PREDLAGAM NEKAJ REORGANIZACIJE PRI OBRAVNAVI VERJETNOSTI PROPADA.

GLEDE NA TO, DA INTEGRALSKO ENAČBO ZA VERJETNOST PROPADA OZIROMA PREŽIVETJA POTREBUJEMO TAKO PRI LAHKO- KOT TUDI PRI TEŽKOREPIH PORAZDELITVAH, MISLIM, DA NJENA IZPELJAVA SODI V POSEBEN RAZDELEK, KI BI LAHKO PRIŠEL TAKOJ ZA SEDANJO DEFINICIJO 4.10, LAHKO PA TUDI ZA RAZDELKOM 4.1.

V NOVEM RAZDELKU BI POVEDALI, DA JE NEKOLIKO LAŽJE IZPELJATI VERJETNOST PREŽIVETJA $\psi = 1 - \theta$ IN IZPELJALI SEDANJO ENAČBO (14):

$$\theta(u) = 1 - q + q \int_{[0,u]} \theta(u-x)\, d\bar{F}_1(x)$$

POVEDALI BI, DA GRE ZA DEFEKTNO PRENOVITVENO ENAČBO, NATO PA BRŽ ŠE, DA SE DAJO TAKE ENAČBE REŠITI S POMOČJO BANACHOVEGA SKRČITVENEGA NAČELA. TO JE BOLJ INTUITIVNO KOT PA POTEGNITI ZAJCA IZ KLOBUKA TAKO KOT V DOKAZU IZREKA 4.29.

DA FUNKCIJA θ REŠI PRENOVITVENO ENAČBO, NAMREČ LAHKO POVEMO TUDI TAKO, DA JE NEGIBNA TOČKA OPERATORJA:

$$A_g(u) = 1-q+q\int_{[0,u]} g(u-x)\,dF_1(x)$$

KI JE SKRČITEV NA PROSTORU OMEJENIH FUNKCIJ NA $[0,\infty)$, OPREMLJENEM S SUPREMUM NORMO, REŠITEV PRENOVITVENE ENAČBE $\theta = A\theta$ PA SE IZRAŽA KOT LIMITA $\theta = \lim_{n\to\infty} A^n g_0$ ZA POLJUBNO IZHODIŠČNO FUNKCIJO g_0.

OPERATOR A^n LAHKO IZRAZIMO Z VEČKRATNIMI INTEGRALI, A JE ZELO PRIPRAVNA TUDI VERJETNOSTNA IZRAŽAVA. ČE SO $\bar X_1, \bar X_2, \ldots \sim \bar F_{X_1}$ NEODVISNE IN FUNKCIJE Z 0 RAZŠIRIMO NA CELO REALNO OS, JE NAMREČ:

$$A_g(u) = (1-q)\mathbb{1}(u\ge 0) + q\,\mathbb{E}\left[g(u-\bar X_1)\right],$$

Z INDUKCIJO PA LAHKO POKAŽEMO, DA ZA $g_0(u) := (1-q)\mathbb{1}(u\ge 0)$ VELJA:

$$A^n g_0(u) = (1-q)\sum_{k=0}^{n} q^k\,\mathbb{P}(\bar W_k \le u)$$

PRI ČEMER JE $\bar W_k = \bar X_1 + \bar X_2 + \ldots + \bar X_k$ IN $\bar W_0 = 0$.

SLEDI:

$$\theta(u) = (1-q)\sum_{n=0}^{\infty} q^n \, \mathbb{P}(\bar{W}_n \leq u).$$

ŠE DRUGAČE, ČE TAKO KOT V DEFINICIJI 5.4 VZAMEMO $G \sim \mathrm{Geom}(1-q)$, KI JE NEODVISNA OD $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \ldots$, IMA $C := \bar{W}_G$ SESTAVLJENO GEOMETRIJSKO PORAZDELITEV IN VELJA $\theta(u) = \mathbb{P}(C \leq u)$ OZIROMA $C \sim \theta$ IN POSLEDIČNO

$$\psi(u) = \mathbb{P}(C > u) = (1-q)\sum_{n=0}^{\infty} \mathbb{P}(\bar{W}_n > u).$$

ZA TO SICER NI TREBA UVESTI SESTAVLJENE GEOMETRIJSKE PORAZDELITVE. NI TOREJ TREBA, DA JO V DELU SPLOH OMENITE: NAMESTO TEGA LAHKO IZPELJETE TUDI

$$\begin{aligned}
\psi(u) &= 1 - \theta(u) = \\
&= (1-q)\sum_{n=0}^{\infty} q^n - (1-q)\sum_{n=0}^{\infty} \mathbb{P}(\bar{W}_n \leq u) = \\
&= (1-q)\sum_{n=0}^{\infty} q^n \left(1 - \mathbb{P}(\bar{W}_n \leq u)\right) = \\
&= (1-q)\sum_{n=0}^{\infty} q^n \, \mathbb{P}(\bar{W}_n > u)
\end{aligned}$$

SAMI IZBERITE MOŽNOST.

DOKAZ SEDANJEGA IZREKA 4.23 PA ZAČNITE TAKO, DA NAPIŠETE, DA BI SE MORALI, ČE BI ŽELELI S POMOČJO ZGORNJE REŠITVE PREUČEVATI ASIMPTOTIKO VERJETNOSTI PROPADA, UKVARJATI Z VERJETNOSTMI VELIKIH ODKLONOV. PRECEJ O TEM JE ZAPISANO V KNJIGI:

A. DEMBO, O. ZEITOUNI:
LARGE DEVIATION TECHNIQUES AND APPLICATIONS

A NE MISLIM, DA BI TO KNJIGO ZDAJ ŠTUDIRALI; LE OMENITE JO, NATO PA NAPIŠITE, DA LAHKO PRI LAHKOREPIH PORAZDELITVAH PRENOVITVENO ENAČBO (14) PREVEDEMO NA PRENOVITVENO ENAČBO BREZ DEFEKTA IN UPORABIMO SMITHOV KLJUČNI PRENOVITVENI IZREK, IZREK 5.15. NADALJUJTE TAKO KOT V SEDANJEM DOKAZU IZREKA 4.23.

ŠE TO: KO SE SKLICUJEMO NA TRDITVE, JE LEPŠE, ČE JIH NAVEDEMO V POPOLNOSTI, TOREJ REČEMO „PO IZREKU 4.23" IN NE „PO (4.23)". SLEDNJA OBLIKA JE BOLJ REZERVIRANA ZA FORMULE. EVENTUELNO LAHKO KRAJŠO OBLIKO UPORABLJAMO ZA OBOJE, ČE OBOJE TUDI ENOTNO ŠTEVILČIMO, TAKO DA NPR. IZREKU (4.23) SLEDI FORMULA (4.24).