中国科学技术大学
2016—2017 学年第 二 学期期末考试试卷

考试科目: 信号与系统　　　　　　得分:__________

学生所在小班:________ 姓名:__________ 学号:__________

一、计算以下问题:(每小题 6 分,共 60 分)

1、信号 $x(t)$ 的傅里叶频谱为 $X(j\omega)$,那么信号 $x(t)$ 的偶分量 $x_e(t)$、奇分量 $x_o(t)$ 各自的频谱与 $X(j\omega)$ 有什么关系?

2、信号 $x(t)$ 为实的因果信号且在 $t=0$ 时不包含 $\delta(t)$ 及其导数项,它的傅里叶频谱按实部虚部表示为 $X(j\omega)=R(j\omega)+jI(j\omega)$,请问 $R(j\omega)$、$I(j\omega)$ 各自有何特性? $R(j\omega)$ 与 $I(j\omega)$ 有何联系?

3、微分方程 $y'(t)+2y(t)=x(t)$ 描述一个起始松弛的连续时间系统,试求当输入信号 $x(t)=\cos(2t)$, $-\infty<t<\infty$ 时系统的输出 $y(t)$。

4、信号 $x(t)$ 的傅里叶频谱函数为 $X(j\omega)=-j\,\mathrm{sgn}(\omega)=\begin{cases}-j, \omega>0\\ j,\ \ \omega<0\end{cases}$,试求 $x(t)$。

5、利用傅里叶变换求 $\int_0^\infty \cos(\omega t)d\omega$ 的积分值。

6、试画出信号 $x(t)=\dfrac{\sin(\pi t/2)}{\pi t}+\dfrac{\sin(\pi t/2-\pi)}{\pi t-2\pi}$ 的幅度频谱曲线 $|X(\omega)|$ 和相位频谱曲线 $\varphi(\omega)$,并求出对这个信号进行采样的奈奎斯特间隔 T_s。

7、试求频率响应为 $H(\omega)=\dfrac{\omega^2}{5-\omega^2+2j\omega}$ 的连续时间因果 LTI 系统的单位阶跃响应 $s(t)$。

8、已知 $X(z)$ 为序列 $x[n]$ 的 Z 变换,$X(z)=Z\{x[n]\}$。试求以下序列的 Z 变换,要求用 $X(z)$ 表达:1) $x[-n]$;2) $x^*[n]$。

9、已知序列 $x[n]=r^n\sin(\omega_0 n)u[n]$，$-\infty<n<+\infty$。求 $x[n]$ 的 Z 变换 $X(z)$，并给出相应的收敛域。

10、试求信号 $x(t)=e^{-\pi t^2}$ 的自相关函数 $R_x(t)$、信号 $x(t)$ 的能量 E_x 及其能量谱密度函数 $\psi_x(\omega)$。可能利用的数学式：$\int_0^{\infty}e^{-(t/\tau)^2}dt=\sqrt{\pi}\tau/2$

二、信号 $x(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\alpha^{|k|}e^{jk(2\pi/T)t}$，$0<\alpha<1$ 通过频率响应 $H(\omega)=\begin{cases}1, & |\omega|<W\\ 0, & |\omega|>W\end{cases}$ 的 LTI 系统。试确定 W 值取多大时，才能确保系统输出信号 $y(t)$ 的平均功率至少是输入信号 $x(t)$ 平均功率的 80%。（10 分）

三、已知 $x[n]$ 是周期为 4 的周期序列，对序列 $x[n]$ 在 $0\le n\le 7$ 做 8 点 DFT 运算，得到 DFT 系数为：$X(0)=X(2)=X(4)=X(6)=1$，$X(1)=X(3)=X(5)=X(7)=0$。试求：（共 15 分）

1. 周期序列 $x[n]$，并概画出它的序列图形；（5 分）

2. 该周期序列 $x[n]$ 通过单位冲激响应为 $h[n]=(-1)^n\dfrac{\sin^2(\pi n/2)}{\pi^2 n^2}$ 的数字滤波器后的输出 $y[n]$，并概画出它的序列图形。（10 分）

四、微分方程 $y''(t)+5y'(t)+6y(t)=x''(t)-3x'(t)+2x(t)$ 所描述的因果连续时间系统的起始条件为 $y(0_-)=1,\ y'(0_-)=-1$。（共 15 分）

1. 试求该微分方程所描述的 LTI 系统的系统函数 $H(s)$，并画出 $H(s)$ 在 s 平面的零极点分布和收敛域；（5 分）

2. 画出该 LTI 系统的幅频响应特性曲线；（2 分）

3. 当输入 $x(t)=e^{-2t}u(t)$ 时，试求系统的零输入响应 $y_{zi}(t), t\ge 0$、零状态响应 $y_{zs}(t), t\ge 0$。（8 分）