

4.3. Exercices de politiques publiques

3.0. Questions de cours

1. Donnez approximativement le P.I.B. des États-Unis et de la France en 2019.
2. La variance du P.I.B. est-elle plus élevée, en théorie, dans la phase montante, ou dans la phase descendante du Kondratiev ?

3. Le barème de l'impôt sur le revenu est donné par ces taux marginaux :

Jusqu'à 10 064 €	0 %
De 10 065 € à 25 659 €	11 %
De 25 660 € à 73 369 €	30 %
De 73 370 € à 157 806 €	41 %
Plus de 157 807 €	45 %

Combien paye une personne qui déclare 200 000 € par an en revenu fiscal net, avec une seule part fiscale ?

4. Des deux mesures suivantes : la création d'un contrat à mi-chemin entre CDD et CDI ; un durcissement des critères de représentativité pour les syndicats d'employés ; laquelle vous semble découlant logiquement du modèle Mortensen-Pissarides, laquelle du modèle insider-outsider ?
5. Si on suit l'interprétation tocquevillienne de la révolution, une classe sociale aura-t-elle tendance à se rebeller quand sa position matérielle se dégrade ou quand elle s'affirme ?
6. Sous les auspices de l'ancien gouvernement, le chômage était passé de 2 à 10 %, et le taux de vacance des emplois de 11 à 1 %. Sous l'auspice du nouveau gouvernement, le chômage est passé de 10 à 10,5 %, et le taux de vacance de 1 à 8,5 %. Que dire si on utilise le cadre de la courbe de Beveridge ?
7. Rappelez l'interprétation keynésienne de la crise telle que l'énonce J.K. Galbraith.
8. Du R.M.I. et de la P.P.E., laquelle de ces mesures risque de créer une trappe à inactivité ?
9. Dans le plan canonique du modèle WS-PS (u en abscisse, $\ln\left(\frac{w}{p}\right)$ en ordonnée), comment se déplace la courbe PS si les managers augmentent leur marge ; comment se déplace WS si les allocations chômage deviennent plus généreuses ?
10. Si on applique la règle de Ramsey, faut-il taxer de préférence les activités touristiques ou les hydrocarbures ?
11. Une communauté doit choisir par un vote de financer l'un des trois projets A, B et C. Il existe trois groupes sociaux, X (50 % de la population), Y (40 % de la population) et Z (10 % de la population), qui annoncent la valeur qu'ils attribuent à chaque projet :

	A	B	C
X	44	13	5
Y	7	25	6
Z	21	17	9

Que dit le théorème d'impossibilité d'Arrow de cette situation ?

12. Quelle serait la forme d'une courbe de Lorenz dans un pays parfaitement égalitaire, et dans une dystopie où le dictateur posséderait toutes les richesses et tous les revenus ?
13. Quelle est la dérivée de 2^x ?
14. Les deux vecteurs suivants : $x = (-2, 3, -1)$ et $y = (1, 1, 1)$ sont-ils orthogonaux ?
15. Parmi les mesures suivantes – R.S.A. socle, retraites par répartition, allocations chômage – lesquelles relèvent d'une logique bismarckienne de la protection sociale ?
16. Soit $f(x, y)$ une fonction continue sur son ensemble de définition ; au point (x_0, y_0) , ses dérivées partielles par x et y sont toutes deux nulles ; ce point désigne-t-il un maximum ou un minimum local ?
17. f est une fonction continue de \mathbb{R} dans \mathbb{R} ; elle répond à l'égalité ci-dessous :
$$\forall x, y \in \mathbb{R}, \forall t \in [0, 1], f((1-t)x + ty) \leq (1-t)f(x) + tf(y)$$
 f est-elle convexe, concave, ou linéaire ?
18. En France, lequel de ces deux impôts : I.R.P.P. ou C.S.G. ; peut-il être assimilé à une flat tax ?
19. Quel est le sens général de la notion d'hystérèse ? Quel sens prend-elle dans le cadre d'une théorie du marché du travail ?
20. Si on suit l'interprétation marxiste de la totalité sociale, le XVIII^e s. était marqué par un effet d'hystérèse global entre forces de production, rapports de production et idéologie. Décrivez-le succinctement.
21. On se place dans un modèle AS-AD classique, avec néanmoins des rigidités à la baisse des salaires. Les salaires pour l'année suivante sont fixés par les partenaires sociaux quinze jours avant les élections générales. La gauche l'emporte. La croissance sera-t-elle plus élevée l'année suivante si le parti vainqueur était donné à 25 % ou à 45 % dans les sondages quinze jours avant le scrutin ?
22. Un pays comme la Croatie se situe-t-il sur la pente montante ou descendante de la courbe de Kuznets des inégalités ?
23. Si on suit la théorie de la régulation, quelles sont les grandes causes de la déstabilisation du régime fordiste dans les années 1970 ?
24. Dans le cadre d'une R.C.T., on propose d'offrir une aide spéciale aux familles d'un pays en développement, aide conditionnée au fait d'envoyer les enfants à l'école primaire. Dans le groupe témoin, le taux de scolarisation passe de 45 à 48 % ; dans le groupe test, de 54 à 56 %. Qu'en conclure ?

25. Si on suit le modèle d’Aftalion, laquelle des fonctions suivantes est la plus appropriée pour modéliser l’investissement en période de relance économique $1 - \frac{1}{Y} \exp(Y)$, $Y + 2$?
26. Y a-t-il contradiction ou cohérence entre le modèle de Solow-Swan et le paradoxe de Lucas ?
27. Rappelez le sens de l’abolition des Poor Laws en 1834. Esquissez grossièrement une interprétation classique, marxiste, et foucaudienne de cette réforme.
28. Supposons un pays européen où le déficit primaire est de 4 %, le taux de dette publique de 100 %, le taux d’intérêt de la dette 6 % ; l’écart de production est de 3 points de croissance. Donnez le solde budgétaire, le solde structurel et le solde stabilisateur. La croissance et l’inflation sont de 1 %.
29. Les révoltes de 1848 en Europe sont-elles advenues en début, au milieu, ou en fin de cycle Kondratiev ?
30. Comment l’aléa moral entre les banques et les emprunteurs varie-t-il avec la conjoncture ? Quelle conséquence cela a-t-il dans le modèle de l’accélérateur financier ?
31. En situation de trappe à liquidité, faut-il utiliser la politique monétaire ou la politique budgétaire ?
32. Le remaniement récent du système français de protection social a-t-il accentué son caractère bismarckien, ou renforcé l’élément beverdgien.
33. Pour l’école autrichienne, quelle est la cause première des crises ?
34. Soient deux vecteurs $x = (1, 7, 2)$ et $y = (5, 3, -1)$. Donnez la norme euclidienne de chaque vecteur, puis leur produit scalaire. La valeur absolue de ce produit scalaire est-elle inférieure ou supérieure au produit des deux normes ou est-ce l’inverse ?

3.0. Correction

1. 21 400 milliards de dollars pour les États-Unis, 2 400 milliards d’euros pour la France en 2019.
2. Montante.
3. 69 634.
4. Le nouveau contrat est censé faciliter les rencontres ; il renvoie au modèle d’appariement de Mortensen-Pissarides. L’affaiblissement des syndicats découle au contraire des recommandations du modèle insider-outsider.

5. C'est le paradoxe tocquevillien sur les révoltes ; les classes sociales qui se révoltent ne sont pas les plus exploitées, mais au contraire celles qui ont atteint un certain niveau d'organisation matérielle et de prospérité pour pouvoir s'organiser politiquement. La science politique débat encore aujourd'hui de la pertinence de ce modèle.
6. Sous le premier mandat, l'économie s'est déplacée le long de la courbe de Beveridge, sous le second, la courbe de Beveridge s'est décalée vers la droite du plan, dévoilant une dégradation du marché du travail.
7. Pendant les années 1920, les gains de productivité permettaient une forte hausse de l'offre, mais les salaires trop faibles empêchaient la demande de suivre.
8. Le R.M.I.
9. PS se déplace vers le bas, WS vers le haut, dans les deux cas, le chômage augmente.
10. Les hydrocarbures.
11. Le théorème d'Arrow ne s'applique pas ici, puisque les préférences sont exprimées en valeur cardinale, et pas en valeur ordinaire (sous la forme d'un classement du type $B > A > C$). Un calcul rapide permet de voir que A sera choisi si le vote est purement démocratique.
12. Dans un pays parfaitement égalitaire, la courbe de Lorenz serait purement linéaire, définie par l'équation $y = x$ pour $x \in [0,1]$; les $x\%$ les plus pauvres posséderaient $x\%$ des revenus nationaux. Inversement, une dictature où le maître capterait tous les revenus aurait la forme d'un L inversé.
13. $\ln(2) \times 2^x$
14. Oui; on le voit si on les représente graphiquement, mais la manière formelle de le déterminer est de poser leur produit scalaire ; s'il vaut 0, c'est que les deux vecteurs sont orthogonaux :
$$\langle x, y \rangle = -2 \times 1 + 3 \times 1 + (-1) \times 1 = 0$$
15. Les retraites par répartition et l'assurance chômage relèvent de la logique horizontale bismarckienne, le R.S.A. socle, d'une logique beveridgienne.
16. On ne peut le savoir a priori, car rien ne garantit que le point désigné est l'antécédent d'un extremum quelconque. Si la dérivée de f est nulle en (x_0, y_0) , ce point est un point critique ; mais le fait d'être un point critique n'est jamais qu'une condition nécessaire, non suffisante, pour qu'un point renvoie à un extremum (local ou global). On pourra étudier le point (0,0) dans la fonction $x^2 + y^3$ à titre de contre-exemple.
17. Il suffit d'un graphe pour remarquer que f est convexe ; l'inégalité citée dans l'énoncé, dite inégalité de Jensen, est d'ailleurs l'une des définitions de la convexité.
18. Une flat tax impose à un taux moyen similaire tous les revenus ; c'est le cas de la C.S.G., pas de l'impôt sur le revenu, qui est progressif.
19. Husteros en grec ancien, c'est le retard. En sciences sociales, l'hystérose est une superposition de deux plans temporels ; un phénomène archaïque persiste encore alors que la modernité est en marche dans d'autres domaines.
Au sens particulier que prend ce terme sur le marché du travail, elle désigne ce paradoxe européen des années 1980 : le déclin de l'industrie avait généré un fort chômage chez les ouvriers ; mais comme l'industrie se modernisait rapidement,

les nouveaux chômeurs n'eurent pas les moyens de se former, et s'enfermèrent dans le chômage de longue-durée. D'où le paradoxe qui veut que le chômage soit élevé, mais que les syndicats aient toujours de forts pouvoirs de pression pour exiger des hausses de salaire, puisque les ouvriers en emploi savent bien que les chômeurs de longue durée ne peuvent pas les remplacer.

20. Les forces de travail évoluaient rapidement avec l'industrialisation en Angleterre (machinisme) mais les rapports sociaux de production restaient marqués par la féodalité, la noblesse imposant une idéologie économique ajustée à ses intérêts (protectionnisme, notamment protectionnisme agricole, attachement des hommes à un territoire précis, etc.).
21. Dans la théorie partisane de Douglas A. Hibbs, quand la gauche gagne, elle se positionne sur la courbe de Phillips en choisissant plus d'inflation pour lutter contre le chômage (et inversement pour la droite). Si la gauche gagne, il y aura donc surprise inflationniste et croissance à court terme, et ce d'autant plus que la victoire de la gauche était improbable (c'est la théorie partisane rationnelle d'Alberto Alesina).
22. Descendante.
23. La financiarisation, l'ouverture commerciale et la trop grande rigidité de l'indexation salariale sur l'inflation.
24. La mesure est inefficace.
25. $\exp(Y)$
26. Contradiction, puisque Lucas remarquait que les flux de capitaux restaient essentiellement des flux Nord-Nord même après la mondialisation financière.
27. Les Poor Laws anglaises organisaient une forme (très grossière) de secours aux indigents. Elles furent abolies en 1834 dans une logique qui était celle du classicisme économique ; il fallait distinguer les vrais pauvres (handicapés, aliénés) des faux pauvres, les indigents capables de travailler qu'il fallait forcer à entrer dans le prolétariat industriel. Une analyse marxiste interprétera cette transition avec le concept d'armée de réserve, une approche foucaldienne, avec l'idée de grand renfermement.
28.
Solde budgétaire = $-0,06 \times 1 - 0,04 = -10\%$
Solde structurel = $-0,1 - \frac{1}{2} \times 0,03 = -11,5\%$
Solde stabilisateur = $1 \times (0,06 - 0,01 - 0,01) = 4\%$
29. À la fin du premier Kondratiev (ou au début du deuxième).
30. Les banques sont beaucoup plus prudentes pour prêter en période de crise qu'en période de rebond économique ; la théorie de l'accélérateur financier en déduit que l'intermédiation financière contribue à accentuer les paramètres de la conjoncture, que ce soit la crise ou le boom économiques.
31. La politique budgétaire.
32. Beveridgien.
33. Un excès d'offre de monnaie, souvent attribué à la B.C.

34. $x = (1, 7, 2)$ et $y = (5, 3, -1)$.

$$\|x\| = \sqrt{1+49+4} = \sqrt{54}$$

$$\|y\| = \sqrt{25+9+1} = \sqrt{35}$$

$$\langle x, y \rangle = 1 \times 5 + 7 \times 3 + 2 \times (-1) = 24$$

Ici, $24 < \sqrt{1890} \approx 43,5$. En réalité, l'inégalité :

$$|\langle x, y \rangle| \leq \|x\| \|y\|$$

Est valable pour tous vecteurs ; c'est l'inégalité de Cauchy-Schwartz.

3.1. Le paradoxe du libéral d'Amartya Sen

- Énoncez le théorème d'impossibilité d'Arrow.

On relâche certaines des hypothèses du théorème d'Arrow pour rendre la situation de choix social plus réaliste. On suppose qu'il existe une autorité bienveillante chargée de départager *in fine* les votants ; cette autorité ne s'engage pas à respecter toutes les préférences : mais elle laisse à chaque votant un choix fixe de la forme $X > Y$ qu'elle respectera quoi qu'il arrive ; c'est la condition de «libéralisme minimal».

On se place alors dans l'exemple très célèbre proposé par Amartya Sen¹. Deux femmes habitent ensemble : la première est une dévote rigide ; la seconde une libertine provocatrice. Un exemplaire de *L'Amant de Lady Chatterley* de D. H. Lawrence vient d'être livré aux deux femmes. Trois choix se présentent : le roman est lu par la dévote (A), par la libertine (B) ou par aucune des deux (C).

- Quel est le profil de préférence ordinal de chaque femme ?

L'autorité sociale intervient en arbitre ; comme prévu, elle laisse à chaque femme un choix de réserve qu'elle respectera quoi qu'il arrive.

- Donnez le choix de réserve de chaque femme.
- Quel sera le choix de l'autorité. Ce choix est-il Pareto-optimal ?

3.1. Correction

- Si les préférences individuelles répondent aux hypothèses néoclassiques traditionnelles, et si ces préférences sont ordinaires, il n'existe pas de fonction de choix social répondant aux conditions suivantes :

1. Sen, Amartya (1970). "The Impossibility of a Paretian Liberal". *Journal of Political Economy*. 78 (1): 152-157.

- Universalité (tous les votants sont pris en compte)
 - Non-dictature
 - Unanimité Pareto-optimale (si tous les votants préfèrent A à B, la fonction de choix sociale doit placer A au-dessus de B)
 - Indépendance des alternatives non pertinentes (Un choix A > B ne doit pas s'inverser si une alternative se présente)
 - Monotonie (si l'un des votants choisit une nouvelle option, cette option ne doit pas être pénalisée davantage dans la fonction de choix social).
2. La dévote préférera que personne ne lise le livre, mais à tout prendre, elle préférera en priver la lecture à la libertine :

$$C > A > B$$

La libertine aimera lire le roman ; mais à tout prendre, elle préférera encore jouir du plaisir d'en imposer la lecture à la dévote :

$$A > B > C$$

3. De son ensemble de préférence, la prude demandera à l'autorité-arbitre de ne pas l'obliger à lire le livre :

$$C > A$$

Quant à la libertine, elle va demander à l'autorité de ne pas lui interdire la lecture en préservant :

$$B > C$$

4. L'arbitre agrège les deux choix de réserve pour obtenir :

$$B > C > A$$

Et il choisit très logiquement B. Ce choix n'est pas Pareto-optimal, puisque les deux femmes considéraient l'option A plus adéquate.

C'est là l'idée du paradoxe du libéral d'A. Sen ; même dans une version beaucoup plus lâche du théorème d'impossibilité, même en définissant la liberté individuelle de manière la plus simple possible (la société n'a à respecter qu'une seule préférence par individu), la Pareto-optimalité ne peut pas être systématiquement atteinte sans violer l'hypothèse de libéralisme minimal.

3.2. Modèle W.S.-P.S.

1. Tracez les graphes canoniques du modèle A.S.-A.D. (avec une droite A.S. de long terme) et W.S.-P.S. (en l'absence d'erreur de prévision). Marquez qu'un point le N.A.I.R.U. (le taux de chômage naturel).
2. Inversez les axes de chaque graphe pour obtenir le chômage en abscisse et les prix (ou les prix relatifs) en ordonnée.
3. Quel est le nom de la courbe S.T.-A.S. dans un graphe ayant le chômage en abscisse et l'inflation en ordonnée ?

Reprenez le modèle A.S.-A.D.

4. Quels éléments pourraient faire bouger la courbe A.D ? Quel impact ces éléments auront-ils sur le N.A.I.R.U. ?

5. Quels éléments déterminent le N.A.I.R.U.? Pour répondre à cette question, pouvez-vous aider des deux équations ci-dessous, qui donnent une forme simplifiée du modèle du taux de chômage naturel¹. À quoi renvoie chaque variable et chaque coefficient?

$$\begin{cases} \Delta w = \Delta E(p) - \beta u \\ \Delta p = \Delta E(w) - \alpha(\Delta A) \end{cases}, \beta \in \mathbb{R}_+^*, \alpha \in \mathbb{R}_+$$

6. Calculez avec ces deux égalités le N.A.I.R.U., en supposant que les patrons ne se trompent pas en estimant les salaires que vont réclamer les syndicats ($\Delta E(w) = \Delta w$), mais que les syndicats au contraire se trompent en évaluant les prix futurs ($\Delta E(p) \neq \Delta p$). Quels sont les trois facteurs qui dans ce petit modèle peuvent faire baisser le chômage structurel? Un seul de ces facteurs est pertinent pour une analyse économique dans les années 2000; lequel? Reprenez le modèle W.S.-P.S. (avec des erreurs de prévisions potentielles):

$$\begin{cases} \ln(p) - \ln(E(w)) = b_0 - b_1 u \quad (b_1 \geq 0) \text{ (P.S.)} \\ \ln(w) - \ln(E(p)) = c_0 - c_1 u \quad (c_1 \geq 0) \text{ (W.S.)} \end{cases}$$

7. Réécrivez chaque égalité comme une fonction ayant u pour variable et $\ln\left(\frac{w}{p}\right)$ comme image (vous pouvez noter $E(w) = w \times \epsilon_w$ et $E(p) = p \times \epsilon_p$).
8. Représentez ces deux fonctions dans un plan avec les valeurs de référence suivantes, et dans l'hypothèse de prévisions parfaites des managers et des syndicats.

$$(b_0, b_1, c_0, c_1) = \left(-3, \frac{3}{20}, 9, 1 \right)$$

9. Que se passe-t-il en cas de surprise inflationniste?
10. Mettons qu'à un moment donné de la conjoncture, le chômage soit de 3%? Que va-t-il se passer, en supposant que le modèle est toujours paramétré comme à la question 8.?
11. Imaginez un modèle où les managers ne font pas d'erreur de prédiction ($E(w) = w$) mais où les syndicats peuvent en faire. Écrivez une égalité qui donne le prix en fonction du prix anticipé, du chômage et des autres coefficients. Vous remarquerez alors que le modèle W.S.-P.S. offre une interprétation micro du mécanisme d'une courbe célèbre du modèle A.S.-A.D.: laquelle?

1. Modigliani, Franco ; Papademos, Lucas, (1975), «Targets for Monetary Policy in the Coming Year», Brookings Papers on Economic Activity, n° 1:141-63.

12. Tracez l'équation déterminée en 11. dans le plan canonique du modèle A.S.-A.D. Que se passe-t-il si le gouvernement fait de l'expansion budgétaire (à court terme et à long terme)? Quel économiste a formulé de ce raisonnement et dans quel contexte?

3.2. Correction

1.

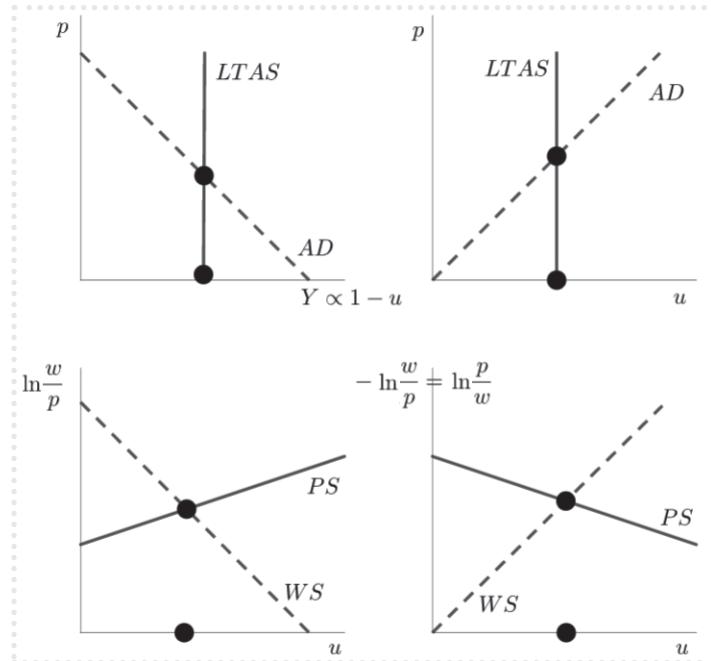


Figure 4.19.

2. Pour inverser les axes, on procède ainsi:

Dans le modèle AS-AD, l'axe des abscisses est repéré par la valeur du P.I.B., Y . On suppose que plus le produit est élevé, plus le taux de chômage u est faible. En simplifiant, et en supposant une proportionnalité entre Y et $1-u$, notée $Y \propto 1-u$, on peut inverser les axes, mettre u en axe des abscisses; dans ce nouveau plan, AD sera croissante.

Pour le modèle WS-PS, on inverse l'axe des ordonnées en se contentant de prendre son contraire ; on reproduit alors les deux courbes par symétrie.

3. C'est la courbe de Phillips

4. Une expansion budgétaire ou monétaire déplace la courbe A.D. vers la droite (dans le plan original), et une restriction monétaire ou budgétaire vers la gauche. Mais puisque LT-AS est verticale, ces politiques n'ont pas d'impact à long terme sur le N.A.I.R.U. C'est la grande thèse des nouveaux classiques: la politique conjoncturelle ne peut rien contre le chômage structurel.

5. La première équation est ici une équation de détermination de salaire (*wage-setting*). Les augmentations de salaire que demandent les syndicats Δw sont liées positivement à l'inflation anticipée $E(p)$ et à la flexibilité du marché du travail. Ce dernier élément est modélisé par βu où u est le taux de chômage, et β un coefficient de flexibilité. Plus les syndicats sont puissants et plus β est faible, puisque le chômage aura alors un impact très faible sur la fixation des salaires. La seconde équation est celle par laquelle le patron détermine le prix (*price-setting*) en fonction des hausses de salaires anticipées et des hausses de productivité A (α étant un simple coefficient positif)

$$\begin{cases} \Delta w = \Delta E(p) - \beta u \\ \Delta p = \Delta E(w) - \alpha(\Delta A) \end{cases}$$

6. En combinant les deux égalités, on obtient :

$$\Delta p = \Delta E(p) - \beta u - \alpha(\Delta A) \Leftrightarrow u^* = \frac{\Delta E(p) - \Delta p - \alpha(\Delta A)}{\beta}$$

On voit que le chômage structurel u^* peut baisser à travers trois facteurs : 1. Une hausse de productivité A ; 2. Une flexibilisation du marché du travail (hausse de β); 3. Une inflation non-anticipée ($\Delta E(p) - \Delta p$).

Or sur 2004-2016, les hausses de productivité sont très faibles (de l'ordre de 1% aux États-Unis); par ailleurs, depuis la réforme des politiques monétaires dans la logique Kydland-Prescott, les B.C. tentent de maintenir une inflation relativement stable. Le seul paramètre qui semble utilisable ici, c'est β , la flexibilité du marché du travail.

7. On suppose que les deux types d'agents (managers et syndicats) font des erreurs de prévision :

$$E(p) = p \times \epsilon_p, \quad E(w) = w \times \epsilon_w$$

Si par exemple $\epsilon_p = 1$, les syndicats ont parfaitement anticipé les prix; si $\epsilon_p < 1$, ils les ont sous-estimés; il y a surprise inflationniste. D'où :

$$\begin{aligned} \begin{cases} \ln(p) - \ln(E(w)) = b_0 - b_1 u \\ \ln(w) - \ln(E(p)) = c_0 - c_1 u \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \ln(p) - \ln(w\epsilon_w) = b_0 - b_1 u \\ \ln(w) - \ln(p\epsilon_p) = c_0 - c_1 u \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \ln\left(\frac{p}{w}\right) - \ln(\epsilon_w) = b_0 - b_1 u \\ \ln\left(\frac{w}{p}\right) - \ln(\epsilon_p) = c_0 - c_1 u \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \ln\left(\frac{w}{p}\right) = -b_0 + b_1 u + \ln(\epsilon_w) \text{ (P.S.)} \\ \ln\left(\frac{w}{p}\right) = c_0 - c_1 u + \ln(\epsilon_p) \text{ (W.S.)} \end{cases} \end{aligned}$$

8.

$$\begin{cases} \ln\left(\frac{w}{p}\right) = 3 + 0,15u + \ln(\epsilon_w) \text{ (P.S.)} \\ \ln\left(\frac{w}{p}\right) = 9 - u + \ln(\epsilon_p) \text{ (W.S.)} \end{cases}$$

S'il n'y a pas d'erreur de prévision côté syndicats et côté managers,
 $\ln(\epsilon_p) = \ln(\epsilon_w) = \ln(1) = 0$.

Le NAIRU s'établit à un niveau tel que :

$$3 + \frac{3}{20}u = 9 - u \Leftrightarrow u = \frac{120}{23} \approx 5,2$$

9. Il y a dans ce modèle surprise inflationniste quand $E(p) < p$ donc quand $\epsilon_p < 1$; et dans ce cas, $\ln(\epsilon_p) < 0$; on voit que la droite W.S. est translatée vers le bas, et que le taux de chômage baisse. On retrouve l'impact normal de la surprise inflationniste.
10. Au point où $u = 3$, on voit que W.S. vaut 6 et P.S. vaut 3,45. Le chômage est plus faible que son niveau structurel; on est en période boom économique, ce qui permet aux syndicats de demander des salaires plus élevés.

11. En supposant que $w = E(w)$, on a:

$$c_0 + b_0 - (b_1 + c_1)u + \ln(E(p)) = \ln(p)$$

Cette équation lie le chômage et le niveau des prix; elle rappelle la courbe de Phillips, la courbe A.S. de court terme S.T.-A.S.

12. Dans un repère u, p , l'équation trouvée à la question 11., en supposant que $E(p)$ est un terme exogène, serait décroissante.

Le modèle AS-AD a pour repère canonique Y, p ; dans ce repère, l'équation de la question 11., en supposant un lien négatif en Y et u , sera croissante.

À court terme, en cas d'expansion budgétaire, la courbe AD va se déplacer vers la droite; les syndicats n'anticipant pas les hausses de prix ne demandent pas de hausse de salaire; il y a boom économique, baisse du chômage; on passe du point 1 au point 2. Mais à long terme, les syndicats comprennent leurs erreurs; ils tentent de rattraper l'inflation en fixant des salaires plus élevés. En période 2, le terme $E(p)$ sera donc plus élevé. Dans un modèle macro, on note souvent $E(p) = p^e$ et on a ici pour la seconde période $p^{e'} > p^e$; la courbe de Phillips construite à la question 11 à partir du modèle W.S.-P.S. se déplace ainsi vers le haut; on passe du point 2 au point 3. In fine, le stimulus budgétaire n'a pas fait baisser le chômage structurel et n'a fait que doper l'inflation. C'est le raisonnement célèbre de M. Friedman dans son adresse à l'A.E.A. en 1967.

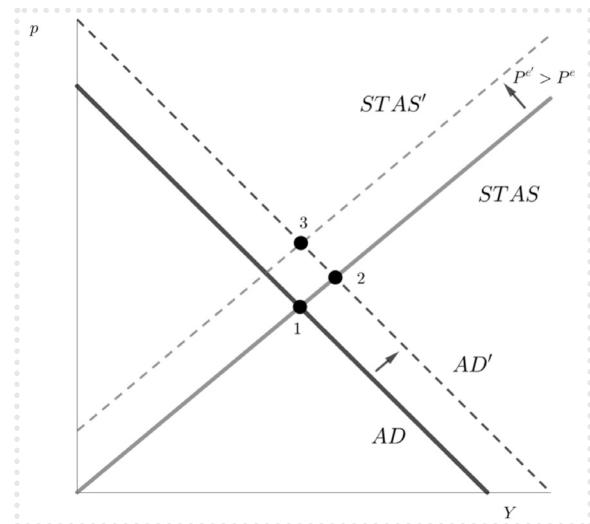


Figure 4.20.

3.3. Équation de Mincer

Pour déterminer les rendements de l'éducation, on recourt à l'équation de Jacob Mincer:

$$\ln(R) = \beta_0 + \beta_1 E + \beta_2 X + \beta_3 X^2 + \varepsilon$$

1. Essayez de deviner le sens des différentes variables R , E et X . Donnez le sens de β_0 et ε .
2. Pourquoi retrouve-t-on deux fois X ?

On dispose de données sur 53 personnes pour tester ce modèle : on les teste sur le logiciel R ; on obtient ces résultats :

Nb of obs: 53

Residuals:

Min 1Q Median 3Q Max

-762 -123 0,67 211 1752

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t-stat	p-value
(Intercept)	5,31	0,05		
E	0,08	0,002		
X	0,14	0,035		
X^2	-0,024	0,018		

Signif. Codes: 0.01 *** 0.05 ** 0.1 *

Multiple R-squared: 0,31

F-Stat: 92,8 (p-value = 0,0014)

3. Quel est le premier paramètre à vérifier pour s'assurer que le modèle linéaire est crédible ?
4. Comment interprétez-vous la ligne « Multiple R-squared » ?
5. Remplissez la dernière colonne du tableau.
6. Commentez la valeur 0,08.

Rappels

A. Régression linéaire (voir l'exercice 2.1.)

3.3. Correction

1. Les rendements de l'éducation donnent l'impact d'une année d'éducation en plus sur le salaire (en termes de pourcentage de hausse). Ainsi, ici, R désigne le revenu d'un individu; E son niveau d'éducation (en années); X son expérience professionnelle; β_0 est la constante, ϵ le terme d'erreur de la droite de régression.
2. Dans une équation de la forme $Y = \beta X$, on suppose que l'impact de X sur Y est linéaire. Quand X augmente de 1, Y augmente de β . Une augmentation de X produit le même effet sur Y quel que soit le niveau initial de X . Or, on ne peut utiliser cette modélisation pour l'impact de l'expérience professionnelle X sur le revenu R ; dans le monde réel, une année d'expérience pro supplémentaire n'a pas le même effet sur le salaire pour un novice que pour un travailleur confirmé.
On suppose donc une droite de régression de forme non-linéaire ; $\ln(R) = \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \dots$
3. La première chose à vérifier dans une régression est le F-test. La p -value du test de Fisher est ici de 0,0014 soit 0,14 %; or le modèle est supposé viable si la p -value est inférieure à 5 %, ce qui est le cas ici.
4. Il s'agit du R^2 , la part de la variance entre les observations expliquée par notre modèle : elle est ici de 31 %. Le nombre d'années d'éducation et d'expérience suffit à expliquer 31 % de la variance entre les différents revenus des individus de l'échantillon.
5. La t-value s'obtient en faisant le quotient du coefficient (deuxième colonne) sur l'erreur type (« standard error », troisième colonne).
Pour le coefficient de X , la t-value 4 est supérieure à 2,58 ; l'hypothèse « Le coefficient associé à X , ici β_2 , est nul » est fausse avec plus de 99 % des chances (formellement, la p -value est supérieure à 1 %, d'où les trois étoiles)
Pour β_1 , le coefficient de E , la t-stat est supérieure à 1,96, la p -value est entre 5 % et 1 % (d'où les deux étoiles).
Pour β_3 , le coefficient de X , la t-value est inférieure à 1,96 ; le coefficient n'est pas significatif (aucune étoile) :

	Estimate	Std. Error	t-value	p-value
(Intercept)	5,31	0,05	106,2	****
E	0,08	0,04	2	**

	Estimate	Std. Error	t-value	p-value
X	0,14	0,035	4	***
X^2	-0,024	0,018	1,33	

6. Supposons que notre modèle soit linéaire :

$$R = \beta_0 + \beta_1 E + \dots$$

Si E augmentait d'une unité, R augmenterait de β_1 .

Mais le modèle usité ici est de la forme :

$$\ln R = \beta_0 + \beta_1 E + \dots$$

Si E augmente d'une unité, $\ln(R)$ augmente de β_1 , ce qui en approximation peut se formuler ainsi : quand E augmente d'une unité, R augmente de $(\beta_1 \times 100)\%$.

Si on interprète en contexte, une année d'éducation supplémentaire fait croître ceteris paribus le revenu d'environ 8 % (c'est la valeur approximative des rendements de l'éducation en Occident).

3.4. Taxe Pigou et marché de droits à polluer

Faut-il instaurer de préférence pour réduire la pollution, une taxe pigouvienne ou un marché des droits à polluer ? On va tenter de répondre à cette question par un petit modèle :

1. Représentez un équilibre parétien dans un plan quantités-prix. Représentez l'effet d'une taxe ou d'un quota. Représentez la perte sèche et donnez son nom canonique. Quelle est la différence entre ces deux mesures étatiques ?

Prenons à présent la situation d'une zone industrielle qui rejette certains produits chimiques dans la nappe phréatique. On se place dans un plan y, c ; c donne les coûts et Y représente les quantités d'eau retraitées pour en éliminer les substances toxiques.

Les autorités locales commandent à un laboratoire une évaluation des dommages sociaux causés par cette pollution (notés D) et des coûts de dépollution C ; ils sont tous deux fonctions des quantités dépolluées, définies sur $\left[0, \frac{9}{2}\right]$:

$$\begin{cases} D(y) = -y^2 + 9y \\ C(y) = \frac{1}{3}(y-2)^3 + 2y \end{cases}$$

2. Donnez la fonction de dommage marginal $D_m(y)$ et de coût marginal de dépollution $C_m(y)$ et représentez-les dans le plan y, c ;
 3. À quel niveau les autorités doivent-elles fixer une taxe pigouvienne ou un quota pour atteindre l'optimum parétien ?

On se place maintenant en situation d'incertitude ; le laboratoire s'est trompé sur l'évaluation des coûts, dont la nouvelle forme est :

$$C_1(y) = \frac{1}{3}(y-1)^3 + 2y$$

4. Calculez $C_{1,m}(y)$, représentez-là sur le graphe, et donnez le nouvel équilibre.
5. Quelle est la perte sèche induite par la taxe ou par le quota si une telle erreur de prévision des coûts est faite ? Représentez les deux triangles d'Harberger dans le graphe, et calculez leur surface (pensez à utiliser les intégrales).

Reprenez le même modèle, mais avec une nouvelle courbe de dommage :

$$D_1(y) = -\frac{3}{2}y^2 + 12y$$

6. Calculez dans cette situation l'équilibre initial (celui qui est anticipé par le régulateur) et l'équilibre une fois que l'erreur de prévision a été constatée. Tracez un graphe.
7. Calculez pour cette situation nouvelle L_T et L_Q . Est-il préférable à présent d'utiliser la taxe ou le quota ?
8. Interprétez : pourquoi le quota convient mieux dans telle situation, la taxe dans telle autre ?

3.4. Correction

1. L'instauration d'un quota q ou d'une taxe T conduit à une perte sèche ; c'est le triangle d'Harberger H ; la seule différence étant que le surplus S est capté par l'État dans le cas d'une taxe (c'est la recette fiscale) et par le producteur dans le cas d'un quota.

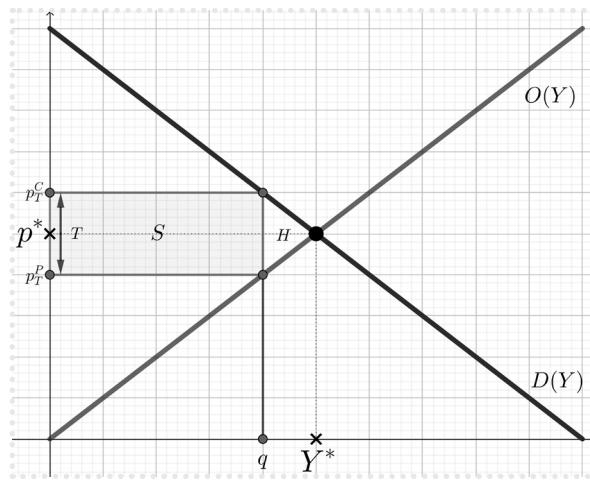


Figure 4.21.

2. Il suffit de dériver les deux fonctions :

$$\begin{cases} D_m(y) = -2y + 9 \\ C_m(y) = (y-2)^2 + 2 \end{cases}$$

3. La taxe pigouvienne, pour être optimale, doit être fixée au niveau où le coût marginal de dépollution est égal au dommage marginal causé à l'environnement. La logique est la même pour le quota. Le niveau recherché est donné par l'égalité :

$$D_m(y) = C_m(y) \Leftrightarrow -2y + 9 = (y-2)^2 + 2 \Leftrightarrow y^2 - 2y - 3 = 0$$

Les racines évidentes de ce polynôme sont -1 et 3 ; on ne retient que la seconde, dont l'image est 3 . Les autorités doivent donc imposer : soit une taxe pigouvienne au niveau $c = 3$ soit un quota d'émissions au niveau $q = 3$ (si l'État laissait les entreprises produire davantage, le coût de dépollution serait plus élevé que les dommages causés à l'environnement).

4. On dérive pour trouver la fonction de coût marginal :

$$\begin{aligned} C_{1,m}(y) &= (y-1)^2 + 2 \\ D_m(y) = C_{1,m}(y) &\Leftrightarrow -2y + 9 = (y-1)^2 + 2 \Leftrightarrow y^2 - 6 = 0 \end{aligned}$$

Les racines de ce polynôme sont $\sqrt{6}$ et $-\sqrt{6}$, et seule la première est réaliste ; le nouvel équilibre est ainsi le point $(\sqrt{6}, 9 - 2\sqrt{6})$.

5. Dans le cas d'une taxe pigouvienne : la taxe a été fixée au niveau $c = 3$. Les autorités prennent leurs recettes fiscales et commencent à dépolluer, mais se rendent bientôt compte que la dépollution coûte plus cher que prévu ; compte tenu de leur budget, elles s'arrêtent au point où $C_{1,m}(y) = 3$ c'est-à-dire ici le point $(2, 3)$. En ce point, les autorités ont moins dépollué que prévu ; il y a plus de dommages pour l'environnement. Cette perte de bien-être social est représentée par l'espace qui sépare la courbe de dommage marginal de la courbe de coût marginal, entre le niveau de dépollution minoré 2 et le niveau de dépollution d'équilibre $\sqrt{6}$; on note ce triangle d'Harberger L_T :

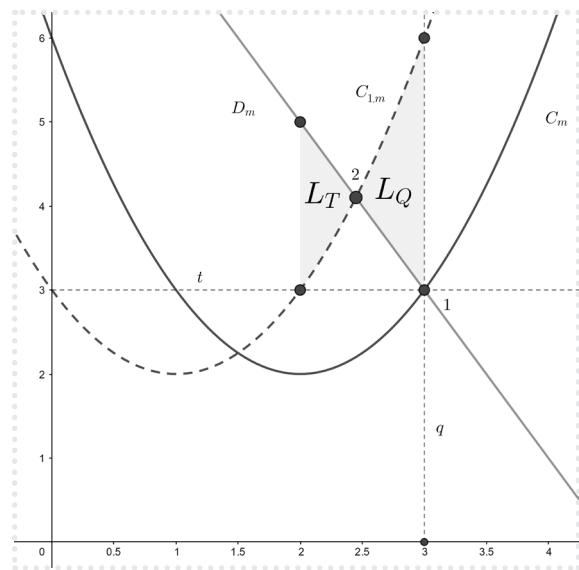


Figure 4.22.

On l'appelle ici triangle d'Harberger par convention ; en réalité ce n'est pas un triangle, et on ne peut calculer la surface de cette figure qu'à l'aide des intégrales :

$$\begin{aligned}
 L_T &= \int_2^{\sqrt{6}} D_m(y) dy - \int_2^{\sqrt{6}} C_{1,m}(y) dy \\
 L_T &= \int_2^{\sqrt{6}} (-2y + 9) dy - \int_2^{\sqrt{6}} \left((y-1)^2 + 2 \right) dy \\
 &= \left[-y^2 + 9y \right]_2^{\sqrt{6}} - \left[\frac{1}{3}(y-1)^3 + 2y \right]_2^{\sqrt{6}} \\
 &= -6 + 9\sqrt{6} - (-4 + 18) - \left(\left(\frac{1}{3}(\sqrt{6}-1)^3 + 2\sqrt{6} \right) - \left(\frac{1}{3} + 4 \right) \right) \\
 &= -6 + 9\sqrt{6} + 4 - 18 - \left(-\frac{1}{3} + \sqrt{6} - 6 + 2\sqrt{6} + 2\sqrt{6} - \frac{1}{3} - 4 \right) \\
 &= -6 + 9\sqrt{6} + 4 - 18 + \frac{1}{3} - \sqrt{6} + 6 - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{6} + \frac{1}{3} + 4 \\
 &= 4\sqrt{6} - \frac{28}{3} \approx 0,45
 \end{aligned}$$

Pour le quota, la situation est inversée. Les autorités vont nécessairement dépolluer jusqu'à un certain niveau, mais ce niveau est supérieur à l'équilibre ; elles ont sous-estimé les coûts de dépollution et vont donc perdre la différence entre $C_{1,m}$ et D_m sur l'espace qui sépare le niveau d'équilibre de dépollution $\sqrt{6}$ et le niveau de quota $q=3$. On note ce triangle d'Harberger L_Q :

$$L_Q = \int_{\sqrt{6}}^3 \left((y-1)^2 + 2 \right) dy - \int_{\sqrt{6}}^3 (-2y + 9) dy = \left[\frac{1}{3}(y-1)^3 + 2y \right]_{\sqrt{6}}^3 - \left[-y^2 + 9y \right]_{\sqrt{6}}^3$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(\left(\frac{8}{3} + 6 \right) - \left(-\frac{1}{3} + \sqrt{6} - 6 + 2\sqrt{6} + 2\sqrt{6} \right) \right) - \left((-9 + 27) - (-6 + 9\sqrt{6}) \right) \\
 &= \left(\frac{8}{3} + 6 + \frac{1}{3} - \sqrt{6} + 6 - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{6} \right) - \left(-9 + 27 + 6 - 9\sqrt{6} \right) \\
 &= \frac{8}{3} + 6 + \frac{1}{3} - \sqrt{6} + 6 - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{6} + 9 - 27 - 6 + 9\sqrt{6} \\
 &= 4\sqrt{6} - 9 \approx 0,8
 \end{aligned}$$

Dans cette situation, mieux vaut donc choisir une taxe qu'un quota.

6. La fonction de dommage marginale est donnée par la dérivée :

$$D_{1,m}(y) = -3y + 12$$

L'équilibre anticipé par le régulateur est donné par :

$$D_{1,m}(y) = C_m(y) \Leftrightarrow -3y + 12 = (y - 2)^2 + 2 \Leftrightarrow y^2 - y - 6 = 0 \Leftrightarrow y = -2 \text{ ou } y = 3$$

Le seul équilibre réaliste est donc $(3, 3)$;

L'équilibre réel (après prise en compte de l'erreur d'évaluation) est donné par :

$$D_m^1(y) = C_m^1(y) \Leftrightarrow -3y + 12 = (y - 1)^2 + 2 \Leftrightarrow y^2 + y - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{-1 + \sqrt{37}}{2} \text{ ou } y = \frac{-1 - \sqrt{37}}{2}$$

Le seul équilibre réaliste est donc : $\left(\frac{-1 + \sqrt{37}}{2}, \frac{27 - 3\sqrt{37}}{2} \right)$.

- 7.

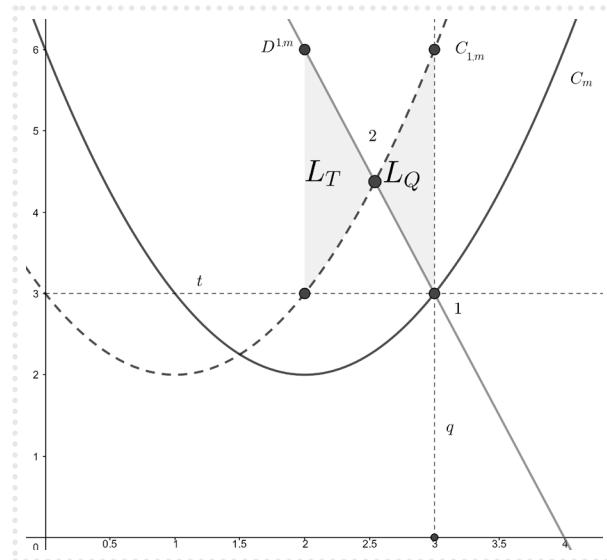


Figure 4.23.

Pour la taxe :

$$\begin{aligned}
 L_T &= \int_2^{\frac{-1+\sqrt{37}}{2}} (-3y+12) dy - \int_2^{\frac{-1+\sqrt{37}}{2}} ((y-1)^2 + 2) dy \\
 &= \int_2^{\frac{-1+\sqrt{37}}{2}} (-y^2 - y + 9) dy = \left[-\frac{1}{3}y^3 - \frac{1}{2}y^2 + 9y \right]_2^{\frac{-1+\sqrt{37}}{2}} \\
 &= \left(-\frac{(-1+(\sqrt{37}))^3}{24} - \frac{(-1+(\sqrt{37}))^2}{8} - \frac{9}{2} + \frac{9}{2}\sqrt{37} \right) - \left(-\frac{8}{3} - 2 + 18 \right) \\
 &= \left(-\frac{40(\sqrt{37}) - 112}{24} - \frac{38 - 2\sqrt{37}}{8} - \frac{9}{2} + \frac{9}{2}(\sqrt{37}) \right) - \left(-\frac{8}{3} - 2 + 18 \right) \\
 &= \frac{37\sqrt{37} - 215}{12} \approx 0,85
 \end{aligned}$$

Pour le quota :

$$\begin{aligned}
 L_Q &= \int_{\frac{-1+\sqrt{37}}{2}}^3 ((y-1)^2 + 2) dy - \int_{\frac{-1+\sqrt{37}}{2}}^3 (-3y+12) dy \\
 &= \left[\frac{1}{3}y^3 + \frac{1}{2}y^2 - 9y \right]_{\frac{-1+\sqrt{37}}{2}}^3 = \left(9 + \frac{9}{2} - 27 \right) - \left(\frac{(-1+(\sqrt{37}))^3}{24} + \frac{(-1+(\sqrt{37}))^2}{8} + \frac{9}{2} - \frac{9}{2}\sqrt{37} \right) \\
 &= 9 + \frac{9}{2} - 27 - \left(\frac{40(\sqrt{37}) - 112}{24} + \frac{38 - 2\sqrt{37}}{8} + \frac{9}{2} - \frac{9}{2}(\sqrt{37}) \right) = \frac{37\sqrt{37} - 217}{12} \approx 0,67
 \end{aligned}$$

On voit qu'ici au contraire, mieux vaut choisir le quota que la taxe.

8. Il suffit de comparer les deux fonctions de dommage marginal :

$$\begin{cases} D_m(y) = -2y + 9 \\ D_m^1(y) = -3y + 12 \end{cases}$$

On remarque que l'une est plus pentue que l'autre.

Le quota a un avantage (il fixe a priori une quantité dépolluée) mais un défaut (cette quantité fixe peut se révéler a posteriori plus chère à dépolluer). La taxe au contraire fixe un coût a priori, qui peut se révéler insuffisant pour dépolluer a posteriori.

En somme, plus les dommages marginaux augmentent rapidement avec les quantités non dépolluées, plus on a intérêt à préférer le quota à la taxe Pigou ; le quota peut impliquer, en situation d'incertitude, un surcoût social ; mais au moins, il évite que trop de dommages soient causés à l'environnement.

3.5. Vers un taux optimal de taxation

On propose d'étudier un élément du modèle de taxation optimale de James Mirrless¹. Ce modèle comporte une fonction de justice sociale J , une fonction de réactivité de l'offre de travail à l'impôt E , et une fonction d'efficacité, qui donne l'impact de la taxe sur la productivité individuelle, S . Ces trois fonctions sont définies sur \mathbb{R} et ont pour variable le salaire de chaque individu, w .

Prenons tout d'abord S ; le taux marginal de prélèvement fiscal est fonction positive de cette fonction S , qui dépend du salaire w . S est modélisée ainsi :

$$S(w) = \frac{1 - F(w)}{w \times f(w)}$$

Où f est une loi de probabilité et F sa fonction de répartition.

1. Interprétez la formule de S ; comment ce terme varie-t-il en fonction de F , f et w ?
2. On suppose d'abord que f est la loi d'une loi exponentielle de paramètre 1. Quel type de société décrit cette distribution? Calculez $S(w)$ et interprétez le résultat.
3. Faîtes le même calcul avec une loi de Pareto; rappelez l'interprétation économique des deux paramètres de cette loi, α et w_0 et interprétez votre résultat.

On revient à présent aux deux autres composantes du modèle, J et E .

4. À partir de la définition que nous avons esquissée de ces deux fonctions, devinez le signe de la dérivée de J et de E ?

On suppose que $E(w) = (w - 2)$ et que $J(w) = w^2$. Le taux marginal optimal est donné par la formule :

$$T(w) = J(w)S(w)(E(w))^2$$

5. Prenez la valeur de S trouvée à la question 2. et donnez la fonction de taux marginal optimal. Tracez un tableau de variation.

La figure ci-dessous donne les taux marginaux empiriques pour la France; c'est une courbe de taux marginal effectif; non pas le taux de l'impôt, mais le pourcentage d'une hausse de revenu qui revient au système socio-fiscal. Les travailleurs pauvres ne payent certes pas d'impôt direct; mais quand leur revenu augmente, ils perdent certaines aides sociales (les A.P.L., le R.S.A.-chapeau, la prime pour

1. J.A. Mirrlees (1971) "An exploration in the theory of optimum income taxation", Review of Economic Studies, 38, 175-208.

l'emploi, etc.); l'État leur reprend virtuellement de l'argent, d'où un taux marginal effectif positif.

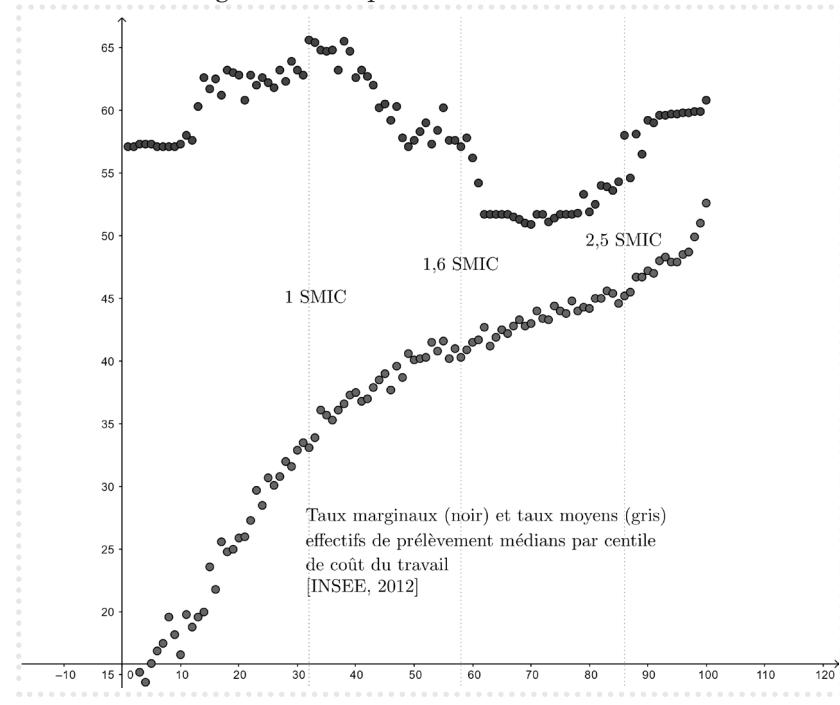


Figure 4.24.

6. Expliquez la forme de cette courbe en vous aidant des trois facteurs du modèle, J , E et S .

Rappels

A. Loi et fonction de répartition:

X est une variable aléatoire qui peut prendre plusieurs valeurs (discrètes ou continues), qu'on notera x . Si X donne le résultat d'un lancer de dé, la variable peut prendre 6 valeurs.

La loi de X , notée f_X , est la probabilité que chaque valeur soit réalisée. Pour un dé non pipé par exemple, la probabilité d'obtenir chaque résultat est la même :

$$f(1) = f(2) = f(3) = f(4) = f(5) = f(6) = \frac{1}{6}$$

La fonction de répartition de X , notée F_X , est la probabilité que le résultat obtenu soit en dessous d'une certaine valeur. Si on reprend l'exemple du dé :

$$F(3) = f(1) + f(2) + f(3) = \frac{1}{2}$$

$$F(5) = f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) = \frac{5}{6}$$

B. Loi exponentielle :

La loi exponentielle de paramètre $\lambda \in \mathbb{R}_+^*$, notée $\mathcal{E}(\lambda)$, a pour loi $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ et pour fonction de répartition $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ si $x \geq 0$.

C. Loi de Pareto :

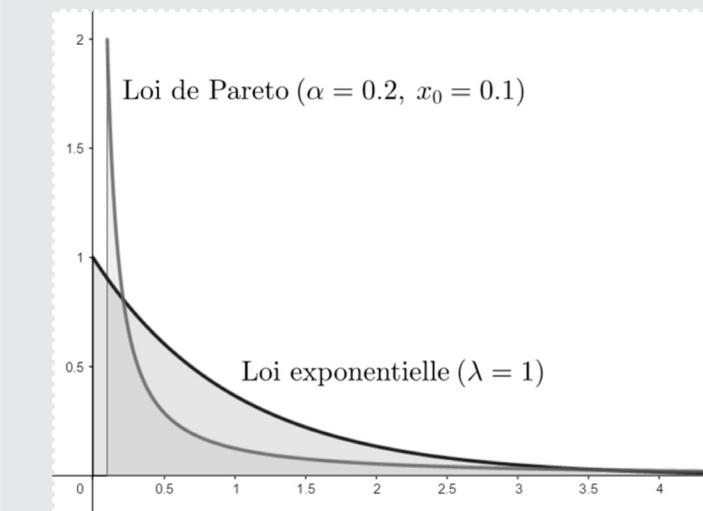
La loi de Pareto de paramètres $\alpha \in \mathbb{R}_+^*$ et $x_0 \in \mathbb{R}_+^*$, a pour loi :

$$f(x) = \alpha \frac{x_0^\alpha}{x^{\alpha+1}} \text{ si } x > x_0$$

Et pour fonction de répartition :

$$1 - \frac{x_0^\alpha}{x^\alpha} \text{ si } x > x_0$$

Dans l'usage économique que fait V. Pareto de sa loi, le paramètre α décrit le degré d'inégalité et x_0 est donné comme le revenu minimum.

**3.5. Correction**

- Le terme S s'intéresse uniquement à l'impact d'une taxe sur la productivité des individus. On remarque alors que :
 - S est fonction négative du salaire w (pris indépendamment de sa loi et de sa fonction de répartition); si on ne considère que l'efficacité, on n'a pas intérêt à taxer les travailleurs les plus productifs, car on les démotive;
 - S est fonction négative de $f(w)$; plus un niveau de salaire est fréquent dans la société, et moins on a intérêt à le taxer (car on démotive un grand nombre de personnes);

- S est fonction positive de $1 - F(w)$ et donc négative de $F(w)$; plus un contribuable est situé en bas de l'échelle sociale, et plus on a intérêt à le taxer; en taxant les bas revenus, on incite les contribuables à devenir plus productifs et à gagner un meilleur salaire.

2. On rappelle la loi et la fonction de distribution d'une loi $\mathcal{E}(1)$:

$$f(w) = \exp(-w)$$

$$F(w) = 1 - \exp(-w)$$

D'où:

$$S(w) = \frac{1}{w}$$

Un loi exponentielle décrit une société très inégalitaire où les salaires sont très concentrés vers le bas de la distribution; beaucoup de travailleurs gagnent des salaires faibles. Ce modèle rappelle la société du XIX^e, et on remarque qu'en termes d'efficacité, mieux vaut imposer de forts taux marginaux sur les bas salaires.

3. Pour une loi de Pareto de paramètres α et x_0 , on a:

$$S(w) = \frac{1 - \left(1 - \frac{w_0^\alpha}{w^\alpha}\right)}{w \times \alpha \frac{w_0^\alpha}{w^{\alpha+1}}} = \frac{1}{\alpha} \text{ si } w > x_0$$

On rappelle que dans une loi de Pareto w_0 désigne le revenu minimum et α le degré d'inégalité. La loi de Pareto représente une distribution concentrée sur les bas-revenus, ce qui modélisait assez bien la société du XIX^e.

Dans ce modèle, le taux optimal efficace est le même pour tous les groupes sociaux; c'est une flat tax fixée à $\frac{1}{\alpha}$; l'impôt n'est pas progressif, mais il est moins inégalitaire qu'à la question 1.

4. La fonction J sera très probablement croissante, marquant ainsi l'idéal social de progressivité de l'impôt; plus le salaire w est élevé, et plus $J(w)$ sera élevée pour répondre à un idéal de justice.

La fonction E est elle aussi croissante; on suppose que la réactivité de l'offre de travail à la taxation du travail est plus forte en bas de l'échelle sociale; un salarié qui gagne à peine plus que les minima sociaux risque de réagir à une hausse d'impôt en arrêtant de travailler. Au contraire, pour les hauts revenus, une hausse des impôts aura peu d'effet sur l'offre de travail (Joan Robinson observait que la bourgeoisie a à cœur de maintenir une façade sociale qui implique un certain cachet; les classes aisées essayent ainsi de garder leur train de vie constant; si les impôts augmentent, les cadres travailleront davantage pour maintenir leur niveau de vie); de facto, l'élasticité de l'offre de travail est plus faible pour les hauts revenus, estimée entre 0,3 et 0,5¹.

1. Diamond, Peter, and Emmanuel Saez, (2011), "The Case for a Progressive Tax: From Basic Research to Policy Recommendations." *Journal of Economic Perspectives*, 25 (4): 165-90.

5. On a ici :

$$T(w) = \frac{1}{w} w^2 (w-2)^2 = w(w-2)^2$$

$$T'(w) = (w-2)^2 + 2w(w-2) = 3w^2 - 8w + 4$$

On dresse le tableau de signe :

	$-\infty$		$\frac{2}{3}$		2		$+\infty$
$T'(w)$		+		-		+	
$T(w)$		Croissante	1,2	Décroissante	0	Croissante	

7. La courbe empiriquement obtenue ressemble à la courbe de la question 6. par sa forme en N.

Le modèle de J. Mirrless prend en compte trois grands éléments : 1. Un facteur d'efficacité S (qu'on vient d'étudier); 2. Un facteur de justice sociale J ; 3. Un facteur d'élasticité de l'offre de travail E . C'est dans ce cadre qu'il faut analyser la forme en N de la courbe française de taux marginaux effectifs :

- Les classes supérieures ont des taux marginaux élevés en application de J (il est juste de faire payer les plus aisés : c'est la progressivité de l'impôt) et de E (l'élasticité de l'offre de travail est plus faible pour les hauts revenus, ce qui invite à appliquer la règle de Ramsey en taxant les agents au comportement inélastique);
- Les classes moyennes ont des taux marginaux faibles en application de S (et notamment du paramètre $f(w)$); elles forment en effet le gros de la société et surtout apportent la majorité des recettes fiscales;
- Les classes populaires supérieures ont des taux marginaux élevés en application de S ; l'État peut se permettre de les taxer sans désinciter au travail. Ces catégories ne payent certes pas d'impôt, mais les taux de prélèvement sont élevés à travers ce mécanisme qui veut que, dès qu'on commence à gagner un peu plus que le S.M.I.C., on perd toute une série d'aides sociales;
- Les classes populaires à très faible revenu ont des taux plus faibles en vertu de E pour ne pas créer de trappe à inactivité; un travailleur qui gagne à peine plus que le R.S.A. risque de réagir à une hausse des impôts en arrêtant de travailler.

3.6. Elasticités des bases fiscales

On se place dans la situation d'un pays qui gère son déficit public.

1. Rappelez l'équation du solde primaire et du solde budgétaire
2. Comment les recettes et les dépenses publiques varient-elles avec la conjoncture ? Remplissez le tableau suivant avec les mentions «ne varient pas» ou «varient» et interprétez.

	Recettes publiques	Dépenses publiques
En absolu		
En pourcentage du PIB		

3. Rappelez l'équation du solde corrigé de la conjoncture (exprimé en pourcentage du P.I.B.) ; interprétez-la à l'aide de la question 2. En réalité, les recettes varient elles aussi très légèrement à cause de la conjoncture. Pour ce faire, on évalue une élasticité de chaque taxe à la conjoncture $\epsilon_{T,Y}$. On dispose de données sur l'élasticité des recettes à la base fiscale $\epsilon_{T,\beta}$ et sur l'élasticité de la base fiscale à la conjoncture $\epsilon_{\beta,Y}$.
4. Exprimez $\epsilon_{T,Y}$ en fonction $\epsilon_{\beta,Y}$ et $\epsilon_{T,\beta}$ et rappelez l'interprétation de l'élasticité.
5. Remplissez le tableau suivant avec les mentions «>1», «<1» ou «1» et indiquez la base fiscale de chaque impôt.

	Base fiscale	$\epsilon_{T,\beta}$	$\epsilon_{\beta,Y}$	$\epsilon_{T,Y}$
Fiscalité des revenus				
Cotisations sociales				
Fiscalité du capital				
Fiscalité indirecte				

Rappels

A. Dérivées partielles (voir l'exercice 2.3.)

3.6. Correction

1. Le solde primaire B_p est, pour chaque période t , la simple différence entre recettes T et dépenses G publiques $B_{p,t} = T_t - G_t$ tandis que le solde B prend en compte le service de la dette, c'est-à-dire la dette antérieure D_{t-1} qu'il faut rémunérer au taux r :

$$B_t = D_t - D_{t-1} = -r \times D_{t-1} + (T_t - G_t)$$

2. Quand la croissance augmente, les recettes de l'impôt augmentent en absolu ; mais en termes relatifs, par rapport au P.I.B., ces recettes sont relativement stables ; la T.V.A. par exemple ne fonctionne qu'un pourcentage donné de la consommation, qui est toujours le même.

Pour les dépenses, c'est l'inverse. Si par exemple une aide sociale n'est pas revalorisée, elle ne varie pas en termes absolus, mais elle baisse en termes relatifs.

	Recettes publiques	Dépenses publiques
En absolu	Varient	Ne varient pas
En pourcentage du PIB	Ne varient pas (θ fixe)	Varient (γ variable)

3. Le solde corrigé de la conjoncture b_{κ} s'écrit :

$$b_{\kappa} = b - \gamma\Omega = (\theta - \gamma) - \gamma\Omega$$

Où b représente le solde primaire, γ les dépenses publiques en ratio du P.I.B., θ le même ratio pour les taxes, et Ω l'écart de production.

On voit que la conjoncture, représentée par Ω n'a d'impact que sur les dépenses ; c'est l'application de la seconde ligne du tableau de la question 2.

4. Prenons d'abord l'élasticité des recettes fiscales à la conjoncture $\varepsilon_{T,Y}$; si le P.I.B. augmente de 1%, les recettes fiscales augmentent de $\varepsilon_{T,Y}$ %.

En modélisant le niveau de taxe T comme une fonction du P.I.B. Y , on peut exprimer l'élasticité comme :

$$\varepsilon_{T,Y} = \frac{\partial T(Y)}{\partial Y} \frac{Y}{T(Y)}$$

Si on introduit maintenant la base fiscale β au milieu de la fonction T :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{T,Y} &= \frac{\partial T(\beta(Y))}{\partial Y} \frac{Y}{T(\beta(Y))} = \beta'(Y) T'(\beta(Y)) \frac{Y}{T(\beta(Y))} = \frac{\partial T(\beta(Y))}{\partial \beta(Y)} \frac{\beta(Y)}{T(\beta(Y))} \times \frac{\partial \beta(Y)}{\partial Y} \frac{Y}{\beta(Y)} \\ &= \varepsilon_{T,\beta} \times \varepsilon_{\beta,Y} \end{aligned}$$

5. Pour $\varepsilon_{T,\beta}$; a priori, quand la base fiscale augmente de 1%, les recettes augmentent de même de 1% ; il y a une exception : l'impôt sur le revenu. L'I.R.P.P. est en effet progressif et fonctionne par tranche ; par exemple, le 73 000-ième euro gagné est taxé à 30% mais le 74 000-ième à 41%. Aussi, une augmentation uniforme de tous les salaires de 1% aura tendance à faire monter les revenus de l'I.P.P.P. de plus de 1%.

Pour $\varepsilon_{\beta,Y}$; quand la croissance augmente de 1%, les salaires augmentent de moins de 1% ; c'est la vieille idée keynésienne : les salaires sont rigides, notamment à la baisse. Inversement, quand la croissance augmente de 1%, les profits augmenteront de plus de 1% ; puisque les salaires sont rigides, les patrons vont se permettre de prendre une marge plus élevée.

On donne dans la dernière colonne du tableau les valeurs empiriques de chaque élasticité pour l'année 2017. On remarque notamment que pour l'I.R.P.P., l'effet progressivité de l'impôt domine la rigidité des salaires.

La T.V.A. quant à elle ne varie pas en fonction de la conjoncture.

	Base fiscale	$\varepsilon_{T,\beta}$	$\varepsilon_{\beta,Y}$	$\varepsilon_{T,Y}$	$\widehat{\varepsilon}_{T,Y}$
Fiscalité des revenus	Salaires	> 1	< 1	(> 1)	1,18
Cotisations sociales	Salaires	1	< 1	< 1	0,79
Fiscalité du capital	Profits	1	> 1	> 1	1,59
Fiscalité indirecte	Consommation	1	1	1	1

3.7. La soutenabilité de long terme de la dette

On étudie ici une version abrégée d'un modèle de soutenabilité de long terme des dettes publiques¹. On rappelle l'équation d'accumulation de la dette :

$$\frac{D_{t+1}}{Y_{t+1}} = \frac{D_t}{(1+g+\pi)Y_t} - \frac{B_{\rho,t+1}}{Y_{t+1}} + \frac{r.D_t}{Y_t}$$

1. Donnez le sens de chaque variable, et interprétez l'expression
2. Réécrivez l'égalité en utilisant les variables par tête ; souvenez-vous que les variables par tête sont souvent exprimées sous forme de minuscules ;
On notera à partir de maintenant $1-g-\pi+r=1+\rho$;
3. Démontrez par récurrence, en supposant acquise la formule de la question 2., que :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, d_n = d_0 (1+\rho)^n - \sum_{i=1}^n b_{pi} (1+\rho)^{n-i}$$

4. Supposons que le solde soit constant sur chaque année à un niveau b ; calculez la valeur de d_n quand n tend vers $+\infty$ si $(1+\rho) < 1$; donnez l'interprétation de ce résultat.
5. Réécrivez l'expression trouvée à la question 3., en fonction de d_0 ;
6. On suppose maintenant que $(1+\rho) > 1$. Que vaut d_0 quand n tend vers $+\infty$. Interprétez.

Rappels

A. Un équivalent usuel :

On dit que deux formes sont équivalentes au voisinage du réel b lorsque leur quotient tend vers 1 quand la variable x tend vers b . L'équivalence est notée par un tilde. On rappelle ici un équivalent très connu :

$$(1+x)^a \underset{x \rightarrow 0}{\sim} ax + 1$$

1. Blanchard, O., Chouraqui, J.-C., Hagemann, R., Sartor, N., (March 1991), The Sustainability of Fiscal Policy: New Answers to an Old Question. NBER Working Paper No. R1547.

3.7. Correction

1. D donne la dette, Y le P.I.B., g la croissance, π l'inflation, B_p le solde primaire, r le taux d'intérêt du marché. Le ratio de dette d'une année donnée est égal au ratio de l'année antérieure (avec le P.I.B. dopé par la croissance et l'inflation) moins le solde primaire, plus les intérêts de la dette.

2. En notant les variables par tête avec une minuscule, par exemple sous la forme :

$$\frac{D_t}{Y_t} = d_t$$

On peut réécrire l'expression :

$$d_{t+1} = d_t (1 + g + \pi)^{-1} - b_{p,t+1} + r d_t$$

En utilisant l'équivalent usuel énoncé dans les rappels de l'énoncé (cet usage est légitime puisque le taux de croissance et d'inflation sont de très petites valeurs, proches de 0) :

$$\underset{g+\pi \rightarrow 0}{\Leftrightarrow} d_{t+1} = d_t (1 - g - \pi + r) - b_{p,t+1}$$

3. On part de la nouvelle forme de l'égalité acquise à la question 2. :

$$d_{t+1} = d_t (1 + \rho) - b_{p,t+1}$$

On cherche à démontrer la proposition suivante :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, d_n = d_0 (1 + \rho)^n - \sum_{i=1}^n b_{p,i} (1 + \rho)^{n-i}$$

Initialisation :

$$d_1 = d_0 (1 + \rho)^1 - \sum_{i=1}^1 b_{p,i} (1 + \rho)^{1-i} \Leftrightarrow d_1 = d_0 (1 + \rho) - b_{p,1}$$

On voit que la proposition est vraie en première période, puisqu'elle répond à l'égalité trouvée à la question 2.

Héritage : Si la proposition suivante est vérifiée :

$$d_n = d_0 (1 + \rho)^n - \sum_{i=1}^n b_{p,i} (1 + \rho)^{n-i}$$

Alors la dette en d_{n+1} sera de la forme :

$$d_{n+1} = d_n (1 + \rho) + b_{p,n+1} = \left(d_0 (1 + \rho)^n - \sum_{i=1}^n b_{p,i} (1 + \rho)^{n-i} \right) (1 + \rho) - b_{p,n+1}$$

Soit après reformulation :

$$d_{n+1} = d_0 (1 + \rho)^{n+1} - \sum_{i=1}^{n+1} b_{p,i} (1 + \rho)^{n+1-i}$$

Ce qui prouve la validité de l'expression pour tout n .

En réalité, cette expression est très intuitive ; la dette de l'année n , c'est tout simplement la dette initiale d_0 multipliée par le facteur $1 - g - \pi + r = 1 + \rho$, moins la valeur actualisée de tous les soldes primaires du passé.

Plus les taux r sont élevés, et plus la dette s'accumule ; inversement, plus la croissance et l'inflation sont fortes, et plus la dette est facile à rembourser.

4. Par décomposition, si $(1+\rho) < 1$:

$$d_0(1+\rho)^n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0$$

Quant au terme de solde primaire, on y opère un changement d'indice dans la somme :

$$\sum_{i=1}^n b(1+\rho)^{n-i} = b \sum_{k=0}^{n-1} (1+\rho)^k$$

On retrouve une suite géométrique :

$$\sum_{k=0}^{n-1} b(1+\rho)^k = b \frac{-1+(1+\rho)^n}{\rho} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \frac{-b}{\rho}$$

On arrive ainsi au paradoxe qui veut que, pour un nombre infini d'instants temporels, si : $(1+\rho) = (1+r-g-\pi) < 1$ c'est-à-dire si la croissance réelle est plus élevée que le taux d'intérêt, la dette converge vers $\frac{-b}{\rho}$ qui est négatif. Quand les taux sont plus faibles que la croissance, l'État peut paradoxalement se désendetter en empruntant. C'est l'un des arguments qu'utilisent les concepteurs de ce modèle pour justifier le financement des grands investissements par l'emprunt.

- 5.

$$\begin{aligned} d_n &= d_0(1+\rho)^n - \sum_{i=1}^n b_{p,i}(1+\rho)^{n-i} \Leftrightarrow d_0 = \left(d_n + \sum_{i=1}^n b_{p,i}(1+\rho)^{n-i} \right) \frac{1}{(1+\rho)^n} \\ &\Leftrightarrow d_0 = \frac{d_n}{(1+\rho)^n} + \sum_{i=1}^n b_{p,i}(1+\rho)^{-i} \end{aligned}$$

6. En supposant $(1+\rho) > 1$:

$$\begin{aligned} \frac{d_n}{(1+\rho)^n} &\xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0 \\ d_0 &= \sum_{i=1}^{+\infty} b_{p,i}(1+\rho)^{-i} = \sum_{i=1}^{+\infty} b_{p,i}(1+r-g-\pi)^{-i} \end{aligned}$$

Une condition de soutenabilité de la dette est que la dette présente soit couverte par tous les soldes primaires du futur. On remarque que plus la croissance sera nette, plus ces soldes pourront être faibles. Le modèle original dont est tiré cet exercice propose d'ajouter un paramètre de vieillissement de la population pour estimer l'ampleur des ajustements du solde primaire à effectuer dans l'avenir pour maintenir une dette constante.