МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»

ФАКУЛЬТЕТ ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ И КОМПЬЮТЕРНОЙ ТЕХНИКИ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

по дисциплине

“ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА”

Вариант «Решение СЛАУ методом простых итераций»

Студент:
Чернова Анна Ивановна

Группа P32301

Преподаватель:

Перл Ольга Вячеславовна

Санкт-Петербург, 2023

1. Описание реализованного метода, расчетные формулы

Для вычисления неизвестных используется следующая формула:

$$x_i^{[j+1]} = x_i^{[j]} - \frac{1}{a_{ii}} * \left(\sum_{k=1}^{n} a_{ik} * x_k^{[j]} - b_i\right),$$

где A –матрица коэффициентов исходного СЛАУ, B – массив свободных членов уравнений.

Для выполнения первой итерации значений $x_i^{[j]}$ итерационного процесса используются различные варианты:

- Заполнение массива начальных значений нулями
- Подстановка массива свободных членов уравнений B
- Подстановка некоторых предварительно рассчитанных значений для повышения точности результата
- Любые другие значения

Условия применения метода:

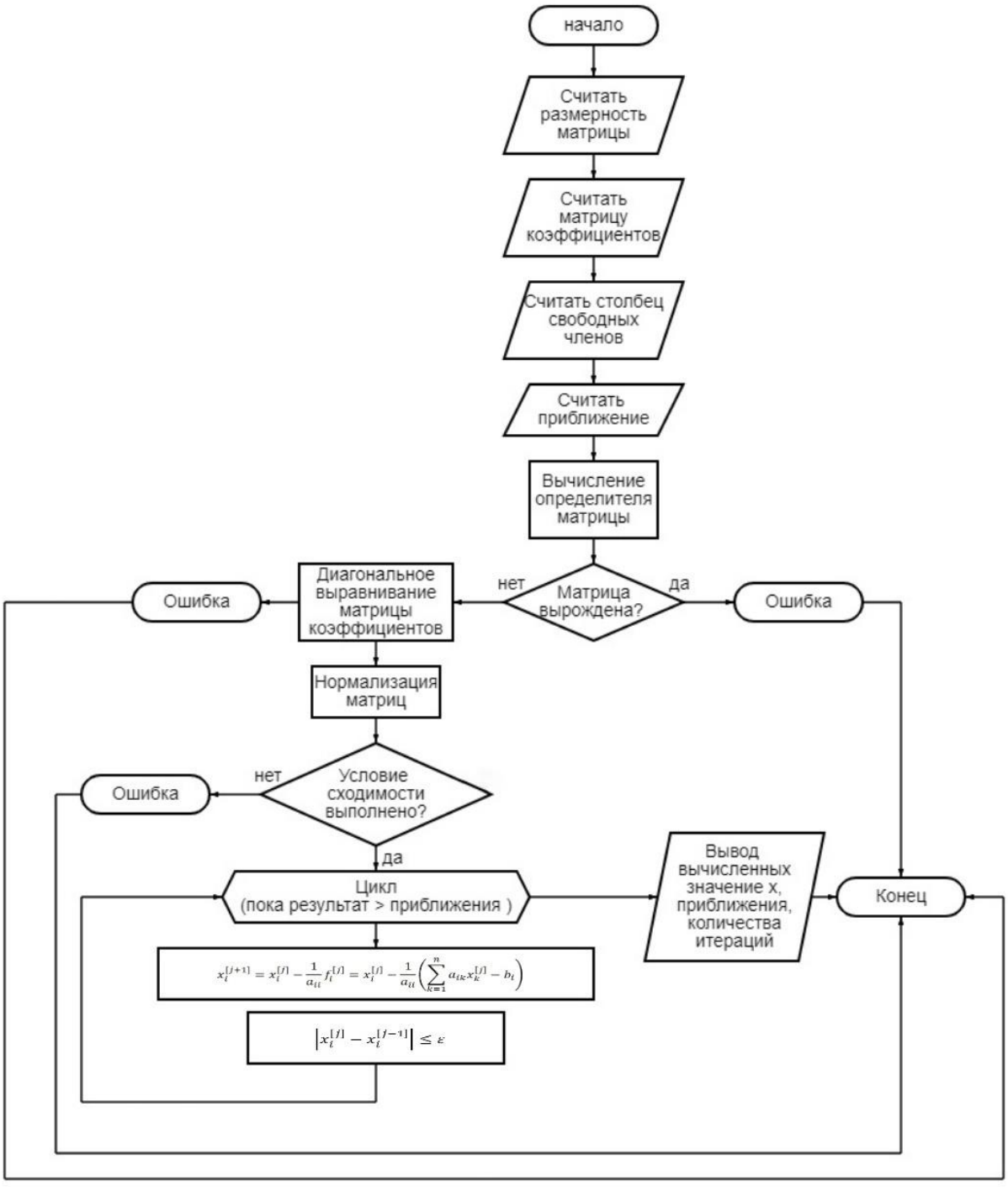
- Матрица коэффициентов СЛАУ является невырожденной
- Для матрицы коэффициентов СЛАУ должно выполняться условие преобладания диагональных элементов
- Должно выполняться условие сходимости итерационного процесса:

  $|a_{ii}| = \sum_{i \neq k} |a_{ik}| \quad (i, k = 1, 2, \dots, n)$

Итерации прекращаются при выполнении следующего условия:

$\forall \varepsilon > 0: \max\limits_{1 \le i \le n} : \left| x_j^{[i]} - x_j^{[i-1]} \right| \le \varepsilon$, где ε – точность ответа.

2. Блок-схема численного метода



3. Листинг реализованного метода

```
4. public class Determinate {
       public double calDet(double[][] matrix, int dim) {
           double[][] newMatrix = new double[matrix.length][matrix.length];
           for (int i = 0; i < dim; i++) {
               System.arraycopy(matrix[i], 0, newMatrix[i], 0,
   matrix.length);
           }
           int multiplier = 1;
           for (int i = 0; i < dim - 1; i++) {
               int j = i;
               while (newMatrix[j][i] == 0 && j < dim - 1) {
                   j++;
               }
               if (j == dim) {
                   return 0;
               } else if (j != i) {
                   for (int k = i; k < dim; k++) {
                       double temp = newMatrix[i][k];
                       newMatrix[i][k] = newMatrix[j][k];
                       newMatrix[j][k] = temp;
                       multiplier = multiplier * (-1);
                   }
               }
               for (j = i + 1; j < dim; j++) {
                   if (newMatrix[j][i] != 0) {
                       double index = newMatrix[j][i] / newMatrix[i][i];
                       for (int k = i; k < dim; k++) {
                           newMatrix[j][k] -= newMatrix[i][k] * index;
                       }
                   }
               }
           }
           double result = 1;
           for (int i = 0; i < dim; i++) {
               result *= newMatrix[i][i];
           }
           if (result == 0) {
               return 0;
           }
           return multiplier * result;
       }
   }
```

```
public boolean checkDiagonallyDominant(int dim, double[][] matrix, double[]
freeTerms) {
    for (int i = 0; i < dim; i++) {
        double rowSum = 0;
        double maxElem = 0;
        int indexMaxElem = -1;
        for (int j = 0; j < dim; j++) {
            rowSum += Math.abs(matrix[i][j]);
            if (Math.abs(matrix[i][j]) > maxElem) {
                maxElem = Math.abs(matrix[i][j]);
                indexMaxElem = j;
            }
        }
        if (maxElem >= rowSum - maxElem) {
            double[] tempMatrix = matrix[i];
```

```
            matrix[i] = matrix[indexMaxElem];
            matrix[indexMaxElem] = tempMatrix;
            double tempFreeTerm = freeTerms[i];
            freeTerms[i] = freeTerms[indexMaxElem];
            freeTerms[indexMaxElem] = tempFreeTerm;
        } else {
            return false;
        }
    }
    for (int i = 0; i < dim; i++) {
        double maxElem = 0;
        int indexMaxElem = -1;
        for (int j = 0; j < dim; j++) {
            if (matrix[i][j] > maxElem) {
                maxElem = matrix[i][j];
                indexMaxElem = j;
            }
        }
        if (indexMaxElem != i) {
            return false;
        }
    }
    return true;
}
```

```
public void normalize(int dim, double[][] matrix, double[] freeTerms) {
    for (int i = 0; i < dim; i++) {
        double index = matrix[i][i];
        for (int j = 0; j < dim; j++) {
            matrix[i][j] = (-1) * matrix[i][j] / index;
        }
        freeTerms[i] = freeTerms[i] / index;
        matrix[i][i] = 0;
    }
}
```

```
public boolean checkConvergenceCondition(int dim, double[][] matrix) {
    double matrixNorm = 0;
    for (int i = 0; i < dim; i++) {
        double rowSum = 0;
        for (int j = 0; j < dim; j++) {
            rowSum += Math.abs(matrix[i][j]);
        }
        if (rowSum > matrixNorm) {
            matrixNorm = rowSum;
        }
    }
    return (matrixNorm < 1);
}
```

```
public double[] calcRoots(int dim, double[][] matrix, double[] freeTerms,
double epsilon, double[] roots) {
    int countIteration = 0;
    while (true) {
        double[] previousRoots = roots.clone();
        for (int i = 0; i < dim; i++) {
            roots[i] = 0;
            for (int j = 0; j < dim; j++) {
```

```
                if (i != j) {
                    roots[i] += matrix[i][j] * previousRoots[j];
                }
            }
            roots[i] += freeTerms[i];
        }
        double resultEpsilon = -1;
        error = new double[roots.length];
        for (int i = 0; i < dim; i++) {
            error[i] = Math.abs(roots[i] - previousRoots[i]);
            if (Math.abs(roots[i] - previousRoots[i]) > resultEpsilon) {
                resultEpsilon = Math.abs(roots[i] - previousRoots[i]);
            }
        }
        if (resultEpsilon <= epsilon) {
            countIteration++;
            this.countIterations = countIteration;
            return roots;
        } else {
            countIteration++;
        }
    }
}
```

4. Примеры результата работы программы

Выберите способ ввода данных в программу. Введите номер желаемого метода
1. Пользовательский ввод
2. Ввод данных из файла
3. Генерация случайных чисел
2
Введите имя файла
test1
Введите приближение
0.01

Введенная матрица коэффициентов
10.0 1.0 1.0
2.0 2.0 10.0
2.0 10.0 1.0

Введенный массив свободных членов
12.0 14.0 13.0

Определитель матрицы: -946.0000000000001

Приведем матрицу к виду с преобладанием диагональных элементов
10.0 1.0 1.0
2.0 10.0 1.0
2.0 2.0 10.0

Нормализуем матрицу
0.0 -0.1 -0.1
-0.2 0.0 -0.1
-0.2 -0.2 0.0

Проверим условие сходимости
Условие сходимости выполнено

Ответ:
x1 = 0.999568
x2 = 0.99946
x3 = 0.9993159999999999

Погрешности:
x1: 0.0019320000000000448
x2: 0.0024600000000001288
x3: 0.0030840000000000867

Количество итерация: 5

Выберите способ ввода данных в программу. Введите номер желаемого метода
1. Пользовательский ввод
2. Ввод данных из файла
3. Генерация случайных чисел
1

Введите размер матрицы из отрезка [3, 20]

3
Введите построчно матрицу коэффициентов
1 2 3
4 5 6
7 8
Количество коэффициентов не совпадает с размером матрицы

Введите построчно матрицу коэффициентов
1 2 3
4 5 6
7 8 9
Введите столбец свободных членов
14
12
13
Введите приближение
0.05

Введенная матрица коэффициентов
1.0 2.0 3.0
4.0 5.0 6.0
7.0 8.0 9.0

Введенный массив свободных членов
14.0 12.0 13.0

Определитель матрицы: 0.0
Определитель матрицы равен 0. Невозможно применить метод простых итераций

Выберите способ ввода данных в программу. Введите номер желаемого метода
1. Пользовательский ввод
2. Ввод данных из файла
3. Генерация случайных чисел
1
Введите размер матрицы из отрезка [3, 20]
3
Введите построчно матрицу коэффициентов
1 2 1
2 3 -1
1 1 2
Введите столбец свободных членов
1
2 3
Введено некорректное значение, пожалуйста, повторите ввод
2
3
Введите приближение
0.2

Введенная матрица коэффициентов
1.0 2.0 1.0
2.0 3.0 -1.0
1.0 1.0 2.0

Введенный массив свободных членов

1.0 2.0 3.0

Определитель матрицы: -4.0

Невозможно привести матрицу к виду с преобладанием диагональных элементов

5. Вывод

Метод простых итераций позволяет вычислять значения с заданной точностью и позволяет минимизировать погрешности. К недостаткам данного метода можно отнести медленную скорость сходимости и сложность выполнения всех условий применения данного метода (особенно для больших матриц).

Сравнивая метод простых итераций с методом Гаусса-Зейделя, можно сделать следующие выводы:

1. Метод Гаусса-Зейделя обеспечивает более быструю сходимость к решению систему, чем метод простых итераций
2. Для метода Гаусса-Зейделя сложнее найти систему, для которой будет выполняться условие сходимости.

Сравнивая прямые и итерационные методы, можно сделать следующие выводы:

1. Алгоритмы итерационных методов более сложные, чем алгоритмы прямых методов
2. Прямые методы используют конечные соотношения и позволяют найти решение за конечное известное число арифметических операций, при использовании итерационных методов неизвестно, как много итераций потребуется
3. Прямые методы требует хранения в памяти полной матрицы, итерационные лишь несколько векторов
4. При итерационных методах погрешности не накапливаются, при прямых методах происходит накапливание погрешностей, так как вычисления используют результаты предыдущих операций.