

外匯結構型債券的評價與風險管理

GPU 平行運算與 Heston 模型的應用

GTC2015 Taipei NVidia

永豐商業銀行

結構商品開發部 副總經理

董夢雲 博士

目 錄

零、前言與背景

一、範例契約規格

二、Heston 模型與隨機波動性下的匯率行為

三、Monte-Carlo 模擬法與 GPU 平行運算

四、性能比較

零、前言與背景

- ✓ 2014 年初人民幣(CNH)對美元匯率一度登上高點 6.02，之後一路大貶至 6.25。
- ✓ 從 2012 下半年以來，銀行交易室銷售 TRF 等結構債收益大幅增加，2013 年各銀行交易室營收，最多者已占銀行獲利三成以上。
- ✓ 2014 年第一季後，客戶因人民幣大貶，契約 MTM 損失放大，保證金追繳壓力沉重。
- ✓ 監理機關要求銀行對於銷售的結構商品，要有良好的風險掌控，對於客戶的風險承受要謹慎評估。
- ✓ 目前各銀行銷售之複雜結構商品，大多採取 Back to Back 之方式，由外商銀行處購入，再轉售給客戶。
- ✓ 這些複雜結構商品之評價與風險計算，大多沒有解析解，需借助模擬法來估算。
- ✓ 大型銀行這類交易部位，可能多達三千筆以上，計算負荷沉重。
- ✓ 主管機關推出進口替代政策，鼓勵銀行自製商品。

一、TRF 範例契約規格

(一)USD/CNY看跌目標贖回型

交易日：2013 年 8 月 28 日

終止日：2015 年 8 月 31 日

名目貨幣：美元

計價貨幣：人民幣

合約數量：每個比價日 500,000 美元

槓桿因子：2 倍

執行價匯率：6.2600

歐式觸及生效障礙：6.4000

比價日期：參考比價時程表

比價匯率：SAEC，北京時間，每個到期日的 9:15AM

價內的內在價值：內在價值=Max(0，執行價匯率-比價匯率)

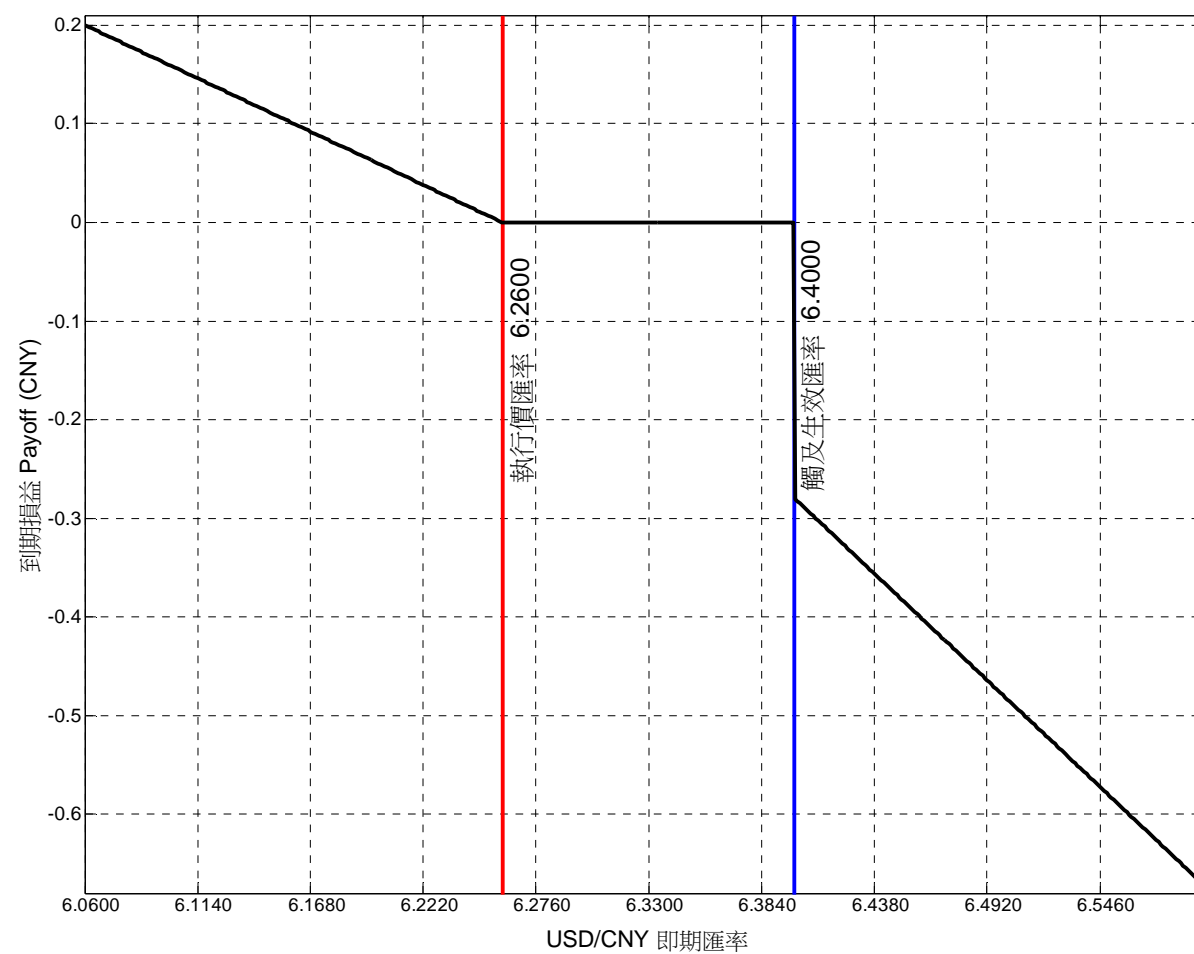
結算：所有的現金流量將以美元作為現金結算

累計獲利上限：1 美元對應 0.35 人民幣

終止條件：直到 A 方獲利 35 大點

(二)看跌型的到期損益分析

◆ 損益圖：(交易日當天的即期匯率參考價 6.1606)



◆ 說明：

➤ 看跌型的到期損益被執行價匯率與觸及生效匯率分成三個區間：

- ✓ 獲利區間，當比價匯率 $<$ 執行價匯率
- ✓ 無損益區間，當執行價匯率 $<$ 比價匯率 \leq 觸及生效匯率，不結算，損益為零
- ✓ 虧損區間，當比價匯率 $>$ 觸及生效匯率

二、Heston 模型與隨機波動性下的匯率行為

(一)資產價格行為

◆ Steven Heston(1993)提出下面模型，

$$dS_t = \mu S_t dt + \sqrt{V_t} S_t dW_t^1 \dots\dots\dots(2.1)$$

$$dV_t = \kappa(\theta - V_t)dt + \sigma\sqrt{V_t}dW_t^2 \dots\dots\dots(2.2)$$

$$dW_t^1 dW_t^2 = \rho \cdot dt \dots\dots\dots(2.3)$$

- 其中 $\{S_t\}_{t \geq 0}$ 表價格過程， $\{V_t\}_{t \geq 0}$ 表波動性過程。
- 以 \mathbf{P} 測度表示此真實世界下的機率測量。
- $\{W_t^1\}_{t \geq 0}$ 與 $\{W_t^2\}_{t \geq 0}$ 表真實世界中兩相關的布朗運動過程，相關係數為 ρ 。
- $\{V_t\}_{t \geq 0}$ 為一平方根均數回覆過程，長期平均為 θ ，回覆速率為 κ ， σ 稱之為波動性之波動性。
- μ 、 ρ 、 θ 、 κ 、 σ 均為常數。

◆ 使用非線性最適化方法，校準出五個模型參數， V_0 、 κ^* 、 θ^* 、 ρ 、 σ 。

- Intel MKL、IMSL、Centerspace NMath 程式庫皆有內建最適化模組。
- Nelder-Mead 與 Levenberg-Marquardt 演算法是較為被採用的方法。
- 此部分因只要執行一次，CPU 端程式執行即可。

(二)風險參數的分析

◆ Delta 與 Gamma

- 使用 Center Difference 的方法，以減少誤差。

$$\Delta = \frac{\partial C}{\partial S} = \frac{C(S+h) - C(S-h)}{2h} \dots\dots\dots(2.4)$$

$$\Gamma = \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} \approx \frac{C(S+h) - 2C(S) + C(S-h)}{h^2} \dots\dots\dots(2.5)$$

- 使用同一組亂數可使估計誤差較小。

◆ Vega 與 Theta

$$Vega = \frac{\partial C}{\partial \sigma} = \frac{C(\sigma+h) - C(\sigma)}{h}$$

$$Theta = \frac{\partial C}{\partial t} = \frac{C(t-h) - C(t)}{h}$$

三、Monte-Carlo 模擬法與 GPU 平行運算

- ◆ 市場上銷售的外匯結構產品 TRF 由於償付條件過於複雜，且是路徑相關的條件，因此無法求得解析解。
 - 利用蒙地卡羅模擬法，配合測度轉換的理論，使用大數法則來模擬計算這些產品的價格與風險。
- ◆ 在蒙地卡羅模擬法中，我們進行大量的情境路徑模擬。
 - 實務上，10 萬條的模擬路徑是一般的要求，但這只是計算一個價格。
 - 通常我們還需要計算 Delta、Gamma、Vega 與 Theta 等參數，以做為避險的規劃與涉險值的估算。
 - 由於沒有解析解，因此需要使用差分來求算這些數值。
- ◆ 保守估計，一個產品需要計算五個模擬價格，也就是 50 萬條的模擬路徑。
 - 如果在每條的情境路徑上，每天走一步，產品為一年到期，則每一產品我們一共需要產生約 4 億個模擬亂數($365 \times 500,000 \times 2 = 365,000,000$)，來執行相關計算。

◆ 實務上的使用情況：

- 根據牛津大學 Mike Giles 教授的資料(http://people.maths.ox.ac.uk/gilesm/talks/MIT_CCE.pdf)，在 2013 年 Top 500 的超級電腦中，有 10% 用於 Computational Finance。
- 在投資銀行中，主要使用於選擇權類的計算。
 - ✓ 模擬法占其中的 60%。
 - ✓ PDEs/有限差分法占其中 30%。
 - ✓ 其他解析法占其中 10%。
- 在避險基金中，主要用於高頻演算交易。

四、性能比較

(一)計算效能比較

- ◆ 下面以一個陽春型式選擇權作為範例，比較單核 CPU 與多核 GPU 這兩種方法的計算速度，以及計算的精準度，由於此種選擇權有解析解，因此可以解析解的值為比較的根據。
 - 此選擇權的契約條件如下，JPY Call/USD Put，一年後到期買權，令期初資產價格 $S_0=103.44$ ，執行價格 $K=100.0$ ，融資成本 0.1521% ，資產收益 0.3444% 。
 - Heston 的五個參數分別為， $V_0 = 0.00770547$ ， $\kappa = 2.203663$ ， $\theta = 0.0164951$ ， $\rho = -0.277814$ ， $\sigma = 0.332208$ 。
 - 使用 Heston 公式解，可得權利金價格為 6.218774 。

◆ 在實作條件上，我們每天模擬一步，一條情境路徑需要走 365 步。每一次的計算模擬 65,536(256*256)條情境路徑。

➤ 首先，我們以 CPU 執行單執行緒的傳統程式，作者使用的硬體開發環境為 Intel Core i7-3770@3.4GHz，8G RAM，作業系統為 Windows 7 專業版 32 位元的作業環境，以 C#為程式語言，使用 Mersenne Twister 亂數產生器，執行結果如下，

	計算時間(s)	權利金
CPU 模擬+CPU MT 亂數	4.393	6.302486

➤ 其次，我們仍以 CPU 執行單執行緒的傳統程式，但使用 CuRand 程式庫內建 Mersenne Twister 亂數產生器。此時搭配的 GPU 為 NVIDIA Geforce GT640，3GB RAM，CUDA 6.0。使用 C#語言搭配 ManagedCUDA 做為開發工具，其他環境與前面相同。

	計算時間(s)	權利金
CPU 模擬+CuRand 亂數	0.932	6.331335

- 最後，完全使用 CUDA 架構來測試平行運算的執行效果，使用 GPU 多執行序進行計算。同樣使用 CuRand 程式庫內建 Mersenne Twister 亂數產生器，其他環境與前面相同。

	計算時間(s)	權利金
GPU 模擬+CuRand 亂數	0.311	6.309568

- ◆ 整理摘要如下，多核運算有明顯的效益，多核的模擬誤差並不會明顯的增加。

	計算價格	平均時間(s)	誤差百分比	效率提升
CPU 模擬+ CPU MT 亂數	6.302486	4.393	1.34611%	1X
CPU 模擬+ CuRand 亂數	6.331335	0.932	1.81002%	4.71X
GPU 模擬+ CuRand 亂數	6.309568	0.311	1.45999%	14.13X

*使用 Heston 公式解，可得權利金價格為 6.218774。

*執行三次運算，取執行時間最佳者。

(二)結構商品計算系統

◆ 本公司的結構商品計算系統之架構：

➤ Server 硬體

- ✓ Asus ESC 2000 G2 , CPU Xeon E5 2630v2 *2
- ✓ GPU NVIDIA Quadro K2000 *5
- ✓ DRAM 32G

➤ OS 與開發工具

- ✓ Windows 7 Server , .NET Platform 4.0
- ✓ Visual Studio 2010 , C#
- ✓ CUDA 6.0, ManagedCUDA
- ✓ OpenCL 1.1, OpenCL.Net

➤ 計算性能

- ✓ 131,072 之模擬路徑，每日一步
- ✓ 平均一筆交易 0.6 秒，一小時處理 6000 筆交易

◆ 結構商品計算系統之產出：

➤ 每一筆交易之風險參數

✓ MTM、Delta、Gamma、Vega、Theta、VaR(99.9%)

➤ 每一現金流量之風險參數

✓ Cash Flow、MTM、Delta、Gamma、Vega、Theta、VaR(99.9%)

✓ 存活機率、內含價值、時間價值

◆ 評價模型引擎：

➤ Stochastic Volatility Model

➤ Two Assets Stochastic Volatility Model

➤ Stochastic Volatility Model with Time Dependent Parameters

➤ Jump Diffusion with Stochastic Volatility Model