

**KOLEKTIVNI MODEL TVEGANJA IN PANJERJEV ALGORITEM**

Kolektivni model tveganja v zavarovalništvu opisuje vsoto višin odškodninskih zahtevkov, ki jih zavarovalnica izplača svojim zavarovancem znotraj danega časovnega obdobja. Naj nenegativna celoštevilaska spremenljivka  $N$  šteje odškodninske zahtevke v omenjenem obdobju in naj zaporedje neodvisnih in enako porazdeljenih slučajnih spremenljivk  $\{Y_i\}_{i \in \mathbb{N}}$  predstavlja višine odškodnin. Model privzema še, da so spremenljivke  $Y_i$  neodvisne od  $N$ .

Kumulativna škoda, ki jo v danem obdobju utrpi zavarovalnica, znaša

$$S = \sum_{i=1}^N Y_i.$$

Zanimajo nas izbrane številske karakteristike in porazdelitev spremenljivke  $S$ . Pri delu s programom R bomo uporabljali paket `actuar`.

**1. Porazdelitev individualnih škodnih zahtevkov**

- Na spletni učilnici z glasovanjem izberite vzorec škod, ki ga boste uporabili v kolektivnem modelu. Na voljo imate 2 vzorca. Podatke uvozite v R in narišite histogram, ki prikazuje vzorčno porazdelitev individualnih škodnih zahtevkov.
- Za modeliranje višine škodnega zahtevka uporabite eno izmed spodnjih porazdelitev (spremenljivka  $Y$ ). Neznane parametre izračunajte po metodi najmanjše razdalje, kar storite z uporabo funkcije `mde`.

Porazdelitev	Ukaz v R	Imena parametrov
Paretova	<code>pareto1</code>	<code>shape = <math>\alpha</math></code> in <code>min = <math>x_m</math></code>
eksponentna	<code>exp</code>	<code>rate = <math>\lambda</math></code>
Weibullova	<code>weibull</code>	<code>shape = <math>k</math></code> in <code>scale = <math>\lambda</math></code>

Črkovne oznake parametrov so izbrane tako, kot so prikazane v angleški Wikipediji (<http://en.wikipedia.org>).

- Na histogram iz (a) narišite krivuljo, ki prikazuje gostoto spremenljivke  $Y$ . Grafično primerjajte še vzorčno in teoretično porazdelitveno funkcijo.
- Za porazdelitev števila odškodninskih zahtevkov bomo vzeli:

Porazdelitev	Ukaz v R	Izbrane vrednosti parametrov
Poissonova	<code>pois</code>	<code>lambda = <math>\lambda = 10</math></code>

Z Waldovima identitetama

$$\begin{aligned} E(S) &= E(N)E(Y) \\ \text{var}(S) &= \text{var}(Y)E(N) + E(Y)^2\text{var}(N) \end{aligned}$$

izračunajte upanje in disperzijo kolektivne škode  $S$ .

## 2. Določanje porazdelitve kumulativne škode s Panjerjevim algoritmom

- (a) Z zaokroževanjem diskretizirajte porazdelitev spremenljivke  $Y$ . Izberite dolžino koraka  $h$  in tak njen večkratnik  $nh$ , da je na intervalu  $[0, nh]$  zbrana skoraj vsa verjetnostna gostota spremenljivke  $Y$ . Pomagajte si z nalogo (1.c) ter ukazoma `discretize` in `diffinv`.
- (b) Narišite graf porazdelitvene funkcije spremenljivke  $Y$  in dorišite še porazdelitveno funkcijo njene diskretizacije. Le-ta je odsekoma linearna funkcija, zato pri risanju uporabite ukaz `stepfun`.
- (c) S Panjerjevim algoritmom izračunajte porazdelitveno funkcijo kumulativne škode  $S$ . V R-u je algoritem implementiran v funkciji `aggregateDist`, če izberete možnost `method='recursive'`.
- (d) Iz porazdelitvene funkcije spremenljivke  $S$ , ki ste jo dobili v nalogi (c), izračunajte upanje in disperzijo kumulativne škode.

Nasvet: Kakšna spremenljivka je  $S$ ? Potrebovali boste ukaz `knots`.

## 3. Določanje porazdelitve kumulativne škode z Monte Carlo simulacijami

- (a) Simulirajte 10000 vrednosti slučajne spremenljivke  $S$ . To storite z dvostopenjsko simulacijo, kjer najprej simulirate vrednosti spremenljivke  $N$  in nato ustrezno število neodvisnih realizacij spremenljivke  $Y$ .
- (b) Iz simulacije ocenite upanje in disperzijo spremenljivke  $S$  ter ju primerjajte z vrednostmi iz (1.d) in (2.d).
- (c) Narišite simulirano porazdelitveno funkcijo spremenljivke  $S$  ter jo primerjajte s porazdelitveno funkcijo iz naloge (2.c).