

Московский физико-технический университет  
ФРКТ

Лабораторная работа № 3.1.1  
Магнитометр

Работа была выполнена студентом группы Б01-108 Филькиным  
Андреем

г.Долгопрудный, 2022 год.

**Цель работы:** Определить горизонтальную составляющую магнитного поля Земли и установить количественное соотношение между единицами электрического тока в системах СИ и СГС.

**Оборудование и приборы:**

- магнитометр
- осветитель со шкалой
- источник питания
- вольтметр
- электромагнитный переключатель
- конденсатор
- намагниченный стержень
- прибор для определения крутильных колебаний
- секундомер
- рулетка
- штангенциркуль

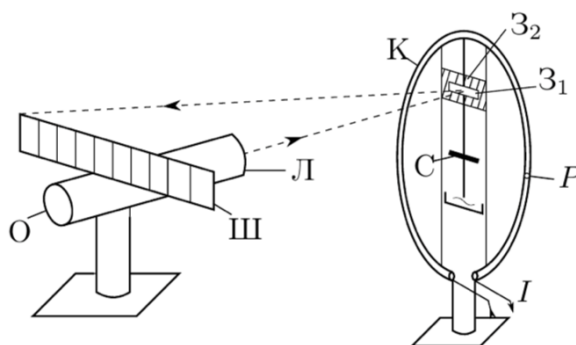


Рис. 1: Схема магнитометра

## Теоретическое введение

### Определение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли

Поле намагниченного стержня вдали от него может быть приближённо вычислено как поле точечного диполя:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left( 3 \frac{(\mathcal{M} \cdot \mathbf{r}) \mathbf{r}}{r^5} - \frac{\mathcal{M}}{r^3} \right), \quad (1)$$

где  $\mathcal{M}$  магнитный момент стержня,  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор, проведённый из центра диполя в точку наблюдения. На оси, перпендикулярной стержню, имеем

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathcal{M}}{R^3}, \quad (2)$$

где  $R$  - радиус кольца. Магнитное поле в центре кольца с током по закону Био - Савара - Лапласа равно

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2R} N. \quad (3)$$

Здесь  $N$  — число витков в кольце,  $I$  — сила тока в единицах СИ (амперах). Измерив тангенс угла отклонения стрелки:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{x_1}{2L}, \quad (4)$$

можно с помощью уравнений (2), (5) и (4) рассчитать поле  $B_0$ , если исключить магнитный момент стержня  $\mathfrak{M}$ . Связь  $B_0$  и  $B_\perp$  ( $B_1$  и  $B_2$ ):

$$B_\perp = B_0 \cdot \operatorname{tg} \varphi. \quad (5)$$

Для исключения магнитного момента можно измерить период крутильных колебаний стержня в поле Земли. Если ось стержня отклонить в горизонтальной плоскости от направления  $B_0$  на малый угол  $\alpha$ , то под действием возвращающего механического момента

$$M_{\text{мех}} = |[\mathfrak{M} \times \mathbf{B}]| = \mathfrak{M} B_0 \sin \alpha \approx \mathfrak{M} B_0 \alpha$$

Стержень с моментом инерции  $J$  в соответствии с уравнением

$$\ddot{\alpha} + \mathfrak{M} B_0 \alpha = 0$$

будет совершать крутильные колебания с периодом

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{\mathfrak{M} B_0}}. \quad (6)$$

Момент инерции цилиндрического стержня относительно оси вращения

$$J = m \left( \frac{l^2}{12} + \frac{r^2}{4} \right) = \frac{ml^2}{12} \left[ 1 + 3 \left( \frac{r}{l} \right)^2 \right], \quad (7)$$

где  $m$  - масса стержня,  $l$  - длина, а  $r$  - его радиус.

Таким образом, рассчитав момент инерции и измерив тангенс угла отклонения стрелки  $\phi_1$  и период малых крутильных колебаний стержня  $T$ , можно с помощью формул (2), (5), (4) и (6) определить горизонтальную составляющую магнитного поля Земли:

$$B_0 = \frac{2\pi}{TR} \sqrt{\frac{\mu_0 J L}{2\pi R x_1}} \quad [\text{ед. СИ}] \quad (8)$$

### Определение электродинамической постоянной.

Пропуская некоторый ток через витки магнитометра, измерим тангенс угла отклонения стрелки ( $\operatorname{tg} \varphi_2 = x_2/2L$ ) и по формулам (3) и (5) рассчитаем силу тока:

$$I = \frac{2B_0 R}{\mu_0 N} \operatorname{tg} \varphi_2 \quad [\text{ед. СИ}]. \quad (9)$$

Величина  $A = 2B_0 R / (\mu_0 N)$  - постоянная прибора с поправкой на место в комнате.

Тот же ток можно измерить абсолютным образом по прошедшему в единицу времени заряду, что соответствует определению эталона тока в гауссовой системе (СГС). Если разрядить конденсатор известной ёмкости  $C$ , заряженный до напряжения  $U$ ,

через витки, то через них протечёт заряд  $q = CU$  (рис. 3). Если  $\nu$  раз в секунду последовательно заряжать конденсатор от источника и разряжать через витки, то через них за секунду протечёт заряд  $CU\nu$ . Средний ток, прошедший через витки, равен при этом

$$I = CU\nu \quad [\text{абс. ед}]. \quad (10)$$

Итак, для вычисления абсолютного значения тока по (10) необходимо измерить напряжение  $U$  на конденсаторе известной ёмкости  $C$ . Напряжение необходимо выразить в единицах СГС (измерительные приборы, как правило, проградуированы в единицах СИ:  $1\text{В} \approx \frac{1}{300}$  ед. СГС). Ёмкость конденсатора  $C$  [см] должна быть выражена в сантиметрах ( $1\text{Ф} \approx 9 \cdot 10^{11}\text{см}$ ).

По отношению численных значений одного и того же тока, выраженных в единицах СИ и СГС (гауссовой) по формулам (9) и (10) соответственно, можно определить значение электродинамической постоянной:

$$c \left[ \frac{\text{М}}{\text{с}} \right] = \frac{1}{10} \frac{I_{[\text{СГС}]}}{I_{[\text{СИ}]}} = \frac{1}{10} CU\nu \frac{\mu_0 N}{2B_0 R \operatorname{tg} \varphi_2}. \quad (11)$$

## Экспериментальная установка

Магнитометр (рис. 1) состоит из нескольких последовательно соединённых круговых витков  $K$ , расположенных вертикально. В центре кольца  $K$  радиусом на тонкой неупругой вертикальной нити подвешена короткая магнитная стрелка  $C$ . Жёстко связанная со стрелкой крыльчатка погружена в масло и служит для демпфирования колебаний.

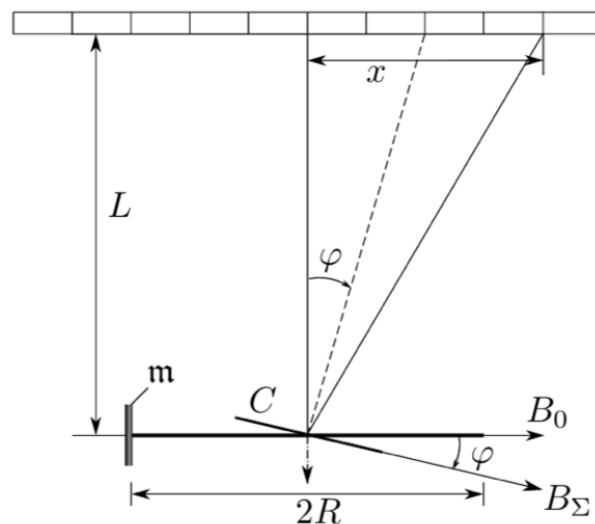


Рис. 2: Схема измерения угла отклонения магнитной стрелки

Прибор настраивают с помощью световых зайчиков, отражённых от двух зеркал:  $З_1$ , прикреплённого к стрелке (подвижный зайчик), и  $З_2$ , расположенного в плоскости кольца  $K$  и жёстко связанного с ним (неподвижный зайчик). Оба зеркала освещаются одним и тем же осветителем  $O$ . Вращением кольца вокруг вертикальной оси можно совместить оба зайчика. При этом плоскость витков совпадает с плоскостью магнитного меридиана.

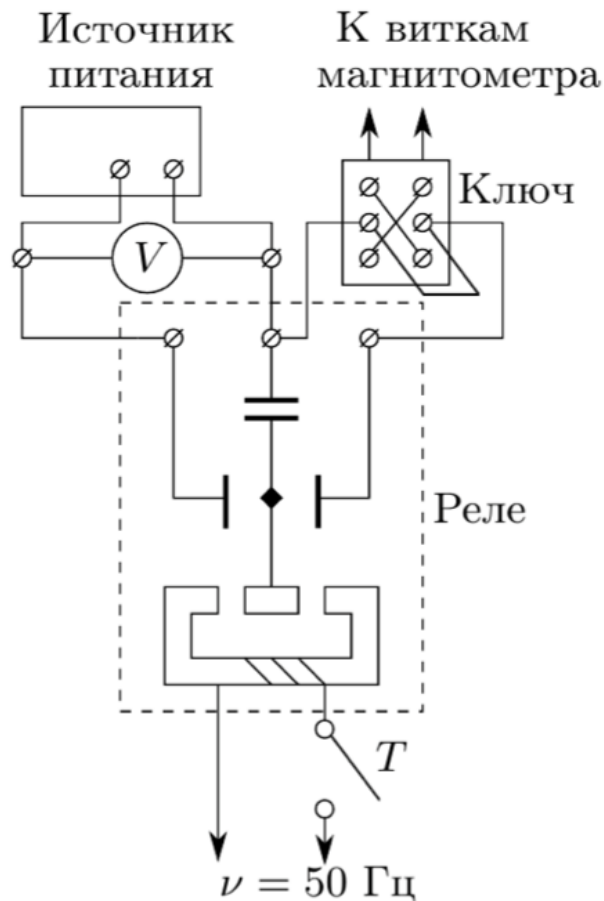


Рис. 3: Схема питания катушки магнитометра

## Ход работы

### Измерение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли

Запишем все параметры установки, входящие в формулу (8), в таблицу 1. В отверстие  $P$  на горизонтальном диаметре кольца вставим намагниченный стержень и измерим смещение подвижного зайчика. Результат занесём туда же. После поменяем ориентацию стержня в гнезде и измерим отклонение зайчика в другую сторону. Оно составляет  $x'_1 = 8,1$  см. Таким образом разница  $|x_1 - x'_1| = 0,4$  см, что составляет  $\varepsilon = 4,7\%$ .

Найдём количество колебаний, необходимое для вычисления периода одного колебания с погрешностью с погрешностью  $\varepsilon_T < 1\%$ . Основная ошибка измерения - это человеческий фактор, который  $\sigma_T \approx 1$  с. Период одного колебания  $T \approx 7$  с. Тогда можно составить уравнение:

$$\frac{\sigma_T}{n \cdot T} = \varepsilon_T \Rightarrow n = \frac{\sigma_T}{T \cdot \varepsilon_T} \approx 15 \text{ колебаний.}$$

Округлим для удобства полученное значение до 20.

	$m$ , г	$d$ , мм	$l$ , мм	$T_{20}$ , с	$R$ , см	$L$ , см	$x_1$ , см
	5,987	0,5	3,99	136,25	20	112	8,5
$\sigma$	0,001	0,01	0,01	1,0	-	1,0	0,1
$\varepsilon$ , %	0,017	2	0,3	0,7	-	0,9	1,2

Таблица 1: Таблица для измерения  $B_0$

По формуле (8) рассчитаем горизонтальную составляющую поля Земли:  $B_0 = 15,1$  мкТл.

Для оценки погрешности сразу пренебрежем погрешностями  $\sigma_m$  и  $\sigma_l$  ввиду их малости по сравнению с остальными. Погрешность поля  $B_0$  рассчитаем по следующей формуле:

$$\sigma_{B_0} = \sqrt{\left(\frac{\partial B_0}{\partial J} \frac{\partial J}{\partial d} \sigma_d\right)^2 + \left(\frac{\partial B_0}{\partial T} \sigma_T\right)^2 + \left(\frac{\partial B_0}{\partial L} \sigma_L\right)^2 + \left(\frac{\partial B_0}{\partial x_1} \sigma_{x_1}\right)^2}.$$

Таким образом  $B_0 = (15,1 \pm 1,5)$  мкТл,  $\varepsilon_{B_0} = 10\%$ .

## Измерение электродинамической постоянной

Проведём измерения в соответствии с инструкцией. Отклонение зайчика в одну сторону  $x'_2 = 10,9$  см, отклонение в другую  $x''_2 = 11,4$  см. Разница  $|x'_2 - x''_2| = 0,5$  см, что составляет  $\varepsilon = 4,3\%$ . Эта разница опять таки  $< 5\%$ , поэтому можно продолжать измерения. Результаты занесём в таблицу 2.

	$C \cdot 10^5$ , см	$U$ , В	$\nu$ , с <sup>-1</sup>	$N$ , витков	$B_0$ , мкТл	$R$ , см	$x_2$ , см
	9	98	50	44	15,1	20	11,1
$\sigma$	0,18	1,0	-	-	0,15	-	0,10
$\varepsilon$ , %	2	1,0	-	-	10	-	1,2

Таблица 2: Таблица для измерения  $c$

Рассчитаем токи в СИ и СГС, предварительно переведя В в ед. СГС:

$$I_{[\text{СГС}]} = 1,47 \cdot 10^7 \text{ [ед. СГС]}$$

$$I_{[\text{СИ}]} = 5,43 \cdot 10^{-3} \text{ [ед. СИ]}$$

Погрешность величины  $c$  можно рассчитать по формуле погрешностей для косвенных измерений:

$$\sigma_c = \sqrt{\sum_j \left(\frac{\partial c}{\partial x_j} \sigma_{x_j}\right)^2},$$

где  $x_j$  - величина, входящая в формулу для  $c$  и обладающая некоторой погрешностью.

Таким образом электродинамическая постоянная:

$$c = (2,71 \pm 0,3) \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}, \quad \varepsilon_c = 12\%.$$

Истинную погрешность можно найти по такой формуле:

$$\sigma_c = \frac{c_{\text{real}} - c}{c_{\text{real}}} = 10\%.$$

## Вывод

В ходе работы были получены следующие величины для горизонтальной составляющей магнитного поля Земли и электродинамической постоянной:

$$B_0 = (15,1 \pm 1,5) \text{ мкТл}, \quad \varepsilon_{B_0} = 10\%$$

$$c = (2,71 \pm 0,3) \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}, \quad \varepsilon_c = 12\%.$$

Согласно приведенным в конце источникам, реальная величина магнитного поля Земли колеблется от 25 до 65 мкТл. Полученная в ходе работы величина несколько ниже приведенных. Возможно, расхождения возникли из-за того, что измерения проводились в бетонном здании. Что касается электродинамической постоянной, то её значение с учетом погрешности совпадает с табличным  $3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ . Истинная погрешность  $\sigma_c = 10\%$ .

## Список литературы

- [1] Сивухин Д. В. *Общий курс физики. Том 3 Электричество и магнетизм*, 2004
- [2] Кириченко Н.А. *Электричество и магнетизм.*, 2011
- [3] *Лабораторный практикум по общей физике. В 3 томах. Том 2. Электричество и магнетизм: учебное пособие* под ред. А. В. Максимычева, М. Г. Никулина
- [4] [https://ru.wikipedia.org/wiki/Магнитное\\_поле\\_Земли](https://ru.wikipedia.org/wiki/Магнитное_поле_Земли)