Uzdevumi

111. Dots diskrēta gadījuma lieluma ξ sadalījuma likums

ξ	-2	-1	0	1	2
P	0.1	0.2	0.2	0.4	0.1

Uzrakstīt sadalījuma funkcijas $F(x)$ izteiksmi un konstruēt grafiku. Atrast varbūtību, ka ξ pieņems vērtību, kas pēc moduļa nepārsniedz 1. Atrast $M\xi$, $D\xi$ un $\sigma(\xi)$.

112. Urnā ir 5 baltas un 25 melnas lodītes. Uz labu laimi izvilkta viena lodīte. Gadījuma lielums ξ - izvilkto balto lodīšu skaits. Atrast ξ sadalījuma likumu, sadalījuma funkciju, $M\xi$, $D\xi$ un $\sigma(\xi)$.

114. Atrast gadījuma lieluma ξ sadalījuma likumu, sadalījuma funkciju, $M\xi$, $D\xi$ un $\sigma(\xi)$, ja ξ - trāpījumu skaits grozā, izdarot divus metienus, ja trāpījuma varbūtība katrā metienā ir 0.4.

116. Dota gadījuma lieluma ξ sadalījuma funkcija $F(x)=\begin{cases}0, x\le 2\\(x-2)^2, 2<x\le 3,\\1, x>3\end{cases}$ Atrast sadalījuma blīvuma funkciju, $P(1<\xi<2.5)$, $P(2.5<\xi<3.5)$, $M\xi$, $D\xi$ un $\sigma(\xi)$.

118. Dota gadījuma lieluma ξ sadalījuma funkcija $F(x)=A+B\operatorname{arctg} x$, ($-\infty<x<\infty$). Atrast konstantes *A* un *B*, sadalījuma blīvuma funkciju un varbūtību, ka ξ trāpīs segmentā [-1, 1].

119. Dota gadījuma lieluma ξ sadalījuma blīvuma funkcija $p(x)=\begin{cases}0, x<1\\x-\dfrac{1}{2}, 1<x<2,\\0, x>2\end{cases}$

Atrast sadalījuma funkciju, konstruēt tās grafiku, atrast $M\xi$, $D\xi$ un $\sigma(\xi)$. Atrast varbūtības $P(1<\xi<2.5)$ un $P(1<\xi<1.5)$.

120. Dota gadījuma lieluma ξ sadalījuma blīvuma funkcija $p(x)=\begin{cases}0, x<0\\c\sin x, 0<x<\pi,\\0, x>\pi\end{cases}$

Atrast konstanti *c*, sadalījuma funkciju, varbūtību $P(0<\xi<\frac{\pi}{4})$, $M\xi$ un $D\xi$.

279. Gadījuma lielums uzdots ar sadalījuma blīvuma funkciju

$p(x)=\begin{cases}0, x<0\\c(x^2+2x), 0<x<1,\\0, x>1\end{cases}$ Atrast konstanti *c*, sadalījuma funkciju $F(x)$, matemātisko cerību $M\xi$, dispersiju $D\xi$, vidējo kvadrātisko novirzi $\sigma(\xi)$ un varbūtību $P\left(-1<\xi<\dfrac{1}{2}\right)$.

310. Kādā maršrutā autobusi kursē precīzi pēc saraksta. Kustības intervāls ir 5 minūtes. Kāda varbūtība, ka pieturā pienākušajam pasažierim autobuss būs jāgaida mazāk par 3 minūtēm? Cik ilgi vidēji jāgaida autobusi šajā maršrutā?

322. Normāli sadalīta gadījuma lieluma ξ matemātiskā cerība vienāda ar 3 un dispersija vienāda ar 4. Uzrakstīt sadalījuma blīvuma funkciju un atrast varbūtību $P\left(-1<\xi<2\right)$.

332. Masas mērījums tiek veikts bez sistemātiskās kļūdas. Mērījumu kļūdas ir sadalītas normāli ar vidējo kvadrātisko novirzi 20g. Uzrakstīt kļūdas sadalījuma blīvuma funkciju. Atrast varbūtību, ka mērījums tiks veikts ar kļūdu, kas pēc moduļa nepārsniegs 10g.

341. Gadījuma lielums ξ sadalīts normāli ar matemātiskā cerību 10 un dispersiju 25. Atrast matemātiskajai cerībai simetrisku intervālu, kurā gadījuma lielums trāpa ar varbūtību 0.9973.

355. Pierādīt, ka, ja gadījuma lielums ξ sadalīts eksponenciāli, varbūtība $P\left(\xi<M\xi\right)$ nav atkarīga no parametra λ vērtības.

375. Diskrēts gadījuma lielums ξ uzdots ar sadalījuma likumu

ξ	-2	-1	1	2
P	0.1	0.3	0.2	0.4

Atrast gadījuma lieluma $\eta=\xi^2$ sadalījuma likumu, $M\eta$, $D\eta$ un $\sigma(\eta)$.

376. Dots gadījuma vektora $\left(\xi,\eta\right)$ sadalījuma likums. Atrast $K\left(\xi,\eta\right)$ un $\rho\left(\xi,\eta\right)$

$\xi \backslash \eta$	1	3	5
-1	0.4	0.1	0
1	0.2	0.2	0.1

377. Dota gadījuma vektora $\left(\xi,\eta\right)$ sadalījuma blīvuma funkcija $p_{\xi\eta}(x,y)=x+y$, ja $(x,y)\in D$, kur $D=\left(-1,1\right)\times\left(0,1\right)\subset\mathbb{R}^2$. Ārpus apgabala D $p_{\xi\eta}(x,y)=0$. Atrast $K\left(\xi,\eta\right)$.

Atbildes

111. $F(x)=\begin{cases}0, x\le -2\\ 0.1, -2<x\le -1\\ 0.3, -1\le x<0\\ 0.5, 0\le x<1\\ 0.9, 1\le x<2\\ 1, x>2\end{cases}$; $P(-1\le\xi\le 1)=0.8$; $M\xi=0.2$; $M\xi^2=1.4$; $D\xi=1.36$;

$\sigma(\xi)=1.16619$

112.

ξ	0	1
P	5/6	1/6

$$F(x)=\begin{cases}0, x\le 0\\ \dfrac{5}{6}, 0<x\le 1;\\ 1, x>1\end{cases}\quad M\xi=\frac{1}{6};\ M\xi^2=\frac{1}{6};\ D\xi=\frac{5}{36};\ \sigma(\xi)=\frac{\sqrt{5}}{6}$$

114.

ξ	0	1	2
P	0.36	0.48	0.16

$$F(x)=\begin{cases}0, x\le 0\\ 0.36, 0<x\le 1\\ 0.84, 1<x\le 2\\ 1, x>2\end{cases};\quad M\xi=0.8;\ M\xi^2=1.12;\ D\xi=0.48;\ \sigma(\xi)=0.69282$$

116. $p(x)=\begin{cases}0, x<2\\ 2(x-2), 2<x<3,\\ 0, x>3\end{cases}$ $P(1<\xi<2.5)=0.25$, $P(2.5<\xi<3.5)=0.75$, $M\xi=\dfrac{8}{3}$,

$M\xi^2=\dfrac{43}{6}$ $D\xi=\dfrac{1}{18}$; $\sigma(\xi)=\dfrac{\sqrt{2}}{6}$.

118. $A=1/2$; $B=1/\pi$; $p(x)=\dfrac{1}{\pi(1+x^2)}$; $P(-1<\xi<1)=0.5$

119. $F(x)=\begin{cases}0, x\le 1\\ \dfrac{1}{2}(x^2-x), 1<x\le 2,\\ 1, x>2\end{cases}$, $M\xi=\dfrac{19}{12}$, $M\xi^2=\dfrac{31}{12}$ $D\xi=\dfrac{11}{144}$; $\sigma(\xi)=\dfrac{\sqrt{11}}{12}$,

$P(1<\xi<2.5)=1$ un $P(1<\xi<1.5)=0.375$

120. $c=\dfrac{1}{2}$, $F(x)=\begin{cases}0, x\le 0\\ \dfrac{1}{2}(1-\cos x, 0<x\le\pi,\\ 0, x>\pi\end{cases}$; $P(0<\xi<\dfrac{\pi}{4})=\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{4}$, $M\xi=\dfrac{\pi}{2}$,

$D\xi=\dfrac{\pi^2}{4}-2$

279. $c=\dfrac{3}{4}$; $F(x)=\begin{cases}0, x\le 0\\ \dfrac{1}{4}x^2(x+3), 0<x\le 1,\\ 1, x>1\end{cases}$ $M\xi=\dfrac{11}{16}$; $D\xi=\dfrac{67}{1280}\approx 0.052344$;

$\sigma(\xi)=0.22879$; $P\left(-1<\xi<\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{7}{32}=$ 0.21875

310. $P(2<\xi<5)=\int_2^5\dfrac{1}{5}dx=\dfrac{3}{5}=0.6$; $M\xi=\dfrac{1}{5}\int_0^5 xdx=2.5$

322. $p(x)=\frac{1}{2\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-3)^2}{8}}$

$P(-1<\xi<2)=\Phi\left(\frac{2-3}{2}\right)-\Phi\left(\frac{-1-3}{2}\right)=-\Phi\left(\frac{1}{2}\right)+\Phi(2)=0.4772-0.1915=0.2857$

332. $p(x)=\frac{1}{20\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{800}}$

$P(-10<\xi<10)=\Phi\left(\frac{10}{20}\right)-\Phi\left(\frac{-10}{20}\right)=2\Phi\left(\frac{1}{2}\right)=2\cdot 0.1915=\ 0.383$

341. $0.9973=P(-x<\xi-10<x)=\Phi\left(\frac{x}{5}\right)-\Phi\left(\frac{-x}{5}\right)=2\Phi\left(\frac{x}{5}\right)\quad \Phi\left(\frac{x}{5}\right)=0.49865$;

$\frac{x}{5}=\Phi^{-1}(0.49865)$; $\frac{x}{5}=3$; $x=15$; $0.9973=P(-15<\xi-10<15)=P(-5<\xi<25)$

355. $P\left(\xi<\frac{1}{\lambda}\right)=\lambda\int\limits_0^{\frac{1}{\lambda}}e^{-\lambda x}dx=1-e^{-1}=\ 0.63212$

375.

η	1	4
P	0.5	0.5

$M\eta=2.5$; $D\eta=2.25$; $\sigma(\eta)=1.5$

376. $M\xi=0$; $M\xi^2=1$; $D\xi=1$; $M\eta=2$; $M\eta^2=5.8$; $D\eta=1.8$; $K(\xi,\eta)=0.6$,

$\rho(\xi,\eta)=0.447214$

377.

$p_\xi(x)=\int_0^1(x+y)dy=x+\frac{1}{2}$ $\qquad$ $p_\eta(y)=\int_{-1}^1(x+y)dx=2y$

$M\xi=\int_{-1}^1 x(x+\frac{1}{2})dx=\frac{2}{3}$ $\qquad$ $M\eta=\int_0^1 y(2y)dy=\frac{2}{3}$

$\int_0^1\int_{-1}^1\left(x-\frac{2}{3}\right)\left(y-\frac{2}{3}\right)(x+y)dxdy=-\frac{1}{9}$