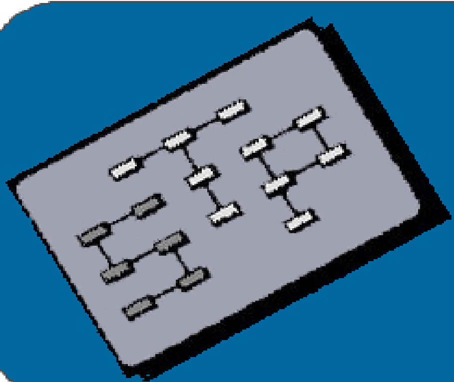
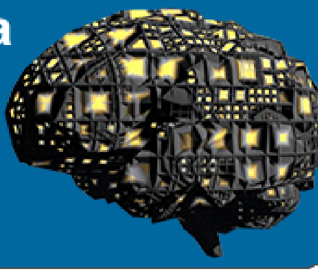


Datorzinātnes un informācijas tehnoloģijas fakultāte

Sistēmu teorijas un projektēšanas katedra

MĀKSLĪGĀ INTELEKTA PAMATI



5. Modulis "Mākslīgā intelekta loģiskie pamati"

5.1. Tēma

Izteikumu rēķini

Dr.habil.sc.ing., profesors **Jānis Grundspeņķis**, Dr.sc.ing., lektore **Alla Anohina**

Sistēmu teorijas un projektēšanas katedra

Datorzinātnes un informācijas tehnoloģijas fakultāte

Rīgas Tehniskā universitāte

E-pasts: *{janis.grundspenkis, alla.anohina}@rtu.lv*

Kontaktadrese: *Meža iela 1/4- {550, 545}, Rīga, Latvija, LV-1048*

Tālrunis: *(+371) 67089{581, 595}*

Tēmas mērķi un uzdevumi

Tēmas mērķis ir sniegt zināšanas par izteikumu rēķinu sintaksi un semantiku un pamatprasmes izteikumu rēķinu izmantošanai problēmsfēras zināšanu atspoguļošanai.

Pēc šīs tēmas apgūšanas Jūs:

- zināsiet izteikumu rēķinu sintaksi;
- pratīsiet veidot pareizi konstruētas formulas izteikumu rēķinos un pierādīt, ka teikums ir pareizi konstruēta formula;
- zināsiet, kas ir interpretācija un izteikumu rēķinu semantiskais apgabals;
- pratīsiet noteikt teikuma patiesuma vērtību, izmantojot patiesuma vērtības tabulas;
- pratīsiet pārrakstīt teikumu no vienas formas uz citu, izmantojot identitātes;
- pratīsiet definēt apgalvojumus par problēmsfēru, izmantojot izteikumu rēķinus.

Loģiskās zināšanu atspoguļošanas shēmas

Loģiskajām zināšanu atspoguļošanas shēmām piemīt divas galvenās priekšrocības: labi definēta semantika un labi definēti secināšanas likumi. Šīs shēmas ietver sevī izteikumu rēķinus un predikātu rēķinus.

Izteikumu rēķini ir viena no visvienkāršākajām teorijām, kurā katrs apgalvojums tiek uzskatīts kā nedalāms, tomēr tos sekmīgi var lietot gan problēmsfēras zināšanu atspoguļošanai, gan loģiskajai secināšanai.

Predikātu rēķini ļauj atspoguļot apgalvojumu iekšējo struktūru, izmantojot konstantes, mainīgos, predikātus un funkcijas.

Lietojot minētos rēķinus, ir iespējams atspoguļot zināšanas un secināt par problēmsfēras objektiem, to īpašībām un attieksmēm starp tiem.

Izteikumu rēķinu sintakse: simboli (1)

Izteikumu rēķinos lieto šādus *simbolus*:

- Izteikumu simbolus: P, Q, R, S, T…(angļu valodas alfabēta lielie burti)
  - tie apraksta apgalvojumus par pasauli
  - katrs izteikumu simbols atbilst vienam apgalvojumam

P "Dzīve ir jauka"

S "Nauda ir laime"

- Patiesuma simbolus: patiess (true) un aplams (false)

Izteikumu rēķinu sintakse: simboli (2)

Izteikumu rēķinos lieto šādus *simbolus* (turp.):

- Sentencionālos saikļus:

  Λ – “UN”, konjunkcija

  V – “VAI”, disjunkcija

  ¬ - “NE”, “NAV”, negācija

  -> - “JA NOSACĪJUMS, TAD SEKAS”, implikācija

  A “Akumulators ir bojāts”

  B “Automašīnu nevar iedarbināt”

  A -> B

  (Ja akumulators ir bojāts, tad automašīnu nevar iedarbināt)

  Ξ – “TAD UN TIKAI TAD”, ekvivalence

  A “Laiks ir silts”

  B “Spīd saule”

  A Ξ B

  (Laiks ir silts tad un tikai tad, kad spīd saule)

Izteikumu rēķinu sintakse: simboli (3)

Pastāv atšķirība starp “UN” lietošanu dabīgajā valodā un izteikumu rēķinos. Apskatīsim divus teikumus dabīgajā valodā:

A - Mājas saimnieks nobijās un nošāva svešinieku

B - Mājas saimnieks nošāva svešinieku un nobijās

Dabīgajā valodā šajos teikumos ir atšķirīgi cēloņi. Taču loģikā pastāv ekvivalence:

$$\mathbf{A \,\&\, B \equiv B \,\&\, A}$$

Tātad, netiek atšķirti cēloņi un sekas, ka tās ir dabīgajā valodā.

Izteikumu rēķinu sintakse: gramatika

Visi iepriekš minētie simboli ir atomāri simboli jeb atomi. No tiem veido ***teikumus*** jeb ***formulas***, lietojot speciālus likumus.

Šajā likumu kopā jeb <u>gramatikā</u> ietilpst:

- Bāze: katru izteikuma simbolu un patiesuma simbolu sauc par teikumu jeb formulu
- Induktīvais solis: Ja P un Q ir teikumi (formulas), tad teikumi ir arī P∨Q, P∧Q, P->Q, PΞQ,¬P, ¬Q, kā arī ¬patiess, ¬aplams
- Ierobežojums: Nav citu likumu kā tikai tie, kas noteikti bāzē un induktīvajā solī

Teikumus, kas ir iegūti saskaņā ar gramatikas likumiem, sauc arī par ***pareizi konstruētām formulām***.

Izteikumu rēķinu sintakse: pareizi konstruētas formulas (1)

Piemērs: Zemāk ir doti pareizi konstruētu formulu piemēri

aplams Q $\neg$patiess $\neg R$

$P \wedge \neg Q \wedge S$ $P \vee Q \vee \neg S$

Konjunkti   Disjunkti

P -> Q $P \wedge R \, \Xi \, W$

Premisa Slēdziens

Izteikumu rēķinu sintakse: pareizi konstruētas formulas (2)

Piemērs:

Teikums ir pareizi konstruēta formula tad un tikai tad, kad tas ir izveidots no pieļaujamiem simboliem saskaņā ar iepriekš definētiem gramatikas likumiem.

Pierādīsim, ka izteikums

$$\mathbf{((P \wedge Q)\text{->}R) \equiv \neg P \vee \neg Q \vee R}$$

ir pareizi konstruēta formula.

P, Q, R ir izteikuma simboli un tādēļ formula

$P \wedge Q$ ir divu teikumu konjunkcija un tādēļ formula

$(P \wedge Q)\text{->}R$ ir divu teikumu implikācija un tādēļ formula

$\neg P$, $\neg Q$ ir teikumu negācijas un tādēļ formulas

$\neg P \vee \neg Q$ ir divu teikumu disjunkcija un tādēļ formula

$\neg P \vee \neg Q \vee R$ ir divu teikumu disjunkcija un tādēļ formula

$((P \wedge Q)\text{->}R) \equiv \neg P \vee \neg Q \vee R$ ir divu teikumu ekvivalence un tādēļ formula

Izteikumu rēķinu sintakse: loģisko operatoru saistības spēks

Lai norādītu kārtību, kurā simboli tiks novērtēti un tiem tiks piešķirtas vērtības, var izmantot () vai []:

$$\left.\begin{array}{l}(P \wedge Q) -> S \\ \\ P \wedge (Q -> S)\end{array}\right\} \text{Atšķirīgi teikumi}$$

Iekavas liek, ievērojot saistības spēku:

Vismazākais darbības apgabals

$\neg$

$\wedge$ un $\vee$ (vienmēr jāliek iekavās, ja tie stāv blakus)

$->$

$\equiv$

$P \wedge Q -> S \equiv R$ nozīmē $((P \wedge Q)) -> S) \equiv R$

Izteikumu rēķinu semantika (1)

Izteikumi attiecas uz apgalvojumiem par problēmsfēru, ko sauc par pasauli, piemēram,

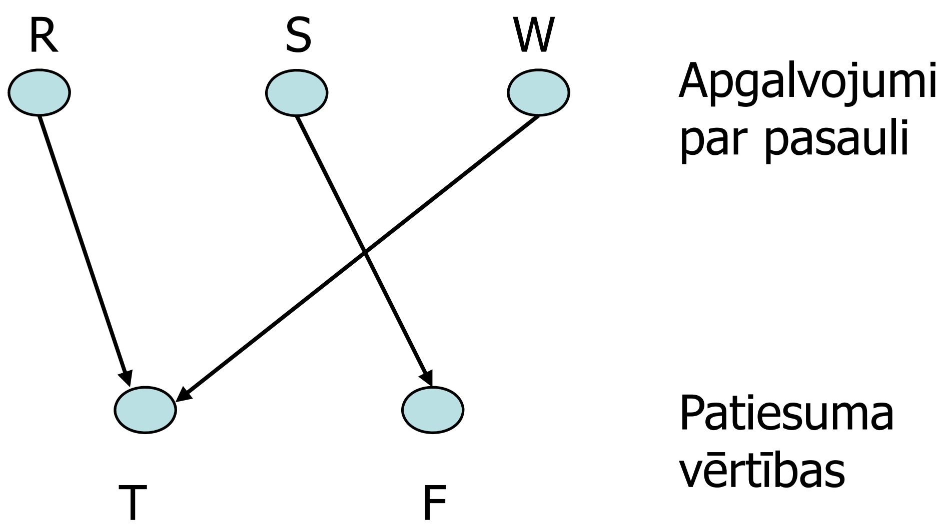
P- “Dzīve ir jauka”

S - “Nauda ir laime”

Atsevišķs izteikums var būt vai nu patiess, vai aplams, norādot uz kādu pasaules stāvokli. Patiesuma vērtības piešķiršanu izteikumam sauc par ***interpretāciju***. Tādējādi, interpretācija ir apgalvojums par izteikuma patiesumu kādā iespējamā pasaulē.

Izteikumu rēķinu semantika (2)

Formāli interpretācija ir izteikumu simbolu attēlojums kopā {T, F}.

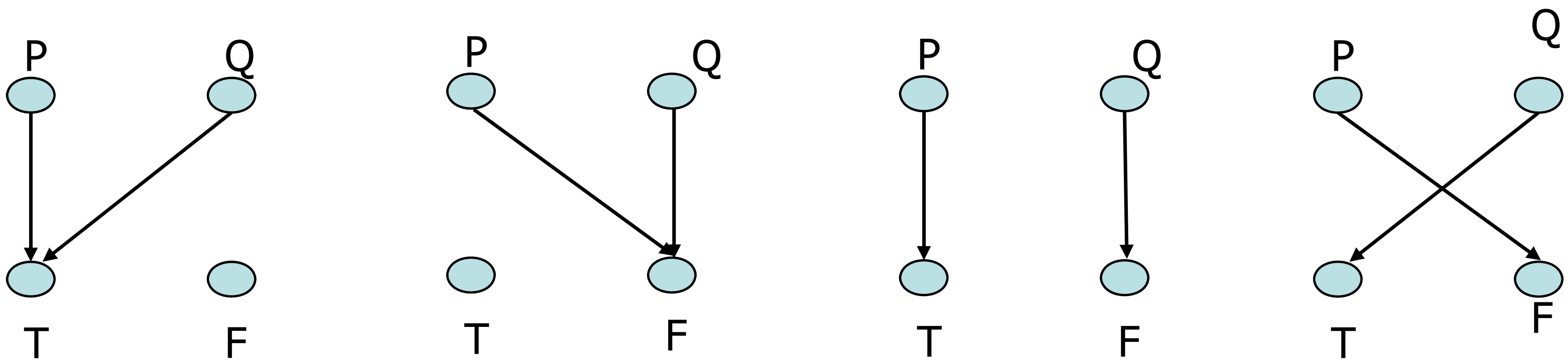


Tādējādi, izteikumu rēķinu ***semantisko apgabalu*** veido kopa {T, F}, kur T-patiess, F- aplams. Kā var redzēt, semantika teikumam piešķir noteiktu vērtību jeb nozīmi, jeb jēgu.

Izteikumu rēķinu semantika (3)

Katrs iespējamais attēlojums attiecas uz pasaules vienu no iespējamām interpretācijām.

Ja ir kopa no 2 izteikumiem {P, Q}, tad ir 4 funkcionālie attēlojumi kopā {T, F}. Katrs no attēlojumiem atbilst vienam no 4 dažādiem pasaules stāvokļiem.



Izteikumu rēķinu semantika (4)

Semantiku tāpat kā sintaksi definē induktīvi:

- Izteikumu kopas interpretācija ir patiesuma vērtības piešķiršana katram izteikuma simbolam, kas veido izteikumu kopu
- Simbolam patiess vienmēr piešķir T, bet simbolam aplams - F
- Formulu interpretāciju definē ar patiesuma vērtību tabulām

P	$\neg$P
F	T
T	F

P	Q	P $\wedge$ Q	P $\vee$ Q	P -> Q	P ≡ Q
T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F
F	T	F	T	T	F
F	F	F	F	T	T

Izteikumu rēķinu identitātes (1)

Divi teikumi ir ekvivalenti, ja tiem ir vienas un tās pašas patiesuma vērtības pie visu iespējamo teikuma elementu patiesuma vērtībām.

Ekvivalenci var atspoguļot:

- Ar patiesuma vērtību tabulām
- Izmantojot identitātes

Identitātes ļauj pārrakstīt teikumu no vienas formas uz otru. Tās var tikt lietotas, lai pārvērstu izteikumu rēķinu formulu sintaktiski atšķirīgā, bet loģiski ekvivalentā formā. Spēja mainīt loģiskas izteiksmes formu, saglabājot tās patiesuma vērtības, ir svarīga secināšanas shēmās, tādās kā Modus Ponens un rezolūcijas princips, jo tās prasa formulas izteikt specifiskā formā.

Izteikumu rēķinu identitātes (2)

$P \vee Q \equiv \neg P \rightarrow Q$	
$\neg\neg P \equiv P$	Divkāršas negācijas likums
$\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$	De Morgāna likumi
$\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$	
$P \wedge Q \equiv Q \wedge P$	Komutatīvie likumi: nav svarīgi, kādā kārtībā pievieno jaunas zināšanas
$P \vee Q \equiv Q \vee P$	
$((P \wedge Q) \wedge R) \equiv (P \wedge (Q \wedge R))$	Asociatīvie likumi
$((P \vee Q) \vee R) \equiv (P \vee (Q \vee R))$	
$P \vee (Q \wedge R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$	Distributīvie likumi
$P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$	
$P \rightarrow Q \equiv \neg P \rightarrow \neg Q$	Implikācijas kontrapozīcijas likums

Izteikumu rēķini: kopsavilkums

- Izteikumu rēķini piedāvā tehniku faktu vai likumu atspoguļošanai simboliskā formā un darbībai ar tiem, izmantojot loģiskus operatorus
- Šī formālā loģiskā pieeja nodrošina precīzu metodi izteikumu pārvaldībai, kuri var būt patiesi vai aplami
- Daudzām problēmām var būt grūti piešķirt patiesuma vērtību visam teikumam
- Ir vajadzīga metode teikumu sadalīšanai sīkākās sastāvdaļās un šo sastāvdaļu loģiskai atspoguļošanai, un spriešanai ar tām