AT1 - Métodos Matemáticos para Gestão da Informação

Juliane Pires

1. Dado A = (8, -3, 2) e B = (-1, 4, 5), calcule: a) A + B, b) A - B, c) 2A - 3B.

a) A + B = (8, -3, 2) + (-1, 4, 5) = (7, 1, 7);

b) A - B = (8, -3, 2) - (-1, 4, 5) = (9, -7, -3);

c) 2A - 3B = $2 \times (8, -3, 2)$ - $3 \times (-1, 4, 5)$ = (16, -6, 4) - (-3, 12, 15) = (19, -18, -11)

2. Considere V = (12, -7, 9). Em um cenário fictício, suponha que as três componentes representem, respectivamente, número de acessos, número de avisos e número de falhas em um sistema ao longo de um dia. Interprete o vetor V nesse contexto

Neste cenário fictício, é possível interpretar esse vetor como um sistema que teve um grande número de acessos (12), mas, em contrapartida, teve, também, um grande número de falhas, que resultaram em 9 - ou seja, 75% em relação ao número de acessos. Isso pode indicar que o sistema precisa de manutenção. Já em relação ao número de avisos, que resultou em um número negativo, é possível sugerir uma análise desse número como um total de 7 avisos ou chamados removidos ou não atendidos.

3. Calcule a norma (comprimento) dos seguintes vetores:

a) ||V|| (9, 4) = $\sqrt{9^2+4^2} = \sqrt{81+16} = \sqrt{97} \approx 9,848$

b) ||V|| (-6, 8) = $\sqrt{(-6)^2+8^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$

c) ||V|| (2, -3) = $\sqrt{2^2+(-3)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13} \approx 3,605$

4. Normalize cada vetor do item 3, obtendo um vetor unitário (norma igual a 1), apresentando as coordenadas com três casas decimais.

a) $\frac{\vec{v}}{||\vec{v}||} = \frac{9}{9{,}848}; \frac{4}{9{,}848} = (0,913; 0,406)$

b) $\frac{\vec{v}}{||\vec{v}||} = \frac{-6}{10}; \frac{8}{10} = (-0,600; 0,800)$

c) $\frac{\vec{v}}{||\vec{v}||} = \frac{2}{3{,}605}; \frac{-3}{3{,}605} = (0,554; -0,832)$

5. 0 vetor W = (15, 0) aponta totalmente para o eixo X. Construa um vetor Z diferente de W, mas que tenha a mesma direção de W (ou seja, que seja um múltiplo escalar de W).

Para Z ser diferente de W, mas que fique na mesma direção desse vetor, é preciso que k em Z = $k \times W$ seja um número real diferente de zero.
• O y de W é zero, logo, um vetor com a forma $(x, 0)$ irá satisfazer a condição de múltiplo escalar de W. Exemplo:
→ Se $k = 3$

$\mathbf{Z} = k \times W \rightarrow Z = 3 \times (15, 0) \rightarrow Z = (45, 0)$ ou
→ Se $k = 8$

$\mathbf{Z} = k \times W \rightarrow Z = 3 = 8 \times (15, 0) \rightarrow Z = (120, 0)$

6. Crie um exemplo numérico de dois vetores P e Q em R^2 ou R^3 tais que $||\mathbf{P}|| = ||\mathbf{Q}||$ (mesma norma), mas P e Q não sejam múltiplos escalares (ou seja, não apontem para a mesma direção)

Exemplo: $P(12, 6)\ e\ k = 1$ / $Q(-12, 6)\ e\ k = -1$

$\boxed{\text{Norma:}}$

$P(12, 6) = \sqrt{12^2 + 6^2} = \sqrt{144 + 36} = \sqrt{180} = 13,416$
$Q(-12, 6) = \sqrt{(-12)^2 + 6^2} = \sqrt{144 + 36} = \sqrt{180} = 13,416$

7. Seja X = (10, 6) a posição de um ponto em um plano. Calcule a distância de X até Y = (7, 2) e de X até Z = (3, 15).

$\underset{x,y}{D} = x - y = (10, 6) - (7, 2) = (3, 4)$
$\underset{x,y}{Norma} = ||v|| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = \mathbf{5}$

$\underset{x,z}{D} = x - z = (10, 6) - (3, 15) = (7, -9)$
$\underset{x,z}{Norma} = ||v|| = \sqrt{7^2 + (-9)^2} = \sqrt{49 + 81} = \sqrt{130} = \mathbf{11,401}$

8. Construa um ponto T de modo que a distância de T até X = (10, 6) seja maior do que as distâncias calculadas no item anterior para Y e Z. Mostre o cálculo da distância entre T e X.

$\underset{x,y}{D} = \mathbf{5}$
$\underset{x,z}{D} = \mathbf{11,401}$
Para $\underset{x,T}{D} > 11,401 = ?$

Escolha: $T(20, 30)$
$\underset{x,T}{D} = x - T = (10, 6) - (20, 30) = (-10, -24)$
$\underset{x,T}{Norma} = ||v|| = \sqrt{(-10)^2 + (-24)^2} = \sqrt{100 + 576} = \sqrt{676} = \mathbf{26}$
26 > 11,401, logo, T > Y e Z é válido.

9. Em um plano que representa Temperatura (X) e Umidade (Y), considere os pontos A = (30, 40), B = (32, 37) e C = (18, 80). Calcule as distâncias entre A e B, e entre A e C, e indique qual dos dois pontos B ou C representa uma condição climática mais próxima de A.

$\underset{A,B}{D} = (30, 40) - (32, 37) = (-2, 3)$
$\underset{A,B}{Norma} = ||v|| = \sqrt{(-2)^2 + 3^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13} = 3,605$

$\underset{A,C}{D} = (30, 40) - (18, 80) = (12, -40)$
$\underset{A,C}{Norma} = ||v|| = \sqrt{12^2 + (-40)^2} = \sqrt{144 + 1600} = \sqrt{1744} = 41,761$

$\rightarrow$ A condição climática mais próxima de A está no ponto **B**, pois é a condição que possui menor distância em relação ao ponto A.

10. Considere o vetor H = (50, 20), que representa o valor esperado de duas leituras de um sensor. Dê dois exemplos de vetores que possam ser considerados "aceitavelmente próximos" de H e um exemplo de vetor que seja claramente "fora do padrão", justificando a escolha a partir das distâncias.

Vetores próximos escolhidos $\rightarrow I(62, 24); J(66, 28)$
Vetor fora do padrão escolhido $\rightarrow A(8, -6)$

Justificativas por distância euclidiana:

$\boxed{\text{Próximos:}}$

$\underset{H,I}{D} = \sqrt{(62-50)^2 + (24-20)^2} = \sqrt{12^2 + 4^2} = \sqrt{160} = \mathbf{12,649}$

$\underset{H,J}{D} = \sqrt{(66-50)^2 + (28-20)^2} = \sqrt{16^2 + 8^2} = \sqrt{320} = \mathbf{17,888}$

$\boxed{\text{Fora do padrão:}}$

$\underset{H,A}{D} = \sqrt{(8-50)^2 + ((-6)-20)^2} = \sqrt{(-42)^2 + (-26)^2} = \sqrt{2440} = \mathbf{49,396}$

- É possível observar, portanto, que as distâncias de $H \rightarrow I(12,649)$ e $H \rightarrow J(17,888)$ são próximas quando comparadas à distância $H \rightarrow A(49,395)$.

11. Construa um vetor J tal que a distância entre J e H = (50, 20) seja exatamente igual a 10 unidades. Apresente J e mostre o cálculo da distância.

$\underset{H,J}{D} = 10 \rightarrow D = \sqrt{(x-50)^2 + (y-20)^2} = 10$

$\underset{H,J}{D} = (\sqrt{(x-50)^2 + (y-20)^2})^2 = (10)^2 \rightarrow (x-50)^2 + (y-20)^2 = 100$

- Escolha: manter a coordenada x de $J = 50$, assim, substituindo-a na equação:

$D = (x-50)^2 + (y-20)^2 = 100 \rightarrow (50-50)^2 + (y-20)^2 = 100 \rightarrow$
$(y-20)^2 = 100 \rightarrow y - 20 = \sqrt{100} \therefore y - 20 = \pm 10$

$\rightarrow$ Duas soluções:
$y - 20 = 10 \rightarrow y = 30$
$y - 20 = -10 \rightarrow y = 10$

- Para obter 10 unidades de distância de $H(50, 20)$, posso escolher $J(50, 30)$

ou $J(50,10)$. Justificativa:
$\rightarrow$ Para $J(50,30)$ e $H(50,20)$:
$\underset{H,J}{D} = \sqrt{(50-50)^2+(30-20)^2} = \sqrt{0^2+10^2} = \sqrt{100} = 10$ ✓

• Para $J(50,10)$ e $H(50,20)$:
$\underset{H,J}{D} = \sqrt{(50-50)^2+(10-20)^2} = \sqrt{0^2+(-10)^2} = \sqrt{100} = 10$ ✓

12. Calcule a similaridade de cosseno entre os pares de vetores: a) (4, 4) e (8, 8); b) (4, 4) e (4,-4). Apresente os cálculos do produto escalar e das normas envolvidos.

• Para os vetores A e B:
$\boxed{\text{Norma dos vetores:}}$
$\boxed{\text{A}}$:
$A1(4,4) = ||V|| = \sqrt{4^2+4^2} = \sqrt{32} = 5,656$
$A2(8,8) = ||V|| = \sqrt{8^2+8^2} = \sqrt{128} = 11,313$

$\boxed{\text{B}}$:
$B1(4,4) = ||V|| = \sqrt{4^2+4^2} = \sqrt{32} = 5,656$
$B2(4,-4) = ||V|| = \sqrt{4^2+(-4)^2} = \sqrt{32} = 5,656$

$$\underset{A1,A2}{S} = \frac{A1 \times A2}{||A1|| \times ||A2||} = \frac{4\times8+4\times8}{5{,}656\times11{,}313} = \frac{64}{63{,}986} = \mathbf{1}$$
$$\underset{B1,B2}{S} = \frac{B1 \times B2}{||B1|| \times ||B2||} = \frac{4\times4+4\times-4}{5{,}656\times5{,}656} = \frac{0}{31{,}990} = \mathbf{0}$$

13. Dado o vetor Q = (6, 3) em um plano, calcule a similaridade de cosseno entre Q e os vetores U = (10, 5), V = (2,10) e W = (3, 1). Indique, com base nos valores encontrados, qual vetor está mais alinhado a Q.

$\boxed{\text{Q, U:}}$

$\underline{Normas:}$
$Q = \sqrt{6^2+3^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45} = 6,708$
$U = \sqrt{10^2+5^2} = \sqrt{100+25} = \sqrt{125} = 11,180$

$$\underset{Q,U}{S} = \frac{Q \times U}{||Q|| \times ||U||} = \frac{6\times10+3\times5}{6{,}708\times11{,}180} = \frac{75}{74{,}995} = \mathbf{1}$$

$\boxed{\text{Q, V:}}$

$\underline{Normas:}$
$Q = 6,708$
$V = \sqrt{2^2 + 10^2} = \sqrt{4 + 100} = \sqrt{104} = 10,198$

$$\underset{Q,V}{S} = \frac{Q \times V}{||Q|| \times ||V||} = \frac{6 \times 2 + 3 \times 10}{6{,}708 \times 10{,}198} = \frac{42}{68{,}408} = \mathbf{0,613}$$

$\boxed{\text{Q, W:}}$

$\underline{Normas:}$
$Q = 6,708$
$W = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10} = 3,162$

$$\underset{Q,W}{S} = \frac{Q \times W}{||Q|| \times ||W||} = \frac{6 \times 3 + 3 \times 1}{6{,}708 \times 3{,}162} = \frac{21}{21{,}210} = \mathbf{0,990}$$

• O vetor mais alinhado a Q é o vetor U, pois está perfeitamente alinhado a Q (similaridade de cosseno = 1).

14. Três estudantes têm seu tempo de estudo distribuído em duas áreas, representadas pelos vetores: E1 = (12, 3), E2 = (4, 1) e E3 = (5, 10), onde a primeira coordenada indica horas de estudo em "Área A" e a segunda coordenada horas em "Área B". Use a similaridade de cosseno para comparar E1 com E2 e E3, indicando qual estudante apresenta um padrão de estudo mais parecido com E1.

$\boxed{\text{E1}}$ $\underline{Norma:}\sqrt{12^2 + 3^2} = \sqrt{144 + 9} = \sqrt{153} = 12,369$
$\boxed{\text{E2}}$ $\underline{Norma:}\sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17} = 4,123$
$\boxed{\text{E3}}$ $\underline{Norma:}\sqrt{5^2 + 10^2} = \sqrt{125} = 11,180$

$$\underset{E1,E2}{S} = \frac{E1 \times E2}{||E1|| \times ||E2||} = \frac{12 \times 4 + 3 \times 1}{12{,}369 \times 4{,}123} = \frac{51}{50{,}997} = \mathbf{1}$$
$$\underset{E1,E3}{S} = \frac{E1 \times E3}{||E1|| \times ||E3||} = \frac{12 \times 5 + 3 \times 10}{12{,}369 \times 11{,}180} = \frac{90}{138{,}285} = \mathbf{0,650}$$

• O estudante $E2$ apresenta alinhamento perfeito do padrão de estudo com o estudante $E1$ (similaridade de cosseno = 1). Ambos $E1$ e $E2$ distribuem seu tempo de estudo na mesma proporção entre as áreas A e B (4:1); já $E3$

dedica mais tempo à área B na proporção 1:2, por isso é menos similar à distribuição do tempo de estudo de $E1$.

15. Apresente um exemplo numérico em R^2 em que um vetor B esteja mais distante de Q do que um vetor C (ou seja, d(Q,B) $>$ d(Q,C)), mas em que a similaridade de cosseno entre Q e B seja maior do que entre Q e C (ou seja, cos (Q,B) $>$ cos(Q,C)). Mostre os cálculos.

$\underline{Escolha\ dos\ vetores:}$ $B(20,10)\mid C(5,-10)\mid Q(-20,10)$

$\boxed{\text{Justificativa:}}$

$\underset{Q,B}{D} > \underset{Q,C}{D}$:

$\underset{Q,B}{D} = \sqrt{(\underset{Q}{x} - \underset{B}{x})^2 + (\underset{Q}{y} - \underset{B}{y})^2} = \sqrt{((-20)-20)^2 + (10-10)^2} = \sqrt{40^2+0^2} = \sqrt{1600} = 40$

$\underset{Q,C}{D} = \sqrt{(\underset{Q}{x} - \underset{C}{x})^2 + (\underset{Q}{y} - \underset{C}{y})^2} = \sqrt{((-20)-5)^2 + (10-(-10))^2} = \sqrt{625+400} = \sqrt{1025} = 32,015$

$\underset{Q,B}{D} > \underset{Q,C}{D}\checkmark$

$\boxed{\text{Justificativa para } \underset{Q,B}{cos} > \underset{Q,C}{cos}\text{:}}$

$\underline{Normas:}$

$Q = \sqrt{(-20)^2+10^2} = \sqrt{400+100} = \sqrt{500} = 22,360$

$B = \sqrt{20^2+10^2} = \sqrt{500} = 22,360$

$C = \sqrt{5^2+(-10)^2} = \sqrt{25+100} = \sqrt{125} = 11,180$

$$\underset{Q,B}{S} = \frac{Q\times B}{||Q||\times||B||} = \frac{(-20\times 20)+(10\times -10)}{22{,}360\times 22{,}360} = \frac{-400+100}{499{,}969} = -0,600$$

$$\underset{Q,C}{S} = \frac{Q\times C}{||Q||\times||C||} = \frac{(-20\times 5)+(10\times -10)}{22{,}360\times 11{,}180} = \frac{-100-100}{249{,}984} = -0,800$$

Logo, $\underset{Q,B}{cos} > \underset{Q,C}{cos}$.

16. Mostre, com um exemplo concreto, que a magnitude (norma) de um vetor não altera o valor da similaridade de cosseno. Para isso, escolha dois vetores paralelos, calcule as normas, o produto escalar e a similaridade de cosseno entre eles.

• Para que um vetor seja paralelo de outro, esses vetores precisam que seus múltiplos sejam escalares um do outro. Exemplo (e escolha de vetores):
$k = 3$
$A(12, 4) \times \ k \rightarrow B(36, 12)$

$\underline{Normas:}$
$||A|| = \sqrt{12^2 + 4^2} = \sqrt{160} = 12,649$
$||B|| = \sqrt{36^2 + 12^2} = \sqrt{1296 + 144} = \sqrt{1440} = 37,947$

$$\underset{A,B}{S} = \frac{A \times B}{||A|| \times ||B||} = \frac{(12 \times 36) + (4 \times 12)}{12{,}649 \times 37{,}947} = \frac{480}{479{,}991} = \mathbf{1}$$

• Por mais que a magnitude do vetor B seja maior, isso não afeta a similaridade exata de cosseno entre os vetores.

17. Construa um vetor S em R^2 que forme um ângulo de 60° com o eixo X. Apresente um exemplo numérico coerente com esse ângulo, lembrando que cos (60°) = 1/2.

Para que um vetor $S = (X, Y)$ forme um ângulo de 60º com o eixo x, será utilizada a seguinte relação trigonométrica:
$S = (||S|| \times \cos 60°; ||S|| \times \sin 60°)$, na qual ||S|| é relativo ao módulo do comprimento do vetor.

$\rightarrow \cos 60° = \frac{1}{2} = 0,500$
$\rightarrow \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866$
$\rightarrow$ Módulo escolhido $> 0 = 6$

Atributo $x = 6 \times \cos 60° = 6 \times 0,500 = 3$
Atributo $y = 6 \times \sin 60° = 6 \times 0,866$ $(ou\ 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}) = 5,1$ $(ou\ 3\sqrt{3})$

$\therefore S(3; 5,1)$

$\underline{Justificativa:}$ podemos garantir que o ângulo formado é de 60° a partir do cálculo da tangente:

$\tan 60° = \frac{y}{x} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3} = \arctan(\sqrt{3}) = \mathbf{60°}$

18. (0 dilema dos ciclistas) Em um treinamento de ciclismo, consideram-se dois atributos para avaliar o estilo de cada atleta: Subida (X) e Velocidade em Trechos Planos (Y). Quatro ciclistas foram avaliados: Rafael (R) = (40, 5), Bruno (B) = (5, 30), Lucas (L) = (8, 2) e um novo atleta N = (20, 3), em que os números representam unidades de esforço em cada dimensão.

a) Calcule a distância Euclidiana entre N e cada um dos ciclistas Rafael, Bruno e Lucas.

$\underline{Norma:}$
$N: \ \sqrt{20^2 + 3^2} = 20,223$
$R: \sqrt{40^2 + 5^2} = 40,311$
$B = \sqrt{5^2 + 30^2} = 30,413$
$L = \sqrt{8^2 + 2^2} = 8,246$

$$\underset{N,R}{D} = \sqrt{(\underset{N}{x} - \underset{R}{x})^2 + (\underset{N}{y} - \underset{R}{y})^2} = \sqrt{(20-40)^2 + (3-5)^2} = \sqrt{404} = 20,099$$
$$\underset{N,B}{D} = \sqrt{(\underset{N}{x} - \underset{B}{x})^2 + (\underset{N}{y} - \underset{B}{y})^2} = \sqrt{(20-5)^2 + (3-30)^2} = \sqrt{954} = 30,886$$
$$\underset{N,L}{D} = \sqrt{(\underset{N}{x} - \underset{L}{x})^2 + (\underset{N}{y} - \underset{L}{y})^2} = \sqrt{(20-8)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{145} = 12,041$$

b) Calcule a similaridade de cosseno entre N e cada um dos três ciclistas.

$\underset{N,R}{S} = \frac{N \times R}{||N|| \times ||R||} = \frac{(20\times40)+(3\times5)}{20{,}223\times40{,}311} = \frac{815}{815{,}209} = \mathbf{0,999}$
$\underset{N,B}{S} = \frac{N \times B}{||N|| \times ||B||} = \frac{(20\times5)+(3\times30)}{20{,}223\times30{,}413} = \frac{190}{615{,}042} = \mathbf{0,308}$
$\underset{N,L}{S} = \frac{N \times L}{||N|| \times ||L||} = \frac{(20\times8)+(3\times2)}{20{,}223\times8{,}246} = \frac{166}{166{,}841} = \mathbf{0,994}$

c) Com base nos resultados, indique qual ciclista tem o estilo mais parecido com N.

De acordo com os cálculos, a maior similaridade de cosseno - ou seja, a maior proximidade entre estilos - está entre os ciclistas N e Rafael.

19. (Escolhendo o chefe de turno) Em uma fábrica, deseja-se escolher um chefe de turno com perfil de trabalho semelhante a o de u m funcionário considerado modelo. Dois atributos são avaliados: Precisão (X) e Rapidez (Y). Os vetores dos funcionários são: F1 = (12, 9), F2 = (20, 2) e F3 = (6, 6). Suponha que F1 seja o funcionário modelo. Usando a similaridade de cosseno, determine qual dos funcionários F2 ou F3 apresenta um perfil mais alinhado ao de F1.

$\underline{Normas:}$
$F1 = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$
$F2 = \sqrt{20^2 + 2^2} = 20,099$
$F3 = \sqrt{6^2 + 6^2} = 8,485$

$$\underset{F1,F2}{S} = \frac{F1 \times F2}{||F1|| \times ||F2||} = \frac{(12 \times 20) + (9 \times 2)}{15 \times 20{,}099} = \frac{258}{301{,}485} = \mathbf{0,855}$$
$$\underset{F1,F3}{S} = \frac{F1 \times F3}{||F1|| \times ||F3||} = \frac{(12 \times 6) + (9 \times 6)}{15 \times 8{,}485} = \frac{126}{127{,}275} = \mathbf{0,989}$$

- Mesmo que $F3$ apresente números menores de precisão e rapidez comparados aos de $F1$, o equilíbrio entre esse fatores do funcionário $F1$ é o mais próximo do funcionário $F3$.

20. (0 assistente virtual da biblioteca) Uma biblioteca classifica seus livros em um plano com dois eixos: Teoria (X) e Prática (Y). Três livros foram avaliados e receberam os vetores: L1 = (9, 1), L2 = (3,3) e L3 = (1, 9). Um leitor informa que deseja um livro que equilibre, o máximo possível, teoria e prática.

a) Proponha um vetor Q que represente esse interesse equilibrado.

Como o vetor $L1$ é muito mais teórico $(9, 1)$ e $L3$ é muito mais prático $(1, 9)$, é possível se basear em um vetor equilibrado como $L2(3, 3)$ para escolhe o vetor Q. Aqui, foi escolhido o vetor $Q(1, 1)$.

b) Calcule a similaridade de cosseno entre Q e cada um dos livros L1, L2 e L3.

$\underline{Normas:}$
$Q(1, 1) = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} = 1,414$
$L1(9, 1) = \sqrt{9^2 + 1^2} = \sqrt{82} = 9,055$
$L2(3, 3) = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 4,242$

$L3(1,9) = \sqrt{1^2 + 9^2} = \sqrt{82} = 9,055$

$$\underset{Q,L1}{S} = \frac{Q \times L1}{||Q|| \times ||L1||} = \frac{(1\times9)+(1\times1)}{1{,}414\times9{,}055} = \frac{10}{12{,}803} = \mathbf{0,781}$$
$$\underset{Q,L2}{S} = \frac{Q \times L2}{||Q|| \times ||L2||} = \frac{(1\times3)+(1\times3)}{1{,}414\times4{,}242} = \frac{6}{5{,}998} = \mathbf{1}$$
$$\underset{Q,L3}{S} = \frac{Q \times L3}{||Q|| \times ||L3||} = \frac{(1\times1)+(1\times9)}{1{,}414\times9{,}055} = \frac{10}{12{,}803} = \mathbf{0,781}$$

c) Indique qual livro deveria ser recomendado em primeiro lugar.

O livro que deveria ser recomendado em primeiro lugar é o $L2(3,3)$, pois a similaridade de cosseno desse vetor com o vetor Q é igual a 1 (máxima). Isso mostra que ambos os interesses ampontam para a mesma direção no plano Teoria - Prática.