Contents

[如何学好高等数学 1](#_Toc496793603)

[如何学好线性代数 2](#_Toc496793604)

[如何学好概率论与数理统计 4](#_Toc496793605)

# **如何学好高等数学**

    同学们，你们从中学来到大学，面对许多的大学课程，一定会觉得有些纷乱不堪，尤其是面对厚厚的一套《高等数学》书，更是觉得沉甸甸的，负担沉重。是啊，翻开书中每一页，密密麻麻是各种数学符号和公式。原来你们中学老师说的：“上了大学就可以放开玩”的梦想似乎又是遥不可及了。

请稍安勿躁。我和你们一样是从学生过来的，我想谈谈我对大学数学学习的一点感想，相信对你们一定会有助益的！

我读大学的数学专业，学的是《数学分析》，其实工科高等数学对应的正是专业的数学分析，不同的地方在于，高等数学侧重应用，以计算为主，对论证的要求不高。

不过，数学学习的方法仍然有类似的地方。首先我谈谈高等数学与中学数学的不同之处。

中学数学啊，一来它书中的概念、定理啊，相对还是容易理解些，一般水平的同学，听老师课堂上讲即可基本明白，因此课外不需要总看教科书，只要多做练习；而大学数学呢？一节课下来讲的概念、公式、定理比较多，光是记都不太记得住那！何况理解。因此，你们就不能像中学那样学了，上课前花10分钟预习一下将要讲的内容，上课中简明的笔记必须做，下课后做作业前一定要仔细看明白书本。这看起来繁琐，但却是必要的！不然你一定跟不上进度！---跟不上进度可不要一味怪老师哦。

第二点，也是一个主要的不同之处，就是中学偏重于解决问题的技巧性，概念一般较感性的理解尚可，但到了大学，就完全行不通了！记住哟！我在中学时数学学的还不错，那时总是沾沾自喜，觉得数学就是那么回事。但是到了大学才知道自己是井底之蛙！大学中的基本概念很重要啊！遗憾的是，大部分同学听了我的这一句话都不以为然，到了最后明白我这句话了，可是晚了！实际上，**概念对于高等数学，就像骨架对于一个人的身体，没了骨架**，一个人怎么立得起来呢？还有，**定理及其证明就如同一个人的血液和神经系统**；数学公式呢？我认为就是内脏；计算对应人的肌肉。这里每一个部分都是重要的，**只是由大学工科的特点，我强调概念和计算，非数学专业对证明的要求不高，许多同学干脆就完全放弃证明！这是极其错误的**，想一想，一个人没有血液和神经系统，那么他的每一部分都是孤立的，死的！我们对证明的要求是：重要的证明还是最好看明白（不要求灵活运用），次要的技巧性强的证明可以略微跳过。计算不需要讲了，许多大学生学数学就剩下计算了！结果因为概念不清，定理不明，计算只会生搬硬套，依葫茹画瓢，依我看，这样学数学等于什么都没有学到。

哦，还少了最关键的第三点那，就是“思想”！大学数学的思想犹如人的灵魂,没有灵魂，人就是行尸走肉，同样，数学没有思想，也是枉然！同学们可能会反驳：中学老师可没有这么说啊！不是中学数学就不需要思想，而是没有单独提出来而已。大学数学的思想就一个：极限！在没学它的概念前，我只能泛泛地说：中学研究的量是静止的量、有限的量，而大学所学的量是运动的量、无限的量，由静止到运动、由有限到无限是个飞跃，研究的方法就是极限。（具体需要你们在今后学习中慢慢体会。）我认为啊，**大学数学=中学数学+极限**，就完了。这样的概括简单吧？实际上就是这样。

大学数学极限的思想的具体体现主要就两方面：就是“微分”和“积分”。以前高等数学就称为微积分，很有道理。上册前五章讲一元函数的微积分，第六章是定积分的应用，第七章实际上是数学的另一门课：微分几何，这里介绍它的一些基本知识是为了下册的二元（多元）函数微积分做准备，它的重要性要在下册体现；这里也讲讲下册，下册是将一元函数微积分推广到多元函数微积分，然后加些级数和微分方程的内容，实际上级数是极限在数列方面的推广，微分方程是微积分在方程方面的应用。这样讲起来，我刚才讲的：大学数学学的就是微积分，真的不错。

为了大家先有些感觉，有必要说说“微分”和“积分”是怎么回事，没有学就要讲真是难呢！结合一个例子来说吧：大家还记得小学推导圆的面积公式的方法吗？它是将圆用扇形等分，将扇形近似作为三角形，随着分割越来越细，近似程度将越来越高。那么设想下，如分割时“无限”的呢？“近似”就变成“精确”的了！这是一个典型的“微积分”的例子：将圆分割求一个小扇形近似面积的过程就是“微分”，然后将每个小扇形相加然后求无限分的状态下的“精确值”就是“积分”，这样看来，微积分也不是那么可怕，它只是在中学所学的近似计算的基础上，引入了极限的思想而已，微和积是个互逆的过程。我们小学都接触过呢！只不过没有作为一般的理论推广罢了。

这样讲起来，大家不会对高数太怵了吧？当然，在这样的大框架下，涉及具体问题千变万化，因此公式也千变万化，但是无论如何，我们要抓住中心，抓住本质。

最后提一下，中学我不是太了解，总体感觉，好像中学数学不太重视数学的逻辑思维的锻炼了！逻辑是什么啊，我又用身体来打比方，就相当于人体的经络啊，为什么呢？中医讲经络，人体经络遍布全身，看不见摸不着，但是却主宰者全身，它让身体按照一定的“法则”和谐的运行，经络堵塞，则身体会乱，人得生病。逻辑对于数学也一样，一切定理公式都要顺服逻辑的法则，不然数学就是一堆无理的符号和空谈。我们那个年代，自我感觉逻辑的训练还行，但现在，要在大学补课学逻辑了，许多同学学数学，“无法无天”，不讲规律，简直惨不忍睹！还振振有词：你老师废话什么逻辑啊，我是工科的，要的是计算！这是谬论啊。不信，你上一年数学不按逻辑只计算试试？保证算也算不好。好了，具体要到上课时细说。

对于原来数学基础一般般的同学来说，学高数还真是有困难呢！记住我上面的话，不会错的，数学还有什么诀窍啊？我认为没有了，数学是一门实实在在的学科，容不得太多的取巧，只要你踏踏实实学，一步一个脚印，就一定会有突破的，一定！

# **如何学好线性代数**

   同学们，当你们学完《高等数学》课程后，好不容易松口气，马上又要学《线性代数》课程了，总觉得数学课程是个负担。其实，《线性代数》与《高等数学》一样，是工科必学数学基础课，为什么呢？因为线性代数的知识在工程上应用广泛。

线性代数与高等数学相比，不一样在于它研究的方法与高等数学相差太大，高等数学再难，毕竟是中学数学的延续，其内容不外是中学的内容加极限的思想而已，同学们接受起来比较容易。线性代数则不同，它在中学基本上没有“根”。其思维方式与以前学的数学迥然不同，概念更加抽象，相对偏重证明。而且，它的学时较少，基本上没有太多时间讲习题和复习，  同学们的时间一定要抓紧。

现在讲讲线性代数课程究竟讲些什么？作为工科的同学要重点学到什么？所谓线性，指的是变量的次数为一次，研究的计算为“加法”与“乘法”运算。工程上常常将非线性的问题归结到线性问题来考虑，说起来似乎很容易吧？实际上不很好学！

我们学的内容，可以归结为“一个问题”和“两个工具”。一个问题是指解线性方程组的问题，两个工具指的是矩阵和向量。

你可能会想：线性方程组我们学过，而且解它用得着讲一门课吗？大家一定要明白，首先我们的方程组不像中学所学仅含2到3个方程，它只要用消元法即可容易地求出，这里的研究的是所有方程组的规律，也就是所必须找到4个以上方程组成的方程组的解的规律，这样就比较难了，需要对方程组有个整体的认识，然后找到规律；再者，数学的宗旨是将看似不同的事物或问题将它们联系起来，抽象出它们在数学上的本质，然后用数学的工具来解决问题。实际上，向量、矩阵、线性方程组都是基本数学工具。三者之间有着密切的联系！它们可以互为工具，在今后的学习中，你们只要紧紧抓住三者之间的联系，学习就有了主线了。

向量我们在中学学过一些，物理课也讲。中学学的是三维向量，在几何中用有向线段表示，代数上用三个数的有序数组表示。那么我们线性代数中的向量呢，是将中学所学的向量进行推广，由三维到n维（n是任意正整数），由三个数的有序数组推广到n维有序数组，中学的向量的性质尽可能推广到n维，这样，可以解决更多的问题；矩阵呢？就是一个方形的数表，有若干行、列构成，这样看起来，概念上很好理解啊。可是研究起来可不那么简单，我们以前的运算是两个数的运算，而现在的运算涉及的可是整个数表的运算！可以想象，整个数表的运算必然比两个数的运算难。但是我们不必太怕，先记住并掌握运算，运算再难，多练几遍必然就会了。关键是要理解概念与概念间的联系。对工科来说，证明的要求不高，但是，常规的证明方法还是要懂一点。

再进一步说吧：中学解方程组，有一个原则，就是一个方程解一个未知量。对于线性代数的线性方程组，方程的个数不一定等于未知量的个数。比如4个方程5个未知量，这样就不可能有唯一的解，需要将一个未知量提出来作为“自由未知量”，也就是将之当做参数（可以任意取值的常数）；还有，即使是方程个数与未知量个数相同，也未必有唯一的解，因为有可能出现方程“多余”的情况。（比如第三个方程是前两个方程相加，那么第三个方程可以视为“多余”）总之，解方程可以先归纳出以下三大问题：

第一，   有无多余方程；

第二，   若有多余，如何去除多余方程，保留有用方程；

第三，   如何确定自由未知量。

解决了这三大问题，方程组的解迎刃而解。我们结合矩阵、向量可以提出完全对应的问题。刚才讲了，三者联系紧密，比如一个方程将运算符号和等号除去，就是一个向量；方程组将等号和运算除去，就是一个矩阵！你们说它们是不是联系紧密？大家可不要小看这三问，我认为它们可以作为学习线代的提纲挈领。

线性代数的特点，一是结构紧密，整个课程的知识点互相之间有着千丝万缕的联系，无论从哪一个角度切入，都可以牵一发而动全身，整个课程就是铁板一块。二是它解决问题的方法不再是像中学那样的重视技巧，以“点”为主，而是从代数的“结构”上，从宏观上把握解决问题的方案。线性代数提出了“向量空间”的概念，向量空间是由一个集合（这里研究数集），两个运算：加法和数乘，若干运算规律构成，可以这么说，矩阵和方程组在代数的本质上都可以作为广义的“向量”，这在最后一章会阐述，对于工科同学，仅需做些了解，但是从向量空间的概念上，可以窥见线性代数的高度结构化和逻辑严谨性。

# **如何学好概率论与数理统计**

    《概率论与数理统计》这门课啊，我说很好学，大家一定不会同意。我发现，许多甚至是专业的同学，都说概率不好学，统计更是摸不到边。以我看，是你没有掌握窍门。

我向来不喜欢讲“窍门”的，今天也要讲一点了。这门课，实际上一半是高等数学，一半是概率模型。这句话的意思是，高等数学学扎实了，概率统计就学好了一半。而概率模型呢？简单地说，就是将该概率的问题抽象出来，用高等数学建立概率的数学模型。

之所以学不好概率统计，大抵有两个原因：**一是高等数学本身就学的不扎实**，**二是对数学模型的建立缺乏感受**，理解困难：因为概率研究的对象是“不确定”的事件的统计规律，与我们以前所学的数学研究的确定的事件不同，方法也有异。

大家学高等数学啊，有一个明显的弊病：就是不求甚解。举一个例子,比如用元素法（微元法）建立积分，这是积分的应用，也是它最有意思，最关键的部分。可是考试不要求啊，难度大啊，同学们就不重视了，分数至上嘛，这不知害死多少人。大家想想，元素法不正是积分的关键吗？定积分不定积分的那些方法，实际运用中大都是很机械的，用多了，谁都能掌握，我不是说它们不重要，但是，假如在应用中，你连积分式都列不出，还奢谈什么呢？

扯远了，回到概率。概率呢？实际上正是高数的一个典型应用！好家伙，到这个时候，大家又依赖套公式，将数学中最有意思的分析抛到脑后，这样学，一辈子也休想学好数学，只能越学越费劲。就好比搭积木，前面搭不平，勉强还可以搭几层，到后面就彻底垮了！

概率是怎么样和高数联系起来的呢？它先是根据实际情形建立一个公理化的概率的概念，大家要注意：针对实际应用的概念与纯理论的概念有所不同，它必须考虑到它和实际情形的吻合。从这个公理化概念，我们用集合中和元素给出样本空间，样本点等概念，然后用数学中的变量给出随机变量的概念，也就是将事件对应随机变量的一个取值范围，“随机变量”与以前数学的“变量”关键的不同在于，随机变量的取值是随机的，它每一个范围对应一个概率值。好，我们继而用函数给出随机变量的分布情况，就是给出随机变量对应的概率的整体的描述，我们只要得到了它，就可以求出随机变量在任意区间的概率值。大家说这是不是一个数学模型啊?针对离散型与连续型随机变量，我们给出不同的函数形式，离散型的函数我们称分布律或概率函数，针对连续型我们给出初等函数，总之都是函数的形式。

有了函数，求概率的事情就可以借助高数中函数的许多工具了。看，概率的分布函数F（x），是变量取值小于x的概率值，这样，是不是给出了概率和函数的对应？对函数概念理解深刻的人，可以欣赏到它的妙处：只要告诉我取值的区间，我就可以精确算出此区间的概率值。我们还可以将高数中的微积分引入概率：连续型的随机变量的概率密度反映了随机变量分布在个区间的密集程度，它和分布函数是这样的关系：分布函数的导数是概率密度，概率密度的定积分是分布函数！我们说导数是函数的变化率，用在这里就是分布函数的变化的快慢反映了随机变量在此处的分布的密集程度；我们说定积分的几何意义是函数对应的曲边梯形的面积，应用在这里就是将概率密度在某区间对应的曲边梯形的面积算出来就是再次区间的概率值！多么完美的微积分模型！这就是我说概率的一半是高数的原因。

有了这个模型，我们可以将高数的微积分的成果都搬过来。比如单调性、凹凸性、渐近线都可以用来描述概率密度函数；两个随机变量的分布情况我们可以借助多元函数的微积分；高数中的收敛可以在这里推广为依概率收敛；求随机变量函数的分布可以用变上限积分的求导……。高数中的许多概念再这里都赋予新的意义，大家要深刻领会，做概率题将不再难！

关于统计学部分。数理统计与概率论的关系是:概率是统计的基础，统计是概率的直接应用。为什么统计要用到概率呢？因为统计不仅仅是将数据记录下来，我们还要根据统计的数据分析事物的性质。而我们统计的数据，往往不可能穷举，因此只是整体事物的一部分。我们要根据一部分的统计数据窥见整体的风貌，这一部分的取值是随机的，这就和概率联系上了。概率和统计最关键的枢纽就是大数定律，我原来做学生的时候没有十分的理解其重要性，其实，没有大数定律，概率论的整个大厦就崩溃了！大数定律讲的是当样本量达到足够大时，其均值依概率收敛于一个定值，正是这个定值，保证了我们前面概率论中队事件赋以一个概率值的意义所在，不然这样的赋值无法求出，概率的实际意义也就消失了！在这里我们更好地理解了概率是一个统计规律。统计规律嘛，就是我们不能看一时一事，而是要考虑大量的随机事件反映出来的一种整体规律！正是因为这一点，我们站在不同的时间点上，概率会发生质的变化，因此有了“先验”和“后验”的区别，没有什么奇怪的。

接着统计学讲到总体、样本、样本值的概念，对于概念，同学们还是不屑于理解，依我看你吃亏很大。只要你理解了三大概念的本质，我看统计就变成概率了！因为我们是用概率解决统计问题的嘛！只要你知道，总体是抽象整体、样本是随机的局部、样本值时样本取的具体值（如同随机变量取的值一样），这里体现了一种辩证的关系：普遍性寓于特殊性之中。正因为这个辩证关系，我们每一个简单样本的个体可以看成独立同分布的随机变量，同什么分布呢？就是同总体的分步嘛！因为普遍性寓于特殊性之中！我们从特殊的样本作为多个独立同分布随机变量，可以构造不同的函数（统计量），其分布就是抽样分布了！就可以开始研究各种统计规律了。有了这样的提纲契领，统计是不是就学好了一半？

 基于上面的总则，我们将统计分成两部分：一是参数估计，一是假设检验。（实际上统计学远不止这些，这只是基础的常用的知识）参数估计讲的是知道总体分布，但是不知道其中的某些参数，因此需要抽样估计它，我们讲要构造适当的统计量，这个统计量估计的好不好，不是一两次碰巧可以算数的，靠的是其抽样分布的分析！这是科学啊，分析靠什么呢？就是概率，我们通过概率，就不需要靠多少次实验检验取得经验了，而是靠概率算出来，这样的计算最终和实验是会契合的，因为它是科学嘛！也正因为是估计，难免有误差，所以我们要给出一个衡量的方法，于是有了：置信度和置信区间。假设检验呢？就是先对参数进行假设，有原假设与备择假设，它们是两个互逆的假设。我们有点像做数学的反证法，我们呢先假设原假设成立，当实验数据与原假设相差甚远时，我们就认为原假设不对，从而支持备择假设。只要“证据不足”我们认为“不显著”，因此还是支持原假设。哈，说起来不难呢！但是实际操作上你必须拿数据说话啊！还是要用统计量的分布来说明问题。具体我就不深谈了。

以上是我多年的学习教学的体会，对初学者一定会有帮助的！这些话可以作为一个总原则，当学的具体时，你拿来好好体会一下，知识就容易贯通，贯通了，解一般的题目不在话下。有的同学觉得好难理解哦！当然啦，我也是经过教书3-5年后才领会其精髓的啊！没关系，慢慢来，学习就是水滴石穿！

# **机器学习需要很高的数学基础，高数心得**

有人戏称高数是一棵高树，很多人就挂在了上面。但是，只要努力，就能爬上那棵高树，凭借它的高度，便能看到更远的风景。   
  
大部分同学都害怕高数，高数学习起来确实是不太轻松。其实，只要有心，高数并不像想象中的那么难。虽然有很多人比我学得更好，但在这里我也谈谈自己关于高数学习的一些拙见吧。   
  
首先，不能有畏难情绪。很多人说高数非常难学，有很多人挂科了，这基本上是事实，但是或多或少有些夸张了吧。让我们知道高数难，虽然会让我们对它更加重视，但是这无疑也增加了大家对它的畏惧感，觉得自己很可能学不好它，从而失去了信心，有些人甚至把难学当做自己不去学好它的借口。事实上，当我们抛掉那些畏难的情绪，心无旁骛地去学习高数时，它并不是那么难，至少不是那种难到学不下去的。所以，我觉得要学好高数，一定不能有畏难的情绪。当我们有信心去学好它时，就走好了第一步。   
  
其次，课前预习很重要。每个人的学习习惯可能不同，有些人习惯预习，有些人觉得预习不适合自己。但对我而言，学习高数，预习是必要的。每次上新课前，把课本上的内容仔细地预习一下，或者说先自学一下，把知识点先过一遍，能理解的先自己理解好，到课堂上时就会觉得有方向感，不会觉得茫然，并且自己预习时没有理解的地方在课堂上听老师讲后就能解决了，比较有针对性。另外，我一般在预习后会试着做一下课后题，只是试着做一两道简单的题目，找找感觉，虽然可能做不出，但那样会有助于理解。   
  
然后，要把握课堂。我认为，把握好课堂对高数学习是很关键的。课堂上老师讲的每一句话都有可能是很有用的，如果错过了就可能会使自己以后做某些题时要走很多弯路，甚至是死路。老师在上课时会详细地讲解知识点，所以对于我们的理解是很有帮助的，有些知识点，我们课余看一小时，也许还不如听老师讲一分钟理解得快。并且，老师还会讲到一些要注意的但书上没有的东西，所以课堂上最好尽量集中精神听讲，不要错过了某些有价值的东西。   
  
此外，要以教材为中心。虽然说“尽信书不如无书”，但是，就算教材不是完美的，我们还是要以教材为中心去学习高数。教材上包含了我们所要掌握的知识点，而那些知识点是便是我们解题的基础。书上的一些基本公式、定理，是我们必须掌握的。并且，书上很多原理的证明过程体现的数学思想对于我们的思维训练是很有益处的。我觉得，只有将教材上的基础知识融会贯通了，把基础打好了，知识才能稳固。也许，将书上的知识都真正理解透彻了，能够举一反三了，那么不用再看参考书，不用做习题去训练，都能以不变应万变了。当然，做到这一点不容易，我也没有做到。但是，把教材内容尽可能地掌握好，是绝对益处多多的。   
  
最后，坚持做好习题。做题是必要的，但搞题海战术就不必要了。就我的体会而言，如果只是想考试考好，不想去深入研究它的话，做好教材上的课后题和习题册就足够了，当然，前提是认真地做好了。对于每一道题，有疑问的地方就要解决，不能不求甚解，尽量把每一个细节都理解好，这样的话做好一道题就能解决很多同类型的题了。同时，做题不能只是自己一个人冥思苦想，有时候自己的思维走进了死胡同是很难走出来的，当自己做不出来的时候，不妨问问老师或者同学，也许就能豁然开朗了。对于做完的题目，觉得很有价值的，最好是把它摘抄到笔记本上，然后记录一下解题的要点，分析一下题目所体现的思维方式等等，平时有时间就翻看一下，加深一下记忆。   
  
以上就是我个人的一些学习心得还缺乏经验。关于高数学习，不同的人会有不同体会和见解，我的学习方法不见得会对别人都适用，但是，权当是一种学习经历的分享吧！

离散数学确实不咋的，我没怎么看。我现在看的是《信号与系统》，听搞视觉模式识别的人来说，这个是基础课程，可是我还是觉得有难度，惭愧啊。

我要怎么说你呢？你是否真的看过模式识别算法的书？

高数和初等数学一样的，都是存在于事物之间的基本规律的总结。

比如说高数里的积分，就牵涉到面积和体积的计算，比如是一个抛物线形物体的面积，你用初等数学，想烂脑袋都不知道怎么算，但是对于高等数学，这个实在是小菜一碟。

还有我想告诉你，很遗憾 我看了BP神经网络的一些内容了，神经网络中使用了“偏导数”，这个是高等数学的内容。

视觉识别中应用了傅里叶变换，还是高等数学。

你排斥高等数学，就等于排斥了大量的理论，

真正另辟蹊径的人是你，而不是我。

你就知道神经网络没有用？

用神经网络做强AI，目前是没有这个技术的，

但是神经网络确实是有用的

比如说，用神经网络可以根据样本自动得出 输入值和输出值 之间的函数值，这是可以的，而且也有比较广泛的应用，

不过作用被某些人夸大了，但是确实是有用的，而且别的算法，还真没有这个算法的一些优点。

特征函数大数定律中心极限定理都弄懂后把三大分布推导搞会，

然后点估计和区间估计的概念与方法要会，

课后习题全做完，最大似然估计法要会。

这些都懂了后置信区间和假设检验就特别简单。