

Práctica 2

Andrés García-Serra Romero

Master de Astrofísica, Universidad de la Laguna
e-mail: alu0101451923@ull.edu.es

November 29, 2023

Introducción

En este proyecto tenemos la intención de medir distintos parámetros de la fotosfera solar, entre ellos la intensidad y componente longitudinal del campo magnético en sus dos aproximaciones (débil y fuerte), la temperatura en el continuo de la fotosfera y un mapa de velocidades a lo largo del campo de visión. Todo esto lo llevaremos a cabo utilizando Python¹.

0.1 Elementos visibles en la fotosfera

Sabemos que la fotosfera consta de distintos tipos de estructuras que nos ayudan a entender con más detenimiento los procesos que rigen el interior solar. Entre ellos tenemos:

- **Manchas solares** Zonas con campos magnéticos muy intensos que anulan la convección, dejando una región visible mucho más oscura que su entorno.
- **Fáculas** Zonas oscuras visibles en un magnetograma que presentan anchuras mucho menores que las manchas solares (del orden de centenas de Km) pero que permiten el flujo de fotones en zonas más bajas del sol al tener estos un recorrido libre medio mayor que su anchura.

También existe la región en sol en calma, donde el campo magnético es débil y surge granulación como consecuencia de flujo granular que deforma las líneas de campo magnético superficial.

En esta práctica nos centraremos en el estudio de las manchas solares, en concreto en una imagen del satélite japonés HINODE. Sabemos que las principales regiones en esta mancha son:

- **La Umbra**, la región central de la mancha, mucho más oscura, en la que hay una gran intensidad del

campo magnético que inhibe la convección y por tanto no se ve tan luminosa.

- **La penumbra**, la región intermedia en la que el campo magnético sigue siendo intenso pero no lo suficiente como para inhibir la convección. Las líneas de campo en esta región se van horizontalizando conforme salen al exterior hacia la tercera región, la zona de Sol en Calma.
- **Sol en calma**, en esta región tenemos granulación como hemos comentado más arriba y también podemos apreciar un campo magnético cuasi-longitudinal, en lo que conocemos como aproximación débil.

0.2 Parámetros de Stokes

Los datos proporcionados son los cuatro parámetros de Stokes I, Q, U, V. Los cuales son las descomposiciones de la polarización de la luz en distintos tipos. Es decir:

- **I, La intensidad**. Contempla la totalidad de las polarizaciones, no filtra ningún tipo de polarización.
- **Q** (\rightarrow - \uparrow), Se construye como la diferencia entre la polarización horizontal menos la vertical.
- **U** (\nearrow - \nwarrow), Se construye como la diferencia entre la polarización diagonal en ambos sentidos
- **V** (\odot - \ominus), Se construye como la diferencia entre las polarizaciones circulares hacia cada dirección.

Con estos parámetros podremos estudiar con detenimiento la distribución de la luz que nos llega del sol para diferentes longitudes de onda y con ello extraer los parámetros necesarios. En este caso tenemos un mapa de 2D con coordenadas de píxeles x e y en el que hemos sacado un espectro de 96 longitudes de onda para cada punto.

¹Todo el código utilizado para la práctica puede encontrarse en [GitHub](#)

0.3 Efecto Zeeman

Finalmente, cabe introducir también el efecto Zeeman. El cual es transversal en toda la práctica. Se trata de un desdoblamiento de los niveles energéticos que sufre el medio que transmite la luz debido a la presencia de campo magnético. Esto se visualiza en una deformación en la forma de los diferentes espectros de los parámetros de Stokes. Los picos de emisión y absorción de los espectros se desdoblan en varios picos, según el tipo de polarización. En la figura 1 se ve la distribución del campo y las componentes de polarización debido al desdoblamiento Zeeman.

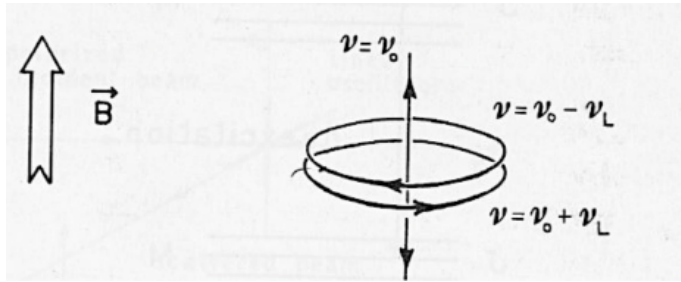


Figure 1: Componentes de polarización de la luz debidas al efecto Zeeman.

Como podemos ver, el factor principal que regirá qué tipo de polarización veremos al observar el sol será el ángulo de inclinación del campo respecto a la línea de visión, de forma que si vemos este campo de forma perpendicular diferenciaremos componentes lineales de polarización, mientras que si lo vemos de forma longitudinal veremos componentes circulares. En las regiones de sol en calma en las que el campo magnético está casi en la dirección tangencial a la superficie solar tendremos una línea de visión perpendicular al campo magnético, lo que nos dará componentes muy pequeñas de polarización circular, y por tanto del parámetro de Stokes V, mientras que las regiones de umbra o cercanas, que tienen un campo magnético mucho más intenso y paralelo a la línea de visión, nos dejarán ver polarización circular, y por tanto mayores valores de V.

1 Calibración

En primer lugar tendremos que llevar a cabo la calibración de los espectros, los cuales no tienen asignados valores de longitudes de onda para cada punto en el que tenemos valores de alguno de los parámetros de Stokes. Para ello tomaremos una imagen de referencia en la que se sitúan los mismos dos picos de absorción presentes en nuestro espectro.

Lo primero que haremos para llevar a cabo la calibración es seleccionar nuestras regiones de sol en calma

y de umbra en la imagen, las cuales para nuestro caso se presentan en la figura 2.

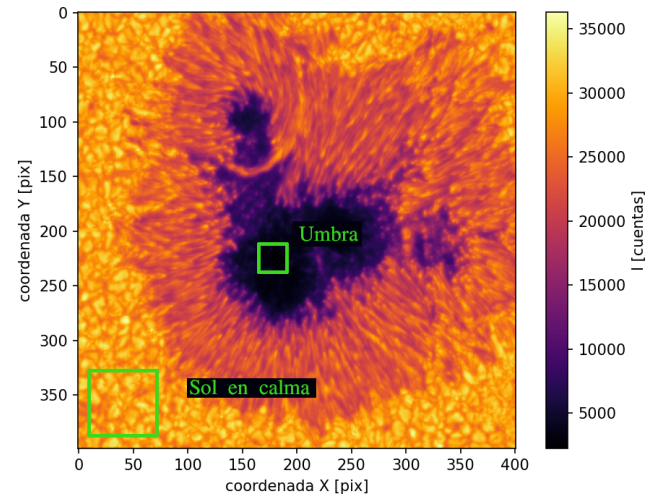


Figure 2: Intensidad de la mancha solar en coordenadas espaciales, con las distintas regiones indicadas.

Una vez tenemos seleccionadas estas dos regiones podemos hallar un vector de intensidades promediado en la región del sol en calma, donde tendremos una curva más suave de la intensidad y en la que diferenciaremos dos picos. Estos picos serán los que tendremos que encontrar junto a los mismos picos en la imagen de calibración. Después haremos una recta de calibración que nos permitirá convertir coordenadas x de posición en el array de datos en longitudes de onda, para tener finalmente nuestros arrays calibrados.

Para la búsqueda de estos mínimos de cara a la calibración trabajaremos con un ajuste de una curva de segundo grado a los entornos de los mínimos, para ello, en nuestro caso hemos definido una función de python que busca el mínimo en un entorno que se le dice, también se le da un delta, el cual es la cantidad de puntos entorno al mínimo que va a usar para hacer el ajuste. Finalmente la función realiza el ajuste entorno al mínimo dándonos un valor del mínimo con precisión subpíxel. Esto es lo que queda ilustrado en la figura 3 y que de ahora en adelante utilizaremos como método para encontrar los valores mínimos o máximos dentro de los espectros.

Una vez tenemos los mínimos ajustados para cada espectro procedemos a hacer la recta de calibración, la cual nos servirá para convertir un vector de 96 números en las 96 longitudes de onda correspondientes. Esta recta se presenta en la figura 4 y su ecuación se muestra en 1

$$\lambda [\text{\AA}] = 0.02 \cdot \lambda + 6300.99 \quad (1)$$

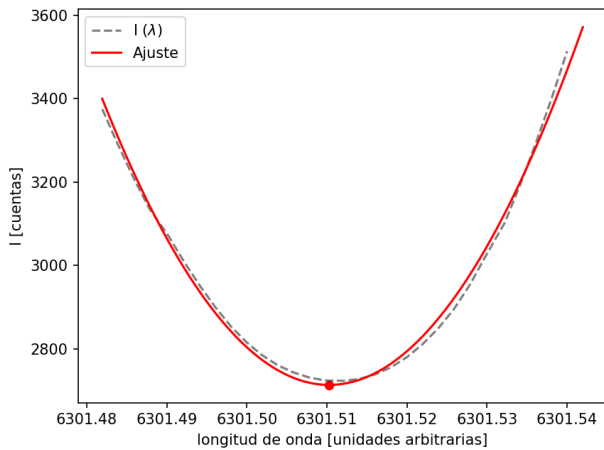


Figure 3: Muestra del funcionamiento de la localización de mínimos desarrollada. En este caso tenemos el ajuste del primer mínimo de la Intensidad promediada en el sol en calma para el vector calibrado.

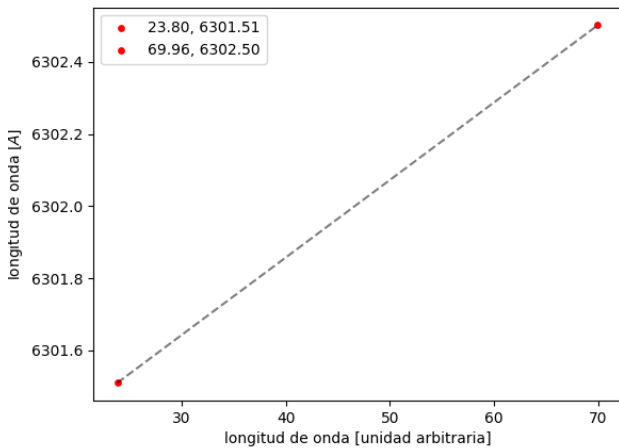


Figure 4: Línea de calibración utilizada para transformar el espectro de longitudes de onda arbitrarias a Amstrongs usando el espectro de referencia atlas.

Con la calibración ha hecha, tendremos un vector de longitudes de onda que podremos utilizar para cualquiera de los espectros puntuales de nuestra matriz de datos. En la figura 5 podemos ver el espectro de intensidad calibrado comparado con el espectro de calibración. Las cuentas de intensidad no eran las mismas, pero se ha considerado un factor de corrección mirando el factor entre las cuentas del primer valor de cada espectro para una mejor visualización.

Como podemos ver los mínimos coinciden exactamente, por lo que la calibración es correcta y podemos comenzar a analizar los diferentes parámetros de Stokes.

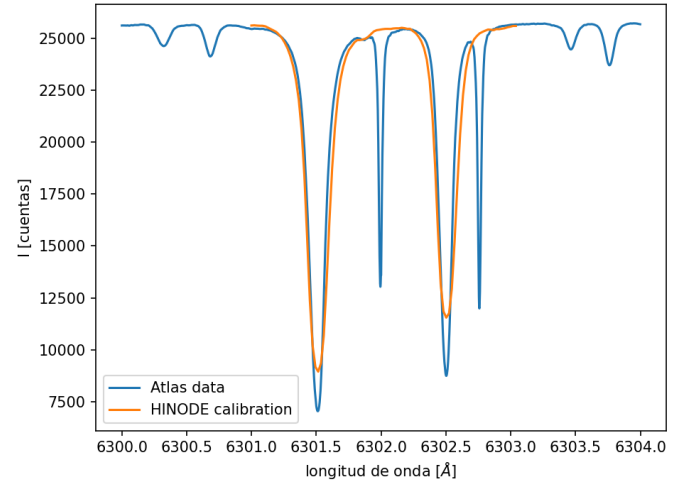


Figure 5: Comparación de los espectros del satélite HINODE y de atlas después de haber calibrado los datos del primero de ellos mediante las longitudes de onda de los mínimos.

2 Medida del campo magnético

Para esta sección del trabajo tomaremos las dos regiones sugeridas en la primera sección como umbra y sol en calma, en las que dominan diferentes aproximaciones del campo magnético, es decir, el campo magnético fuerte y el campo magnético débil, respectivamente.

2.1 Medida de campo magnético en la umbra: aproximación de campo fuerte

En primer lugar nos centraremos en la región del campo fuerte, que en nuestro caso se focaliza en la región de Umbra mostrada en la sección 1. Para esta aproximación sabemos que la anchura Zeeman (la cual puede medirse como diferencia de los picos de I+V e I-V) es lineal con el campo, lo cual nos permitirá calcular el campo magnético. Esta relación se ve en la ecuación 2.

$$\Delta\lambda_B = C g_{eff} \lambda^2 B \quad (2)$$

Comprobación de campo fuerte

En primer lugar podemos realizar una comprobación de que la aproximación de campo fuerte es correcta. Esto se dará cuando las líneas de absorción de la intensidad estén claramente desdobladas y más allá, podremos comprobar numéricamente que el desdoblamiento Zeeman supone una variación de las longitudes de onda mayor que el efecto Doppler.

Para esto representamos en la figura 6 la Intensidad promediada en la región de campo fuerte presentada en la sección 1 frente a la intensidad del campo débil. Podemos ver como el campo produce este desdoblamiento de las líneas. Cabe destacar que la Intensidad en la región del campo fuerte era mucho menor que la el campo débil pero para poder hacer una comparación visual de los picos hemos multiplicado las cuentas de esta por un factor que igualaba el primer valor del espectro de ambas regiones, en concreto 6.98.

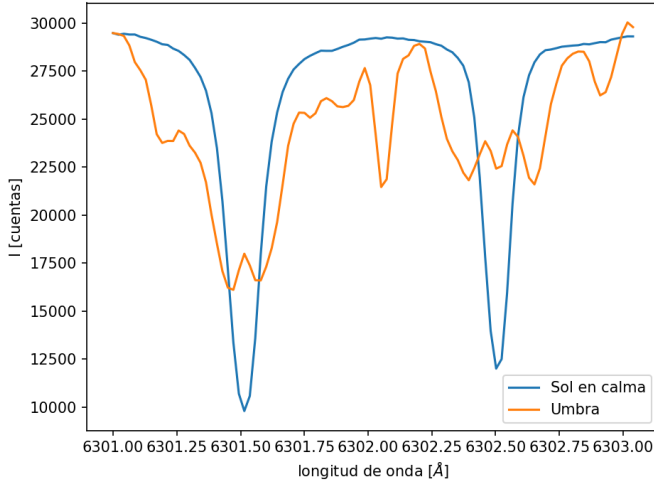


Figure 6: Comparación del espectro de Intensidad promediada en la región de sol en calma (azul) y en la región de umbra (naranja). La intensidad en la umbra ha sido multiplicada por un factor que igualaba el primer valor de la intensidad para una mejor comparación visual.

Ahora que vemos que el efecto del desplazamiento Zeeman es notable podemos calcular la anchura Zeeman producida ($\Delta\lambda_B$) mediante la diferencia de los mínimos de las líneas de absorción en I+V e I-V y compararlo con la anchura Doppler ($\Delta\lambda_D$), calculada como la anchura del mínimo a mitad altura. Estas dos anchuras están medidas y mostradas en la figura 7.

Para el cálculo de los mínimos del segundo pico en ambos espectros hemos utilizado el mismo método explicado en la sección 1, consiguiendo un mínimo con precisión subpíxel. Para la anchura a mitad altura de I+V hemos aproximado el continuo tomando una sección del espectro que seguía una tendencia aproximadamente horizontal y hemos calculado la media de los valores, que como podemos ver representa bien una aproximación del continuo, una vez teníamos esta altura y sabiendo el valor de flujo del mínimo hemos calculado el punto y medio y finalmente para calcular el punto del espectro en la rama izquierda del mínimo que se correspondía a la media altura hemos hecho un ajuste entorno al valor más cercano a ese flujo. De forma muy similar a lo que hemos hecho con el cálculo

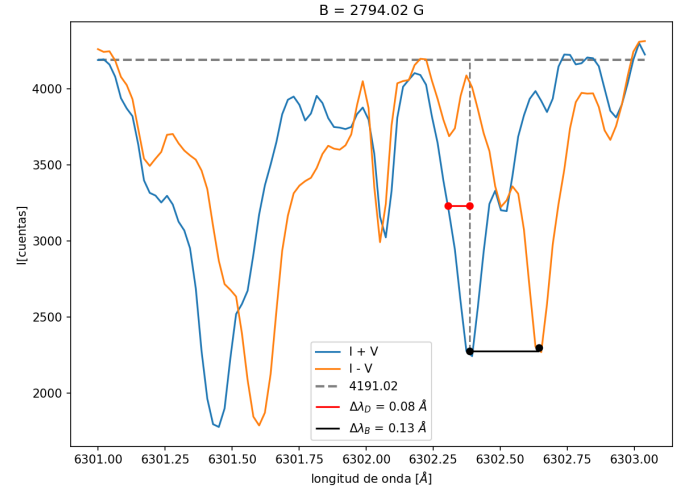


Figure 7: Cálculo de las anchuras Zeeman y Doppler para el segundo pico de absorción del espectro de I+V (azul) e I-V (naranja). La línea aproximada para el continuo en línea discontinua gris. Anchura Zeeman ($\Delta\lambda_B$) en negro y Doppler ($\Delta\lambda_D$) en rojo.

de los mínimos, hemos escrito una función que buscaba el valor más cercano a la media altura y tomando dos puntos por encima y debajo de este hace un ajuste cuadrático de los valores del espectro para obtener un valor exacto del espectro para la media altura.

Con las anchuras calculadas podemos confirmar que nos encontramos en el régimen de campo débil y, más allá, podemos calcular mediante la ecuación 2 un valor del campo magnético:

$$B = 2794.02 \text{ G}$$

2.1.1 Inclinación γ y azimuth ϕ de B

Para este apartado calcularemos los ángulos de inclinación respecto a la línea de visión y de azimuth. El cálculo de estos ángulos puede derivarse de las relaciones de estos con los diferentes parámetros de Stokes, que se presentan en la ecuación 3. La figura 8 presenta un esquema de los dos ángulos a calcular.

$$\begin{aligned} V &\sim \cos(\gamma) \\ Q &\sim \sin^2(\gamma)\cos(2\phi) \\ U &\sim \sin^2(\gamma)\sin(2\phi) \end{aligned} \quad (3)$$

Mediante el desarrollo de estas ecuaciones podemos derivar los ángulos en función de los parámetros de Stokes y, seleccionando una longitud de onda, podemos representar en dos dimensiones los valores de estos ángulos para cada punto de nuestra matriz de datos. Los

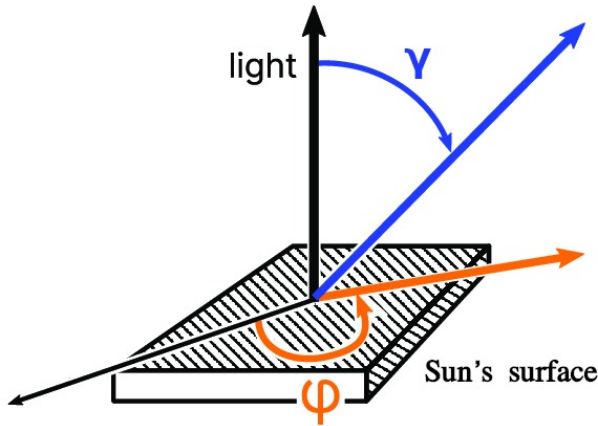


Figure 8: Dibujo esquemático de los dos ángulos a calcular en la práctica, el acimutal (ϕ) y la inclinación (γ).

desarrollos del cálculo de los ángulos están en el apéndice A, las expresiones finales se muestran en la ecuación 4.

$$\gamma = \arccos \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4K^2}}{2K} \quad (4)$$

$$\phi = \frac{1}{2} \cdot \arctan \left(\frac{U}{Q} \right)$$

Donde sabemos que $K = \frac{\sqrt{Q^2 + V^2}}{2}$.

Dicho esto podemos calcular el valor de estos dos ángulos en cada punto. Para ello fijaremos una longitud de onda concreta, que en nuestro caso será una correspondiente al segundo pico de absorción, es decir, la línea con más desdoblamiento Zeeman ($\lambda = 6302.44$). En primer lugar calculamos el azimuth, que se muestra en la figura 9.

Podemos ver cómo el ángulo de azimuth tiene una dirección aproximadamente igual para extremos opuestos de la mancha, dándonos a entender que las líneas de campo magnético siguen la dirección radial hacia afuera o hacia adentro. Esto nos recuerda a la estructura magnética de una mancha solar, ya que las líneas de campo son más verticales en el centro de la mancha donde el campo es más intenso y se horizontalizan hacia afuera de la mancha, saliendo (o entrando).

En segundo lugar podemos representar el ángulo de inclinación, el cual se presenta en la figura 10.

En este caso apreciamos lo que explicábamos en el caso anterior. El campo magnético es vertical en el centro de la mancha, es decir, en la umbra, donde la intensidad de campo es mayor. Conforme la coordenada radial se trasladad hacia la penumbra este se va horizontalizando hasta llegar a la zona de sol en calma,

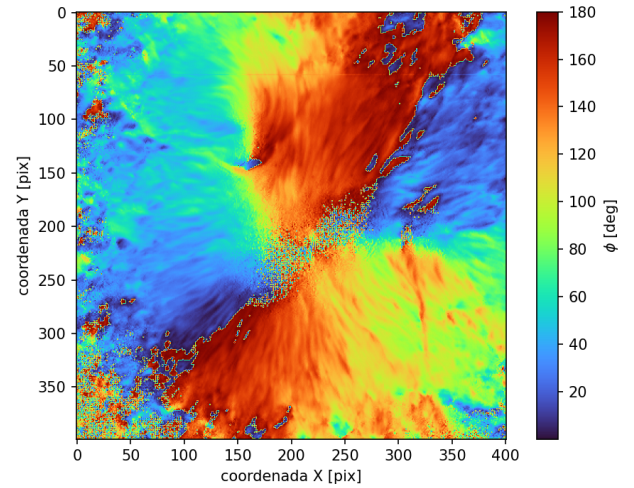


Figure 9: Ángulo de azimuth del campo magnético respecto a la línea de visión.

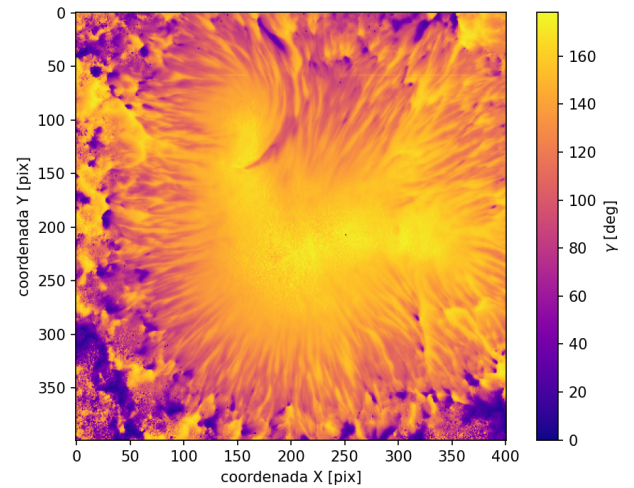


Figure 10: Ángulo de inclinación del campo magnético respecto a la línea de visión.

donde el campo alcanza los 0 grados en algunos puntos y ya tiene un comportamiento que sigue los gránulos locales y que puede llevar a campos de 0 a 180 grados.

2.2 Medida del campo magnético en la red fotosférica: aproximación de campo débil.

En este apartado pasamos a centrarnos en la región de sol en calma, en la que sabemos que al campo se le puede aplicar la aproximación de campo débil. En el caso de el campo débil podemos aproximar el valor de la componente longitudinal como se muestra en la ecuación 5

$$V = -Cg_{\text{eff}}\lambda_0^2 B_{\text{long}} \frac{dI}{d\lambda} \quad (5)$$

Como nos dice el enunciado, la solución del campo magnético longitudinal y su error son las siguientes:

$$B_{\text{long}} = -\frac{1}{C\lambda_0^2 g_{\text{eff}}} \frac{\sum_j V_j \frac{dI_j}{d\lambda_j}}{\sum_j \left(\frac{dI_j}{d\lambda_j}\right)^2}$$

$$\Delta B_{\text{long}} = \pm \frac{\sigma}{C\lambda_0^2 g_{\text{eff}} \sqrt{\sum_j \left(\frac{dI_j}{d\lambda_j}\right)^2}}$$

De esta forma podemos sustituir sencillamente y calcular el campo longitudinal, de donde obtenemos un valor de:

$$B_{\text{long}} = 28.02 \pm 2.95 \text{ G}$$

3 Medida de la temperatura y velocidad

3.1 Determinación de la temperatura

Para esta sección del trabajo aproximaremos la emisión del continuo a la de Planck para una temperatura que debemos determinar y para ello usaremos que la intensidad media en el sol en calma se puede aproximar a la función de Planck para una temperatura de $T = 6300\text{K}$. Despejando del cociente de las dos funciones de Planck podemos calcular la temperatura para cualquier punto. El desarrollo de la ecuación se encuentra en el apéndice B, en la ecuación 6 se muestra el resultado para la temperatura.

$$T = \left[\frac{1}{T_m} - \frac{\lambda k}{hc} \ln \left(\frac{I}{I_{\text{cont}}} \right) \right]^{-1} \quad (6)$$

Donde T_m es el valor propuesto de 6300K para temperatura y I_{cont} es el valor medio de la intensidad en el continuo.

Haciendo este cálculo para todos los puntos de nuestra matriz de datos y fijando la longitud de onda en el mismo valor que para el cálculo de ángulos ($\lambda = 6302.44$), obtenemos el mapa de temperaturas de la manchas solar, que se muestra en la figura 11.

Podemos ver lo esperado, la temperatura en la umbra decae hasta los 4000K aproximadamente, debido a la falta de convección por la intensidad del campo magnético en esta región, que inhibe el calentamiento y por tanto enfría la zona. Hacia el exterior de la mancha la temperatura aumenta hasta llegar a valores esperados en la superficie, como el planteado en el

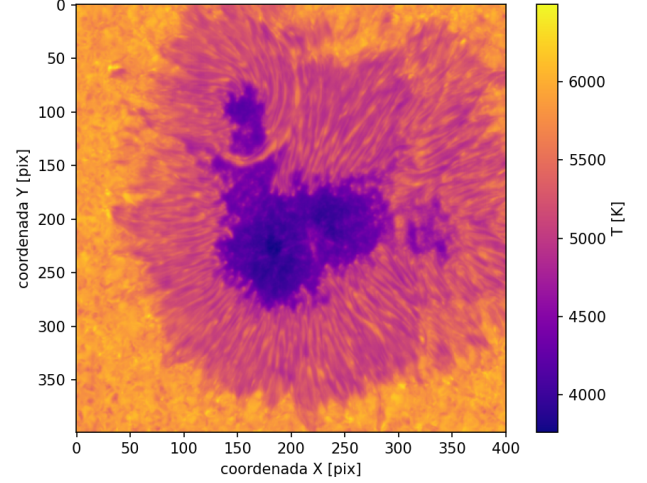


Figure 11: Distribución de temperaturas en la mancha solar.

enunciado de 6300K.

3.2 Determinación de la velocidad

Finalmente calcularemos la distribución de velocidades en la mancha solar mediante la expresión de ensanchamiento Doppler:

$$\Delta\lambda_D = \frac{\lambda v}{c} \quad (7)$$

Para la obtención de este mapa de velocidades lo que hemos hecho es tomar punto a punto nuestra matriz de datos y evaluar el valor del máximo de V , el cual sabemos que aumenta para valores mayores del campo magnético, llegando a un máximo a partir del cual en vez de seguir aumentando las líneas comienzan a separarse. Usando un valor umbral para este máximo del valor del parámetro V podemos clasificar cada punto de nuestra matriz de datos en campo débil o campo fuerte.

Una vez tenemos hecha esta clasificación, comenzaremos por campo fuerte y para calcular su ensanchamiento Zeeman tomaremos el punto medio entre el valor del primer mínimo y el primer máximo del espectro, al cual debemos restar el valor de la longitud de onda correspondiente al primer mínimo de intensidad promediada en el sol en calma (es decir, 6302.44).

Para el caso del campo débil, calcularemos simplemente la diferencia entre este valor del mínimo del promedio de intensidad en el sol en calma y el mínimo de intensidad para ese mismo punto de la matriz de datos.

Así podemos calcular el valor de la velocidad en cada punto de la matriz de datos, que se ve representada en la figura 12.

La fenomenología de los elementos estudiados en el trabajo concuerda con el comportamiento estudiado en clase, por lo que se puede concluir que los resultados del trabajo son satisfactorios.

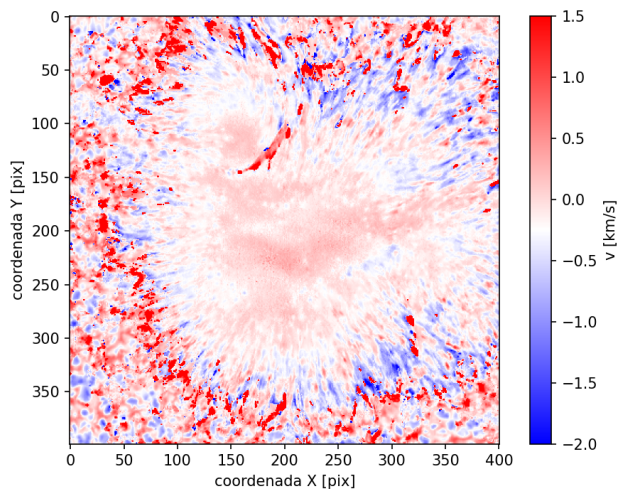


Figure 12: Distribución de velocidades en la mancha solar.

Podemos ver cómo en la figura se aprecia el flujo Evershed, puesto que existe cierta tendencia a velocidades positivas en la región de la izquierda (rojas, redshift) y velocidades negativas en la región derecha (azules, blueshift).

Otro elemento muy interesante que podemos identificar es un puente de luz (*light bridge* en inglés) en la parte superior de la mancha, que se trata de material que está siguiendo líneas de campo magnético y moviéndose con una velocidad de entorno a 1 km/s.

4 Conclusiones

Para concluir el trabajo, podemos afirmar que hemos cumplido con los objetivos del proyecto, los cuales eran:

- Medida de la intensidad/componente longitudinal de B
- Medida de la temperatura en capas del continuo de la fotosfera solar
- Medida de la componente de la velocidad a lo largo de la línea de visión en capas superficiales de la atmósfera solar.

Los tres objetivos se han conseguido, con resultados sólidos con la bibliografía y con la metodología descrita en el enunciado.

A Cálculo de ángulos

A.1 Cálculo de la inclinación γ

En primer lugar tomamos la raíz de la suma cuadrática de Q y V:

$$\frac{\sqrt{Q^2 + V^2}}{2} = \frac{\sqrt{\sin^4(\gamma) \cos^2(2\phi) + \sin^4(\gamma) \sin^2(2\phi)}}{\cos(\gamma)}$$

Seguidamente podemos despejar $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$ del numerador y tomar $\frac{\sqrt{Q^2 + V^2}}{2}$ como K:

$$\frac{\sqrt{\sin^4(\gamma)}}{\cos(\gamma)} = \frac{\sin^2(\gamma)}{\cos(\gamma)} = \frac{1}{K}$$

Finalmente convertimos la ecuación en una cuadrática para $\cos^2(\phi)$ y resolvemos:

$$(1 - \cos^2(\gamma)) K - \cos(\gamma) = 0$$

$$K \cos^2(\gamma) + \cos(\gamma) - K = 0$$

$$\gamma = \arccos \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4K^2}}{2K}$$

A.2 Cálculo del azimuth ϕ

Para el caso del azimuth tomaremos simplemente el cociente de U y Q, y despejamos:

$$\frac{U}{Q} = \frac{\sin(2\phi)}{\cos(2\phi)} = \tan(\phi)$$

$$\phi = \frac{1}{2} \cdot \arctan \left(\frac{U}{Q} \right)$$

B Cálculo de la Temperatura

Tomamos la ecuación de emisión de cuerpo negro de Planck genérica y aproximamos el denominador a una exponencial:

$$B = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{hc/K\lambda T} - 1} = \frac{2hc^2}{\lambda^5 \cdot e^{hc/k\lambda T}}$$

Ahora podemos hacer, de forma genérica, el cociente entre la función de Planck para dos temperaturas diferentes, de forma que queda:

$$\frac{B(T_1)}{B(T_2)} = e^{hc/\lambda k T_2 - hc/\lambda k T_1} = e^{\frac{hc}{\lambda k} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)}$$

Podemos entonces particularizar para nuestro caso concreto y hallar el logaritmo del cociente para deshacernos de la exponencial:

$$\ln \left(\frac{I}{I_{\text{cont}}} \right) = \frac{hc}{\lambda k} \left(\frac{1}{T_m} - \frac{1}{T} \right)$$

Finalmente despejamos la T de la ecuación y nos queda la expresión final:

$$T = \left[\frac{1}{T_m} - \frac{\lambda k}{hc} \ln \left(\frac{I}{I_{\text{cont}}} \right) \right]^{-1}$$