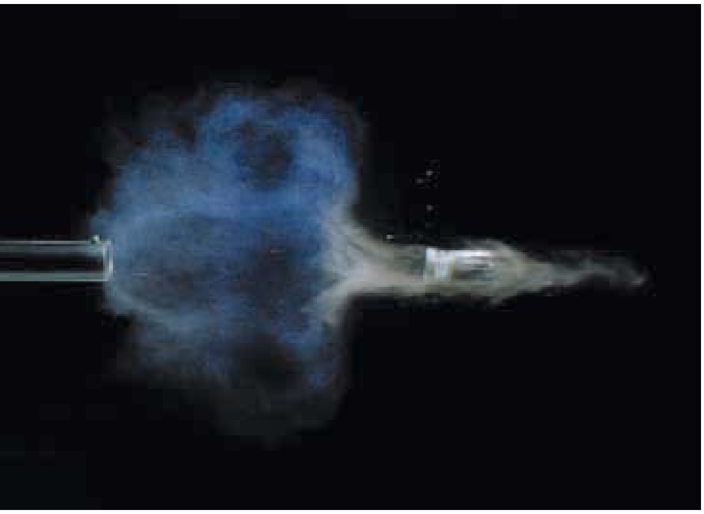
TRABAJO Y ENERGÍA CINÉTICA

6



?Cuando una arma de fuego se dispara, los gases que se expanden en el cañón empujan el proyectil hacia afuera, de acuerdo con la tercera ley de Newton, el proyectil ejerce tanta fuerza sobre los gases, como éstos ejercen sobre aquél. ¿Sería correcto decir que el *proyectil* efectúa trabajo sobre los *gases*?

METAS DE APRENDIZAJE

Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:

- Qué significa que una fuerza efectúe trabajo sobre un cuerpo, y cómo calcular la cantidad de trabajo realizada.
- La definición de energía cinética (energía de movimiento) de un cuerpo, y lo que significa físicamente.
- Cómo el trabajo total efectuado sobre un cuerpo cambia la energía cinética del cuerpo, y cómo utilizar este principio para resolver problemas de mecánica.
- Cómo usar la relación entre trabajo total y cambio de energía cinética, cuando las fuerzas no son constantes y el cuerpo sigue una trayectoria curva, o ambas situaciones.
- Cómo resolver problemas que implican potencia (tasa para efectuar trabajo).

Suponga que trata de calcular la rapidez de una flecha disparada con un arco. Aplica las leyes de Newton y todas las técnicas de resolución de problemas que hemos aprendido, pero se encuentra un obstáculo importante: después de que el arquero suelta la flecha, la cuerda del arco ejerce una fuerza *variable* que depende de la posición de la flecha. Por ello, los métodos sencillos que aprendimos no bastan para calcular la rapidez. No debe temer; nos falta mucho para acabar con la mecánica, y hay otros métodos para manejar esta clase de problemas.

El nuevo método que vamos a presentar usa las ideas de *trabajo* y *energía*. La importancia del concepto de energía surge del *principio de conservación de la energía*: la energía es una cantidad que se puede convertir de una forma a otra, pero no puede crearse ni destruirse. En un motor de automóvil, la energía química almacenada en el combustible se convierte parcialmente en la energía del movimiento del auto, y parcialmente en energía térmica. En un horno de microondas, la energía electromagnética obtenida de la compañía de electricidad se convierte en energía térmica en el alimento cocido. En éstos y todos los demás procesos, la energía *total* —es la suma de toda la energía presente en diferentes formas— no cambia. Todavía no se ha hallado ninguna excepción.

Usaremos el concepto de energía en el resto del libro para estudiar una amplísima gama de fenómenos físicos. La energía nos ayudará a entender por qué un abrigo nos mantiene calientes, cómo el flash de una cámara produce un destello de luz, y el significado de la famosa ecuación de Einstein $E = mc^2$.

En este capítulo, no obstante, nos concentraremos en la mecánica. Conoceremos una importante forma de energía, la *energía cinética* o la energía de movimiento, y su relación con el concepto de *trabajo*. También consideraremos la *potencia*, que es la rapidez con que se realiza trabajo. En el capítulo 7 ampliaremos las ideas de trabajo y energía cinética, para comprender más a fondo los conceptos de energía y conservación de la energía.

6.1 Trabajo

6.1 Estos hombres realizan trabajo conforme empujan sobre el vehículo averiado, porque ejercen una fuerza sobre el auto al moverlo.

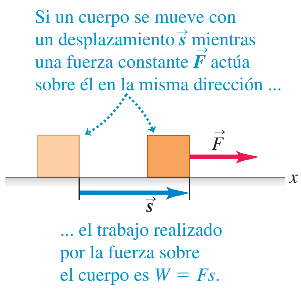
Seguramente usted estará de acuerdo en que cuesta trabajo mover un sofá pesado, levantar una pila de libros del piso hasta colocarla en un estante alto, o empujar un automóvil averiado para retirarlo de la carretera. Todos estos ejemplos concuerdan con el significado cotidiano de *trabajo*: cualquier actividad que requiere esfuerzo muscular o mental.

En física el trabajo tiene una definición mucho más precisa. Al utilizar esa definición, descubriremos que, en cualquier movimiento, por complicado que sea, el trabajo total realizado sobre una partícula por todas las fuerzas que actúan sobre ella es igual al cambio en su *energía cinética*: una cantidad relacionada con la rapidez de la partícula. Esta relación se cumple aún cuando dichas fuerzas no sean constantes, que es una situación que puede ser difícil o imposible de manejar con las técnicas que estudiamos en los capítulos 4 y 5. Los conceptos de trabajo y energía cinética nos permitirán resolver problemas de mecánica que no podríamos haber abordado antes.

En esta sección aprenderemos cómo se define el trabajo y cómo se calcula en diversas situaciones que implican fuerzas *constantes*. Aunque ya sabemos cómo resolver problemas donde las fuerzas son constantes, el concepto de trabajo nos resultará útil. Más adelante en este capítulo deduciremos la relación entre trabajo y energía cinética, y la aplicaremos después en problemas donde las fuerzas *no* son constantes.

Los tres ejemplos de trabajo antes mencionados —mover un sofá, levantar una pila libros y empujar un automóvil— tienen algo en común. En ellos realizamos trabajo ejerciendo una *fuerza* sobre un cuerpo mientras éste se *mueve* de un lugar a otro, es decir, sufre un *desplazamiento* (figura 6.1). Efectuamos más trabajo si la fuerza es mayor (empujamos más fuerte el auto) o si el desplazamiento es mayor (lo empujamos una mayor distancia).

6.2 El trabajo realizado por una fuerza constante que actúa en la misma dirección que el desplazamiento.



El físico define el trabajo con base en estas observaciones. Considere un cuerpo que sufre un desplazamiento de magnitud s en línea recta. (Por ahora, supondremos que todo cuerpo puede tratarse como partícula y despreciaremos cualquier rotación o cambio en la forma del cuerpo.) Mientras el cuerpo se mueve, una fuerza constante $\vec{F}$ actúa sobre él en la dirección del desplazamiento $\vec{s}$ (figura 6.2). Definimos el **trabajo** W realizado por esta fuerza constante en dichas condiciones como el producto de la magnitud F de la fuerza y la magnitud s del desplazamiento:

$$W = Fs \quad \text{(fuerza constante en dirección del desplazamiento rectilíneo)} \qquad (6.1)$$

El trabajo efectuado sobre el cuerpo es mayor si la fuerza F o el desplazamiento s son mayores, lo que coincide con nuestras observaciones anteriores.

CUIDADO **Trabajo $= W$, peso $= w$** No confunda W (trabajo) con w (peso). Si bien los símbolos son casi iguales, se trata de cantidades distintas.

La unidad de trabajo en el SI es el **joule** (que se abrevia J y se pronuncia "yul", nombrada así en honor del físico inglés del siglo XIX James Prescott Joule). Por la ecuación (6.1), vemos que, en cualquier sistema de unidades, la unidad de trabajo es la unidad de fuerza multiplicada por la unidad de distancia. En el SI la unidad de fuerza es el newton y la unidad de distancia es el metro, así que 1 joule equivale a un *newton-metro* $(\text{N} \cdot \text{m})$:

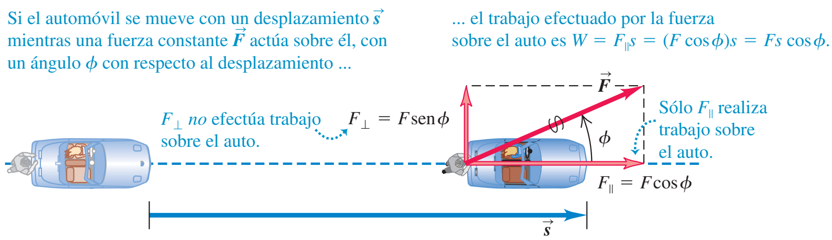
$$1 \text{ joule} = (1 \text{ newton})(1 \text{ metro}) \quad \text{o bien} \quad 1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$$

En el sistema británico, la unidad de fuerza es la libra (Ib), la unidad de distancia es el pie (ft), y la unidad de trabajo es el *pie-libra* $(\text{ft} \cdot \text{lb})$. Estas conversiones son útiles:

$$1 \text{ J} = 0.7376 \text{ ft} \cdot \text{lb} \qquad 1 \text{ ft} \cdot \text{lb} = 1.356 \text{ J}$$

Como ilustración de la ecuación (6.1), pensemos en una persona que empuja un automóvil averiado. Si lo empuja a lo largo de un desplazamiento $\vec{s}$ con una fuerza constante $\vec{F}$ en la dirección del movimiento, la cantidad de trabajo que efectúa sobre el auto está dada por la ecuación (6.1): $W = Fs$. Sin embargo, ¿y si la persona hubiera empujado con un ángulo ϕ con respecto al desplazamiento del auto (figura 6.3)? Entonces $\vec{F}$ tiene una componente $F_{\parallel} = F\cos\phi$ en la dirección del desplazamiento y una componente $F_{\perp} = F\operatorname{sen}\phi$ que actúa perpendicular al desplazamiento. (Otras fuerzas deben actuar sobre el automóvil para que se mueva en la dirección de $\vec{s}$, no

6.3 El trabajo realizado por una fuerza constante que actúa con un ángulo relativo al desplazamiento.



en la dirección de $\vec{F}$; sin embargo, sólo nos interesa el trabajo realizado por la persona, así que sólo consideraremos la fuerza que ésta ejerce.) En este caso, sólo la componente paralela $F_{\parallel}$ es eficaz para mover el auto, por lo que definimos el trabajo como el producto de esta componente de fuerza y la magnitud del desplazamiento. Por lo tanto, $W = F_{\parallel}s = (F\cos\phi)s$, o bien,

5.1 Cálculos de trabajo

$$W = Fs\cos\phi \quad \text{(fuerza constante, desplazamiento rectilíneo)} \tag{6.2}$$

Estamos suponiendo que F y ϕ son constantes durante el desplazamiento. Si $\phi = 0$ y $\vec{F}$ y $\vec{s}$ tienen la misma dirección, entonces $\cos\phi = 1$ y volvemos a la ecuación (6.1).

La ecuación (6.2) tiene la forma del *producto escalar* de dos vectores (presentado en la sección 1 .10): $\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\phi$. Quizá usted desee repasar esa definición. Ello nos permite escribir la ecuación (6.2) de forma más compacta:

$$W = \vec{F}\cdot\vec{s} \quad \text{(fuerza constante, desplazamiento rectilíneo)} \tag{6.3}$$

CUIDADO **El trabajo es un escalar** Veamos un punto fundamental: el trabajo es una cantidad *escalar*, aunque se calcule usando dos cantidades vectoriales (fuerza y desplazamiento). Una fuerza de 5 N al este que actúa sobre un cuerpo que se mueve 6 m al este realiza exactamente el mismo trabajo, que una fuerza de 5 N al norte que actúa sobre un cuerpo que se mueve 6 m al norte.

Ejemplo 6.1 Trabajo efectuado por una fuerza constante

a) Esteban ejerce una fuerza constante de magnitud 210 N (aproximadamente 47 lb) sobre el automóvil averiado de la figura 6.3, mientras lo empuja una distancia de 18 m. Además, un neumático se desinfló, así que, para lograr que el auto avance al frente, Esteban debe empujarlo con un ángulo de 30° con respecto a la dirección del movimiento. ¿Cuánto trabajo efectúa Esteban? *b*) Con ánimo de ayudar, Esteban empuja un segundo automóvil averiado con una fuerza constante $\vec{F} = (160\text{ N})\hat{\imath} - (40\text{ N})\hat{\jmath}$. El desplazamiento del automóvil es $\vec{s} = (14\text{ m})\hat{\imath} + (11\text{ m})\hat{\jmath}$. ¿Cuánto trabajo efectúa Esteban en este caso?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: En ambos incisos, *a*) y *b*), la incógnita es el trabajo W efectuado por Esteban. En ambos casos, la fuerza es constante y el desplazamiento es rectilíneo, así que podemos usar la ecuación (6.2) o la ecuación (6.3).

PLANTEAR: El ángulo entre $\vec{F}$ y $\vec{s}$ se da explícitamente en el inciso *a*), de manera que podemos aplicar directamente la ecuación (6.2). En el inciso *b*), no se da el ángulo, así que nos conviene más calcular el producto escalar de la ecuación (6.3), a partir de las componentes de $\vec{F}$ y $\vec{s}$, como en la ecuación (1.21): $\vec{A}\cdot\vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$.

EJECUTAR: *a*) Por la ecuación (6.2),

$$W = Fs\cos\phi = (210\text{ N})(18\text{ m})\cos 30° = 3.3\times 10^3\text{ J}$$

b) Las componentes de $\vec{F}$ son $F_x = 160$ N y $F_y = -40$ N, en tanto que las componentes de $\vec{s}$ son $x = 14$ m y $y = 11$ m. (No hay componentes z para ningún vector.) Así, utilizando las ecuaciones (1.21) y (6.3),

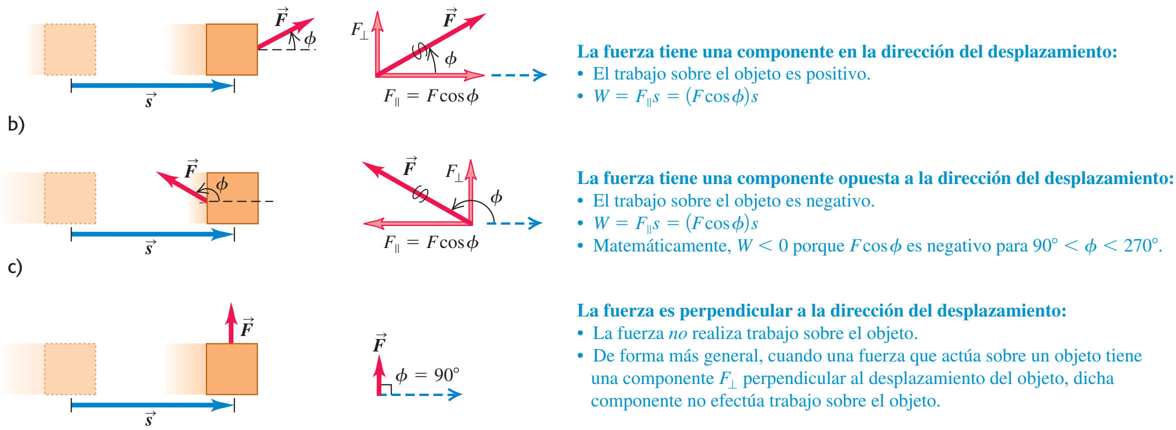
$$\begin{aligned} W &= \vec{F}\cdot\vec{s} = F_xx + F_yy \\ &= (160\text{ N})(14\text{ m}) + (-40\text{ N})(11\text{ m}) \\ &= 1.8\times 10^3\text{ J} \end{aligned}$$

EVALUAR: En cada caso, el trabajo que efectúa Esteban es mayor que 1000 J. Nuestros resultados muestran que 1 joule es relativamente poco trabajo.

Trabajo: Positivo, negativo o cero

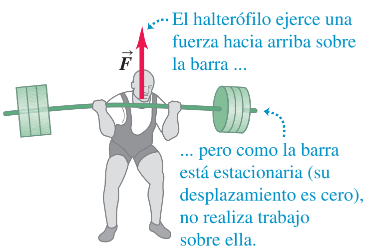
En el ejemplo 6.1, el trabajo efectuado al empujar los autos fue positivo. No obstante, es importante entender que el trabajo también puede ser negativo o cero. Ésta es la diferencia esencial entre la definición de trabajo en física y la definición "cotidiana" del mismo.

6.4 Una fuerza constante $\vec{F}$ puede efectuar trabajo positivo, negativo o cero, dependiendo del ángulo entre $\vec{F}$ y el desplazamiento $\vec{s}$.



Si la fuerza tiene una componente *en la misma dirección* que el desplazamiento (ϕ entre 0 y 90°), cos ϕ en la ecuación (6.2) es positivo y el trabajo W es *positivo* (figura 6.4a). Si la fuerza tiene una componente *opuesta* al desplazamiento (ϕ entre 90 y 180°), cos ϕ es negativo y el trabajo es *negativo* (figura 6.4b). Si la fuerza es *perpendicular* al desplazamiento, $\phi = 90°$ y el trabajo realizado por la fuerza es *cero* (figura 6.4c). Los casos de trabajo cero y negativo ameritan mayor estudio; veamos algunos ejemplos.

6.5 Un halterófilo no realiza trabajo sobre una barra si la mantiene estacionaria.

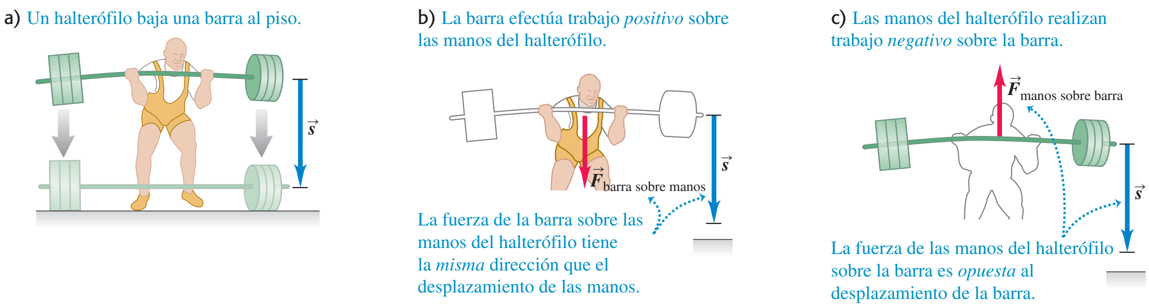


Hay muchas situaciones donde actúan fuerzas pero no realizan trabajo. Quizás usted piense que "cuesta trabajo" sostener una barra de halterofilia inmóvil en el aire durante cinco minutos (figura 6.5); pero en realidad no se está realizando trabajo sobre la barra porque no hay desplazamiento. Nos cansamos porque las componentes de las fibras musculares de los brazos realizan trabajo al contraerse y relajarse continuamente. Sin embargo, se trata de trabajo efectuado por una parte del brazo que ejerce fuerza sobre otra, *no* sobre la barra. (En la sección 6.2 hablaremos más del trabajo realizado por una parte de un cuerpo sobre otra.) Aun si usted camina con velocidad constante por un piso horizontal llevando un libro, no realiza trabajo sobre éste. El libro tiene un desplazamiento, pero la fuerza de soporte (vertical) que usted ejerce sobre el libro no tiene componente en la dirección (horizontal) del movimiento: $\phi = 90°$ en la ecuación (6.2) y cos $\phi = 0$. Si un cuerpo se desliza por una superficie, el trabajo realizado sobre él por la fuerza normal es cero; y cuando una pelota atada a un cordón se pone en movimiento circular uniforme, el trabajo realizado sobre ella por la tensión en el cordón es cero. En ambos casos, el trabajo es cero porque la fuerza no tiene componente en la dirección del movimiento.

¿Qué significa realmente realizar trabajo *negativo*? La respuesta está en la tercera ley de Newton del movimiento. Cuando un halterófilo (levantador de pesas) baja una barra como en la figura 6.6a, sus manos y la barra se mueven juntas con el mismo desplazamiento $\vec{s}$. La barra ejerce una fuerza $\vec{F}_{\text{barra sobre manos}}$ sobre sus manos en la misma dirección que el desplazamiento de éstas, así que el trabajo realizado por la *barra* sobre sus *manos* es positivo (figura 6.6b). Sin embargo, por la tercera ley de Newton, las manos del halterófilo ejerce una fuerza igual y opuesta $\vec{F}_{\text{manos sobre barra}} = -\vec{F}_{\text{barra sobre manos}}$ sobre la barra (figura 6.6c). Esta fuerza, que evita que la barra se estrelle contra el piso, actúa opuesta al desplazamiento de la barra. Por lo tanto, el trabajo realizado por sus *manos* sobre la *barra* es negativo. Puesto que las manos del halterófilo y la barra tienen el mismo desplazamiento, el trabajo realizado por sus manos sobre la barra es justo el negativo del realizado por la barra sobre sus manos. En general, cuando un cuerpo realiza trabajo negativo sobre otro cuerpo, éste realiza una cantidad igual de trabajo *positivo* sobre el primero.

CUIDADO **Tenga presente quién hace el trabajo** Siempre hablamos de trabajo realizado *sobre* un cuerpo específico *por* una fuerza determinada. Nunca olvide especificar exactamen-

6.6 Las manos de este halterófilo efectúan trabajo negativo sobre la barra, mientras que la barra realiza trabajo positivo sobre sus manos.



te qué fuerza realiza el trabajo en cuestión. Si levantamos un libro, ejercemos una fuerza hacia arriba sobre el libro y el desplazamiento de éste es hacia arriba, así que el trabajo realizado por la fuerza de levantamiento sobre el libro es positivo. En cambio, el trabajo realizado por la fuerza *gravitacional* (peso) sobre el libro que se levanta es *negativo*, porque tal fuerza es opuesta al desplazamiento hacia arriba.

Trabajo total

¿Cómo calculamos el trabajo cuando *varias* fuerzas actúan sobre un cuerpo? Podemos usar las ecuaciones (6.2) o (6.3) para calcular el trabajo realizado por cada fuerza individual. Puesto que el trabajo es una cantidad escalar, el trabajo *total* W_{tot} realizado por todas las fuerzas sobre el cuerpo es la suma algebraica de los trabajos realizados por las fuerzas individuales. Otra forma de calcular W_{tot} es calcular la suma vectorial de las fuerzas (es decir, la fuerza neta) y usarla en vez de $\vec{F}$ en la ecuación (6.2) o en la (6.3). El siguiente ejemplo ilustra ambas técnicas.

Ejemplo 6.2 Trabajo realizado por varias fuerzas

Un granjero engancha su tractor a un trineo cargado con leña y lo arrastra 20 m sobre el suelo horizontal (figura 6.7a). El peso total del trineo y la carga es de 14,700 N. El tractor ejerce una fuerza constante de 5000 N a 36.9° sobre la horizontal, como se indica en la figura 6.7b. Una fuerza de fricción de 3500 N se opone al movimiento del trineo. Calcule el trabajo realizado por cada fuerza que actúa sobre el trineo y el trabajo total de todas las fuerzas.

SOLUCIÓN

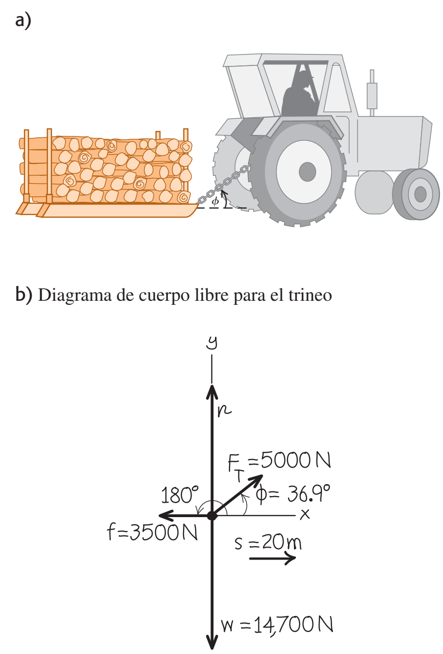
IDENTIFICAR: Todas las fuerzas son constantes y el desplazamiento es rectilíneo, de manera que podemos calcular el trabajo empleando los conceptos usados en esta sección. Obtendremos el trabajo total de dos maneras: 1. sumando los trabajos efectuados por cada fuerza sobre el trineo, y 2. calculando el trabajo efectuado por la fuerza neta que actúa sobre el trineo.

PLANTEAR: Puesto que estamos trabajando con fuerzas, los primeros pasos son dibujar un diagrama de cuerpo libre que muestre todas las fuerzas que actúan sobre el trineo, y elegir un sistema de coordenadas (figura 6.7b). Conocemos el ángulo entre el desplazamiento (en la dirección $+x$) y cada una de las cuatro fuerzas: peso, fuerza normal, fuerza del tractor y fuerza de fricción. Por lo tanto, con la ecuación (6.2) calculamos el trabajo realizado por cada fuerza.

Como vimos en el capítulo 5, para obtener la fuerza neta sumamos las componentes de las cuatro fuerzas. La segunda ley de Newton nos dice que, como el movimiento del trineo es exclusivamente horizontal, la fuerza neta sólo tiene una componente horizontal.

EJECUTAR: El trabajo W_w realizado por el peso es cero, porque su dirección es perpendicular al desplazamiento. (compare esto con la figura 6.4c) Lo mismo sucede con la fuerza normal, el trabajo W_n

6.7 Cálculo del trabajo realizado sobre un trineo de leña que es arrastrado por un tractor.



continúa

realizado por la fuerza normal es cero. Entonces, $W_w = W_n = 0$. (Por cierto, la magnitud de la fuerza normal es menor que el peso; véase el ejemplo 5.15 de la sección 5.3, donde el diagrama de cuerpo libre es muy similar.)

Nos queda la fuerza F_T ejercida por el tractor y la fuerza de fricción f. Por la ecuación (6.2), el trabajo W_T efectuado por el tractor es

$$W_T = F_T s\cos\phi = (5000\text{ N})(20\text{ m})(0.800) = 80{,}000\text{ N}\cdot\text{m}$$
$$= 80\text{ kJ}$$

La fuerza de fricción $\vec{f}$ es opuesta al desplazamiento, así que $\phi = 180°$ y $\cos\phi = -1$. El trabajo W_f realizado por la fuerza de fricción es

$$W_f = fs\cos 180° = (3500\text{ N})(20\text{ m})(-1) = -70{,}000\text{ N}\cdot\text{m}$$
$$= -70\text{ kJ}$$

El trabajo total W_{tot} realizado por todas las fuerzas sobre el trineo es la suma *algebraica* del trabajo realizado por cada fuerza individual:

$$W_{tot} = W_w + W_n + W_T + W_f = 0 + 0 + 80\text{ kJ} + (-70\text{ kJ})$$
$$= 10\text{ kJ}$$

Usando la otra estrategia, primero obtenemos la suma *vectorial* de todas las fuerzas (la fuerza neta) y la usamos para calcular el trabajo total. La mejor forma de hacerlo es usando componentes. De la figura 6.7b,

$$\sum F_x = F_T\cos\phi + (-f) = (5000\text{ N})\cos 36.9° - 3500\text{ N}$$
$$= 500\text{ N}$$
$$\sum F_y = F_T\,\text{sen}\,\phi + n + (-w)$$
$$= (5000\text{ N})\,\text{sen}\,36.9° + n - 14{,}700\text{ N}$$

No necesitamos la segunda ecuación; sabemos que la componente y de fuerza es perpendicular al desplazamiento, así que no realiza trabajo. Además, no hay componente y de aceleración, así que de cualquier forma $\sum F_y$ debe ser cero. Por lo tanto, el trabajo total es el realizado por la componente x total:

$$W_{tot} = \left(\sum \vec{F}\right)\cdot\vec{s} = \left(\sum F_x\right)s = (500\text{ N})(20\text{ m}) = 10{,}000\text{ J}$$
$$= 10\text{ kJ}$$

EVALUAR: Obtenemos el mismo valor de W_{tot} con los dos métodos, como debería ser.

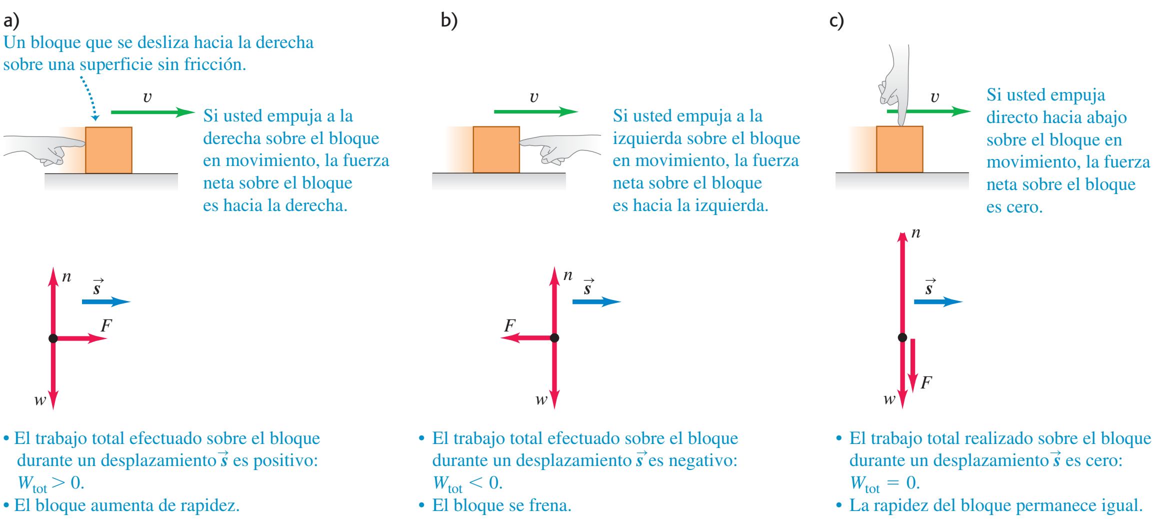
Observe que la fuerza neta en la dirección x *no* es cero, así que el trineo se está acelerando. En la sección 6.2 volveremos a este ejemplo y veremos cómo usar el concepto de trabajo para explorar el movimiento del trineo.

Evalúe su comprensión de la sección 6.1 Un electrón se mueve en línea recta hacia el este con una rapidez constante de 8×10^7 m/s. Tiene fuerzas eléctrica, magnética y gravitacional que actúan sobre él. Durante un desplazamiento de 1 metro, el trabajo total efectuado sobre el electrón es i) positivo, ii) negativo, iii) cero, iv) no hay suficiente información para decidir.

6.2 Energía cinética y el teorema trabajo-energía

El trabajo total realizado por fuerzas externas sobre un cuerpo se relaciona con el desplazamiento de éste (los cambios en su posición), pero también está relacionado con los cambios en la *rapidez* del cuerpo. Para comprobarlo, considere la figura 6.8, que

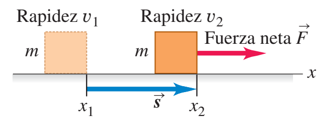
6.8 La relación entre el trabajo total efectuado sobre un cuerpo y la manera en que cambia la rapidez del cuerpo.



muestra tres ejemplos de un bloque que se desliza sobre una mesa sin fricción. Las fuerzas que actúan sobre el bloque son su peso $\vec{w}$, 1a fuerza normal $\vec{n}$ y la fuerza $\vec{F}$ ejercida por la mano.

En la figura 6.8a, la fuerza neta sobre el bloque es en la dirección de su movimiento. Por la segunda ley de Newton, ello significa que el bloque se acelera; la ecuación (6.1) nos indica también que el trabajo total W_{tot} efectuado sobre el bloque es positivo. El trabajo total es *negativo* en la figura 6.8b porque la fuerza neta se opone al desplazamiento; aquí el bloque se frena. La fuerza neta es cero en la figura 6.8c, así que la rapidez del bloque no cambia y el trabajo total efectuado sobre él es cero. Podemos concluir que, *si una partícula se desplaza, se acelera si* $W_{tot} > 0$, *se frena si* $W_{tot} < 0$ *y mantiene su rapidez si* $W_{tot} = 0$.

Hagamos más cuantitativas tales observaciones. Considere una partícula con masa m que se mueve en el eje x bajo la acción de una fuerza neta constante de magnitud F dirigida hacia el eje $+x$ (figura 6.9). La aceleración de la partícula es constante y está dada por la segunda ley de Newton, $F = ma_x$. Suponga que la rapidez cambia de v_1 a v_2 mientras la partícula sufre un desplazamiento $s = x_2 - x_1$ del punto x_1 al x_2. Usando una ecuación de aceleración constante, ecuación (2.13), y sustituyendo v_{0x} por v_1, v_x por v_2 y $(x - x_0)$ por s, tenemos



6.9 Una fuerza neta constante $\vec{F}$ efectúa trabajo sobre un cuerpo en movimiento.

$$v_2^2 = v_1^2 + 2a_x s$$

$$a_x = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s}$$

Al multiplicar esta ecuación por m y sustituir ma_x por la fuerza neta F, obtenemos

$$F = ma_x = m\frac{v_2^2 - v_1^2}{2s} \quad \text{y}$$
$$Fs = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \qquad (6.4)$$

El producto Fs es el trabajo efectuado por la fuerza neta F y, por lo tanto, es igual al trabajo total W_{tot} efectuado por todas las fuerzas que actúan sobre la partícula. Llamamos a la cantidad $\frac{1}{2}mv^2$ la **energía cinética** K de la partícula (definición de energía cinética):

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \qquad \text{(definición de energía cinética)} \qquad (6.5)$$

Igual que el trabajo, la energía cinética de una partícula es una cantidad escalar; sólo depende de la masa y la rapidez de la partícula, no de su dirección de movimiento. Un automóvil (visto como partícula) tiene la misma energía cinética yendo al norte a 10 m/s que yendo al este a 10 m/s. La energía cinética nunca puede ser negativa, y es cero sólo si la partícula está en reposo.

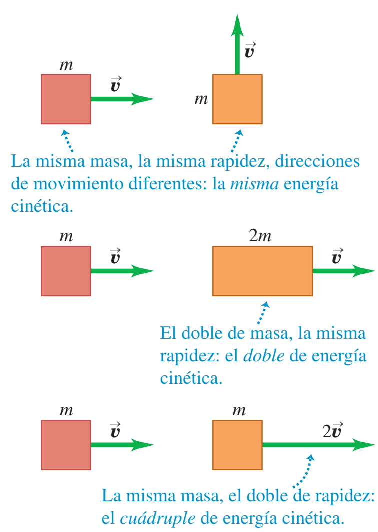
Ahora podemos interpretar la ecuación (6.4) en términos de trabajo y energía cinética. El primer término del miembro derecho de la ecuación (6.4) es $K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2$, la energía cinética final de la partícula (es decir, después del desplazamiento). El segundo término es la energía cinética inicial, $K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$, y la diferencia entre estos términos es el *cambio* de energía cinética. Así, la ecuación (6.4) dice:

El trabajo efectuado por la fuerza neta sobre una partícula es igual al cambio de energía cinética de la partícula:

$$W_{tot} = K_2 - K_1 = \Delta K \qquad \text{(teorema trabajo-energía)} \qquad (6.6)$$

Éste es el resultado del **teorema trabajo-energía**.

6.10 Comparación entre la energía cinética $K = \frac{1}{2}mv^2$ de cuerpos distintos.



El teorema trabajo-energía concuerda con nuestras observaciones acerca del bloque de la figura 6.8. Si W_{tot} es *positivo*, la energía cinética *aumenta* (la energía cinética final K_2 es mayor que la energía cinética inicial K_1) y la partícula tiene mayor rapidez al final del desplazamiento que al principio. Si W_{tot} es *negativa*, la energía cinética *disminuye* (K_2 es menor que K_1) y la rapidez es menor después del desplazamiento. Si $W_{tot} = 0$, la energía cinética permanece igual ($K_1 = K_2$) y la rapidez no cambia. Observe que el teorema trabajo-energía sólo indica cambios en la *rapidez*, no en la velocidad, pues la energía cinética no depende de la dirección del movimiento.

Por la ecuación (6.4) o la (6.6), la energía cinética y el trabajo deben tener las mismas unidades. Por lo tanto, el joule es la unidad del SI tanto del trabajo como de la energía cinética (y, como veremos, de todos los tipos de energía). Para verificarlo, observe que la cantidad $K = \frac{1}{2}mv^2$ tiene unidades de $\text{kg} \cdot (\text{m/s})^2$ o $\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$; recordamos que $1\ \text{N} = 1\ \text{kg} \cdot \text{m/s}^2$, así que

$$1\ \text{J} = 1\ \text{N} \cdot \text{m} = 1\ (\text{kg} \cdot \text{m/s}^2) \cdot \text{m} = 1\ \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

En el sistema británico, la unidad de energía cinética y trabajo es

$$1\ \text{ft} \cdot \text{lb} = 1\ \text{ft} \cdot \text{slug} \cdot \text{ft/s}^2 = 1\ \text{slug} \cdot \text{ft}^2/\text{s}^2$$

Puesto que usamos las leyes de Newton para deducir el teorema trabajo-energía, sólo podemos usarlo en un marco de referencia inercial. Además, observe que el teorema es válido en *cualquier* marco inercial; sin embargo, los valores de W_{tot} y $K_2 - K_1$ podrían diferir de un marco inercial a otro (porque el desplazamiento y la rapidez de un cuerpo pueden ser diferentes en diferentes marcos).

Dedujimos el teorema trabajo-energía para el caso especial de movimiento rectilíneo con fuerzas constantes, y en los siguientes ejemplos sólo lo aplicaremos a ese caso especial. En la siguiente sección veremos que el teorema es válido en general, aun si las fuerzas no son constantes y la trayectoria de la partícula es curva.

Estrategia para resolver problemas 6.1 Trabajo y energía cinética

IDENTIFICAR *los conceptos pertinentes:* El teorema trabajo-energía es extremadamente útil en situaciones donde se desea relacionar la rapidez v_1 de un cuerpo en un punto de su movimiento, con su rapidez v_2 en otro punto. (El enfoque es menos útil en problemas donde interviene el *tiempo*, como determinar cuánto tarda un cuerpo en ir del punto 1 al punto 2. Ello se debe a que en el teorema trabajo-energía no interviene el tiempo. Si es preciso calcular tiempos, suele ser mejor utilizar las relaciones entre tiempo, posición, velocidad y aceleración que describimos en los capítulos 2 y 3.)

PLANTEAR *el problema* con los pasos siguientes:

1. Elija las posiciones inicial y final del cuerpo, y dibuje un diagrama de cuerpo libre con todas las fuerzas que actúan sobre él.
2. Elija un sistema de coordenadas. (Si el movimiento es rectilíneo, lo más fácil suele ser que las posiciones tanto inicial como final estén sobre el eje x.)
3. Elabore una lista de las cantidades conocidas y desconocidas, y decida cuáles son las incógnitas. En algunos casos, la incógnita será la rapidez inicial o final del cuerpo; en otros, será la magnitud de una de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, o sobre el desplazamiento de éste.

EJECUTAR *la solución:* Calcule el trabajo W efectuado por cada fuerza. Si la fuerza es constante y el desplazamiento es en línea recta, se puede usar la ecuación (6.2) o la (6.3). (Más adelante en este capítulo veremos cómo manejar fuerzas variables y trayectorias curvas.) Revise el signo del trabajo; W debe ser positivo si la fuerza tiene una componente en la dirección del desplazamiento, negativo si la fuerza tiene una componente opuesta al desplazamiento, y cero si la fuerza y el desplazamiento son perpendiculares.

Sume los trabajos realizados por cada fuerza para obtener el trabajo total W_{tot}. A veces es más fácil obtener primero la suma vectorial de las fuerzas (la fuerza neta) y luego calcular el trabajo efectuado por la fuerza neta; este valor también es W_{tot}.

Escriba expresiones para la energía cinética inicial y final (K_1 y K_2). Tenga presente que en la energía cinética interviene la *masa*, no el *peso*; si le dan el peso del cuerpo, tendrá que usar la relación $w = mg$ para calcular la masa.

Por último, use $W_{tot} = K_2 - K_1$ para despejar la incógnita. Recuerde que el miembro derecho de esta ecuación es la energía cinética *final* menos la energía cinética *inicial*, nunca al revés.

EVALUAR *la respuesta:* Compruebe que su respuesta sea lógica físicamente. Recuerde sobre todo que la energía cinética $K = \frac{1}{2}mv^2$ nunca puede ser negativa. Si obtiene una K negativa, quizás intercambió las energías inicial y final en $W_{tot} = K_2 - K_1$ o tuvo un error de signo en uno de los cálculos de trabajo.

Ejemplo 6.3 Uso de trabajo y energía para calcular rapidez

Veamos otra vez el trineo de la figura 6.7 y las cifras finales del ejemplo 6.2. Suponga que la rapidez inicial v_1 es 2.0 m/s. ¿Cuál es la rapidez final del trineo después de avanzar 20 m?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Usaremos el teorema trabajo-energía, ecuación (6.6) ($W_{tot} = K_2 - K_1$), pues nos dan la rapidez inicial $v_1 = 2.0$ m/s y nos piden calcular la rapidez final.

PLANTEAR: La figura 6.11 muestra nuestro esquema de la situación. El movimiento es en la dirección $+x$.

EJECUTAR: Ya calculamos que trabajo total de todas las fuerzas en el ejemplo 6.2: $W_{tot} = 10$ kJ. Por lo tanto, la energía cinética del trineo y su carga debe aumentar en 10 kJ.

Si queremos escribir expresiones para las energías cinéticas inicial y final, necesitamos la masa del trineo y la carga. Nos dicen que el *peso* es de 14,700 N, así que la masa es

$$m = \frac{w}{g} = \frac{14{,}700\ \text{N}}{9.8\ \text{m/s}^2} = 1500\ \text{kg}$$

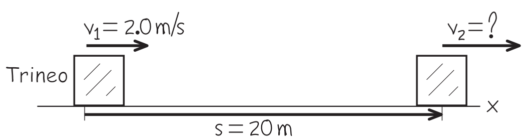
Entonces, la energía cinética inicial K_1 es

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}(1500\ \text{kg})(2.0\ \text{m/s})^2 = 3000\ \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$$
$$= 3000\ \text{J}$$

La energía cinética final K_2 es

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}(1500\ \text{kg})v_2^2$$

6.11 Nuestro esquema para este problema.



donde v_2 es la rapidez que nos interesa. La ecuación (6.6) da

$$K_2 = K_1 + W_{tot} = 3000\ \text{J} + 10{,}000\ \text{J} = 13{,}000\ \text{J}$$

Igualamos estas dos expresiones de K_2, sustituimos 1 J = 1 kg · m^2/s^2, y despejamos v_2:

$$v_2 = 4.2\ \text{m/s}$$

EVALUAR: El trabajo total es positivo, de manera que la energía cinética aumenta ($K_2 > K_1$) y la rapidez aumenta ($v_2 > v_1$).

Este problema también puede resolverse sin el teorema trabajo-energía. Podemos obtener la aceleración de $\sum\vec{F} = m\vec{a}$ y usar después las ecuaciones de movimiento con aceleración constante para obtener v_2. Como la aceleración es en el eje x,

$$a = a_x = \frac{\sum F_x}{m} = \frac{(5000\ \text{N})\cos 36.9° - 3500\ \text{N}}{1500\ \text{kg}}$$
$$= 0.333\ \text{m/s}^2$$

Entonces, con la ecuación (2.13),

$$v_2^2 = v_1^2 + 2as = (2.0\ \text{m/s})^2 + 2(0.333\ \text{m/s}^2)(20\ \text{m})$$
$$= 17.3\ \text{m}^2/\text{s}^2$$
$$v_2 = 4.2\ \text{m/s}$$

Obtuvimos el mismo resultado con el enfoque de trabajo-energía; no obstante, ahí evitamos el paso intermedio de calcular la aceleración. Veremos varios ejemplos más en este capítulo y en el siguiente que *pueden* resolverse sin considerar la energía, aunque son más fáciles si lo hacemos. Si un problema puede resolverse con dos métodos distintos, resolverlo con ambos (como hicimos aquí) es una buena forma de comprobar los resultados.

Ejemplo 6.4 Fuerzas sobre un martillo

En un martinete, un martillo de acero con masa de 200 kg se levanta 3.00 m sobre el tope de una viga en forma de I vertical, que se está clavando en el suelo (figura 6.12a). El martillo se suelta, metiendo la viga-I otros 7.4 cm en el suelo. Los rieles verticales que guían el martillo ejercen una fuerza de fricción constante de 60 N sobre éste. Use el teorema trabajo-energía para determinar *a*) la rapidez del martillo justo antes de golpear la viga-I y *b*) la fuerza media que el martillo ejerce sobre la viga-I. Ignore los efectos del aire.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Usaremos el teorema trabajo-energía para relacionar la rapidez del martillo en distintos lugares con las fuerzas que actúan sobre él. Aquí nos interesan *tres* posiciones: el punto 1, donde el martillo parte del reposo; el punto 2, donde hace contacto primero con la viga-I; y el punto 3, donde el martillo se detiene (véase la figura 6.12a). Las dos incógnitas son la rapidez del martillo en el punto 2 y la fuerza que el martillo ejerce entre los puntos 2 y 3. Entonces, aplicaremos el teorema trabajo-energía dos veces: una al movimiento del punto 1 al 2, y otra al movimiento de 2 a 3.

PLANTEAR: La figura 6.12b muestra las fuerzas verticales que actúan sobre el martillo en caída del punto 1 al punto 2. (Podemos ignorar cualesquiera fuerzas horizontales que pudieran estar presentes, pues no efectúan trabajo cuando el martillo se desplaza verticalmente.) En esta parte del movimiento, la incógnita es la rapidez del martillo v_2.

La figura 6. 12c muestra las fuerzas verticales que actúan sobre el martillo durante el movimiento del punto 2 al punto 3. Además de las fuerzas mostradas en la figura 6.12b, la viga-I ejerce una fuerza normal hacia arriba de magnitud n sobre el martillo. En realidad, esta fuerza varía conforme el martillo se va deteniendo; pero por sencillez

continúa

consideraremos n constante. Así n representa el valor *medio* de esta fuerza hacia arriba durante el movimiento. La incógnita en esta parte del movimiento es la fuerza que el *martillo* ejerce sobre la viga-I; es la fuerza de reacción a la fuerza normal ejercida por la viga-I, así que por la tercera ley de Newton su magnitud también es n.

EJECUTAR: *a*) Del punto 1 al punto 2, las fuerzas verticales son el peso hacia abajo $w = mg = (200\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2) = 1960\text{ N}$ hacia abajo, y la fuerza de fricción $f = 60\text{ N}$ hacia arriba. La fuerza neta es entonces $w - f = 1900\text{ N}$. El desplazamiento del martillo del punto 1 al punto 2 es de $s_{12} = 3.00\text{ m}$ hacia abajo. El trabajo total sobre el martillo al bajar del punto 1 al 2 es, entonces,

$$W_{\text{tot}} = (w - f)s_{12} = (1900\text{ N})(3.00\text{ m}) = 5700\text{ J}$$

En el punto 1, el martillo está en reposo, así que su energía cinética K_1 es cero. De manera que la energía cinética K_2 en el punto 2 es igual al trabajo total realizado sobre el martillo entre los puntos 1 y 2:

$$W_{\text{tot}} = K_2 - K_1 = K_2 - 0 = \frac{1}{2}mv_2^2 - 0$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2W_{\text{tot}}}{m}} = \sqrt{\frac{2(5700\text{ J})}{200\text{ kg}}} = 7.55\text{ m/s}$$

Ésta es la rapidez del martillo en el punto 2, justo antes de golpear la viga-I.

b) Mientras el martillo se mueve hacia abajo entre los puntos 2 y 3, la fuerza neta hacia abajo que actúa sobre él es $w - f - n$ (véase la figura 6.12c). El trabajo total realizado sobre el martillo durante el desplazamiento es

$$W_{\text{tot}} = (w - f - n)s_{23}$$

La energía cinética inicial en esta parte del movimiento es K_2 que, del inciso *a*), es igual a 5700 J. La energía cinética final es $K_3 = 0$, porque el martillo se detiene. Entonces, por el teorema trabajo-energía,

$$W_{\text{tot}} = (w - f - n)s_{23} = K_3 - K_2$$

$$n = w - f - \frac{K_3 - K_2}{s_{23}}$$

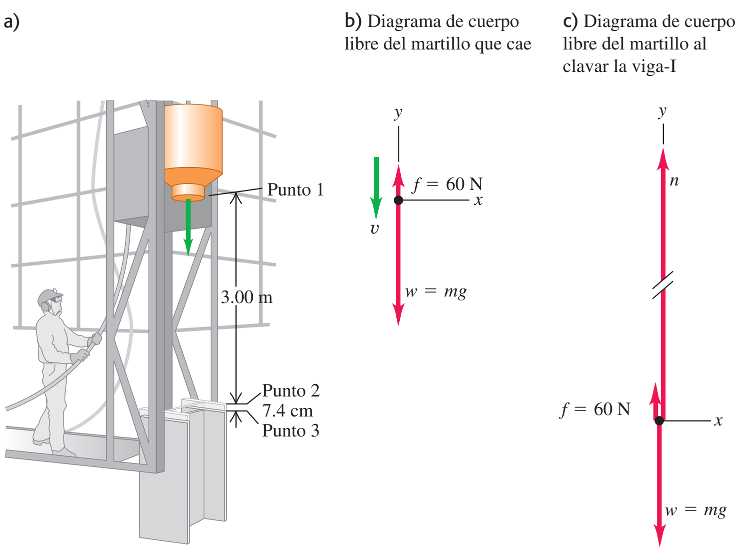
$$= 1960\text{ N} - 60\text{ N} - \frac{0\text{ J} - 5700\text{ J}}{0.074\text{ m}}$$

$$= 79{,}000\text{ N}$$

La fuerza hacia abajo que el martillo ejerce sobre la viga-I tiene esta misma magnitud, 79,000 N (unas 9 toneladas): más de 40 veces el peso del martillo.

EVALUAR: El cambio neto en la energía cinética del martillo del punto 1 al punto 3 es cero; una fuerza neta relativamente pequeña efectúa trabajo positivo durante una distancia grande, y luego una fuerza neta mucho mayor realiza trabajo negativo en una distancia mucho más corta. Lo mismo sucede si usted acelera un automóvil gradualmente y choca contra una pared. La fuerza tan grande necesaria para reducir la energía cinética a cero en una distancia corta es lo que daña el auto (y quizás a usted).

6.12 a) Un martinete clava una viga-I en el suelo. b) Diagramas de cuerpo libre. Las longitudes de los vectores no están a escala.



Significado de la energía cinética

El ejemplo 6.4 ilustra el significado físico de la energía cinética. El martillo se deja caer del reposo y, al golpear la viga-I, su energía cinética es igual al trabajo total realizado hasta ese punto por la fuerza neta. Esto se cumple en general: para acelerar una partícula de masa m desde el reposo (cero energía cinética) hasta una rapidez v, el trabajo total efectuado sobre ella debe ser igual al cambio de energía cinética desde 0 hasta $K = \frac{1}{2}mv^2$:

$$W_{tot} = K - 0 = K$$

Así, *la energía cinética de una partícula es igual al trabajo total que se efectuó para acelerarla desde el reposo hasta su rapidez actual* (figura 6.13). La definición $K = \frac{1}{2}mv^2$, no se eligió al azar: es la *única* definición que concuerda con esta interpretación de la energía cinética.

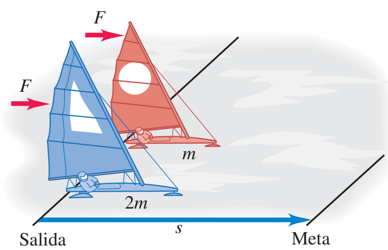
En la segunda parte del ejemplo 6.4, se usó la energía cinética del martillo para efectuar trabajo sobre la viga-I y clavarla en el suelo. Esto nos brinda otra interpretación: *la energía cinética de una partícula es igual al trabajo que puede efectuar una partícula mientras se detiene*. Por ello, hacemos hacia atrás la mano y el brazo cuando atrapamos una pelota. Al detenerse la pelota, realiza una cantidad de trabajo (fuerza por distancia) sobre la mano igual a la energía cinética inicial de la pelota. Al hacer la mano hacia atrás, aumentamos la distancia donde actúa la fuerza y así reducimos la fuerza ejercida sobre nuestra mano.

6.13 Cuando un jugador de billar golpea una bola blanca en reposo, la energía cinética de la bola después de ser golpeada es igual al trabajo que el taco efectuó sobre ella. Cuanto mayor sea la fuerza ejercida por el taco y mayor sea la distancia que la bola se mueve mientras está en contacto con el taco, mayor será la energía cinética de la bola.

Ejemplo conceptual 6.5 Comparación de energías cinéticas

Dos veleros para hielo como el del ejemplo 5.6 (sección 5.2) compiten en un lago horizontal sin fricción (figura 6.14). Los veleros tienen masas m y $2m$, respectivamente; pero sus velas son idénticas, así que el viento ejerce la misma fuerza constante $\vec{F}$ sobre cada velero. Los 2 veleros parten del reposo y la meta está a una distancia s. ¿Cuál velero cruza la meta con mayor energía cinética?

6.14 Carrera entre veleros en el hielo.



SOLUCIÓN

Si usamos la definición matemática de energía cinética, $K = \frac{1}{2}mv^2$, [ecuación (6.5)] la respuesta a este problema no es tan evidente. El velero con masa $2m$ tiene mayor masa, y podríamos suponer que alcanza mayor energía cinética en la línea de meta; no obstante, el velero más pequeño de masa m cruza la meta con mayor rapidez, y podríamos suponer que *este* velero tiene mayor energía cinética. ¿Cómo decidimos?

La forma correcta de enfocar el problema es recordar que *la energía cinética de una partícula es igual al trabajo total realizado para acelerarla desde el reposo*. Ambos veleros recorren la misma distancia s, y sólo la fuerza F en la dirección del movimiento realiza trabajo sobre ellos. Por lo tanto, el trabajo total efectuado entre la salida y la meta es el *mismo* para los dos veleros, $W_{tot} = Fs$. En la meta, cada velero tiene una energía cinética igual al trabajo W_{tot} efectuado sobre él, ya que cada velero partió del reposo. Así, ¡ambos veleros tienen la *misma* energía cinética en la meta!

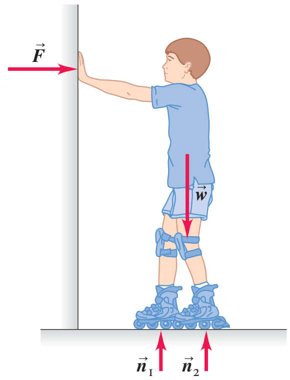
Quizás el lector piense que se trata de una pregunta "capciosa", pero no es así. Si usted entiende realmente el significado físico de cantidades como la energía cinética, será capaz de resolver problemas de física con mayor rapidez y comprensión.

Observe que no necesitamos mencionar el tiempo que cada velero tardó en llegar a la meta. La razón es que el teorema trabajo-energía no hace referencia directa al tiempo, sólo al desplazamiento. De hecho, el velero de masa m tarda menos tiempo en llegar a la meta, que el velero más grande de masa $2m$, porque aquél tiene mayor aceleración.

Trabajo y energía cinética en sistemas compuestos

En esta sección nos hemos cuidado de aplicar el teorema trabajo-energía sólo a cuerpos que podemos representar como *partículas*, esto es, como masas puntuales en movimiento. En los sistemas complejos que deben representarse en términos de muchas partículas con diferentes movimientos, surgen aspectos más sutiles que no podemos ver con detalle en este capítulo. Sólo veremos un ejemplo.

6.15 Las fuerzas externas que actúan sobre un patinador que se empuja de una pared. El trabajo realizado por estas fuerzas es cero, pero aun así su energía cinética cambia.



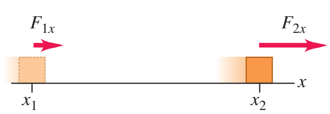
Considere a un niño parado en patines, sin fricción, sobre una superficie horizontal viendo hacia una pared rígida (figura 6.15). Él empuja la pared, poniéndose en movimiento hacia la derecha. Sobre el niño actúan su peso $\vec{w}$, las fuerzas normales $\vec{n}_1$ y $\vec{n}_2$ hacia arriba ejercidas por el suelo sobre sus patines, y la fuerza horizontal $\vec{F}$ ejercida sobre el niño por la pared. No hay desplazamiento vertical, así que $\vec{w}$, $\vec{n}_1$ y $\vec{n}_2$ no efectúan trabajo. $\vec{F}$ es la fuerza que lo acelera a la derecha, pero el punto donde se aplica (las manos del niño) no se mueve, así que $\vec{F}$ tampoco efectúa trabajo. ¿De dónde proviene entonces la energía cinética del niño?

El asunto es que simplemente no es correcto representar al niño como una masa puntual. Para que el movimiento se dé como se describió, diferentes partes del cuerpo deben tener diferentes movimientos; las manos están estacionarias contra la pared y el torso se aleja de ésta. Las diversas partes del cuerpo interactúan y una puede ejercer fuerzas y realizar trabajo sobre otra. Por lo tanto, la energía cinética *total* de este sistema de partes corporales *compuesto* puede cambiar, aunque no realicen trabajo las fuerzas aplicadas por cuerpos (como la pared) externos al sistema. En el capítulo 8 veremos más a fondo el movimiento de un conjunto de partículas que interactúan. Descubriremos que, al igual que en el niño del ejemplo, la energía cinética total del sistema puede cambiar aun cuando el exterior no realice trabajo sobre alguna parte del sistema.

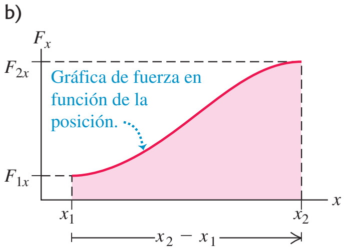
Evalúe su comprensión de la sección 6.2 Clasifique los siguientes cuerpos de acuerdo con su energía cinética, de menor a mayor. i) un cuerpo de 2.0 kg que se mueve a 5.0 m/s; ii) Un cuerpo de 1.0 kg que inicialmente estaba en reposo y que luego tiene 30 J de trabajo realizado sobre él; iii) un cuerpo de 1.0 kg que inicialmente estaba moviéndose a 4.0 m/s y luego tiene 20 J de trabajo efectuado sobre él; iv) un cuerpo de 2.0 kg que inicialmente estaba moviéndose a 10 m/s y luego hizo 80 J de trabajo sobre otro cuerpo.

6.16 Cálculo del trabajo efectuado por una fuerza variable F_x en la dirección x cuando una partícula se mueve de x_1 a x_2.

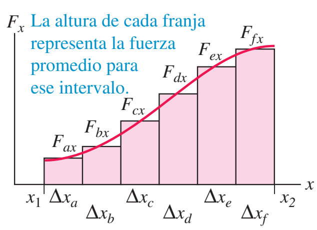
a) La partícula se mueve de x_1 a x_2 en respuesta a una fuerza cambiante en la dirección x.



b)



c)



6.3 Trabajo y energía con fuerza variable

Hasta ahora hemos considerado sólo trabajo efectuado por *fuerzas constantes*. Pero, ¿qué sucede cuando estiramos un resorte? Cuanto más lo estiramos, con más fuerza debemos tirar, así que la fuerza ejercida *no* es constante al estirarlo. También analizamos únicamente movimiento *rectilíneo*. Podemos imaginar muchas situaciones en las que una fuerza que varía en magnitud, dirección o ambas cosas actúa sobre un cuerpo que sigue una trayectoria curva. Necesitamos poder calcular el trabajo realizado por la fuerza en estos casos más generales. Por fortuna, veremos que el teorema trabajo-energía se cumple aun cuando las fuerzas varían y la trayectoria del cuerpo no es recta.

Trabajo efectuado por una fuerza variable, movimiento rectilíneo

Agreguemos sólo una complicación a la vez. Consideremos un movimiento rectilíneo en el eje x con una fuerza cuya componente x F_x varía conforme se mueve el cuerpo. (Un ejemplo de la vida cotidiana es conducir un automóvil en una carretera recta, pero el conductor está acelerando y frenando constantemente.) Suponga que una partícula se mueve sobre el eje x de x_1 a x_2 (figura 6.16a). La figura 6.16b es una gráfica de la componente x de la fuerza en función de la coordenada x de la partícula. Para determinar el trabajo realizado por esta fuerza, dividimos el desplazamiento total en segmentos pequeños, Δx_a, Δx_b, etcétera (figura 6.16c). Aproximamos el trabajo realizado por la fuerza en el segmento Δx_a como la componente x media de fuerza F_{ax} en ese segmento multiplicada por el desplazamiento Δx_a. Hacemos esto para cada segmento y después sumamos los resultados. El trabajo realizado por la fuerza en el desplazamiento total de x_1 a x_2 es aproximadamente

$$W = F_{ax}\Delta x_a + F_{bx}\Delta x_b + \cdots$$

En el límite donde el número de segmentos se hace muy grande y su anchura muy pequeña, la suma se convierte en la *integral* de F_x de x_1 a x_2:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x\,dx \qquad \text{(componente } x \text{ de fuerza variable, desplazamiento rectilíneo)} \tag{6.7}$$

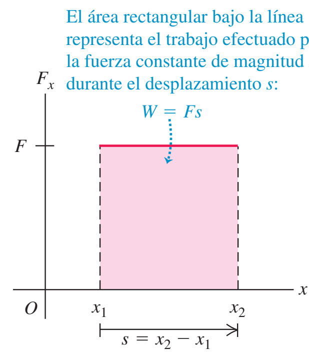
Observe que $F_{ax}\Delta x_a$ es el *área* de la primera franja vertical de la figura 6.16c y que la integral de la ecuación (6.7) representa el área bajo la curva de la figura 6.16b entre x_1 y x_2. *En una gráfica de fuerza en función de posición, el trabajo total realizado por la fuerza está representado por el área bajo la curva entre las posiciones inicial y final*. Otra interpretación de la ecuación (6.7) es que el trabajo W es igual a la fuerza media que actúa en todo el desplazamiento, multiplicada por el desplazamiento.

Si F_x, la componente x de la fuerza, es constante puede sacarse de la integral de la ecuación (6.7):

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x\,dx = F_x\int_{x_1}^{x_2} dx = F_x(x_2 - x_1) \qquad \text{(fuerza constante)}$$

Pero $x_2 - x_1 = s$, el desplazamiento total de la partícula. Así, en el caso de una fuerza constante F, la ecuación (6.7) indica que $W = Fs$, lo cual coincide con la ecuación (6.1). La interpretación del trabajo como el área bajo la curva de F_x en función de x también es válida para una fuerza constante; $W = Fs$ es el área de un rectángulo de altura F y anchura s (figura 6.17).

6.17 El trabajo realizado por una fuerza constante F en la dirección x conforme una partícula se mueve de x_1 a x_2.

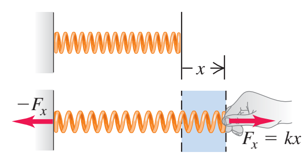


Apliquemos ahora lo aprendido al resorte estirado. Para mantener un resorte estirado una distancia x más allá de su longitud sin estiramiento, debemos aplicar una fuerza de igual magnitud en cada extremo (figura 6.18). Si el alargamiento x no es excesivo, vemos que la fuerza aplicada al extremo derecho tiene una componente x directamente proporcional a x:

$$F_x = kx \qquad \text{(fuerza requerida para estirar un resorte)} \tag{6.8}$$

donde k es una constante llamada **constante de fuerza** (o constante de resorte) del resorte. Las unidades de k son fuerza dividida entre distancia, N/m en el SI y lb/ft en unidades británicas. Un resorte blando de juguete (como Slinky™) tiene una constante de fuerza de cerca de 1 N/m; para los resortes mucho más rígidos de la suspensión de un automóvil, k es del orden de 10^5 N/m. La observación de que el alargamiento (no excesivo) es proporcional a la fuerza fue hecha por Robert Hooke en 1678 y se conoce como **ley de Hooke**; sin embargo, no debería llamarse "ley", pues es una afirmación acerca de un dispositivo específico y no una ley fundamental de la naturaleza. Los resortes reales no siempre obedecen la ecuación (6.8) con precisión, aunque se trata de un modelo idealizado útil. Veremos esta ley más a fondo en el capítulo 11.

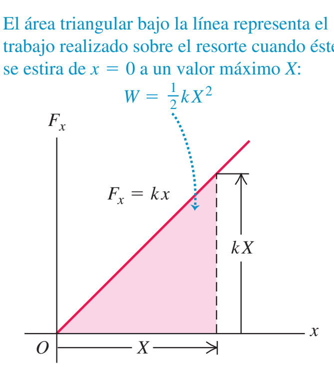
6.18 La fuerza necesaria para estirar un resorte ideal es proporcional a su alargamiento: $F_x = kx$.



Para estirar un resorte, debemos efectuar trabajo. Aplicamos fuerzas iguales y opuestas a los extremos del resorte y las aumentamos gradualmente. Mantenemos fijo el extremo izquierdo, así que la fuerza aplicada en este punto no efectúa trabajo. La fuerza en el extremo móvil *sí* efectúa trabajo. La figura 6.19 es una gráfica de F_x contra x, el alargamiento del resorte. El trabajo realizado por F_x cuando el alargamiento va de cero a un valor máximo X es

$$W = \int_0^X F_x\,dx = \int_0^X kx\,dx = \frac{1}{2}kX^2 \tag{6.9}$$

6.19 Cálculo del trabajo efectuado para estirar un resorte una longitud X.

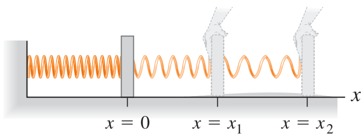


También podemos obtener este resultado gráficamente. El área del triángulo sombreado de la figura 6.19, que representa el trabajo total realizado por la fuerza, es igual a la mitad del producto de la base y la altura:

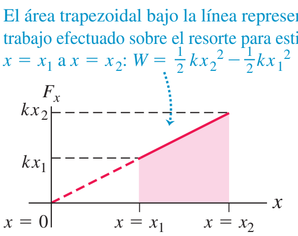
$$W = \frac{1}{2}(X)(kX) = \frac{1}{2}kX^2$$

6.20 Cálculo del trabajo efectuado para estirar un resorte desde cierta extensión hasta una extensión mayor.

a) Estiramiento de un resorte de un alargamiento x_1 a un alargamiento x_2



b) Gráfica de fuerza contra distancia



Esta ecuación también indica que el trabajo es la fuerza *media* $kx/2$ multiplicada por el desplazamiento total X. Vemos que el trabajo total es proporcional al *cuadrado* del alargamiento final X. Para estirar un resorte ideal 2 cm, necesitamos efectuar cuatro veces más trabajo que para estirarlo 1 cm.

La ecuación (6.9) supone que el resorte no estaba estirado originalmente. Si el resorte ya está estirado una distancia x_1, el trabajo necesario para estirarlo a una distancia mayor x_2 (figura 6.20) es

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x\,dx = \int_{x_1}^{x_2} kx\,dx = \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2 \qquad (6.10)$$

El lector debería utilizar lo que sabe de geometría para convencerse de que el área trapezoidal bajo la línea en la figura 6.20b está dada por la expresión de la ecuación (6.10).

Si el resorte tiene espacios entre las espiras cuando no está estirado, también puede comprimirse. La ley de Hooke se cumple también para la compresión. En este caso, la fuerza y el desplazamiento tienen direcciones opuestas a las de la figura 6.18, así que F_x y x en la ecuación (6.8) son ambas negativas. Puesto que tanto F_x como x se invierten, de nuevo la fuerza tiene la dirección del desplazamiento y el trabajo realizado por F_x otra vez es positivo. El trabajo total sigue siendo el dado por la ecuación (6.9) o por la (6.10), aun si X es negativo o x_1 o x_2, o ambos, son negativos.

CUIDADO **Trabajo efectuado sobre un resorte contra trabajo efectuado *por* un resorte** Observe que el trabajo dado por la ecuación (6.10) es el que *usted* debe efectuar *sobre* un resorte para alterar su longitud. Por ejemplo, si estira un resorte que originalmente está relajado, $x_1 = 0$, $x_2 > 0$ y $W > 0$. Ello se debe a que la fuerza aplicada por usted a un extremo del resorte tiene la misma dirección que el desplazamiento y a que el trabajo efectuado es positivo. En contraste, el trabajo que el *resorte* efectúa sobre el objeto al que se une está dado por el *negativo* de la ecuación (6.10). Por lo tanto, cuando estiramos un resorte, éste efectúa trabajo negativo sobre nosotros. ¡Fíjese bien en el signo del trabajo para evitar confusiones más adelante!

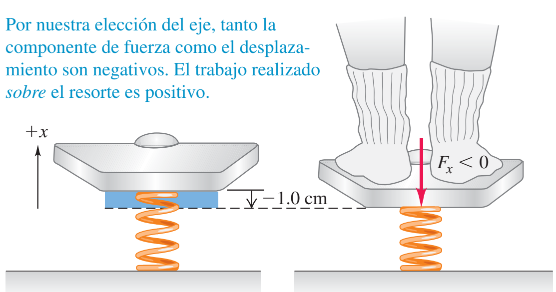
Ejemplo 6.6 Trabajo sobre una balanza de resorte

Una mujer que pesa 600 N se sube a una báscula que contiene un resorte rígido (figura 6.21). En equilibrio, el resorte se comprime 1.0 cm bajo su peso. Calcule la constante de fuerza del resorte y el trabajo total efectuado sobre él durante la compresión.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: En equilibrio, la fuerza hacia arriba ejercida por el resorte equilibra la fuerza hacia abajo del peso de la mujer. Usaremos este principio y la ecuación (6.8) para determinar la constante de fuerza k, y emplearemos la ecuación (6.10) para calcular el trabajo W que la mujer efectúa sobre el resorte para comprimirlo.

6.21 Compresión de un resorte en una báscula de baño.



PLANTEAR: Hacemos que los valores positivos de x correspondan al alargamiento (hacia arriba en la figura 6.21), de modo que tanto el desplazamiento del resorte (x) como la componente x de la fuerza que la mujer ejerce sobre él (F_x) son negativos.

EJECUTAR: La parte superior del resorte se desplaza $x = -1.0$ cm $= -0.010$ m y la fuerza que la mujer aplica al resorte es $F_x = -600$ N. Por la ecuación (6.8), la constante de fuerza es

$$k = \frac{F_x}{x} = \frac{-600\text{ N}}{-0.010\text{ m}} = 6.0 \times 10^4\text{ N/m}$$

Entonces, usando $x_1 = 0$ y $x_2 = -0.010$ m en la ecuación (6.10),

$$W = \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2$$
$$= \frac{1}{2}(6.0 \times 10^4\text{ N/m})(-0.010\text{ m})^2 - 0 = 3.0\text{ J}$$

EVALUAR: La fuerza aplicada y el desplazamiento del extremo del resorte tuvieron la misma dirección, así que el trabajo efectuado debe haber sido positivo, tal como lo calculamos. Nuestra selección arbitraria de la dirección positiva no afecta el valor de W obtenido. (Compruébelo haciendo que la dirección $+x$ corresponda a una compresión (hacia abajo). Obtendrá los mismos valores de k y W.)

Teorema trabajo-energía para movimiento rectilíneo, con fuerzas variables

En la sección 6.2 dedujimos el teorema trabajo-energía, $W_{\text{tot}} = K_2 - K_1$, para el caso específico de movimiento rectilíneo con fuerza neta constante. Ahora podemos demostrar que dicho teorema se cumple aun si la fuerza varía con la posición. Al igual que en la sección 6.2, consideremos una partícula que sufre un desplazamiento x bajo la acción de una fuerza neta F con componente x, que ahora permitimos variar. Como en la figura 6.16, dividimos el desplazamiento total en muchos segmentos pequeños Δx. Podemos aplicar el teorema trabajo-energía, ecuación (6.6), a cada segmento porque el valor de F_x es aproximadamente constante en cada uno. El cambio de energía cinética en el segmento Δx_a es igual al trabajo $F_a \Delta x_a$, y así sucesivamente. El cambio total de la energía cinética es la suma de los cambios en los segmentos individuales y, por lo tanto, igual al trabajo total efectuado sobre la partícula en todo el desplazamiento. Así, $W_{\text{tot}} - \Delta K$ se cumple para fuerzas variables y también para fuerzas constantes.

Veamos una deducción alternativa del teorema trabajo-energía para una fuerza que varía con la posición, la cual implica hacer un cambio de variable usando v_x en vez de x en la integral de trabajo. Para ello, recordamos que la aceleración a de una partícula puede expresarse de varias formas. Usando $a_x = dv_x/dt$, $v_x = dx/dt$ y la regla de la cadena para derivadas:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{dv_x}{dx}\frac{dx}{dt} = v_x \frac{dv_x}{dx} \tag{6.11}$$

Con este resultado, la ecuación (6.7) nos dice que el trabajo total efectuado por la fuerza *neta* F_x es

$$W_{\text{tot}} = \int_{x_1}^{x_2} F_x\,dx = \int_{x_1}^{x_2} ma_x\,dx = \int_{x_1}^{x_2} mv_x \frac{dv_x}{dx}\,dx \tag{6.12}$$

Ahora, $(dv_x/dx)\,dx$ es el cambio de velocidad dv_x durante el desplazamiento dx, así que podemos sustituir dv_x por $(dv_x/dx)\,dx$ en la ecuación (6.12). Esto cambia la variable de integración de x a v_x, así que cambiamos los límites de x_1 y x_2 a las velocidades correspondientes v_1 y v_2 en esos puntos. Esto nos da

$$W_{\text{tot}} = \int_{v_1}^{v_2} mv_x\,dv_x$$

La integral de $v_x dv_x$ es $v_x^2/2$. Sustituyendo los límites, tenemos finalmente

$$W_{\text{tot}} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \tag{6.13}$$

Ésta es la ecuación (6.6). Por lo tanto, el teorema trabajo-energía es válido aun sin el supuesto de que la fuerza neta es constante.

Ejemplo 6.7 Movimiento con fuerza variable

Un deslizador de riel de aire con masa de 0.100 kg se conecta al extremo del riel horizontal con un resorte cuya constante de fuerza es 20.0 N/m (figura 6.22a). Inicialmente, el resorte no está estirado y el deslizador se mueve con rapidez de 1.50 m/s a la derecha. Calcule la distancia máxima d que el deslizador se mueve a la derecha, *a*) si el riel está activado, de modo que no hay fricción; y *b*) si se corta el suministro de aire al riel, de modo que hay fricción cinética con coeficiente $\mu_k = 0.47$.

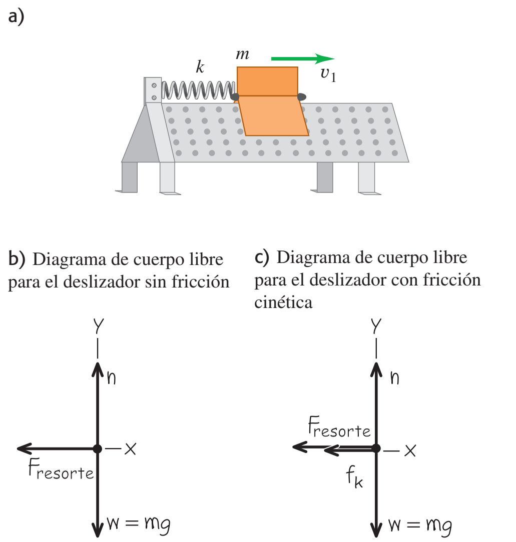
SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: La fuerza ejercida por el resorte no es constante, así que *no podemos* usar las fórmulas de aceleración constante del capítulo 2 al resolver este problema. En cambio, emplearemos el teorema trabajo-energía, en el que interviene la distancia recorrida (nuestra incógnita) a través de la ecuación para el trabajo.

PLANTEAR: En las figuras 6.22b y 6.22c, elegimos la dirección $+x$ a la derecha (la dirección del movimiento del deslizador), con $x = 0$ en la posición inicial del deslizador (donde el resorte está relajado) y $x = d$ (la incógnita) en la posición donde se detiene el deslizador. En ambos casos, el movimiento es exclusivamente horizontal, así que sólo las fuerzas horizontales realizan trabajo. Cabe señalar que la ecuación (6.10) da el trabajo efectuado *sobre* el resorte al estirarse; no obstante, si queremos usar el teorema trabajo-energía necesitaremos el trabajo

continúa

6.22 a) Deslizador sujeto a un riel de aire con un resorte. b) y c) Diagrama de cuerpo libre.



b) Diagrama de cuerpo libre para el deslizador sin fricción

c) Diagrama de cuerpo libre para el deslizador con fricción cinética

efectuado *por* el resorte *sobre* el deslizador, es decir, el negativo de la ecuación (6.10).

EJECUTAR: *a*) Al moverse de $x_1 = 0$ a $x_2 = d$, el deslizador efectúa sobre el resorte un trabajo dado por la ecuación (6.10): $W = \frac{1}{2}kd^2 - \frac{1}{2}k(0)^2 = \frac{1}{2}kd^2$. El resorte efectúa sobre el deslizador un trabajo igual pero negativo: $-\frac{1}{2}kd^2$. El resorte se estira hasta que el deslizador se detiene momentáneamente, así que la energía cinética final del deslizador es $K_2 = 0$. Su energía cinética inicial es $\frac{1}{2}mv_1^2$, donde $v_1 = 1.50$ m/s es la rapidez inicial del deslizador. Usando el teorema trabajo-energía, tenemos

$$-\frac{1}{2}kd^2 = 0 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

Despejamos la distancia d que recorre el deslizador:

$$d = v_1\sqrt{\frac{m}{k}} = (1.50\ \mathrm{m/s})\sqrt{\frac{0.100\ \mathrm{kg}}{20.0\ \mathrm{N/m}}}$$
$$= 0.106\ \mathrm{m} = 10.6\ \mathrm{cm}$$

Después, el resorte estirado tira del deslizador hacia la izquierda, así que éste sólo está en reposo momentáneamente.

b) Si se apaga el aire, debemos incluir el trabajo efectuado por la fuerza de fricción cinética constante. La fuerza normal n es igual en magnitud al peso del deslizador, ya que el riel es horizontal y no hay otras fuerzas verticales. La magnitud de la fuerza de fricción cinética es, entonces, $f_k = \mu_k n = \mu_k mg$ dirigida opuesta al desplazamiento, y el trabajo que efectúa es

$$W_{fric} = f_k d\cos 180° = -f_k d = -\mu_k mgd$$

El trabajo total es la suma de W_{fric} y el trabajo realizado por el resorte, $-\frac{1}{2}kd^2$. Por lo tanto, el teorema trabajo energía indica que

$$-\mu_k mgd - \frac{1}{2}kd^2 = 0 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$-(0.47)(0.100\ \mathrm{kg})(9.8\ \mathrm{m/s^2})d - \frac{1}{2}(20.0\ \mathrm{N/m})d^2$$
$$= -\frac{1}{2}(0.100\ \mathrm{kg})(1.50\ \mathrm{m/s})^2$$
$$(10.0\ \mathrm{N/m})d^2 + (0.461\ \mathrm{N})d - (0.113\ \mathrm{N\cdot m}) = 0$$

Ésta es una ecuación cuadrática en d. Las soluciones son

$$d = \frac{-(0.461\ \mathrm{N}) \pm \sqrt{(0.461\ \mathrm{N})^2 - 4(10.0\ \mathrm{N/m})(-0.113\ \mathrm{N\cdot m})}}{2(10.0\ \mathrm{N/m})}$$

$$= 0.086\ \mathrm{m} \quad \text{o} \quad -0.132\ \mathrm{m}$$

Usamos d para representar un desplazamiento positivo, así que sólo tiene sentido el valor positivo de d. Así, con fricción, el deslizador se mueve una distancia

$$d = 0.086\ \mathrm{m} = 8.6\ \mathrm{cm}$$

EVALUAR: Con fricción, son menores el desplazamiento del deslizador y el estiramiento del resorte, como esperábamos. Una vez más, el deslizador se detiene momentáneamente y de nuevo el resorte tira de él hacia la izquierda; que se mueva o no dependerá de la magnitud de la fuerza de fricción *estática*. ¿Qué valor debería tener el coeficiente de fricción estática μ_s para evitar que el deslizador regrese a la izquierda?

Teorema trabajo-energía para movimientos en una curva

Podemos generalizar nuestra definición de trabajo para incluir una fuerza que varía en dirección, no sólo en magnitud, con un desplazamiento curvo. Suponga que una partícula se mueve de P_1 a P_2 siguiendo una curva, como se muestra en la figura 6.23a. Dividimos la curva entre esos puntos en muchos desplazamientos vectoriales infinitesimales, siendo $d\vec{l}$ uno representativo. Cada $d\vec{l}$ es tangente a la trayectoria en su posición. Sea $\vec{F}$ la fuerza en un punto representativo de la trayectoria, y sea ϕ el ángulo entre $\vec{F}$ y $d\vec{l}$ en ese punto. De manera que el elemento pequeño de trabajo dW realizado sobre la partícula durante el desplazamiento $d\vec{l}$ puede escribirse como

$$dW = F\cos\phi\, dl = F_\parallel\, dl = \vec{F}\cdot d\vec{l}$$

donde $F_{\parallel} = F\cos\phi$ es la componente de $\vec{F}$ en la dirección paralela a $d\vec{l}$ (figura 6.23b). El trabajo total realizado por $\vec{F}$ sobre la partícula al moverse de P_1 a P_2 es, entonces,

$$W = \int_{P_1}^{P_2} F\cos\phi\, dl = \int_{P_1}^{P_2} F_{\parallel}\, dl = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F}\cdot d\vec{l} \quad \text{(trabajo en una trayectoria curva)} \tag{6.14}$$

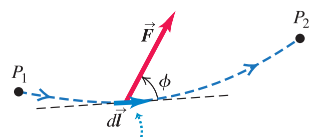
Ahora podemos demostrar que el teorema trabajo-energía, ecuación (6.6), cumple aún con fuerzas variables y desplazamiento en una trayectoria curva. La fuerza $\vec{F}$ es prácticamente constante en cualquier segmento infinitesimal $d\vec{l}$ de la trayectoria, así que podemos aplicar el teorema trabajo-energía para movimiento rectilíneo a ese segmento. Entonces, el cambio de energía cinética de la partícula en ese segmento, K, es igual al trabajo $dW = F_{\parallel}\, dl = \vec{F}\cdot d\vec{l}$ realizado sobre la partícula. La suma de estos trabajos infinitesimales de todos los segmentos de la trayectoria nos da el trabajo total realizado, ecuación (6.14), que es igual al cambio total de energía cinética en toda la trayectoria. Por lo tanto, $W_{\text{tot}} = \Delta K = K_2 - K_1$ se cumple *en general*, sea cual fuere la trayectoria y el carácter de las fuerzas. Esto puede demostrarse con mayor rigor usando pasos como los de las ecuaciones (6.11) a (6.13) (véase el problema de desafío 6.104).

Observe que sólo la componente de la fuerza neta paralela a la trayectoria, $F_{\parallel}$, realiza trabajo sobre la partícula, así que sólo dicha componente puede cambiar la rapidez y la energía cinética de la partícula. La componente perpendicular a la trayectoria, $F_{\perp} = F\,\text{sen}\,\phi$, no afecta la rapidez de la partícula; sólo cambia su dirección.

La integral de la ecuación (6.14) es una *integral de línea*. Para evaluar la integral en un problema específico, necesitamos una descripción detallada de la trayectoria y de cómo $\vec{F}$ varía a lo largo de ésta. Normalmente expresamos la integral de línea en términos de alguna variable escalar, como en el ejemplo que sigue.

6.23 Una partícula sigue una trayectoria curva de P_1 a P_2 bajo la acción de una fuerza $\vec{F}$ que varía en magnitud y dirección.

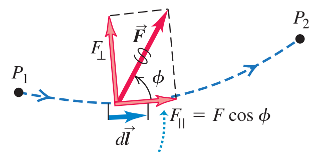
a)



En un desplazamiento infinitesimal $d\vec{l}$, la fuerza $\vec{F}$ realiza trabajo dW sobre la partícula:

$dW = \vec{F}\cdot d\vec{l} = F\cos\phi\, dl$

b)



Tan sólo la componente de $\vec{F}$ paralela al desplazamiento, $F_{\parallel} = F\cos\phi$, contribuye al trabajo efectuado por $\vec{F}$.

Ejemplo 6.8 Movimiento en una trayectoria curva I

En un día de campo familiar, le piden a usted empujar a su odioso primo Morton en un columpio (figura 6.24a). El peso de Morton es w, la longitud de las cadenas es R, y usted lo empuja hasta que las cadenas forman un ángulo θ_0 con la vertical. Para ello, usted ejerce una fuerza horizontal variable $\vec{F}$ que comienza en cero y aumenta gradualmente apenas lo suficiente para que Morton y el columpio se muevan lentamente y permanezcan casi en equilibrio. ¿Qué trabajo total realizan todas las fuerzas sobre Morton? ¿Qué trabajo realiza la tensión T en las cadenas? ¿Qué trabajo efectúa usted aplicando la fuerza $\vec{F}$? (Ignore el peso de las cadenas y el asiento.)

SOLUCIÓN

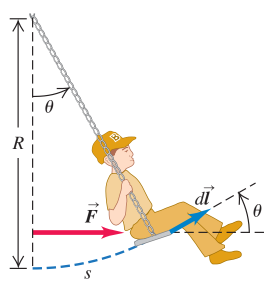
IDENTIFICAR: El movimiento sigue una curva, así que usaremos la ecuación (6.14) para calcular el trabajo efectuado por la fuerza neta, por la fuerza de tensión y por la fuerza $\vec{F}$.

PLANTEAR: La figura 6.24b muestra el diagrama de cuerpo libre y el sistema de coordenadas. Sustituimos las dos tensiones de las cadenas por una sola tensión, T.

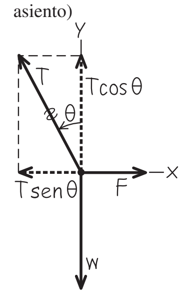
EJECUTAR: Hay dos formas de obtener el trabajo total efectuado durante el movimiento: 1. calculando el trabajo efectuado por cada fuerza y sumando después las cantidades de esos trabajos, y 2. calculando el trabajo efectuado por la fuerza neta. La segunda estrategia es mucho más fácil. Puesto que en esta situación Morton está siempre en equilibrio, la fuerza neta sobre él es cero, la integral de la fuerza neta de la ecuación (6.14) es cero y el trabajo total realizado sobre él por todas las fuerzas es cero.

6.24 a) Empujando al primo Morton en un columpio. b) Diagrama de cuerpo libre.

a)



b) Diagrama de cuerpo libre de Morton (se desprecia el peso de las cadenas y del asiento)



También es fácil calcular el trabajo efectuado sobre Morton por la tensión de las cadenas, porque esta fuerza es perpendicular a la dirección del movimiento en todos los puntos de la trayectoria. Por lo tanto, en todos los puntos, el ángulo entre la tensión de la cadena y el vector de desplazamiento $d\vec{l}$ es 90°, en tanto que el producto escalar de la ecuación (6.14) es cero. De esta manera, el trabajo realizado por la tensión de la cadena es cero.

continúa

Para calcular el trabajo realizado por $\vec{F}$, debemos averiguar cómo esta fuerza varía con el ángulo θ. La fuerza neta sobre Morton es cero, así que $\sum F_x = 0$ y $\sum F_y = 0$. De la figura 6.24b obtenemos

$$\sum F_x = F + (-T\,\text{sen}\,\theta) = 0$$
$$\sum F_y = T\cos\theta + (-w) = 0$$

Eliminando T de estas dos ecuaciones:

$$F = w\tan\theta$$

El punto donde se aplica $\vec{F}$ describe el arco s, cuya longitud s es igual al radio R de la trayectoria circular multiplicado por su longitud θ (en radianes): $s = R\theta$. Por lo tanto, el desplazamiento $d\vec{l}$ que corresponde al pequeño cambio de ángulo $d\theta$ tiene magnitud $dl = ds = R\,d\theta$. El trabajo efectuado por $\vec{F}$ es

$$W = \int \vec{F}\cdot d\vec{l} = \int F\cos\theta\, ds$$

Expresando ahora todo en términos del ángulo θ, cuyo valor se incrementa de 0 a θ_0:

$$W = \int_0^{\theta_0} (w\tan\theta)\cos\theta\,(R\,d\theta) = wR\int_0^{\theta_0} \text{sen}\,\theta\, d\theta$$
$$= wR(1 - \cos\theta_0)$$

EVALUAR: Si $\theta_0 = 0$, no hay desplazamiento; en tal caso, $\cos\theta_0 = 1$ y $W = 0$, como esperábamos. Si $\theta_0 = 90°$, entonces, $\cos\theta_0 = 0$ y $W = wR$. Aquí el trabajo que usted realiza es el mismo que efectuaría si levantara a Morton verticalmente una distancia R con una fuerza igual a su peso w. De hecho, la cantidad $R(1 - \cos\theta_0)$ es el aumento en su altura sobre el suelo durante el desplazamiento, por lo que, para cualquier valor de θ_0, el trabajo efectuado por $\vec{F}$ es el cambio de altura multiplicado por el peso. Éste es un ejemplo de un resultado más general que demostraremos en la sección 7.1.

Ejemplo 6.9 Movimiento en una trayectoria curva II

En el ejemplo 6.8, el desplazamiento infinitesimal $d\vec{l}$ (figura 6.24a) tiene magnitud ds, su componente x es $ds\cos\theta$ y su componente y es $ds\,\text{sen}\,\theta$. Por lo tanto, $d\vec{l} = \hat{\imath}\, ds\cos\theta + \hat{\jmath}\, ds\,\text{sen}\,\theta$. Use esta expresión y la ecuación (6.14) para calcular el trabajo efectuado durante el movimiento por la tensión de la cadena, por la fuerza de gravedad y por la fuerza $\vec{F}$.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: De nuevo utilizamos la ecuación (6.14), utilizando la ecuación (1.21) para obtener el producto escalar en términos de componentes.

PLANTEAR: Usamos el mismo diagrama de cuerpo libre del ejemplo 6.8 (figura 6.24b).

EJECUTAR: La figura 6.24b nos indica que podemos escribir las tres fuerzas en términos de vectores unitarios:

$$\vec{T} = \hat{\imath}(-T\,\text{sen}\,\theta) + \hat{\jmath}\,T\cos\theta$$
$$\vec{w} = \hat{\jmath}(-w)$$
$$\vec{F} = \hat{\imath}F$$

Para utilizar la ecuación (6.14), tenemos que calcular el producto escalar de cada una de estas fuerzas con $d\vec{l}$. Usando la ecuación (1.21),

$$\vec{T}\cdot d\vec{l} = (-T\,\text{sen}\,\theta)(ds\cos\theta) + (T\cos\theta)(ds\,\text{sen}\,\theta) = 0$$
$$\vec{w}\cdot d\vec{l} = (-w)(ds\,\text{sen}\,\theta) = -w\,\text{sen}\,\theta\, ds$$
$$\vec{F}\cdot d\vec{l} = F(ds\cos\theta) = F\cos\theta\, ds$$

Puesto que $\vec{T}\cdot d\vec{l} = 0$, la integral de esta cantidad es cero y el trabajo efectuado por la tensión de la cadena es cero (tal como vimos en el ejemplo 6.8). Utilizando $ds = R d\theta$ como en el ejemplo 6.8, el trabajo efectuado por la fuerza de gravedad es

$$\int \vec{w}\cdot d\vec{l} = \int (-w\,\text{sen}\,\theta)\,R\,d\theta = -wR\int_0^{\theta_0} \text{sen}\,\theta\, d\theta$$
$$= -wR(1 - \cos\theta_0)$$

El trabajo efectuado por la gravedad es negativo porque la gravedad tira hacia abajo mientras Morton se mueve hacia arriba. Por último, el trabajo efectuado por la fuerza $\vec{F}$ es la integral $\int \vec{F}\cdot d\vec{l} = \int F\cos\theta\, ds$, que calculamos en el ejemplo 6.8; la respuesta es $+wR(1 - \cos\theta_0)$.

EVALUAR: Como comprobación de las respuestas, vemos que la suma de las tres cantidades de trabajo es cero. Esto es lo que concluimos en el ejemplo 6.8 empleando el teorema trabajo-energía.

El método de componentes suele ser la forma más cómoda de calcular productos escalares. ¡Úselo cuando facilite las cosas!

Evalúe su comprensión de la sección 6.3 En el ejemplo 5.21 (sección 5.4), analizamos un péndulo cónico. La rapidez de la lenteja del péndulo permanece constante mientras viaja por el círculo que se muestra en la figura 5.32a. *a*) En un círculo completo, ¿cuánto trabajo ejerce la fuerza de tensión F sobre la lenteja? i) una cantidad positiva; ii) una cantidad negativa; iii) cero. *b*) En un círculo completo, ¿cuánto trabajo ejerce el peso sobre la lenteja? i) una cantidad positiva; ii) una cantidad negativa; iii) cero.

6.4 Potencia

La definición de trabajo no menciona el paso del tiempo. Si usted levanta una barra que pesa 100 N a una distancia vertical de 1.0 m con velocidad constante, realiza (100 N) (1.0 m) = 100 J de trabajo, ya sea que tarde 1 segundo, 1 hora o 1 año. No obstante, muchas veces necesitamos saber con qué rapidez se efectúa trabajo. Describimos esto en términos de *potencia*. En el habla cotidiana, "potencia" suele emplearse como sinónimo de "energía" o "fuerza". En física usamos una definición mucho más precisa: **potencia** es la *rapidez* con que se efectúa trabajo; al igual que el trabajo y la energía, la potencia es una cantidad escalar.

Si se realiza un trabajo ΔW en un intervalo Δt, el trabajo medio efectuado por unidad de tiempo o **potencia media** P_{med} se define como

$$P_{\mathrm{med}} = \frac{\Delta W}{\Delta t} \qquad \text{(potencia media)} \qquad (6.15)$$

La rapidez con que se efectúa trabajo quizá no sea constante. Podemos definir la **potencia instantánea** P como el cociente de la ecuación (6.15) cuando Δt se aproxima a cero:

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt} \qquad \text{(potencia instantánea)} \qquad (6.16)$$

En el SI la unidad de potencia es el **watt** (W), llamada así por el inventor inglés James Watt. Un watt es igual a un joule por segundo: 1 W = 1 J/s (figura 6.25). También son de uso común el kilowatt (1 kW = 10^3 W) y el megawatt (1 MW = 10^6 W). En el sistema británico, el trabajo se expresa en pie-libras, y la unidad de potencia es el pie-libra por segundo. También se usa una unidad mayor, el *caballo de potencia* (hp) (figura 6.26):

$$1\ \mathrm{hp} = 550\ \mathrm{ft \cdot lb/s} = 33{,}000\ \mathrm{ft \cdot lb/min}$$

Es decir, un motor de 1 hp que trabaja con carga completa realiza 33,000 ft · lb de trabajo cada minuto. Un factor de conversión útil es

$$1\ \mathrm{hp} = 746\ \mathrm{W} = 0.746\ \mathrm{kW}$$

El watt es una unidad común de potencia *eléctrica*; una bombilla eléctrica de 100 W convierte 100 J de energía eléctrica en luz y calor cada segundo. Sin embargo, los watts no son inherentemente eléctricos. Una bombilla podría especificarse en términos de caballos de potencia; mientras que algunos fabricantes de automóviles especifican sus motores en términos de kilowatts.

El *kilowatt-hora* $(\mathrm{kW \cdot h})$ es la unidad comercial usual de energía eléctrica. Un kilowatt-hora es el trabajo total realizado en 1 hora (3600 s) cuando la potencia es 1 kilowatt (10^3 J/s), así que

$$1\ \mathrm{kW \cdot h} = (10^3\ \mathrm{J/s})(3600\ \mathrm{s}) = 3.6 \times 10^6\ \mathrm{J} = 3.6\ \mathrm{MJ}$$

El kilowatt-hora es una unidad de *trabajo* o *energía*, no de potencia.

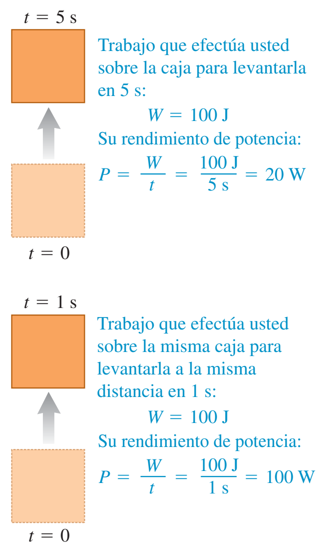
En mecánica, también podemos expresar la potencia en términos de fuerza y velocidad. Suponga que una fuerza $\vec{F}$ actúa sobre un cuerpo que tiene un desplazamiento $\Delta\vec{s}$. Si $F_{\parallel}$ es la componente de $\vec{F}$ tangente a la trayectoria (paralela a $\Delta\vec{s}$), el trabajo realizado por la fuerza es $\Delta W = F_{\parallel}\Delta s$, y la potencia media es

$$P_{\mathrm{med}} = \frac{F_{\parallel}\Delta s}{\Delta t} = F_{\parallel}\frac{\Delta s}{\Delta t} = F_{\parallel} v_{\mathrm{med}} \qquad (6.17)$$

La potencia instantánea P es el límite de esta expresión cuando $\Delta t \to 0$:

$$P = F_{\parallel} v \qquad (6.18)$$

6.25 La misma cantidad de trabajo se efectúa en ambas situaciones, pero la potencia (la rapidez a la que se realiza el trabajo) es diferente.



6.26 El valor del caballo de potencia se dedujo de los experimentos de James Watt, quien midió que un caballo podría hacer 33,000 pies-libra de trabajo por minuto, al levantar carbón de una mina abierta.

donde v es la magnitud de la velocidad instantánea. También podemos expresar la ecuación (6.18) en términos del producto escalar:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad \text{(rapidez instantánea con que la fuerza } \vec{F} \text{ realiza trabajo sobre una partícula)} \tag{6.19}$$

Ejemplo 6.10 Fuerza y potencia

Cada uno de los dos motores a reacción de un avión Boeing 767 desarrolla un empuje (fuerza hacia adelante sobre el avión) de 197,000 N (44,300 lb). Cuando el avión está volando a 250 m/s (900 km/h o aproximadamente 560 mi7h), ¿cuántos caballos de potencia desarrolla cada motor?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: La incógnita es la potencia instantánea P, que es la rapidez con que el empuje efectúa trabajo.

PLANTEAR: Usamos la ecuación (6.18). El empuje tiene la dirección del movimiento, así que $F_{\|}$ es simplemente igual al empuje.

EJECUTAR: Con $v = 250$ m/s, cada motor desarrolla una potencia:

$$P = F_{\|}v = (1.97 \times 10^5\ \text{N})(250\ \text{m/s}) = 4.93 \times 10^7\ \text{W}$$
$$= (4.93 \times 10^7\ \text{W})\frac{1\ \text{hp}}{746\ \text{W}} = 66{,}000\ \text{hp}$$

EVALUAR: La rapidez de los aviones comerciales modernos depende directamente de la potencia de los motores (figura 6.27). Los motores más grandes de los aviones de hélice de la década de 1950 desarrollaban aproximadamente 3400 hp (2.5×10^6 W) y tenían rapideces máximas del orden de 600 km/h (370 mi/h). La potencia de cada motor de un Boeing 767 es casi 20 veces mayor, y permite al avión volar a cerca de 900 km/h (560 mi/h) y llevar una carga mucho más pesada.

Si los motores están produciendo el empuje máximo mientras el avión está en reposo en tierra, de manera que $v = 0$, la potencia desarrollada por los motores es *cero*. ¡Fuerza y potencia no son lo mismo!

6.27 a) Avión impulsado por hélice y b) avión con motor a reacción.

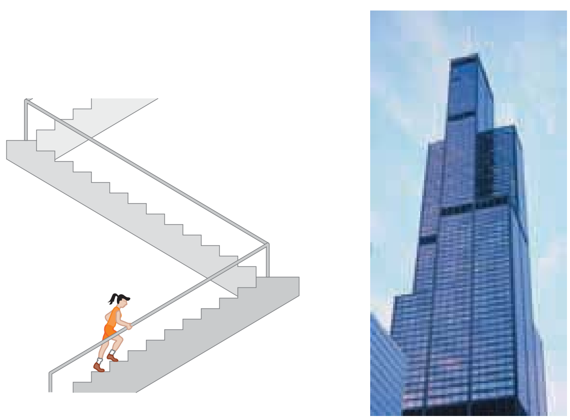
a)

b)

Ejemplo 6.11 Un "potente ascenso"

Una maratonista de 50.0 kg sube corriendo las escaleras de la Torre Sears de Chicago de 443 m de altura, el edificio más alto de Estados Unidos (figura 6.28). ¿Qué potencia media en watts desarrolla si llega a la azotea en 15.0 minutos? ¿En kilowatts? ¿Y en caballos de potencia?

6.28 ¿Cuánta potencia se necesita para subir corriendo las escaleras de la Torre Sears de Chicago en 15 minutos?



SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Trataremos a la corredora como una partícula de masa m. La potencia media que desarrolla P_{med} debe ser suficiente para subirla a una rapidez constante contra la gravedad.

PLANTEAR: Podemos calcular P_{med} que desarrolla de dos maneras: 1. determinando primero cuánto trabajo debe efectuar y dividiendo luego ese trabajo entre el tiempo transcurrido, como en la ecuación (6.15); o bien, 2. calculando la fuerza media hacia arriba que la corredora debe ejercer (en la dirección del ascenso) y multiplicándola después por su velocidad hacia arriba, como en la ecuación (6.17).

EJECUTAR: Como en el ejemplo 6.8, para levantar una masa m contra la gravedad se requiere una cantidad de trabajo igual al peso mg multiplicado por la altura h que se levanta. Por lo tanto, el trabajo que la corredora debe efectuar es

$$W = mgh = (50.0\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2)(443\ \text{m})$$
$$= 2.17 \times 10^5\ \text{J}$$

El tiempo es 15.0 min = 900 s, así que, por la ecuación (6.15), la potencia media es

$$P_{\text{med}} = \frac{2.17 \times 10^5\,\text{J}}{900\,\text{s}} = 241\ \text{W} = 0.241\ \text{kW} = 0.323\ \text{hp}$$

Intentemos ahora los cálculos empleando la ecuación (6.17). La fuerza ejercida es vertical, y la componente vertical media de la velocidad es (443 m)/(900 s) = 0.492 m/s, así que la potencia media es

$$\begin{aligned} P_{\text{med}} &= F_{\parallel} v_{\text{med}} = (mg)v_{\text{med}} \\ &= (50.0\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2)(0.492\ \text{m/s}) = 241\ \text{W} \end{aligned}$$

que es el mismo resultado de antes.

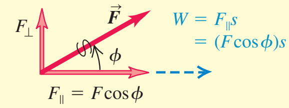
EVALUAR: La potencia *total* desarrollada por la corredora será muchas veces más que 241 W, porque ella no es una partícula, sino un conjunto de partes que ejercen fuerzas unas sobre otras y realizan trabajo, como el necesario para inhalar y exhalar y oscilar piernas y brazos. Lo que calculamos es sólo la parte de su gasto de potencia que se invierte en subirla a la azotea del edificio.

Evalúe su comprensión de la sección 6.4 El aire que circunda un avión en pleno vuelo ejerce una fuerza de arrastre que actúa de manera opuesta al movimiento del avión. Cuando el Boeing 767 del ejemplo 6.10 vuela en línea recta a una altura constante a 250 m/s constantes, ¿cuál es la tasa con que la fuerza de arrastre efectúa trabajo sobre él? i) 132,000 hp; ii) 66,000 hp; iii) 0; iv) −66,000 hp; v) −132,000 hp.

CAPÍTULO 6 RESUMEN

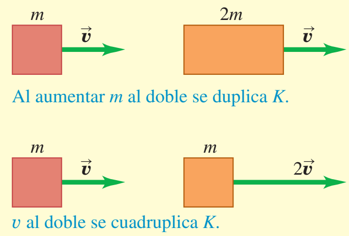
Trabajo efectuado por una fuerza: Cuando una fuerza constante $\vec{F}$ actúa sobre una partícula que sufre un desplazamiento rectilíneo $\vec{s}$, el trabajo realizado por la fuerza sobre la partícula se define como el producto escalar de $\vec{F}$ y $\vec{s}$. La unidad de trabajo en el SI es 1 joule = 1 newton-metro (1 J = 1 N · m). El trabajo es una cantidad escalar, ya que puede ser positivo o negativo, pero no tiene dirección en el espacio. (Véanse los ejemplos 6.1 y 6.2.)

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs\cos\phi$$
$$\phi = \text{ángulo entre } \vec{F} \text{ y } \vec{s} \qquad (6.2), (6.3)$$



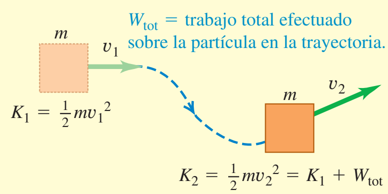
Energía cinética: La energía cinética K de una partícula es igual a la cantidad de trabajo necesario para acelerarla desde el reposo hasta la rapidez v. También es igual al trabajo que la partícula puede efectuar en el proceso de detenerse. La energía cinética es una cantidad escalar sin dirección en el espacio; siempre es positiva o cero, y sus unidades son las mismas que las del trabajo: $1\ \text{J} = 1\ \text{N} \cdot \text{m} = 1\ \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$.

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \qquad (6.5)$$



El teorema trabajo-energía: Cuando actúan fuerzas sobre una partícula mientras sufre un desplazamiento, la energía cinética de la partícula cambia en una cantidad igual al trabajo total realizado sobre ella por todas las fuerzas. Esta relación, llamada teorema trabajo-energía, es válida para fuerzas tanto constantes como variables, y para trayectorias tanto rectas como curvas de la partícula; sin embargo, sólo es aplicable a cuerpos que pueden tratarse como partículas. (Véanse los ejemplos 6.3 a 6.5.)

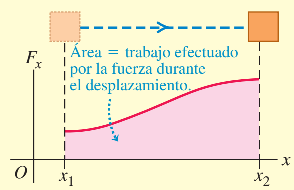
$$W_{tot} = K_2 - K_1 = \Delta K \qquad (6.6)$$



Trabajo efectuado por una fuerza variable o en una trayectoria curva: Si la fuerza varía durante un desplazamiento rectilíneo, el trabajo que realiza está dado por una integral [ecuación (6.7)]. (Véanse los ejemplos 6.6 y 6.7.) Si la partícula tiene una trayectoria curva, el trabajo efectuado por una fuerza $\vec{F}$ está dado por una integral en la que interviene el ángulo ϕ entre la fuerza y el desplazamiento. Esta expresión es válida aun cuando la magnitud de la fuerza y el ángulo ϕ varían durante el desplazamiento. (Véanse los ejemplos 6.8 y 6.9.)

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x\, dx \qquad (6.7)$$

$$W = \int_{P_1}^{P_2} F\cos\phi\, dl = \int_{P_1}^{P_2} F_\parallel\, dl = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{l} \qquad (6.14)$$

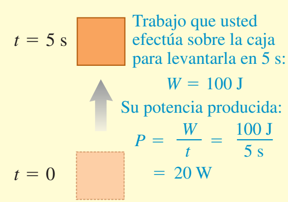


Potencia: La potencia es la rapidez con que se efectúa trabajo. La potencia media P_{med} es la cantidad de trabajo ΔW realizada en un tiempo Δt dividida entre ese tiempo. La potencia instantánea es el límite de la potencia media cuando Δt se acerca a cero. Cuando una fuerza $\vec{F}$ actúa sobre una partícula que se mueve con velocidad $\vec{v}$, la potencia instantánea (rapidez con que la fuerza efectúa trabajo) es el producto escalar de $\vec{F}$ y $\vec{v}$. Al igual que el trabajo y la energía cinética, la potencia es una cantidad escalar. Su unidad en el SI es 1 watt = 1 joule/segundo (1 W = 1 J/s). (Véanse los ejemplos 6.10 y 6.11.)

$$P_{med} = \frac{\Delta W}{\Delta t} \qquad (6.15)$$

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt} \qquad (6.16)$$

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} \qquad (6.19)$$



Términos clave

trabajo, *182*
joule, *182*
energía cinética, *187*
teorema trabajo-energía, *187*
constante de fuerza, *193*
ley de Hooke, *193*
potencia, *199*
potencia media, *199*
potencia instantánea, *199*
watt, *199*

Respuesta a la pregunta de inicio de capítulo ?

Es verdad que el proyectil efectúa trabajo sobre los gases. Sin embargo, dado que el proyectil ejerce una fuerza hacia atrás sobre los gases, mientras los gases y el proyectil se mueven hacia delante por el cañón, el trabajo efectuado por el proyectil es *negativo*. (Véase la sección 6.1.)

Respuestas a las preguntas de Evalúe su comprensión

6.1 Respuesta: iii) El electrón tiene velocidad constante, por lo que su aceleración es cero y (por la segunda ley de Newton), la fuerza neta sobre el electrón también es cero. De esta manera, el trabajo total efectuado por todas las fuerzas (igual al trabajo realizado por la fuerza neta) también debe ser cero. Las fuerzas individuales pueden efectuar trabajo diferente de cero, pero ésa no es la cuestión que se pregunta.

6.2 Respuesta: iv), i), iii), ii) El cuerpo i) tiene energía cinética $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(2.0\text{ kg})(5.0\text{ m/s})^2 = 25\text{ J}$. El cuerpo ii) tiene inicialmente energía cinética cero y después tiene 30 J de trabajo realizado sobre él, de manera que su energía cinética final es $K_2 = K_1 + W = 0 + 30\text{ J} = 30\text{ J}$. El cuerpo iii) tenía energía cinética inicial $K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}(1.0\text{ kg})(4.0\text{ m/s})^2 = 8.0\text{ J}$ y luego tenía 20 J de trabajo realizado sobre él, por lo que su energía cinética es $K_2 = K_1 + W = 8.0\text{ J} + 20\text{ J} = 28\text{ J}$. El cuerpo iv) tenía inicialmente energía cinética $K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}(2.0\text{ kg})(10\text{ m/s})^2 = 100\text{ J}$; cuando efectuó 80 J de trabajo sobre otro cuerpo, éste realizó -80 J de trabajo sobre el cuerpo iv), así que la energía cinética final del cuerpo iv) es $K_2 = K_1 + W = 100\text{ J} + (-80\text{ J}) = 20\text{ J}$.

6.3 Respuestas: *a*) iii), *b*) iii) En cualquier instante del movimiento de la lenteja del péndulo, tanto la fuerza de tensión como el peso actúan de forma perpendicular al movimiento, es decir, perpendicular a un desplazamiento infinitesimal $d\vec{l}$ de la lenteja. (En la figura 5.32b, el desplazamiento $d\vec{l}$ estaría dirigido hacia fuera del plano del diagrama de cuerpo libre.) Por lo tanto, para cualquier fuerza el producto escalar dentro de la integral de la ecuación (6.14) es $\vec{F}\cdot d\vec{l} = 0$, y el trabajo realizado en cualquier parte de la trayectoria circular (incluyendo un círculo completo) es $W = \int \vec{F}\cdot d\vec{l} = 0$.

6.4 Respuesta: v) El avión tiene una velocidad horizontal constante, así que la fuerza horizontal neta sobre él debe ser cero. Entonces, la fuerza de arrastre hacia atrás debe tener la misma magnitud que la fuerza hacia delante debida al empuje combinado de los dos motores. Esto significa que la fuerza de arrastre debe efectuar trabajo *negativo* sobre el avión con la misma tasa con que la fuerza de empuje combinada realiza trabajo *positivo*. El empuje combinado efectúa trabajo a una tasa de 2(66,000 hp) = 132,000 hp, por lo que la fuerza de arrastre debe realizar trabajo a una tasa de $-132{,}000$ hp.

PROBLEMAS

Para las tareas asignadas por el profesor, visite **www.masteringphysics.com**

Preguntas para análisis

P6.1. El signo de muchas cantidades físicas depende de la elección de las coordenadas. Por ejemplo, el valor de g puede ser negativo o positivo, según si elegimos como positiva la dirección hacia arriba o hacia abajo. ¿Lo mismo es válido para el trabajo? En otras palabras, ¿podemos hacer negativo el trabajo positivo con una elección diferente de las coordenadas? Explique su respuesta.

P6.2. Un elevador es subido por sus cables con rapidez constante. ¿El trabajo realizado sobre él es positivo, negativo o cero? Explique.

P6.3. Se tira de una cuerda atada a un cuerpo y éste se acelera. Según la tercera ley de Newton, el cuerpo tira de la cuerda con una fuerza igual y opuesta. Entonces, ¿el trabajo total realizado es cero? Si así es, ¿cómo puede cambiar la energía cinética del cuerpo? Explique su respuesta.

P6.4. Si se requiere un trabajo total W para darle a un objeto una rapidez v y una energía cinética K, partiendo del reposo, ¿cuáles serán la rapidez (en términos de v) y la energía cinética (en términos de K) del objeto, si efectuamos el doble de trabajo sobre él partiendo del reposo de nuevo?

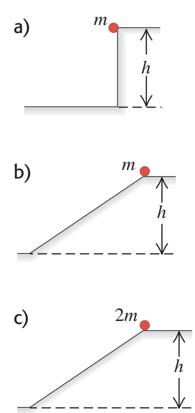
P6.5. Si hubiera una fuerza neta distinta de cero sobre un objeto en movimiento, ¿el trabajo total realizado sobre él podría ser cero? Explique, ilustrando su respuesta con un ejemplo.

P6.6. En el ejemplo 5.5 (sección 5.1), compare el trabajo realizado sobre la cubeta por la tensión del cable y el trabajo realizado sobre el carro por dicha tensión.

P6.7. En el péndulo cónico del ejemplo 5.21 (sección 5.4), ¿qué fuerza realiza trabajo sobre la lenteja conforme ésta gira?

P6.8. En los casos que se muestran en la figura 6.29, el objeto se suelta desde el reposo en la parte superior y no sufre fricción ni resistencia del aire. ¿En cuál situación, si acaso, la masa tendrá i) la mayor rapidez en la parte de inferior y ii) el mayor trabajo efectuado sobre ella en el tiempo que tarda en llegar a la parte inferior?

Figura 6.29 Pregunta P6.8.



P6.9. Una fuerza $\vec{F}$ sobre el eje x tiene magnitud que depende de x. Dibuje una posible gráfica de F contra x tal que la fuerza no realice trabajo sobre un objeto que se mueve de x_1 a x_2, aunque la magnitud de la fuerza nunca sea cero en este intervalo.

P6.10. ¿La energía cinética de un automóvil cambia más al acelerar de 10 a 15 m/s o de 15 a 20 m/s? Explique su respuesta.

P6.11. Un ladrillo con masa de 1.5 kg cae verticalmente a 5.0 m/s. Un libro de física de 1.5 kg se desliza sobre el piso a 5.0 m/s. Un melón de 1.5 kg viaja con una componente de velocidad de 3.0 m/s a la derecha y una componente vertical de 4.0 m/s hacia arriba. ¿Todos estos objetos tienen la misma velocidad? ¿Tienen la misma energía cinética? Para cada pregunta, justifique su respuesta.

P6.12. ¿El trabajo *total* efectuado sobre un objeto durante un desplazamiento puede ser negativo? Explique su respuesta. Si el trabajo total es negativo, ¿su magnitud puede ser mayor que la energía cinética inicial del objeto? Explique su respuesta.

P6.13. Una fuerza neta actúa sobre un objeto y lo acelera desde el reposo hasta una rapidez v_1, efectuando un trabajo W_1. ¿En qué factor debe aumentarse ese trabajo para lograr una rapidez final tres veces mayor, si el objeto parte del reposo?

P6.14. Un camión que va por una autopista tiene mucha energía cinética relativa a una patrulla detenida, pero ninguna relativa al conductor del camión. En estos dos marcos de referencia, ¿se requiere el mismo trabajo para detener el camión? Explique su respuesta.

P6.15. Imagine que usted sostiene un portafolios por el asa, con el brazo recto a su costado. ¿La fuerza que la mano ejerce efectúa trabajo sobre el portafolios *a*) cuando usted camina con rapidez constante por un pasillo horizontal y *b*) cuando usa una escalera eléctrica para subir del primer al segundo piso de un edificio? Justifique su respuesta en cada caso.

P6.16. Si un libro se desliza sobre una mesa, la fuerza de fricción realiza trabajo negativo sobre él. ¿Existe algún caso en que la fricción realice trabajo *positivo*? Explique su respuesta. (*Sugerencia*: piense en una caja dentro de un camión que acelera.)

P6.17. Tómese el tiempo al subir corriendo una escalera y calcule la tasa media con que efectúa trabajo contra la fuerza de gravedad. Exprese su respuesta en watts y en caballos de potencia.

P6.18. Física fracturada. Muchos términos de la física se utilizan de manera inadecuada en el lenguaje cotidiano. En cada caso, explique los errores que hay. *a*) A una persona *fuerte* se llama *llena de potencia*. ¿Qué error implica este uso de *potencia*? *b*) Cuando un trabajador carga una bolsa de hormigón por una obra en construcción horizontal, la gente dice que él realizó mucho *trabajo*. ¿Es verdad?

P6.19. Un anuncio de un generador eléctrico portátil asegura que el motor a diesel produce 28,000 hp para impulsar un generador eléctrico que produce 30 MW de potencia eléctrica. ¿Es esto posible? Explique su respuesta.

P6.20. Un automóvil aumenta su rapidez mientras el motor produce potencia constante. ¿La aceleración es mayor al inicio de este proceso o al final? Explique su respuesta.

P6.21. Considere una gráfica de potencia instantánea contra tiempo, cuyo eje P vertical comienza en $P = 0$. ¿Qué significado físico tiene el área bajo la curva P contra t entre dos líneas verticales en t_1 y t_2? ¿Cómo podría calcular la potencia media a partir de la gráfica? Dibuje una curva de P contra t que conste de dos secciones rectas y dónde la potencia máxima sea igual al doble de la potencia media.

P6.22. Una fuerza neta distinta de cero actúa sobre un objeto. ¿Alguna de las cantidades siguientes puede ser constante? *a*) La rapidez del objeto; *b*) la velocidad del objeto; *c*) la energía cinética del objeto.

P6.23. Cuando se aplica cierta fuerza a un resorte ideal, éste se estira una distancia x desde su longitud relajada (sin estirar) y efectúa trabajo W. Si ahora se aplica el doble de fuerza, ¿qué distancia (en términos de x) se estira el resorte desde su longitud relajada y cuánto trabajo (en términos de W) se requiere para estirarlo esta distancia?

P6.24. Si se requiere un trabajo W para estirar un resorte una distancia x desde su longitud relajada, ¿qué trabajo (en términos de W) se requiere para estirar el resorte una distancia x adicional?

Ejercicios

Sección 6.1 Trabajo

6.1. Un viejo cubo de roble con masa de 6.75 kg cuelga en un pozo del extremo de una cuerda, que pasa sobre una polca sin fricción en la parte superior del pozo, y usted tira de la cuerda horizontalmente del extremo de la cuerda para levantar el cubo lentamente 4.00 m. *a*) ¿Cuánto trabajo efectúa usted sobre el cubo al subirlo? *b*) ¿Cuánta fuerza gravitacional actúa sobre el cubo? *c*) ¿Qué trabajo total se realiza sobre el cubo?

6.2. Un camión de remolque tira de un automóvil 5.00 km por una carretera horizontal, usando un cable cuya tensión es de 850 N. *a*) ¿Cuánto trabajo ejerce el cable sobre el auto si tira de él horizontalmente? ¿Y si tira a 35.0° sobre la horizontal? *b*) ¿Cuánto trabajo realiza el cable sobre el camión de remolque en ambos casos del inciso *a*)? *c*) ¿Cuánto trabajo efectúa la gravedad sobre el auto en el inciso *a*)?

6.3. Un obrero empuja horizontalmente una caja de 30.0 kg una distancia de 4.5 m en un piso plano, con velocidad constante. El coeficiente de fricción cinética entre el piso y la caja es de 0.25. *a*) ¿Qué magnitud de fuerza debe aplicar el obrero? *b*) ¿Cuánto trabajo efectúa dicha fuerza sobre la caja? *c*) ¿Cuánto trabajo efectúa la fricción sobre la caja? *d*) ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza normal sobre la caja? ¿Y la gravedad? *e*) ¿Qué trabajo total se efectúa sobre la caja?

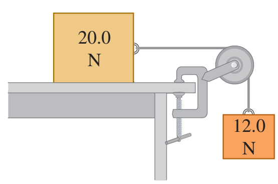
6.4. Suponga que el obrero del ejercicio 6.3 empuja hacia abajo con un ángulo de 30° bajo la horizontal. *a*) ¿Qué magnitud de fuerza debe aplicar el obrero para mover la caja con velocidad constante? *b*) ¿Qué trabajo realiza esta fuerza sobre la caja si se empuja 4.5 m? *c*) ¿Qué trabajo realiza la fricción sobre la caja en este desplazamiento? *d*) ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza normal sobre la caja? ¿Y la gravedad? *e*) ¿Qué trabajo total se efectúa sobre la caja?

6.5. Un pintor de 75.0 kg sube por una escalera de 2.75 m que está inclinada contra una pared vertical. La escalera forma un ángulo de 30.0° con la pared. *a*) ¿Cuánto trabajo realiza la gravedad sobre el pintor? *b*) ¿La respuesta al inciso *a*) depende de si el pintor sube a rapidez constante o de si acelera hacia arriba de la escalera?

6.6. Dos botes remolcadores tiran de un buque tanque averiado. Cada uno ejerce una fuerza constante de 1.80×10^6 N, uno 14° al oeste del norte y el otro 14° al este del norte, tirando del buque tanque 0.75 km al norte. ¿Qué trabajo total efectúan sobre el buque tanque?

6.7. Dos bloques están conectados por un cordón muy ligero que pasa por una polea sin masa y sin fricción (figura 6.30). Al viajar a rapidez constante, el bloque de 20.0 N se mueve 75.0 cm a la derecha y el bloque de 12.0 N se mueve 75.0 cm hacia abajo. Durante este proceso, ¿cuánto trabajo efectúa *a*) sobre el bloque de 12.0 N, i) la gravedad y ii) la tensión en el cordón? *b*) sobre el bloque de 20.0 N, i) la gravedad, ii) la tensión en el cordón, iii) la fricción y iv) la fuerza normal? *c*) Obtenga el trabajo total efectuado sobre cada bloque.

Figura 6.30 Ejercicio 6.7.



6.8. Un carrito de supermercado cargado rueda por un estacionamiento por el que sopla un viento fuerte. Usted aplica una fuerza constante $\vec{F} = (30\text{ N})\hat{\imath} - (40\text{ N})\hat{\jmath}$ al carrito mientras éste sufre un desplazamiento $\vec{s} = (-9.0\text{ m})\hat{\imath} - (3.0\text{ m})\hat{\jmath}$. ¿Cuánto trabajo efectúa la fuerza que usted aplica al carrito?

6.9. Una pelota de 0.800 kg se ata al extremo de un cordón de 1.60 m de longitud y se hace girar en un circulo vertical. *a*) Durante un círculo completo, contando a partir de cualquier punto, calcule el trabajo total efectuado sobre la pelota por: i) la tensión en el cordón; ii) la gravedad. *b*) Repita el inciso *a*) para el movimiento a lo largo del semicírculo que va del cénit al nadir de la trayectoria.

Sección 6.2 Energía cinética y teorema trabajo-energía

6.10. *a*) ¿Cuántos joules de energía cinética tiene un automóvil de 750 kg que viaja por una autopista común con rapidez de 65 mi/h? *b*) ¿En qué factor diminuiría su energía cinética si el auto viajara a la mitad de esa rapidez? *c*) ¿A qué rapidez (en mi/h) tendría que viajar el auto para tener la mitad de la energía cinética del inciso *a*)?

6.11. Cráter de meteorito. Hace aproximadamente 50,000 años, un meteorito se estrelló contra la Tierra cerca de lo que actualmente es la ciudad de Flagstaff, en Arizona. Mediciones recientes (2005) estiman que dicho meteorito tenía una masa aproximada de 1.4×10^8 kg (unas 150,000 toneladas) y se impactó contra el suelo a 12 km/s. *a*) ¿Cuánta energía cinética pasó este meteorito al suelo? *b*) ¿Cómo se compara esta energía con la energía liberada por una bomba nuclear de 1.0 megatones? (Una bomba de un megatón libera la misma energía que un millón de toneladas de TNT, y 1.0 ton de TNT libera 4.184×10^9 J de energía.)

6.12. Algunas energías cinéticas familiares. *a*) ¿Cuántos joules de energía cinética tiene una persona de 75 kg al caminar y al correr? *b*) ¿En el modelo atómico de Bohr, el electrón del hidrógeno en estado fundamental tiene una rapidez orbital de 2190 km/s. ¿Cuál es su energía cinética? (Consulte el Apéndice F) *c*) Si usted deja caer un peso de de 1.0 kg (aproximadamente 2 lb) desde la altura del hombro, ¿cuántos joules de energía cinética tendrá cuando llegue al suelo? *d*) ¿Es razonable que un niño de 30 kg pueda correr lo suficientemente rápido para tener 100 J de energía cinética?

6.13. La masa de un protón es 1836 veces la masa de un electrón. *a*) Un protón viaja con rapidez V. ¿Con qué rapidez (en términos de V) un electrón tendría la misma energía cinética que un protón? *b*) Un electrón tiene energía cinética K. Si un protón tiene la misma rapidez que el electrón, ¿cuál es su energía cinética (en términos de K)?

6.14. Una sandía de 4.80 kg se deja caer (rapidez inicial cero) desde la azotea de un edificio de 25.0 m y no sufre resistencia del aire apreciable. *a*) Calcule el trabajo realizado por la gravedad sobre la sandía durante su desplazamiento desde la azotea hasta el suelo. *b*) Justo antes de estrellarse contra el suelo, ¿cuáles son i) la energía cinética y ii) la rapidez de la sandía? *c*) ¿Cuál de las respuestas en los incisos *a*) y *b*) sería *diferente* si hubiera resistencia del aire considerable?

6.15. Use el teorema trabajo-energía para resolver los siguientes problemas. Usted puede utilizar las leyes de Newton para comprobar sus respuestas. Ignore la resistencia del aire en todos los casos. *a*) Una rama cae desde la parte superior de una secuoya de 95.0 m de altura, partiendo del reposo. ¿Con qué rapidez se mueve cuando llega al suelo? *b*) Un volcán expulsa una roca directamente hacia arriba 525 m en el aire. ¿Con qué rapidez se movía la roca justo al salir del volcán? *c*) Una esquiadora que se mueve a 5.00 m/s llega a una zona de nieve horizontal áspera grande, cuyo coeficiente de fricción cinética con los esquís es de 0.220. ¿Qué tan lejos viaja ella sobre esta zona antes de detenerse? *d*) Suponga que la zona áspera del inciso *c*) sólo tiene 2.90 m de longitud. ¿Con qué rapidez se movería la esquiadora al llegar al extremo de dicha zona? *e*) En la base de una colina congelada sin fricción que se eleva a 25.0° sobre la horizontal, un trineo tiene una rapidez de 12.0 m/s hacia la colina. ¿A qué altura vertical sobre la base llegará antes de detenerse?

6.16. Se lanza una piedra de 20 N verticalmente hacia arriba desde el suelo. Se observa que, cuando está 15.0 m sobre el suelo, viaja a 25.0 m/s hacia arriba. Use el teorema trabajo-energía para determinar *a*) su rapidez en el momento de ser lanzada y *b*) su altura máxima.

6.17. Imagine que pertenece a la Cuadrilla de Rescate Alpino y debe proyectar hacia arriba una caja de suministros por una pendiente de ángulo constante α, de modo que llegue a un esquiador varado que está una distancia vertical h sobre la base de la pendiente. La pendiente es resbalosa, pero hay cierta fricción presente, con coeficiente de fricción cinética μ_k. Use el teorema trabajo-energía para calcular la rapidez mínima que debe impartir a la caja en la base de la pendiente para que llegue al esquiador. Exprese su respuesta en términos de g, h, μ_k y α.

6.18. Una masa m baja deslizándose por un plano inclinado liso que forma un ángulo α con la horizontal, desde una altura vertical inicial h. *a*) El trabajo efectuado por una fuerza es la sumatoria del trabajo efectuado por las componentes de la fuerza. Considere las componentes de la gravedad paralela y perpendicular al plano. Calcule el trabajo efectuado sobre la masa por cada componente y use estos resultados para demostrar que el trabajo efectuado por la gravedad es exactamente el mismo que efectuaría si la masa cayera verticalmente por el aire desde una altura h. *b*) Use el teorema trabajo-energía para demostrar que la rapidez de la masa en la base del plano inclinado es la misma que tendría si se hubiera dejado caer desde la altura h, sea cual fuere el ángulo α del plano. Explique cómo esta rapidez puede ser independiente del ángulo del plano. *c*) Use los resultados del inciso *b*) para obtener la rapidez de una piedra que baja deslizándose por una colina congelada sin fricción, partiendo del reposo 15.0 m arriba del pie de la colina.

6.19. Un automóvil es detenido en una distancia D por una fuerza de fricción constante independiente de la rapidez del auto. ¿Cuál es la distancia en que se detiene (en términos de D) *a*) si el auto triplica su rapidez inicial; y *b*) si la rapidez es la misma que tenía originalmente, pero se triplica la fuerza de fricción? (Utilice métodos de trabajo-energía.)

6.20. Un electrón en movimiento tiene energía cinética K_1. Después de realizarse sobre él una cantidad neta de trabajo W, se mueve con una cuarta parte de su rapidez anterior y en la dirección opuesta. *a*) Calcule W términos de K_1. *b*) ¿Su respuesta depende de la dirección final del movimiento del electrón?

6.21. Un trineo con masa de 8.00 kg se mueve en línea recta sobre una superficie horizontal sin fricción. En cierto punto, su rapidez es de 4.00 m/s; 2.50 m más adelante, su rapidez es de 6.00 m/s. Use el teorema trabajo-energía para determinar la fuerza que actúa sobre el trineo, suponiendo que tal fuerza es constante y actúa en la dirección del movimiento del trineo.

6.22. Un balón de fútbol sóquer de 0.420 kg se mueve inicialmente con rapidez de 2.00 m/s. Un jugador lo patea, ejerciendo una fuerza constante de 40.0 N en la dirección del movimiento del balón. ¿Durante qué distancia debe estar su pie en contacto con el balón para aumentar la rapidez de éste a 6.00 m/s?

6.23. Un "12-pack" de Omni-Cola (masa de 4.30 kg) está en reposo en un piso horizontal. Luego, un perro entrenado que ejerce una fuerza horizontal con magnitud de 36.0 N lo empuja 1.20 m en línea recta. Use el teorema trabajo-energía para determinar la rapidez final si *a*) no hay fricción entre el 12-pack y el piso; *b*) el coeficiente de fricción cinética entre el 12-pack y el piso es de 0.30.

6.24. Un bateador golpea una pelota de béisbol con masa de 0.145 kg y la lanza hacia arriba con rapidez inicial de 25.0 m/s. *a*) ¿Cuánto trabajo habrá realizado la gravedad sobre la pelota cuando ésta alcanza una altura de 20.0 m sobre el bate? *b*) Use el teorema trabajo-energía para calcular la rapidez de la pelota a esa altura. Ignore la resistencia del aire. *c*) ¿La respuesta al inciso *b*) depende de si la pelota se mueve hacia arriba o hacia abajo cuando está a la altura de 20.0 m? Explique su respuesta.

6.25. Un vagón de juguete con masa de 7.00 kg se mueve en línea recta sobre una superficie horizontal sin fricción. Tiene rapidez inicial de 4.00 m/s y luego es empujado 3.0 m, en la dirección de la velocidad inicial, por una fuerza cuya magnitud es de 10.0 N. *a*) Use el teorema trabajo-energía para calcular la rapidez final del vagón. *b*) Calcule la aceleración producida por la fuerza y úsela en las relaciones de cinemática del capítulo 2 para calcular la rapidez final del vagón. Compare este resultado con el calculado en el inciso *a*).

6.26. Un bloque de hielo con masa de 2.00 kg se desliza 0.750 m hacia abajo por un plano inclinado a un ángulo de 36.9° bajo la horizontal. Si el bloque parte del reposo, ¿cuál será su rapidez final? Puede despreciarse la fricción.

6.27. Distancia de paro. Un automóvil viaja por un camino horizontal con rapidez v_0 en el instante en que los frenos se bloquean, de modo que las llantas se deslizan en vez de rodar. *a*) Use el teorema trabajo-energía para calcular la distancia mínima en que puede detenerse el auto en términos de v_0, g y el coeficiente de fricción cinética μ_k entre los neumáticos y el camino. *b*) ¿En qué factor cambiaría la distancia mínima de frenado, si i) se duplicara el coeficiente de fricción cinética, ii) se duplicara la rapidez inicial, o iii) se duplicaran tanto el coeficiente de fricción cinética como la rapidez inicial?

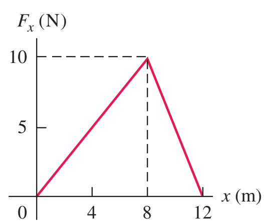
Sección 6.3 Trabajo y energía con fuerzas variables

6.28. Se requiere un trabajo de 12.0 J para estirar un resorte 3.00 cm respecto a su longitud no estirada. *a*) ¿Cuál es la constante de fuerza de este resorte? *b*) ¿Qué fuerza se necesita para estirar 3.00 cm el resorte desde su longitud sin estirar? *c*) ¿Cuánto trabajo debe efectuarse para comprimir ese resorte 4.00 cm respecto a su longitud no estirada, y qué fuerza se necesita para estirarlo esta distancia?

6.29. Una fuerza de 160 N estira un resorte 0.050 m más allá de su longitud no estirada. *a*) ¿Qué fuerza se requiere para un estiramiento de 0.015 m de este resorte? ¿Y para comprimirlo 0.020 m? *b*) ¿Cuánto trabajo debe efectuarse para estirar el resorte 0.015 m más allá de su longitud no estirada? ¿Y para comprimirlo 0.20 m desde su longitud sin estirar?

6.30. Una niña aplica una fuerza $\vec{F}$ paralela al eje x a un trineo de 10.0 kg que se mueve sobre la superficie congelada de un estanque pequeño. La niña controla la rapidez del trineo, y la componente x de la fuerza que aplica varía con la coordenada x del trineo, como se muestra en la figura 6.31. Calcule el trabajo efectuado por $\vec{F}$ cuando el trineo se mueve *a*) de $x = 0$ a $x = 8.0$ m; *b*) de $x = 8.0$ m a $x = 12.0$ m; *c*) de $x = 0$ a $x = 12.0$ m.

Figura 6.31 Ejercicios 6.30 y 6.31.



6.31. Suponga que el trineo del ejercicio 6.30 está inicialmente en reposo en $x = 0$. Use el teorema trabajo-energía para determinar la rapidez del trineo en *a*) $x = 8.0$ m, y *b*) $x = 12.0$ m. Puede despreciarse la fricción entre el trineo y la superficie del estanque.

6.32. Una vaca terca intenta salirse del establo mientras usted la empuja cada vez con más fuerza para impedirlo. En coordenadas cuyo origen es la puerta del establo, la vaca camina de $x = 0$ a $x = 6.9$ m, mientras usted aplica una fuerza con componente x $F_x = -[20.0\text{ N} + (3.0\text{ N/m})x]$. ¿Cuánto trabajo efectúa sobre la vaca la fuerza que usted aplica durante este desplazamiento?

6.33. Una caja de 6.0 kg que se mueve a 3.0 m/s, sobre una superficie horizontal sin fricción, choca con un resorte ligero cuya constante de fuerza es de 75 N/cm. Use el teorema trabajo-energía para determinar la compresión máxima del resorte.

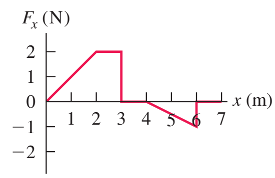
6.34. "Press" de piernas. Como parte de su ejercicio diario, usted se acuesta boca arriba y empuja con los pies una plataforma conectada a dos resortes rígidos paralelos entre sí. Al empujar la plataforma, usted comprime los resortes. Realiza 80.0 J de trabajo al comprimir los resortes 0.200 m con respecto a su longitud no comprimida. *a*) ¿Qué fuerza debe aplicar para mantener la plataforma en esta posición? *b*) ¿Cuánto trabajo *adicional* debe realizar para mover la plataforma *otros* 0.200 m, y qué fuerza máxima debe aplicar?

6.35. *a*) En el ejemplo 6.7 (sección 6.3), se calcula que, con el riel de aire apagado, el deslizador viaja 8.6 cm antes de parar instantáneamente. ¿Qué tan grande debe ser el coeficiente de fricción estática μ_s para evitar que el deslizador regrese a la izquierda? *b*) Si el coeficiente de fricción estática entre el deslizador y el riel es $\mu_s = 0.60$, ¿qué rapidez inicial máxima v_1 puede imprimirse al deslizador sin que regrese a la izquierda luego de detenerse momentáneamente? Con el riel de aire apagado, el coeficiente de fricción cinética es $\mu_k = 0.47$.

6.36. Un bloque de hielo de 4.00 kg se coloca contra un resorte horizontal que tiene fuerza constante $k = 200$ N/m, y está comprimido 0.025 m. El resorte se suelta y acelera al bloque sobre una superficie horizontal. Pueden despreciarse la fricción y la masa del resorte. *a*) Calcule el trabajo efectuado por el resorte sobre el bloque, durante el movimiento del bloque desde su posición inicial hasta que el resorte recupera su longitud no comprimida. *b*) ¿Qué rapidez tiene el bloque al perder contacto con el resorte?

6.37. A un automóvil a escala de 2.0 kg, controlado por radio, se aplica una fuerza $\vec{F}$ paralela al eje x; mientras el auto se mueve por una pista recta. La componente x de la fuerza varía con la coordenada x del auto, como se indica en la figura 6.32. Calcule el trabajo efectuado por la fuerza $\vec{F}$ cuando el auto se mueve de *a*) $x = 0$ a $x = 3.0$ m; *b*) $x = 3.0$ m a $x = 4.0$ m; *c*) $x = 4$ a $x = 7.0$ m; *d*) $x = 0$ a $x = 7.0$ m; *e*) $x = 7.0$ m a $x = 2.0$ m.

Figura 6.32 Ejercicios 6.37 y 6.38.



6.38. Suponga que el auto a escala de 2.0 kg del ejercicio 6.37 está inicialmente en reposo en $x = 0$ y que $\vec{F}$ es la fuerza neta que actúa sobre él. Use el teorema trabajo-energía para determinar la rapidez del auto en *a*) $x = 3.0$ m; *b*) $x = 4.0$ m; *c*) $x = 7.0$ m.

6.39. En un parque acuático, trineos con pasajeros se impulsan por una superficie horizontal resbaladiza liberando un resorte grande comprimido. El resorte, con constante de fuerza $k = 40.0$ N/cm y masa despreciable, descansa sobre la superficie horizontal sin fricción. Un extremo está en contacto con una pared fija; un trineo con pasajero (cuya masa total es de 70.0 kg) se empuja contra el otro extremo, comprimiendo el resorte 0.375 m. Luego se libera el trineo con velocidad inicial cero. ¿Qué rapidez tiene el trineo cuando el resorte *a*) regresa a su longitud no comprimida? y *b*) ¿está aún comprimido 0.200 m?

6.40. La mitad de un resorte. *a*) Suponga que usted corta a la mitad un resorte ideal sin masa. Si el resorte completo tiene una constante de fuerza k, ¿cuál es la constante de fuerza de cada mitad, en términos de k? (*Sugerencia*: piense en el resorte original como dos mitades iguales, y que cada mitad produce la misma fuerza que el resorte completo. ¿Nota usted por qué las fuerzas deben ser iguales?) *b*) Si ahora corta el resorte en tres segmentos iguales, ¿cuál será la constate de fuerza de cada uno en términos de k?

6.41. Un deslizador pequeño con masa de 0.0900 kg se coloca contra un resorte comprimido en la base de un riel de aire inclinado 40.0° hacia arriba sobre la horizontal. El resorte tiene $k = 640$ N/m y masa despreciable. Al soltarse el resorte, el deslizador viaja una distancia máxima de 1.80 m sobre el riel antes de deslizarse hacia abajo. Antes de alcanzar esta distancia máxima, el deslizador pierde contacto con el resorte. *a*) ¿Qué distancia se comprimió originalmente el resorte? *b*) Cuando el deslizador haya recorrido 0.80 m por el riel de aire desde su posición inicial contra el resorte comprimido, ¿estará todavía en contacto con el resorte? ¿Qué energía cinética tiene el deslizador en ese punto?

6.42. Un albañil ingenioso construye un dispositivo para lanzar ladrillos hasta arriba de la pared donde está trabajando. Se coloca un ladrillo sobre un resorte vertical comprimido con fuerza constante $k = 450$ N/m y masa despreciable. Al soltarse el resorte, el ladrillo es empujado hacia arriba. Si un ladrillo con masa de 1.80 kg debe alcanzar una altura máxima de 3.6 m sobre su posición inicial, ¿qué distancia deberá comprimirse el resorte? (El ladrillo pierde contacto con el resorte cuando éste recupera su longitud no comprimida. ¿Por qué?)

Sección 6.4 Potencia

6.43. ¿Cuántos joules de energía consume una bombilla eléctrica de 100 watts cada hora? ¿Con qué rapidez tendría que correr una persona de 70 kg para tener esa cantidad de energía cinética?

6.44. El consumo total de energía eléctrica en Estados Unidos es del orden de 1.0×10^{19} J por año. *a*) ¿Cuál es la tasa media de consumo de energía eléctrica en watts? *b*) Si la población de ese país es de 300 millones de personas, determine la tasa media de consumo de energía eléctrica por persona. *c*) El Sol transfiere energía a la Tierra por radiación a razón de 1.0 kW por m^2 de superficie, aproximadamente. Si esta energía pudiera recolectarse y convertirse en energía eléctrica con eficiencia del 40%, ¿qué área (en km^2) se requeriría para recolectar la energía eléctrica gastada por Estados Unidos?

6.45. Magnetoestrella. El 27 de diciembre de 2004 los astrónomos observaron el destello de luz más grande jamás registrado, proveniente de afuera del Sistema Solar. Provenía de la estrella de neutrones altamente magnética SGR 1806-20 (una *magnetoestrella*). Durante 0.20 s, dicha estrella liberó tanta energía como nuestro Sol liberó durante 250,000 años. Si P es la salida de potencia media de nuestro Sol, ¿cuál era la salida de potencia media (en términos de P) de esta magnetoestrella?

6.46. Una piedra de 20.0 kg se desliza por una superficie horizontal áspera a 8.0 m/s y finalmente se para debido a la fricción. El coeficiente de fricción cinética entre la piedra y la superficie es de 0.200. ¿Cuánta potencia térmica media se produce al detenerse la piedra?

6.47. Un equipo de dos personas en una bicicleta tándem debe vencer una fuerza de 165 N para mantener una rapidez de 9.00 m/s. Calcule la potencia requerida por ciclista, suponiendo contribuciones iguales. Exprese su respuesta en watts y en caballos de potencia.

6.48. Cuando el motor de 75 kW (100 hp) está desarrollando su potencia máxima, un pequeño avión monomotor con masa de 700 kg gana altitud a razón de 2.5 m/s (150 m/min, o 500 ft/min). ¿Qué fracción de la potencia del motor se está invirtiendo en hacer que el avión ascienda? (El resto se usa para vencer la resistencia del aire o se pierde por ineficiencias en la hélice y el motor.)

6.49. Trabajar como caballo. Imagine que usted trabaja levantando cajas de 30 kg una distancia vertical de 0.90 m del suelo a un camión. *a*) ¿Cuántas cajas tendría que cargar en el camión en 1 min, para que su gasto medio de potencia invertido en levantar las cajas fuera de 0.50 hp? *b*) ¿Y para que fuera de 100 W?

6.50. Un elevador vacío tiene masa de 600 kg y está diseñado para subir con rapidez constante una distancia vertical de 20.0 m (5 pisos) en 16.0 s. Es impulsado por un motor capaz de suministrar 40 hp al elevador. ¿Cuántos pasajeros como máximo pueden subir en el elevador? Suponga una masa de 65.0 kg por pasajero.

6.51. Potencia automotriz. Es frecuente que un automóvil de 1000 kg rinda 30 mi/gal cuando viaja a 60 mi/h en una carretera horizontal. Si este auto realiza un viaje de 200 km, *a*) ¿cuántos joules de energía consume, y *b*) cuál es la tasa media del consumo de energía durante el viaje? Observe que 1.0 gal de gasolina rinde 1.3×10^9 J (aunque esto puede variar). Consulte el Apéndice E.

6.52. El portaaviones *John F. Kennedy* tiene una masa de 7.4×10^7 kg. Cuando sus motores desarrollan su potencia máxima de 280,000 hp, la nave viaja con su rapidez máxima de 35 nudos (65 km/h). Si el 70% de esa potencia se dedica a impulsar la nave por el agua, ¿qué magnitud tiene la fuerza de resistencia del agua que se opone al movimiento del portaviones a esta rapidez?

6.53. Un remolcador de esquiadores opera en una ladera a 15.0° con longitud de 300 m. La cuerda se mueve a 12.0 km/h y se suministra potencia para remolcar 50 pasajeros (de 70.0 kg en promedio) a la vez. Estime la potencia requerida para operar el remolcador.

6.54. Un insecto volador común aplica una fuerza media igual al doble de su peso durante cada aleteo hacia abajo cuando está suspendido en el aire. Suponga que la masa del insecto es de 10 g y que las alas recorren una distancia media vertical de 1.0 cm en cada aleteo. Suponiendo 100 aleteos por segundo, estime el gasto medio de potencia del insecto.

Problemas

6.55. Barra giratoria. Una barra delgada y uniforme de 12.0 kg y longitud de 2.00 m gira uniformemente alrededor de un pivote en un extremo, describiendo 5.00 revoluciones completas cada 3.00 segundos. ¿Qué energía cinética tiene esta barra? (*Sugerencia*: los diferentes puntos de la barra tienen diferente rapidez. Divida la barra en segmentos infinitesimales de masa dm e integre para obtener la energía cinética total de todos estos segmentos.)

6.56. Un asteroide cercano a la Tierra. El 13 de abril de 2029 (¡un viernes 13!), el asteroide 99942 Apophis pasará a 18,600 millas de la Tierra, ¡aproximadamente 1/13 de la distancia a la Luna! Tiene una densidad de 2600 kg/m^3, puede moldearse como una esfera de 320 m de diámetro y viajará a 12.6 km/s. *a*) Si debido a una pequeña perturbación en su órbita, el asteroide fuera a chocar contra la Tierra, ¿cuánta energía cinética produciría? *b*) El arma nuclear más grande probada por Estados Unidos fue la bomba "Castle-Bravo", que produjo 15 megatones de TNT. (Un megatón de TNT libera 4.184×10^{15} J de energía.) ¿Cuántas bombas Castle-Bravo serían equivalentes a la energía del Apophis?

6.57. Un transportador de equipaje tira de una maleta de 20.0 kg, para subirla por una rampa inclinada 25.0° sobre la horizontal, con una fuerza $\vec{F}$ de magnitud 140 N que actúa paralela a la rampa. El coeficiente de fricción cinética entre la rampa y la maleta es $\mu_k = 0.300$. Si la maleta viaja 3.80 m en la rampa, calcule el trabajo realizado sobre la maleta por *a*) $\vec{F}$; *b*) la fuerza gravitacional, *c*) la fuerza normal, *d*) la fuerza de fricción, *e*) todas las fuerzas (el trabajo total hecho sobre la maleta). *f*) Si la rapidez de la maleta es cero en la base de la rampa, ¿qué rapidez tiene después de haber subido 3.80 m por la rampa?

6.58. Dominadas. Al hacer una "dominada", un hombre levanta su cuerpo 0.40 m. *a*) ¿Cuánto trabajo efectúa por kilogramo de masa corporal? *b*) Los músculos que intervienen en el movimiento pueden generar aproximadamente 70 J de trabajo por kilogramo de masa muscular. Si el hombre apenas logra hacer una dominada de 0.40 m, ¿qué porcentaje de la masa de su cuerpo corresponde a esos músculos? (Como comparación, el porcentaje *total* de músculo en un hombre común de 70 kg con el 14% de grasa corporal es cercano al 43%.) *c*) Repita el inciso *b*) para el pequeño hijo de tal hombre, cuyos brazos tienen la mitad de la longitud pero cuyos músculos también pueden generar 70 J de trabajo por kilogramo de masa muscular. *d*) Los adultos y niños tienen aproximadamente el mismo porcentaje de músculo en su cuerpo. Explique por qué para los niños suele ser más fácil hacer dominadas que para sus padres.

6.59. Máquinas simples. Se instalan rampas para discapacitados porque un gran peso w puede levantarse con una fuerza relativamente pequeña igual a w sen α más la pequeña fuerza de fricción. Estos planos inclinados son un ejemplo de una clase de dispositivos llamados *máquinas simples*. Se aplica una fuerza de entrada F_{en} al sistema y produce una fuerza de salida F_{sal} aplicada al objeto que se mueve. En una máquina simple, el cociente F_{sal}/F_{ent} se llama ventaja mecánica real (VMR). La razón inversa de las distancias que los puntos de aplicación de estas fuerzas se desplazan durante el movimiento del objeto, s_{ent}/s_{sal}, es la ventaja mecánica ideal (VMI). *a*) Calcule la VMI de un plano inclinado. *b*) ¿Qué puede decir de la relación entre el trabajo suministrado a la máquina, W_{ent}, y el producido por ella, W_{sal}, si VMR = VMI? *c*) Dibuje una polea dispuesta para producir VMI = 2. *d*) Definimos la eficiencia e de una máquina simple como el cociente del trabajo de salida y el de entrada, $e = W_{sal}/W_{ent}$. Demuestre que e = VMR/VMI.

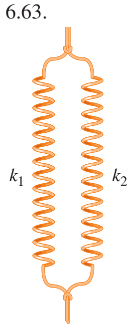
6.60. Considere el bloque del ejercicio 6.7 conforme se mueve 75.0 cm. Calcule el trabajo total realizado sobre cada uno *a*) si no hay fricción entre la mesa y el bloque de 20.0 N, y *b*) si $\mu_s = 0.500$ y $\mu_k = 0.325$ entre la mesa y el bloque de 20.0 N.

6.61. El transbordador espacial *Endeavour*, con masa de 86,400 kg, está en una órbita circular con radio de 6.66×10^6 m alrededor de la Tierra, y tarda 90.1 min en completar una órbita. En una misión de reparación, la nave se acerca cuidadosamente 1.00 m cada 3.00 s a un satélite averiado. Calcule la energía cinética del *Endeavour* *a*) relativa a la Tierra, y *b*) relativa al satélite.

6.62. Un paquete de 5.00 kg baja 1.50 m deslizándose por una larga rampa inclinada 12.0° bajo la horizontal. El coeficiente de fricción cinética entre el paquete y la rampa es $\mu_k = 0.310$. Calcule el trabajo realizado sobre el paquete por *a*) la fricción, *b*) la gravedad, *c*) la fuerza normal, *d*) todas las fuerzas (el trabajo total sobre el paquete). *e*) Si el paquete tiene una rapidez de 2.20 m/s en la parte superior de la rampa, ¿qué rapidez tiene después de bajar deslizándose 1.50 m?

6.63. Resortes en paralelo. Dos resortes están en *paralelo* si son paralelos entre sí y están conectados en sus extremos (figura 6.33). Es posible pensar en esta combinación como equivalente a un solo resorte. La constante de fuerza del resorte individual equivalente se denomina constante de fuerza *efectiva*, k_{efe}, de la combinación. *a*) Demuestre que la constante de fuerza efectiva de esta combinación es $k_{efe} = k_1 + k_2$. *b*) Generalice este resultado para N resortes en paralelo.

Figura 6.33 Problema 6.63.



6.64. Resortes en serie. Dos resortes sin masa están conectados en serie cuando se unen uno después del otro, punta con cola. *a*) Demuestre que la constante de fuerza efectiva (véase el problema 6.63) de una combinación en serie está dada por $\dfrac{1}{k_{efe}} = \dfrac{1}{k_1} + \dfrac{1}{k_2}$. (*Sugerencia*: para una fuerza dada, la distancia total de estiramiento por el resorte individual equivalente es la suma de las distancias estiradas por los resortes en combinación. Además, cada resorte debe ejercer la misma fuerza. ¿Sabe usted por que? *b*) Generalice este resultado para N resortes en serie.

6.65. Un objeto es atraído hacia el origen con una fuerza dada por $F_x = -k/x^2$. (Las fuerzas gravitacionales y eléctricas tienen esta dependencia de la distancia.) *a*) Calcule el trabajo realizado por la fuerza F_x cuando el objeto se mueve en la dirección x de x_1 a x_2. Si $x_2 > x_1$, ¿el trabajo hecho por F_x es positivo o negativo? *b*) La otra fuerza que actúa sobre el objeto es la que usted ejerce con la mano para moverlo lentamente de x_1 a x_2. ¿Qué tanto trabajo efectúa usted? Si $x_2 > x_1$, ¿el trabajo que usted hace es positivo o negativo? *c*) Explique las similitudes y diferencias entre sus respuestas a los incisos *a*) y *b*).

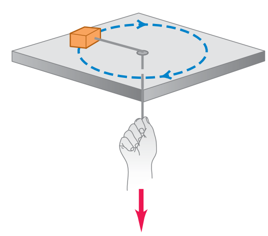
6.66. La atracción gravitacional de la Tierra sobre un objeto es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre el objeto y el centro de la Tierra. En la superficie terrestre, esa fuerza es igual al peso normal del objeto, mg, donde $g = 9.8$ m/s^2; en tanto que a grandes distancias la fuerza es cero. Si un asteroide de 20,000 kg cae a la Tierra desde un punto muy lejano, ¿qué rapidez mínima tendrá al chocar contra la superficie terrestre y cuánta energía cinética impartirá a nuestro planeta? Puede ignorar los efectos de la atmósfera terrestre.

6.67. Coeficientes de fricción variables. Una caja resbala con una rapidez de 4.50 m/s por una superficie horizontal cuando, en el punto P, se topa con una sección áspera. Aquí, el coeficiente de fricción no es constante: inicia en 0.100 en P y aumenta linealmente con la distancia después de P, alcanzando un valor de 0.600 en 12.5 m más allá de P. *a*) Use el teorema trabajo-energía para obtener la distancia que la caja se desliza antes de pararse. *b*) Determine el coeficiente de fricción en el punto donde se paró. *c*) ¿Qué distancia se habría deslizado la caja si el coeficiente de fricción, en vez de aumentar, se hubiera mantenido en 0.100?

6.68. Considere un resorte con un extremo fijo que no obedece fielmente la ley de Hooke. Para mantenerlo estirado o comprimido una distancia x, se debe aplicar al extremo libre una fuerza sobre el eje x con componente $F_x = kx - bx^2 + cx^3$. Aquí $k = 100$ N/m, $b = 700$ N/m^2 y $c = 12{,}000$ N/m^3. Observe que $x > 0$ cuando se estira el resorte y $x < 0$ cuando se comprime. *a*) ¿Cuánto trabajo debe realizarse para estirar este resorte 0.050 m con respecto a su longitud no estirada? *b*) ¿Cuánto trabajo debe realizarse para *comprimirlo* 0.050 m con respecto a su longitud no estirada? *c*) ¿Es más fácil estirar o comprimir este resorte? Explique por qué en términos de la dependencia de F_x en x. (Muchos resortes reales tienen el mismo comportamiento cualitativo.)

6.69. Un pequeño bloque con masa de 0.120 kg se conecta a un cordón que pasa por un agujero en una superficie horizontal sin fricción (figura 6.34). El bloque está girando a una distancia de 0.40 m del agujero con rapidez de 0.70 m/s. Luego, se tira del cordón por abajo, acortando el radio de la trayectoria del bloque a 0.10 m. Ahora la rapidez del bloque es de 2.80 m/s. *a*) ¿Qué tensión hay en el cordón en la situación original cuando el bloque tienen una rapidez $v = 0.70$ m/s)? *b*) ¿Qué tensión hay en el cordón en la situación final cuando el bloque tienen una rapidez $v = 2.80$ m/s? *c*) ¿Cuánto trabajo efectuó la persona que tiró del cordón?

Figura 6.34 Problema 6.69.



6.70. Bombardeo con protones. Un protón con masa de 1.67×10^{-27} kg es impulsado con una rapidez inicial de 3.00×10^5 m/s directamente hacia un núcleo de uranio que está a 5.00 m. El protón es repelido por el núcleo de uranio con una fuerza de magnitud $F = \alpha/x^2$, donde x es la separación de los objetos y $\alpha = 2.12 \times$

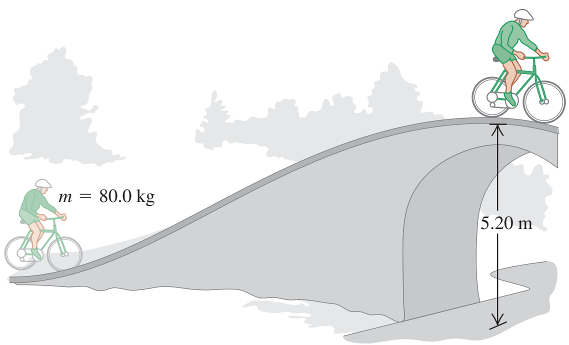
10^{-26} N · m^2. Suponga que el núcleo de uranio permanece en reposo. *a*) ¿Qué rapidez tiene el protón cuando está a 8.00×10^{-10} m del núcleo de uranio? *b*) Al acercarse el protón al núcleo de uranio, la fuerza de repulsión lo frena hasta detenerlo momentáneamente, después de lo cual el protón se aleja del núcleo de uranio. ¿Qué tanto se acerca el protón al núcleo? *c*) ¿Qué rapidez tiene el protón cuando está otra vez a 5.00 m del núcleo de uranio?

6.71. Un bloque de hielo con masa de 6.00 kg está inicialmente en reposo en una superficie horizontal sin fricción. Un obrero le aplica después una fuerza horizontal $\vec{F}$ y el bloque se mueve sobre el eje x, de modo que su posición en función del tiempo está dada por $x(t) = \alpha t^2 + \beta t^3$, donde $\alpha = 0.200$ m/s^2, $\beta = 0.0200$ m/s^3. *a*) Calcule la velocidad del objeto en $t = 4.00$ s. *b*) Calcule la magnitud de $\vec{F}$ en $t = 4.00$ s. *c*) Calcule el trabajo efectuado por la fuerza $\vec{F}$ durante los primeros 4.00 s del movimiento.

6.72. El impacto del Génesis. Cuando la cápsula de 210 kg de la misión Génesis se estrelló (véase el ejercicio 5.17 del capítulo 5) con una rapidez de 311 km/h, se incrustó 81.0 cm en el suelo del desierto. Suponiendo una aceleración constante durante el impacto, ¿con qué tasa media la cápsula efectuó trabajo sobre el desierto?

6.73. Un hombre y su bicicleta tienen una masa combinada de 80.0 kg. Al llegar a la base de un puente, el hombre viaja a 5.00 m/s (figura 6.35). La altura vertical del puente que debe subir es de 5.20 m, y en la cima la rapidez del ciclista disminuyó a 1.50 m/s. Ignore la fricción y cualquier ineficiencia de la bicicleta o de las piernas del ciclista. *a*) ¿Qué trabajo total se efectúa sobre el hombre y su bicicleta al subir de la base a la cima del puente? *b*) ¿Cuánto trabajo realizó el hombre con la fuerza que aplicó a los pedales?

Figura 6.35 Problema 6.73.



6.74. Una fuerza en la dirección $+x$ tiene magnitud $F = b/x^n$, donde b y n son constantes. *a*) Para $n > 1$, calcule el trabajo efectuado sobre una partícula por esta fuerza cuando la partícula se mueve sobre el eje x de $x = x_0$ al infinito. *b*) Demuestre que, para $0 < n < 1$, aunque F se acerque a cero al hacerse x muy grande, F realiza un trabajo infinito cuando la partícula se mueve de $x = x_0$ al infinito.

6.75. Imagine que le piden diseñar amortiguadores de resorte para las paredes de un estacionamiento. Un automóvil de 1200 kg que rueda libremente a 0.65 m/s no debe comprimir el resorte más de 0.070 m antes de detenerse. ¿Qué constante de fuerza debería tener el resorte? Suponga que la masa del resorte es despreciable.

6.76. El resorte de un rifle de resorte tiene masa despreciable y una fuerza constante $k = 400$ N/m. El resorte se comprime 6.00 cm y una esfera con masa de 0.0300 kg se coloca en el cañón horizontal contra el resorte comprimido. El resorte se libera y la esfera sale por el cañón. Éste mide 6.00 cm, así que la esfera sale de él en el instante en que pierde contacto con el resorte. El rifle se sostiene con el cañón horizontal. *a*) Calcule la rapidez con que la esfera sale del cañón, ignorando la fricción. *b*) Calcule la rapidez con que la esfera sale del cañón, suponiendo que una fuerza de resistencia constante de 6.00 N actúa sobre la esfera mientras se mueve dentro del cañón. *c*) Para la situación del inciso *b*), ¿en qué posición dentro del cañón la esfera tiene mayor rapidez? Determine tal rapidez. (En este caso, la rapidez máxima no se alcanza en el extremo del cañón.)

6.77. Un libro de 2.50 kg se empuja contra un resorte horizontal de masa despreciable y fuerza constante de 250 N/m, comprimiéndolo 0.250 m. Al soltarse, el libro se desliza sobre una mesa horizontal que tiene coeficiente de fricción cinética $\mu_k = 0.30$. Use el teorema trabajo-energía para averiguar qué distancia recorre el libro desde su posición inicial hasta detenerse.

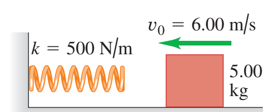
6.78. Empujar un gato. Micifuz (masa de 7.00 kg) está tratando de llegar a la parte más alta de una rampa sin fricción de 2.00 m de longitud, que tiene una inclinación de 30.0° sobre la horizontal. Puesto que el pobre felino no tiene tracción alguna sobre la rampa, usted lo empuja en todo momento ejerciendo una fuerza constante de 100 N paralela a la rampa. Si Micifuz empieza a correr desde más atrás, de modo que tenga una rapidez de 2.40 m/s en la base de la rampa, ¿qué rapidez tendrá al llegar a la parte más alta? Use el teorema trabajo-energía.

6.79. Barrera protectora. Un estudiante propone un diseño para una barrera contra choques de automóviles consistente en un resorte con masa despreciable capaz de detener una vagoneta de 1700 kg que se mueve a 20.0 m/s. Para no lastimar a los pasajeros, la aceleración del auto al frenarse no puede ser mayor que 5.00g. *a*) Calcule la constante de resorte k requerida, y la distancia que el resorte se comprimirá para detener el vehículo. No considere la deformación sufrida por el vehículo ni la fricción entre el vehículo y el piso. *b*) ¿Qué desventajas tiene este diseño?

6.80. Un grupo de estudiantes empuja a un profesor de física sentado en una silla provista de ruedas sin fricción, para subirlo 2.50 m por una rampa inclinada 30.0° sobre la horizontal. La masa combinada del profesor y la silla es de 85.0 kg. Los estudiantes aplican una fuerza horizontal constante de 600 N. La rapidez del profesor en la base de la rampa es de 2.00 m/s. Use el teorema trabajo-energía para calcular su rapidez en la parte superior de la rampa.

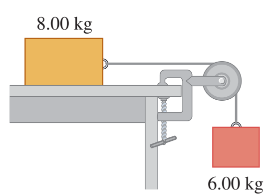
6.81. Un bloque de 5.00 kg se mueve con $v_0 = 6.00$ m/s en una superficie horizontal sin fricción hacia un resorte con fuerza constante $k = 500$ N/m que está unido a una pared (figura 6.36). El resorte tiene masa despreciable. *a*) Calcule la distancia máxima que se comprimirá el resorte. *b*) Si dicha distancia no debe ser mayor que 0.150 m, ¿qué valor máximo puede tener v_0?

Figura 6.36 Problema 6.81.



6.82. Considere el sistema de la figura 6.37. La cuerda y la polea tienen masas despreciables, y la polea no tiene fricción. Entre el bloque de 8.00 kg y la mesa, el coeficiente de fricción cinética es $\mu_k = 0.250$. Los bloques se sueltan del reposo. Use métodos de energía para calcular la rapidez del bloque de 6.00 kg después de descender 1.50 m.

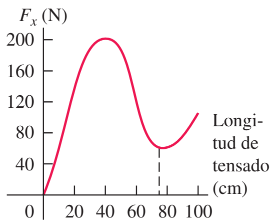
Figura 6.37 Problemas 6.82 y 6.83.



6.83. Considere el sistema de la figura 6.37. La cuerda y la polea tienen masas despreciables, y la polea no tiene fricción. El bloque de 6.00 kg se mueve inicialmente hacia abajo, y el bloque de 8.00 kg se mueve a la derecha, ambos con rapidez de 0.900 m/s. Los bloques se detienen después de moverse 2.00 m. Use el teorema trabajo-energía para calcular el coeficiente de fricción cinética entre el bloque de 8.00 kg y la mesa.

6.84. Arco y flecha. La figura 6.38 muestra cómo la fuerza ejercida por la cuerda de un arco compuesto sobre una flecha varía en función de qué tan atrás se tira de la flecha (la longitud de tensado). Suponga que la misma fuerza se ejerce sobre la flecha cuando ésta se mueve hacia adelante después de soltarse. El tensado máximo de este arco es una longitud de 75.0 cm. Si el arco dispara una flecha de 0.0250 kg con tensado máximo, ¿qué rapidez tiene la flecha al salir del arco?

Figura 6.38 Problema 6.84.



6.85. En una pista de hielo horizontal, prácticamente sin fricción, una patinadora que se mueve a 3.0 m/s encuentra una zona áspera que reduce su rapidez en un 45% debido a una fuerza de fricción que es del 25% del peso de la patinadora. Use el teorema trabajo-energía para determinar la longitud de la zona áspera.

6.86. Rescate. Imagine que una amiga (con masa de 65.0 kg) está parada en medio de un estanque congelado. Hay muy poca fricción entre sus pies y el hielo, de modo que no puede caminar. Por fortuna, tiene una cuerda ligera atada a la cintura y usted está en la orilla sosteniendo el otro extremo. Usted tira de la cuerda durante 3.00 s y acelera a su amiga desde el reposo hasta tener una rapidez de 6.00 m/s, mientras usted permanece en reposo. ¿Qué potencia media suministra la fuerza que aplicó?

6.87. Se requiere una bomba para elevar 800 kg de agua (aproximadamente 210 galones) por minuto desde un pozo de 14.0 m, expulsándola con una rapidez de 18.0 m/s. a) ¿Cuánto trabajo se efectuará por minuto para subir el agua? *b*) ¿Cuánto trabajo se efectuará para impartirle la energía cinética que tiene al salir? *c*) ¿Qué potencia desarrolla la bomba?

6.88. Calcule la potencia desarrollada por el obrero del problema 6.71 en función del tiempo. ¿Qué valor numérico tiene la potencia (en watts) en $t = 4.00$ s?

6.89. Una estudiante de física pasa una parte del día caminando entre clases o por esparcimiento, y durante ese tiempo gasta energía a una tasa media de 280 W. El resto del día está sentada en clase, estudiando o descansando; durante estas actividades, gasta energía a una tasa media de 100 W. Si en un día ella gasta en total 1.1×10^7 J de energía, ¿cuánto tiempo dedicó a caminar?

6.90. Todas las aves, sea cual fuere su tamaño, deben desarrollar continuamente una potencia de entre 10 y 25 watts por kilogramo de masa corporal para volar batiendo las alas. *a*) El colibrí gigante de los Andes (*Patagona gigas*) tiene una masa de 70 g y aletea 10 veces por segundo al quedar suspendido. Estime el trabajo efectuado por ese colibrí en cada aleteo. *b*) Un atleta de 70 kg puede desarrollar una potencia de 1.4 kW durante unos cuantos segundos como máximo; el desarrollo *constante* de potencia de un atleta común es sólo del orden de 500 W. ¿Es posible para un avión de propulsión humana poder volar por periodos largos batiendo las alas? Explique su respuesta.

6.91. La presa Grand Coulee tiene 1270 m de longitud y 170 m de altura. La potencia eléctrica producida por los generadores en su base es de aproximadamente 2000 MW. ¿Cuántos metros cúbicos de agua deben fluir cada segundo desde la parte superior de la presa, para producir esta potencia si el 92% del trabajo realizado sobre el agua por la gravedad se convierte en energía eléctrica? (Cada cm^3 de agua tiene 1000 kg de masa.)

6.92. El motor de un automóvil de masa m alimenta una potencia constante P a las ruedas para acelerar el auto. Puede ignorarse la fricción por rodamiento y la resistencia del aire. El auto está inicialmente en reposo. *a*) Demuestre que la rapidez del auto en función del tiempo es $v = (2Pt/m)^{1/2}$. *b*) Demuestre que la aceleración del auto no es constante, sino que está dada en función del tiempo por $a = (P/2mt)^{1/2}$. *c*) Demuestre que el desplazamiento en función del tiempo es $x - x_0 = (8P/9m)^{1/2}\, t^{3/2}$.

6.93. Potencia del corazón humano. El corazón humano es una bomba potente y muy confiable; cada día admite y descarga unos 7500 L de sangre. Suponga que el trabajo que realiza el corazón es igual al requerido para levantar esa cantidad de sangre a la altura media de una mujer estadounidense (1.63 m). La densidad (masa por unidad de volumen) de la sangre es de 1.05×10^3 kg/m^3. *a*) ¿Cuánto trabajo realiza el corazón en un día? b) ¿Qué potencia desarrolla en watts?

6.94. Seis unidades diesel en serie pueden suministrar 13.4 MW al primer vagón de un tren de carga. Las unidades diesel tienen una masa total de 1.10×10^6 kg. Los vagones tienen una masa media de 8.2×10^4 kg y cada uno requiere un tirón horizontal de 2.8 kN para moverse a 27 m/s (constante) en vías horizontales. *a*) ¿Cuántos vagones puede tener el tren en estas condiciones? *b*) En tal caso, no sobraría potencia para acelerar ni para subir cuestas. Demuestre que la fuerza adicional requerida para acelerar el tren es aproximadamente la misma para lograr una aceleración de 0.10 m/s^2, que para subir una pendiente de 1.0% (ángulo de pendiente α = arctan 0.010). *c*) Con la pendiente de 1.0%, demuestre que se necesitan 2.9 MW más para mantener la rapidez de 27 m/s de las unidades diesel. *d*) Con 2.9 MW menos de potencia disponible, ¿cuántos vagones pueden arrastrar las seis unidades diesel subiendo una cuesta de 1.0% con rapidez constante de 27 m/s?

6.95. Se necesita una fuerza de 53 kN aplicada al primer vagón de un tren de 16 vagones con masa de 9.1×10^5 kg, para tirar de él con rapidez constante de 45 m/s (101 mi/h) sobre rieles horizontales. *a*) ¿Qué potencia debe proporcionar la locomotora al primer vagón? *b*) ¿Cuánta más potencia que la calculada en *a*) se necesitaría para impartir al tren una aceleración de 1.5 m/s^2 en el instante en que el tren va a 45 m/s sobre vías horizontales? *c*) ¿Cuánta más potencia que la calculada en *a*) se necesitaría para tirar del tren subiendo una cuesta de 1.5% (ángulo de pendiente α = arelan 0.015) con rapidez constante de 45 m/s?

6.96. Varias fuerzas actúan sobre un objeto. Una de ellas es $\vec{F} = \alpha xy\hat{\imath}$, una fuerza en la dirección x cuya magnitud depende de la posición del objeto, con $\alpha = 2.50$ N/m^2. Calcule el trabajo realizado por esta fuerza sobre el objeto para cada uno de los siguientes desplazamientos del objeto: *a*) El objeto parte del punto $x = 0$, $y = 3.00$ m y se mueve paralelo al eje x hasta el punto $x = 2.00$ m, $y = 3.00$ m. *b*) El objeto parte del punto $x = 2.00$ m, $y = 0$ y se mueve en la dirección y hasta el punto $x = 2.00$ m, $y = 3.00$ m. *c*) El objeto parte del origen y se mueve sobre la línea $y = 1.5x$ hasta el punto $x = 2.00$ m, $y = 3.00$ m.

6.97. Ciclismo. Para una ciclista de ruta, el coeficiente de arrastre $C\left(f_{\text{aire}} = \frac{1}{2}CA\rho v^2\right)$ es 1.00, el área frontal A es de 0.463 m^2 y el coeficiente de fricción por rodamiento es de 0.0045. Ella tiene una masa de 50.0 kg, y su bicicleta, 12.0 kg. *a*) Para mantener una rapidez de 12.0 m/s (unas 27 mi/h) en un camino plano, ¿qué potencia debe suministrar la ciclista a la rueda trasera? *b*) En carreras de velocidad, 1a misma ciclista usa otra bicicleta con coeficiente de fricción por rodamiento de 0.0030 y masa de 9.00 kg. Además, la ciclista se encorva para reducir su coeficiente de arrastre a 0.88 y su área frontal a 0.366 m^2. ¿Qué potencia debe suministrar ahora a la rueda trasera para mantener una rapidez de 12.0 m/s? *c*) En la situación del inciso *b*), ¿qué potencia se requiere para mantener una rapidez de 6.0 m/s? Considere la gran reducción en la potencia requerida cuando la rapidez sólo se reduce a la mitad. (Si desea saber más acerca de las limitaciones aerodinámicas de la rapidez para una amplia variedad de vehículos de propulsión humana, véase "The Aerodynamics of Human-Powered Land Vehicles", *Scientific American*, diciembre de 1983.)

6.98. Potencia automotriz I. El motor de un camión transmite 28.0 kW (37.5 hp) a las ruedas de tracción cuando el camión viaja con velocidad constante de magnitud 60.0 km/h (37.3 mi/h) sobre una carretera horizontal. *a*) Determine la fuerza de resistencia que actúa sobre el camión. *b*) Suponga que el 65% de tal fuerza se debe a la fricción por rodamiento, y el resto, a la resistencia del aire. Si la fuerza de fricción por rodamiento es independiente de la rapidez y la fuerza de resistencia del aire es proporcional al cuadrado de la rapidez ¿qué potencia impulsará el camión a 30.0 km/h? ¿Y a 120 km/h? Dé sus respuestas en kilowatts y en caballos de potencia.

6.99. Potencia automotriz II. *a*) Si se requieren 8.00 hp para impulsar un automóvil de 1800 kg a 60.0 km/h en una carretera horizontal, calcule la fuerza retardante total debida a la fricción, la resistencia del aire, etcétera. *b*) ¿Qué potencia se requiere para impulsar el auto a 60.0 km/h hacia arriba en una pendiente de 10.0% (que sube 10.0 m por cada 100.0 m de distancia horizontal)? *c*) ¿Qué potencia se requiere para impulsar el auto a 60.0 km/h en una *bajada* de 1.00%? *d*) ¿Qué inclinación debe tener una pendiente para que el auto avance a 60.0 km/h sin motor?

Problemas de desafío

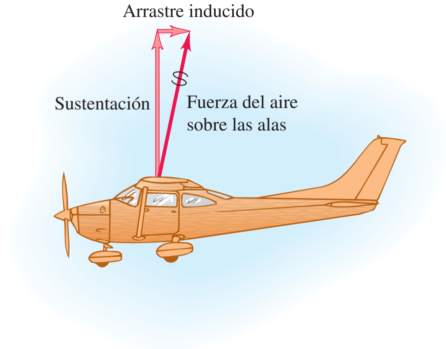
6.100. En un día invernal en Maine, un bodeguero está empujando cajas hacia arriba, por una tabla áspera inclinada con un ángulo α sobre la horizontal. La tabla está cubierta en parte con hielo, y hay más hielo cerca de la base de la tabla que cerca del tope, de modo que el coeficiente de fricción aumenta con la distancia x a lo largo de la tabla: $\mu = Ax$, donde A es una constante positiva y la base de la tabla está en $x = 0$. (Para esta tabla, los coeficientes de fricción cinética y estática son iguales, $\mu_k = \mu_s = \mu$.) El bodeguero empuja una caja tabla arriba, de modo que sale de la base de la tabla con rapidez v_0. Demuestre que cuando la caja se detiene, permanecerá en reposo si

$$v_0^2 \geq \frac{3g\,\mathrm{sen}^2\alpha}{A\cos\alpha}$$

6.101. Un resorte con masa. Normalmente ignoramos la energía cinética de las espiras en movimiento de un resorte; sin embargo, intentemos obtener una aproximación razonable de esta cantidad. Considere un resorte de masa M, longitud en equilibrio L_0 y constante de resorte k. El trabajo efectuado para estirar o comprimir el resorte en una distancia L es $\frac{1}{2}kX^2$, donde $X = L - L_0$. *a*) Considere que el resorte descrito tiene un extremo fijo y el otro moviéndose con rapidez v. Suponga que la rapidez de los puntos a lo largo del resorte varía linealmente con la distancia l medida desde el extremo fijo. Suponga también que la masa M del resorte se distribuye uniformemente a lo largo del mismo. Calcule la energía cinética del resorte en términos de M y v. (*Sugerencia*: divida el resorte en segmentos de longitud dl; determine la rapidez de cada segmento en términos de l, v y L; calcule la masa de cada segmento en términos de dl, M y L, e integre desde 0 hasta L. El resultado *no* es $\frac{1}{2}Mv^2$, ya que no todo el resorte se mueve con la misma rapidez.) En un rifle de resorte, un resorte de masa 0.243 kg y fuerza constante 3200 N/m se comprime 2.50 cm con respecto a su longitud no estirada. Cuando se tira del gatillo, el resorte empuja horizontalmente una esfera de 0.053 kg. El trabajo efectuado por la fricción es despreciable. Calcule la rapidez de la esfera cuando el resorte recupera su longitud no comprimida *b*) despreciando la masa del resorte; *c*) incluyendo, con ayuda de los resultados del inciso *a*), la masa del resorte. *d*) En el inciso *c*), ¿qué energía cinética final tienen la esfera y el resorte?

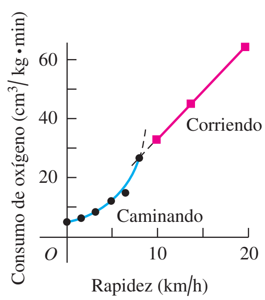
6.102. Un avión en vuelo está sujeto a una fuerza de resistencia del aire proporcional al cuadrado de su rapidez v. Sin embargo, hay una fuerza de resistencia adicional porque el avión tiene alas. El aire que fluye sobre las alas es empujado hacia abajo y ligeramente hacia adelante de modo que, por la tercera ley de Newton, el aire ejerce una fuerza sobre las alas y el avión que es hacia arriba y ligeramente hacia atrás (figura 6.39). La fuerza hacia arriba es la fuerza de sustentación que mantiene al avión en vuelo, en tanto que la fuerza hacia atrás se denomina *arrastre inducido*. A las rapideces de vuelo, el arrastre inducido es inversamente proporcional a v^2, así que la fuerza de resistencia total del aire se puede expresar como $F_{\text{aire}} = \alpha v^2 + \beta/v^2$, donde α y β son constantes positivas que dependen de la forma y tamaño del avión y de la densidad del aire. Para un Cessna 150, un avión pequeño de un solo motor, $\alpha = 0.30\ \mathrm{N\cdot s^2/m^2}$ y $\beta = 3.5 \times 10^5\ \mathrm{N\cdot m^2/s^2}$. En vuelo estable, el motor debe suministrar una fuerza hacia adelante que equilibre exactamente la fuerza de resistencia del aire. *a*) Calcule la rapidez (en km/h) a la que este avión tiene el *alcance* máximo (es decir, viaja mayor distancia) para una cantidad dada de combustible. *b*) Calcule la rapidez (en km/h) con la que el avión tendrá *permanencia* máxima en el aire.

Figura 6.39 Problema de desafío 6.102.



6.103. La figura 6.40 muestra la tasa de consumo de oxígeno de hombres que caminan y corren a diferentes rapideces. El eje vertical indica volumen de oxígeno (en cm³) que un hombre consume por kilogramo

Figura 6.40 Problema de desafío 6.103.



de masa corporal por minuto. Observe la transición de caminar a correr que se da naturalmente cerca de los 9 km/h. El metabolismo de 1 cm^3 de oxígeno libera unos 20 J de energía. Con los datos de la gráfica, obtenga la energía requerida para que un hombre de 70 kg viaje 1 km a pie con cada una de las siguientes rapideces: *a*) 5 km/h (caminando); *b*) 10 km/h (corriendo); *c*) 15 km/h (corriendo). *d*) ¿Cuál rapidez es la más eficiente, es decir, requiere menor energía para viajar 1 km?

6.104. Demostración general del teorema trabajo-energía. Considere una partícula que se mueve siguiendo una trayectoria curva en el espacio desde (x_1, y_1, z_1) hasta (x_2, y_2, z_2). En el punto inicial, la partícula tiene velocidad $\vec{\boldsymbol{v}} = v_{1x}\hat{\boldsymbol{\imath}} + v_{1y}\hat{\boldsymbol{\jmath}} + v_{1z}\hat{\boldsymbol{k}}$. La trayectoria se puede dividir en segmentos infinitesimales $d\vec{\boldsymbol{l}} = dx\hat{\boldsymbol{\imath}} + dy\hat{\boldsymbol{\jmath}} + dz\hat{\boldsymbol{k}}$. Mientras la partícula se mueve, actúa sobre ella una fuerza neta $\vec{\boldsymbol{F}} = F_x\hat{\boldsymbol{\imath}} + F_y\hat{\boldsymbol{\jmath}} + F_z\hat{\boldsymbol{k}}$. Las componentes de fuerza F_x, F_y y F_z son, en general, funciones de la posición. Por la misma sucesión de pasos empleada en las ecuaciones (6.11) a (6.13), demuestre el teorema trabajo-energía para este caso general. Es decir, demuestre que

$$W_{\text{tot}} = K_2 - K_1$$

donde

$$W_{\text{tot}} = \int_{(x_1, y_1, z_1)}^{(x_2, y_2, z_2)} \vec{\boldsymbol{F}} \cdot d\vec{\boldsymbol{l}} = \int_{(x_1, y_1, z_1)}^{(x_2, y_2, z_2)} (F_x\, dx + F_y\, dy + F_z\, dz)$$