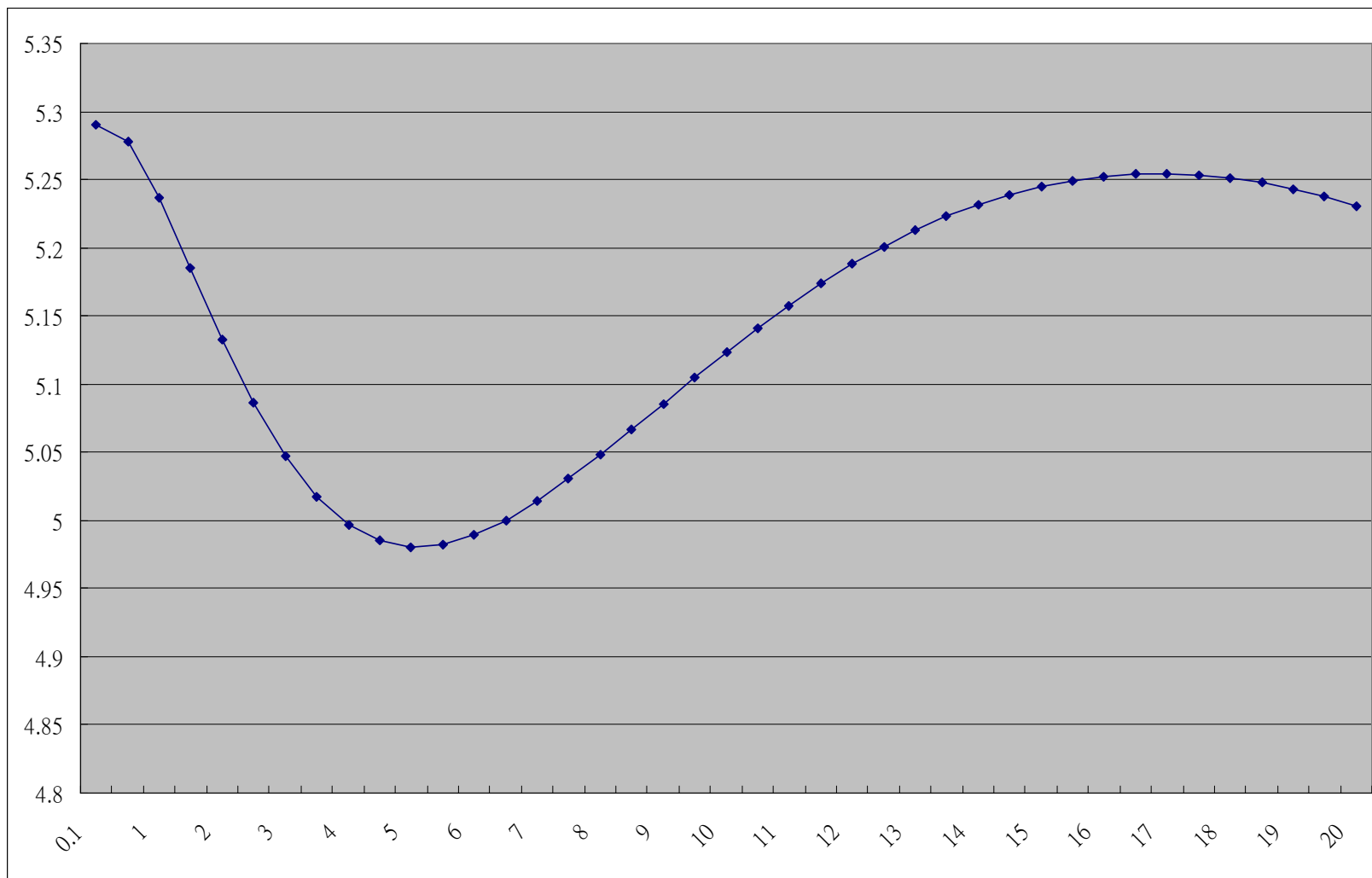
$$y(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \tau_1, \tau_2) = \beta_0 + \beta_1 \frac{\tau_1}{m} \left(1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right)\right) + \beta_2 \frac{\tau_1}{m} \left(1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) \left(\frac{m}{\tau_1} + 1\right)\right) + \beta_3 \frac{\tau_2}{m} \left(1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau_2}\right) \left(\frac{m}{\tau_2} + 1\right)\right)$$

✓  $\beta_0$  表長期漸近線， $\beta_1$  表短期因素， $\beta_2$  與  $\beta_3$  表中期的利率因素。

✓  $\tau_1$  表短期利率的衰減率， $\tau_2$  表中期利率的衰減率。

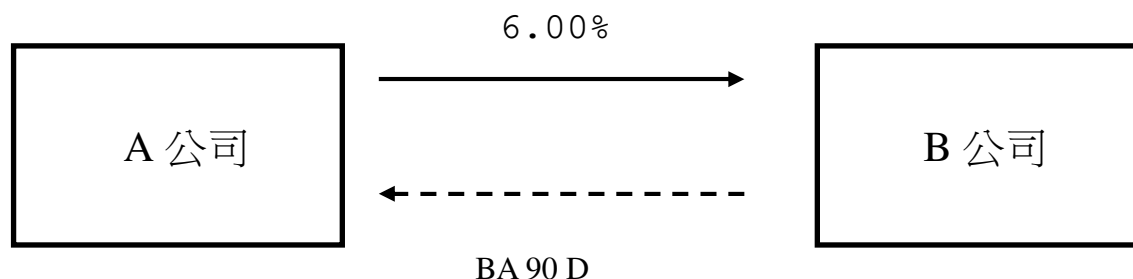
# <<ExcelCase05>>

◆ 範例圖形(2006/7/11, US)



## 七、利率交換契約

◆ 定義：一金融交易合約，交易雙方約定在未來的一段期間內，交換一定金額之利息收入。

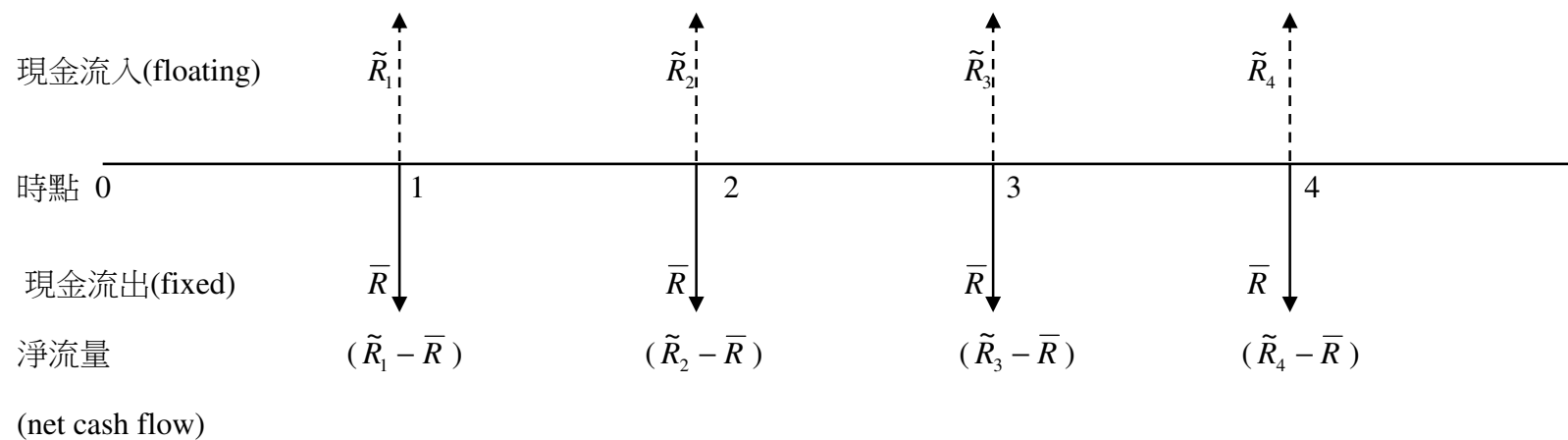


- 承作一 IRS 相當於訂約雙方相互承諾，在未來一固定期間內，雙方交換同一名目本金計算下的一系列利息。
- 利率交換之型態為固定利息與浮動利息的交換。
- 由於計息引用同一幣別的名目本金，因此實務上本金並不交換，每一計息日僅在利息差額上做交換 (Netting)。
- 由於 Swap 屬於一資產負債表外(Off-balance Sheet)交易，因此並不影響交易雙方之資產負債表，僅需在年度之財務報表中予以適度揭露即可。

## ◆ 合約要項：

- 合約執行期限(Tenor)與起始日(Value Date)、到期日 ( Maturity Date )。
- 名目本金數額(Notional Principal Amount)。
- 利率交換方式(Receive/Pay Rate)。
- 浮動利率指標(Index of Floating Rate)。
- 比價基準(Rate Fixing Index)：貨幣市場中之次級市場中價。
- 常用指標如 Telerate：6165，Reuter：TWCPBA。
- 比價頻率通常為三個月。
- 比價日為每期起始日前兩個營業日。

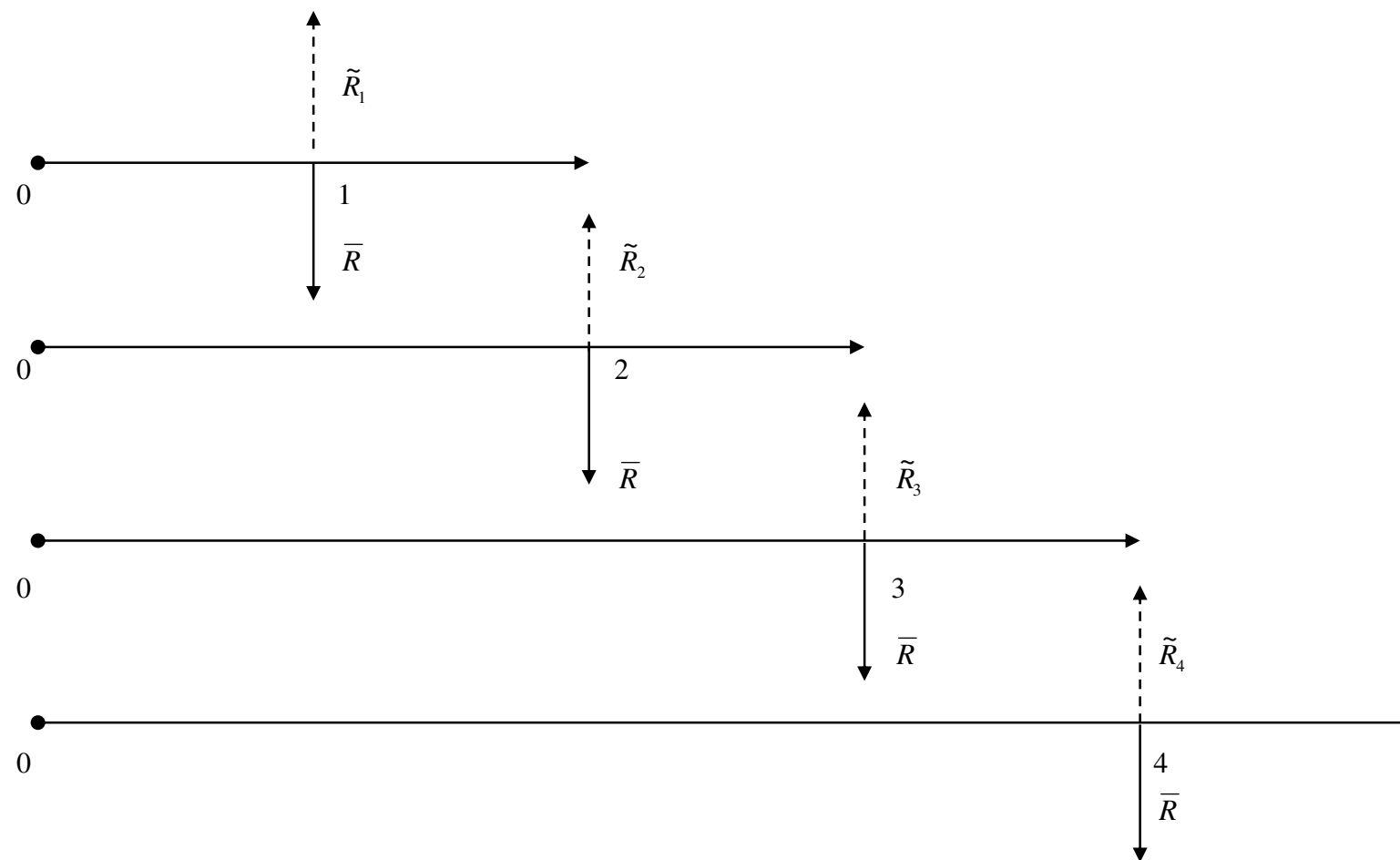
## ◆ 現金流量觀點下的 IRS



- IRS 可由多的單一時點現金流量 FRA 組成
- 亦可視為一個固定債券部位與一個浮動債券部位之組合



## ◆ IRS 的分解與合成



## ◆ IRS 的市價評估

- IRS 的 Long Position 為 Pay Fixed & Receive Floating。
- IRS 的 Short Position 為 Receive Fixed & Pay Floating。
- 期初承做 IRS 的買賣雙方 Market Value 相同，均為零。

$$IRS^L_0 = IRS^S_0 = \$0$$

- 承做之後，市場利率情況改變，買賣雙方市價不同，產生損益。

$$IRS^L_0 \neq IRS^S_0 \neq \$0$$

## 七、即期利率曲線之建構

◆ 市場上通用之即期利率曲線有二，一為無風險即期利率，另一為銀行信用等級之即期利率。

◆ 銀行信用等級之即期利率曲線可由 BA/CP Rate 與 IRS Rate 求得，

- 市場上有 BA/CP Rate 與 IRS Rate 之固定報價，利用 Bootstrap 法可求得銀行信用等級之即期利率曲線。
- 適合衍生商品定價中所需之融資成本。

◆ 無風險即期利率曲線可由 T-Bond YTM Curve 中求得，

- 由 NS 模型求得之收益率函數，估計出固定間格時點之 YTM，再利用 Bootstrap 法可求得無風險之即期利率曲線。
- 成為所有利率中之基本成分。

檔案 (F) 編輯 (E) 檢視 (V) 歷史 (S) 書籤 (B) 工具 (I) 說明 (H)

中華民國銀行商業同業公會 十

https://www.ba.org.tw/Taibor/TaiborList?type=DayHistory 120%

關於本會 公告消息 重要規範 出版刊物 消費者資訊 驗證專區 相關網站 **TAIBOR專區** 影音課程

防制洗錢及打擊資恐專區

首頁 > TAIBOR專區 > 每日及歷史資料

每日及歷史資料

起始年度 / 月份: --請選擇-- --請選擇-- 結束年度/月份: --請選擇-- --請選擇-- 查詢

年度/月份	標題	檔案下載
2019/04	<a href="#">2019.04.26TAIBOR(當日及歷史資料)</a>	
2019/04	<a href="#">2019.04.25TAIBOR(當日及歷史資料)</a>	
2019/04	<a href="#">2019年3月份資料</a>	
2019/03	<a href="#">2019年2月份資料</a>	
2019/02	<a href="#">2019年1月份資料</a>	
2019/01	<a href="#">2018年12月份資料</a>	
2018/12	<a href="#">2018年11月份資料</a>	

## ◆ 銀行公會 TAIBOR

中華民國銀行公會金融業拆款中心									
台北金融業拆款定盤利率 (TAIBOR)									
	一星期	二星期	一個月	二個月	三個月	六個月	九個月	一年期	日期
台灣銀行	0.265	0.345	0.535	0.625	0.665	0.795	0.925	1.065	26-Apr-19
台灣土地銀行	0.263	0.345	0.542	0.626	0.667	0.795	0.929	1.065	26-Apr-19
合作金庫銀行	0.262	0.342	0.54	0.624	0.664	0.794	0.929	1.065	26-Apr-19
第一商業銀行	0.263	0.34	0.538	0.626	0.663	0.794	0.929	1.065	26-Apr-19
華南商業銀行	0.258	0.345	0.536	0.628	0.665	0.79	0.93	1.065	26-Apr-19
彰化商業銀行	0.27	0.335	0.54	0.63	0.665	0.795	0.93	1.065	26-Apr-19
台灣中小企業銀行	0.262	0.34	0.537	0.626	0.663	0.794	0.928	1.065	26-Apr-19
台北富邦商業銀行	0.26	0.342	0.55	0.618	0.658	0.79	0.928	1.065	26-Apr-19
兆豐國際商業銀行	0.25	0.35	0.55	0.6	0.65	0.8	0.95	1.1	26-Apr-19
國泰世華商業銀行	0.262	0.342	0.538	0.622	0.665	0.793	0.928	1.062	26-Apr-19
永豐商業銀行	0.28	0.34	0.5	0.55	0.6	0.75	0.85	0.95	26-Apr-19
中華郵政公司	0.2	0.25	0.57	0.67	0.7	0.9	1.03	1.2	26-Apr-19
中國信託商業銀行	0.27	0.34	0.53	0.6	0.68	0.79	0.91	1.04	26-Apr-19
玉山商業銀行	0.26	0.35	0.572	0.67	0.71	0.8	0.94	1.09	26-Apr-19
渣打國際商業銀行	0.262	0.342	0.54	0.624	0.665	0.794	0.929	1.065	26-Apr-19
-----									
TAIBOR (當日)	0.26211	0.342	0.54011	0.62433	0.66467	0.79378	0.92889	1.065	26-Apr-19
TAIBOR (前一日)	0.262	0.34189	0.54011	0.62422	0.66456	0.79367	0.92889	1.06489	25-Apr-19
=====									

## ◆ 銀行公會 TAIBOR

中華民國銀行公會金融業拆款中心								
台北金融業拆款定盤利率（TAIBOR，近 40 天歷史資料）								
日期	一星期	二星期	一個月	二個月	三個月	六個月	九個月	一年期
26-Apr-19	0.26211	0.342	0.54011	0.62433	0.66467	0.79378	0.92889	1.065
25-Apr-19	0.262	0.34189	0.54011	0.62422	0.66456	0.79367	0.92889	1.06489
24-Apr-19	0.26211	0.342	0.54011	0.62433	0.66467	0.79378	0.92889	1.065
23-Apr-19	0.262	0.34189	0.54011	0.62422	0.66456	0.79367	0.92889	1.06489
22-Apr-19	0.26211	0.342	0.54011	0.62433	0.66456	0.79378	0.92889	1.065
19-Apr-19	0.262	0.34189	0.54011	0.62422	0.66444	0.79367	0.92889	1.06489
18-Apr-19	0.26178	0.34178	0.53989	0.62444	0.664	0.79378	0.92878	1.06511
17-Apr-19	0.26167	0.34178	0.53978	0.62433	0.66389	0.79367	0.92878	1.065
16-Apr-19	0.26156	0.34167	0.53967	0.62444	0.66378	0.79356	0.92878	1.06489
15-Apr-19	0.26178	0.34178	0.53989	0.62467	0.66422	0.79378	0.92878	1.06511
12-Apr-19	0.26167	0.34178	0.53978	0.62456	0.66411	0.79367	0.92878	1.065
11-Apr-19	0.26156	0.34178	0.53978	0.625	0.66411	0.79356	0.92878	1.065
10-Apr-19	0.26144	0.34156	0.53956	0.62478	0.66389	0.79344	0.92878	1.06478
9-Apr-19	0.26156	0.34167	0.53967	0.62489	0.66389	0.79356	0.92878	1.06489
8-Apr-19	0.26167	0.34178	0.53978	0.625	0.664	0.79367	0.92878	1.065
3-Apr-19	0.26156	0.34167	0.53967	0.62522	0.66389	0.79356	0.92878	1.06489
2-Apr-19	0.26189	0.34178	0.53978	0.62533	0.664	0.79367	0.92878	1.065
1-Apr-19	0.26333	0.34178	0.53989	0.62544	0.66378	0.79389	0.92878	1.06511
29-Mar-19	0.26333	0.34178	0.53989	0.62544	0.66378	0.79389	0.92878	1.06511
28-Mar-19	0.26322	0.34178	0.53978	0.62533	0.66367	0.79378	0.92878	1.065

27-Mar-19	0.26311	0.34167	0.53967	0.62522	0.66356	0.79367	0.92878	1.06489
26-Mar-19	0.26322	0.34167	0.53978	0.62533	0.66367	0.79367	0.92878	1.065
25-Mar-19	0.26289	0.34144	0.53956	0.625	0.66344	0.79344	0.92878	1.06467
22-Mar-19	0.263	0.34156	0.53956	0.62511	0.66356	0.79356	0.92878	1.06478
21-Mar-19	0.26311	0.34167	0.53967	0.62522	0.66367	0.79367	0.92878	1.06489
20-Mar-19	0.26311	0.34167	0.53967	0.62522	0.66367	0.79367	0.92878	1.06489
19-Mar-19	0.26322	0.34178	0.53978	0.62544	0.66378	0.79378	0.92878	1.065
18-Mar-19	0.263	0.34156	0.53956	0.62522	0.66356	0.79356	0.92878	1.06478
15-Mar-19	0.26311	0.34167	0.53967	0.62544	0.66367	0.79367	0.92878	1.06489
14-Mar-19	0.26322	0.34178	0.53978	0.62556	0.664	0.79378	0.92878	1.065
13-Mar-19	0.26344	0.34178	0.53989	0.62567	0.66411	0.79389	0.92878	1.06511
12-Mar-19	0.26356	0.34178	0.54	0.62578	0.66422	0.794	0.92878	1.06522
11-Mar-19	0.26344	0.34178	0.53989	0.62567	0.66411	0.79389	0.92878	1.06511
8-Mar-19	0.26344	0.34178	0.53989	0.62567	0.66411	0.79389	0.92878	1.06511
7-Mar-19	0.26333	0.34178	0.53978	0.62556	0.664	0.79378	0.92878	1.065
6-Mar-19	0.26344	0.34178	0.53978	0.62556	0.664	0.79378	0.92878	1.065
5-Mar-19	0.26356	0.34178	0.53989	0.62567	0.66411	0.79389	0.92878	1.06511
4-Mar-19	0.26356	0.34178	0.54	0.62578	0.66422	0.794	0.92856	1.06522
27-Feb-19	0.26344	0.34178	0.53989	0.62556	0.66411	0.79389	0.92844	1.06511
26-Feb-19	0.26333	0.34178	0.53978	0.62544	0.664	0.79378	0.92833	1.065
=====								

## ◆ Reuter Page

Quote: LIBOR01

LIBOR01

11:45 14NOV13 THOMSON REUTERS BBA LIBOR RATES UK67516 LIBOR01

BRITISH BANKERS ASSOCIATION INTEREST SETTLEMENT RATES Alternative to <3750>

[14/11/13] RATES AT 11:00 LONDON TIME 14/11/2013 Disclaimer <LIBORDISC>

BBA Guide <BBAMENU>

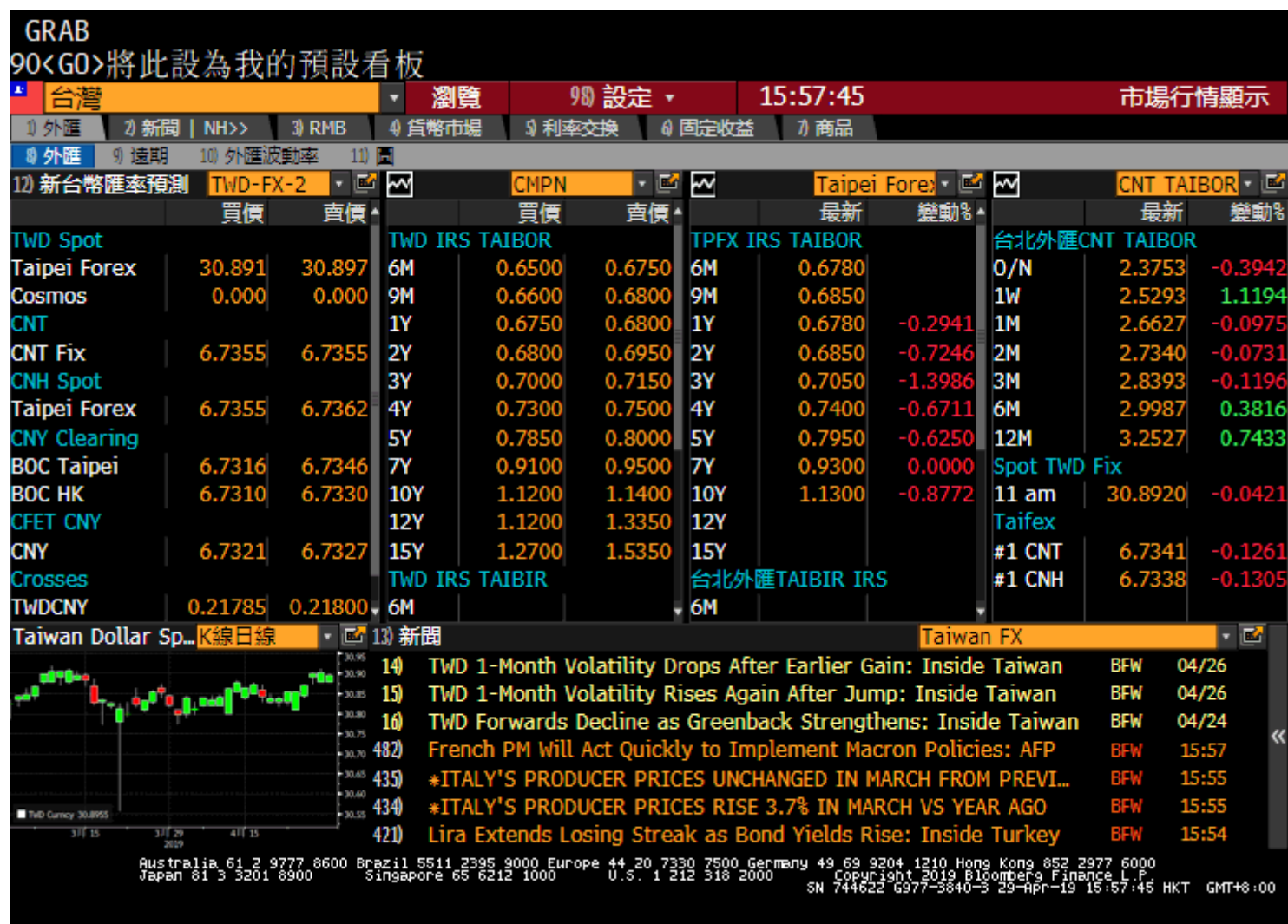
	USD	GBP	CAD	EUR	JPY	EUR 365
0/N	0.10170	0.46813		0.05000 SN	0.07357	0.05069
1WK	0.12750	0.47563		0.06429	0.08643	0.06518
2WK						
1MO	0.16750	0.48875		0.09286	0.11071	0.09415
2MO	0.20700	0.50350		0.13357	0.12929	0.13543
3MO	0.23845	0.52406		0.16857	0.14286	0.17091
4MO						
5MO						
6MO	0.35350	0.60063		0.25143	0.20893	0.25492
7MO						
8MO						
9MO						
10MO						
11MO						
12MO	0.58810	0.88344		0.43286	0.37714	0.43887

BBA NZD, DKK, SEK, AUD, CAD & EURSD discontinued. Please see <BBALEGACY>.

<0#LIBORSUPERRICS> RICS for above <0#LIBORRICS> Contributor RICS



◆ 2019/4/29 , TWD Rate



◆ 2019/4/29 , USD Rate

GRAB

97 地區 ▾	98 設定 ▾	15:59:56		交換市場: 美國												
公債市價/變動			交換/公債		交換中價		FNMA	FN/GV		FN/SW		FHLMC	FH/GV		FH/SW	
2年	2.292 +0.010	10.45 +0.07	2.398 +0.008	2.339						-16.3 -0.6	2.372	9.1 -1.2	-16.0 -0.9			
3年	2.261 +0.014	6.85 -0.13	2.331 +0.011	2.293	3.9 -1.4					-8.7 -0.7	2.311	5.4 -1.4	-11.1 -0.6			
4年	2.282 +0.012	3.75 +0.04	2.319 +0.012									-8.5 -0.6	-17.3 -0.4			
5年	2.300 +0.012	3.28 -0.15	2.333 +0.011	2.273	-1.9 -1.2					-4.1 -0.8	2.302	1.5 -1.2	-0.5 -0.9			
7年	2.399 +0.015	-0.65 -0.22	2.394 +0.012	2.347	-4.5 -1.5					1.2 -0.8		-5.4 -0.7	-12.4 -0.6			
10年	2.514 +0.016	-1.52 -0.27	2.500 +0.013	2.535	2.5 -1.5					13.2 -0.8	2.754	25.3 -1.7	26.0 -1.1			
30年	2.938 +0.015	-23.63 -0.25	2.703 +0.012	3.081	21.8 -0.6					47.4 -1.4	2.823	-10.6 -1.5	25.5 -1.2			
道瓊			標準普爾500指數				那斯達克綜合指數				彭博歐洲 500					
道瓊工業 26543.33 +81.25			標普500指 2939.88 +13.71				那斯達克 8146.40 +27.72				彭博歐洲 263.32 +0.25					
現金市場			活絡期貨				Swaption 1年		3年	5年	7年	10年	Cap/Flr			
1M LIBOR 2.48313			5年 115-18 -0-01				1年 26.810		28.800	26.260	24.790	22.920	12.400			
3M LIBOR 2.58275			10年 123-19 -0-02+				2年 31.170		29.900	26.720	25.260	23.280	25.880			
6月 LIBOR 2.61575			長期債券 147-12 -0-07				3年 30.500		29.060	26.060	24.460	22.970	32.370			
1年 LIBOR 2.71750			5年交換 103-05¼ +0-05¾				4年 29.320		27.920	25.160	23.910	22.460	34.930			
聯邦基金利率 2.41000			10年交換 104-11+ +0-09				5年 27.450		25.870	24.305	23.160	21.960	35.240			
隔夜 附買回 2.51500			30年交換 105-24 +0-10				7年 25.910		24.780	23.070	22.400	21.390	34.380			
SOFR 2.45000							10年 23.890		20.675	21.970	19.420	20.240	26.546			
30) 經濟數據公布   ECO>>																
日期時間 C A M R 活動						觀察期 調查(中)		實際	前期	修正						
31) 04/29 20:30 US BEA Releases March income/spending (includes Feb. outlays)																
32) 04/29 20:30 US 個人所得						Mar 0.4%		--	0.2%	--						
33) 04/29 20:30 US 個人支出						Mar 0.7%		--	--	--						
34) 04/29 20:30 US 實質個人支出						Mar 0.3%		--	--	--						
Australia 61 2 9777 8600 Brazil 5511 2395 9000 Europe 44 20 7330 7500 Germany 49 69 9204 1210 Hong Kong 852 2977 6000 Japan 81 3 3201 8900 Singapore 65 6212 1000 U.S. 1 212 318 2000 Copyright 2019 Bloomberg Finance L.P. SN 744622 6977-3640-3 29-Apr-19 15:59:56 HKT GMT+8:00																

## ◆ BA 報價與 IRS 報價

BA 次級市場報價資訊，有 10，20，30，60，90，180 天的 BA 報價為即期利率報價

1998/9/14

10 D	20 D	30 D	60 D	90 D	180 D
6.596	6.609	6.629	6.635	6.632	6.684

IRS 初級市場報價資訊，有一，二，三，五，七年的 IRS 報價為收益率報價

1998/9/14

1 Yr	2 Yrs	3 Yrs	5 Yrs	7 Yrs
6.75/7.00	6.80/7.00	6.90/7.00	6.95/7.00	6.95/6.85

## ◆ 由市場報價求出期限結構

- 利用 Bootstrapping 方法合併 BA 與 IRS 報價求出未來七年的利率期限結構。

◆ 範例五：90 天即期利率為 6.632，180 天即期利率為 6.684，一年收益率為 6.875。今日為 2000/6/1， $T(0, 3M)=92$ ， $T(0, 6M)=183$ ， $T(0, 9M)=273$ ， $T(0, 12M)=365$ 。

➤ 三個月期即期利率  $z_{0.25}=6.632\%$ ，半年期折現函數為  $\frac{1}{\left(1 + 6.632\% \times \frac{92}{365}\right)} = 0.983559$ 。

➤ 半年期即期利率  $z_{0.5}=6.684\%$ ，半年期折現函數為  $\frac{1}{\left(1 + 6.684\% \times \frac{183}{365}\right)} = 0.967575$ 。

➤ 半年期 IRS 收益率  $y_{0.5}$  可由下式求得，

$$\begin{aligned}
 100 &= \frac{\frac{T_{0,3M}}{365} * y_{0.5} * 100}{\left(1 + z_{0.25} * \frac{T_{0,3M}}{365}\right)} + \frac{\frac{T_{3,6M}}{365} * y_{0.5} * 100 + 100}{\left(1 + z_{0.5} * \frac{T_{0,6M}}{365}\right)} \\
 &= 25.2055 \times y_{0.5} \times 0.983559 + (24.9315 \times y_{0.5} + 100) \times 0.967575 \\
 &= 48.9194 \times y_{0.5} + 96.7575 \\
 48.9194 y_{0.5} &= 3.2425 \\
 y_{0.5} &= 6.6282\%
 \end{aligned}$$

➤ 由半年期 IRS 與一年期 IRS，內差 0.75 年 IRS， $y_{0.75}$  收益率為 6.7516%。

➤ 9 個月期即期利率  $z_{0.75}=6.684\%$ ，可由下式求得。

$$100 = \frac{\frac{T_{0,3M}}{365} * y_{0.75} * 100}{\left(1 + z_{0.25} * \frac{T_{0,3M}}{365}\right)} + \frac{\frac{T_{3,6M}}{365} * y_{0.75} * 100}{\left(1 + z_{0.5} * \frac{T_{0,6M}}{365}\right)} + \frac{\frac{T_{6,9M}}{365} * y_{0.75} * 100 + 100}{\left(1 + z_{0.75} * \frac{T_{0,9M}}{365}\right)}$$

➤ 已知一年期 IRS， $y_1$  收益率為 6.875%。

➤ 一年期即期利率  $z_1$ ，可由下式求得。

$$100 = \frac{\frac{T_{0,3M}}{365} * y_1 * 100}{\left(1 + z_{0.25} * \frac{T_{0,3M}}{365}\right)} + \frac{\frac{T_{3,6M}}{365} * y_1 * 100}{\left(1 + z_{0.5} * \frac{T_{0,6M}}{365}\right)} + \frac{\frac{T_{6,9M}}{365} * y_1 * 100}{\left(1 + z_{0.75} * \frac{T_{0,9M}}{365}\right)} + \frac{\frac{T_{9,12M}}{365} * y_1 * 100 + 100}{\left(1 + z_1 * \frac{T_{0,12M}}{365}\right)}$$

➤ 一年三個月期 IRS，可由一年期與兩年期 IRS 內差求得， $y_{1.25}$  收益率為 6.8938%。

➤ 一年三個月期即期利率  $z_{1.25}$ ，可由下式求得。

$$100 = \frac{\frac{T_{0,3M}}{365} * y_{1.25} * 100}{\left(1 + z_{0.25} * \frac{T_{0,3M}}{365}\right)} + \frac{\frac{T_{3,6M}}{365} * y_{1.25} * 100}{\left(1 + z_{0.5} * \frac{T_{0,6M}}{365}\right)} + \frac{\frac{T_{6,9M}}{365} * y_{1.25} * 100}{\left(1 + z_{0.75} * \frac{T_{0,9M}}{365}\right)} + \frac{\frac{T_{9,12M}}{365} * y_{1.25} * 100}{\left(1 + z_1 * \frac{T_{0,12M}}{365}\right)} + \frac{\frac{T_{12,15M}}{365} * y_{1.25} * 100 + 100}{\left(1 + z_{1.25}\right)^{\frac{T_{0,15M}}{365}}}$$

➤ 反覆迭代(Iterative)求出到七年折現函數。

➤ 線性內差折現函數，求出未來七年內每一日折現函數，再以之求出即期利率。

◆ 相對應之任何遠期利率，皆可由上述期限結構求出。

<<ExcelCase06>>

◆ 隔夜利率交換(Overnight Interest-rate Swap, OIS)為最近興起的一種 IRS。

- Libor 多次醜聞，不是市場真正有大量交易基礎的利率。
- FED 主導美元 Libor 的替代指標，SOFR(Secured Overnight Financing Rate)，有擔極短期利率。
- 傳統 IRS 的浮動端是以 Libor 來進行交換。
- 英鎊的 OIS 則是以隔夜平均利率(Overnight Interest-rate Average)，或 SONIA 取代 Libor。
- 無擔，極短天期的利率，可視為 Base Rate。