

# Comparación de la característica dinámica de los sistemas complejos de los mercados financieros para la Criptomoneda Bitcoin y el patrón Oro

Andrés Felipe Bermúdez Mendoza  
[anfbermudezme@unal.edu.co](mailto:anfbermudezme@unal.edu.co)

# RESUMEN

En este trabajo se estudia el comportamiento de los precios del Oro y del Bitcoin ajustándolos por medio de mapas de Taylor, construyendo bases de datos utilizando las plataformas Yahoo Financial e Investing, para con un script utilizando Python y la librería Pandas obtener las series de tiempo del Bitcoin dividiéndolo en tres periodos. Inicios (Low), etapa intermedia (High) y épocas recientes (Post). En el caso del oro comprar la base de datos en Macrotrends.net y por medio de un script en Python extraer los datos del precio real del oro desde 1915, de tal manera que el Bitcoin tenga el doble de datos que el oro. Una vez construidas las bases de datos, se procede a desarrollar analíticamente el método computacional propuesto por Alves, Duarte y Mota, llegando a la forma matricial utilizada para la obtención de los coeficientes de mapas de Taylor. Posteriormente, se utilizó dicho método computacional y se construyó un programa en Maple17 utilizando la rutina LinMapTS para construir de manera computacional los mapas que ajusten el comportamiento del Bitcoin y del Oro. Por último, se calculó la desviación y el  $R^2$  para cada uno de los mapas de Taylor obtenidos computacionalmente, tanto para el Bitcoin, como para el oro. Así, luego se analizó cada uno de los resultados para los tres periodos distintos Low, High y Post, además de las series de tiempo obtenidas para el Bitcoin y para el Oro, concluyendo diferentes relaciones entre los dos precios y brindando diferentes perspectivas como objeto de estudio.

*Palabras clave: Bitcoin, Patrón Oro, Criptomonedas, Mercados Financieros, Econofísica, Sistemas Dinámicos, Caos, Series de tiempo, Teorema de Takens, Magnitudes Estadísticas, Mapas de Taylor.*

# INTRODUCCIÓN

## 1. Introducción

El mercado de las criptomonedas en particular el Bitcoin, es un tema de auge, el cuál, está llamando la atención para realizar estudios serios en varias ramas del conocimiento, como por ejemplo la legalidad o el punto de vista económico, permitiendo que la economía financiera proporcione un campo abierto para áreas de investigación intensa como la econofísica, la teoría del caos, la estadística y la informática. [1]

Uno de los problemas más importantes para los economistas es la detección de un componente de la burbuja especulativa. La física ha generado métodos, que han sido utilizados para encontrar dicha componente en los

precios del Bitcoin [2][3][4][5][6][7]. Los métodos consisten en el análisis de series de tiempo para observar la característica dinámica de los precios del Bitcoin, considerando que los sistemas complejos financieros son aceptados por la microeconomía y la macroeconomía.[2][3][8]

El patrón oro es un sistema monetario que consiste en establecer el valor de la moneda de un país en relación a la cantidad de oro que posea. Este sistema fue adoptado por gran parte del mundo funcionando desde el siglo XIX hasta finales del siglo XX, cuando Nixon decidió en 1971 no seguir utilizando este sistema. Actualmente el mundo presenta diferentes crisis económicas a nivel mundial, por ello cabe como objeto de estudio posibles sistemas monetarios emergentes como lo es el Bitcoin, ya que muchas personas predicen que podemos estar a la puerta de un sistema patrón del Bitcoin.



## Dynamic characteristic of Bitcoin cryptocurrency in the reconstruction scheme



P.R.L. Alves

Fundação de Apoio à Escola Técnica, Escola Técnica Estadual Visconde de Mauá, Rio de Janeiro 21610-210, RJ, Brazil

### ARTICLE INFO

Article history:  
Received 10 June 2019  
Revised 4 February 2020  
Accepted 12 February 2020

Keywords:  
Econophysics  
Time series analysis  
Chaos  
Randomness  
Gabor fitting  
Symbolic computation

### ABSTRACT

The methodology for detecting chaos from a time series is able if stock market indexes or oil prices are the observables. The analysis of volatilities and returns require only a series of historical prices. Routines run in the Maple environment. The conveniences of the symbolic computation are decisive for studies in this line of research. This work extends the domain of application in Econophysics if the observables are prices of cryptocurrencies. The methods include the detection of chaos and randomness. Application of the computational routines provides conclusive results on the underlying dynamics of the Bitcoin market since 18 Jul. 2010 to 06 May 2019. These results include a direct comparison between the Dow Jones stock market and Bitcoin prices.

© 2020 Elsevier Ltd. All rights reserved.

<https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.109692>

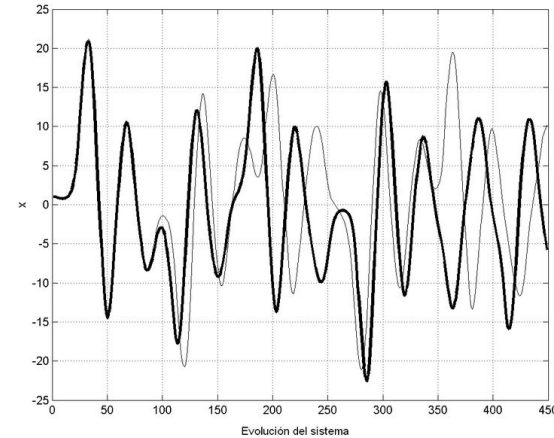
# Marco teórico

## Mercados financieros

se define como sistema financiero al conjunto de mercados organizados y otras instituciones mediante las cuales se realizan los contratos financieros y el intercambio de activos y riesgos, incluyendo mercado de acciones, mercado de bonos entre otros

## Mercado de la criptomonedas

Las criptomonedas se definen como medio digital de intercambio que utiliza la criptografía fuerte a los registros de transacciones seguras, para controlar la creación de monedas adicionales y para verificar la transferencia de la propiedad de la moneda.



DOI: [10.13140/RG.2.2.30919.91040](https://doi.org/10.13140/RG.2.2.30919.91040)

## Bitcoin

La primera criptomoneda implementada en el mundo fue el Bitcoin en 2009, lanzada como software de código abierto. El bitcoin es una moneda digital descentralizada, sin un banco central o administrador único, que se puede enviar de un agente a otro utilizando peer to peer sin la necesidad de intermediarios, se verifican las transacciones mediante criptografía y se registran en "un libro mayor distribuido" el cual consiste en llegar al consenso de datos digitales replicados, compartidos y sincronizados distribuidos geográficamente en múltiples sitios, a este libro mayor distribuido se le conoce como Blockchain.

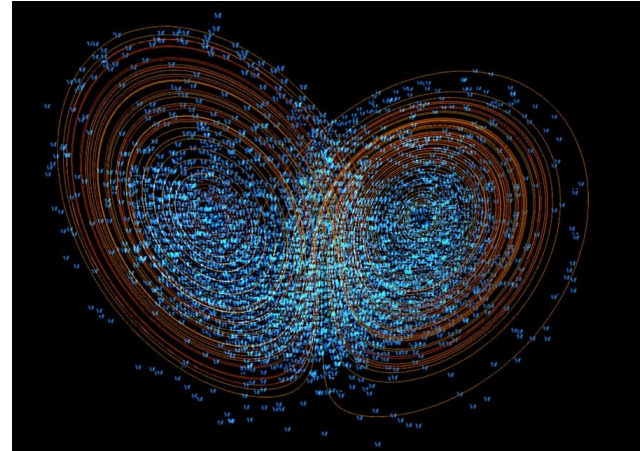
## Patrón Oro

El patrón oro es un sistema monetario que, básicamente, consiste en establecer el valor de la moneda de un país en relación a la cantidad de oro que se posea. De una manera más coloquial, el poseedor de un billete cuenta con el derecho de intercambiar ese billete por una cantidad proporcional de oro, dada la tasa de cambio que cada país establezca.



## Teoría del caos

La teoría del caos es una rama de las matemáticas, física y otras ciencias, la cuál , trabaja con sistemas complejos y sistemas dinámicos no lineales que son sensibles a las variaciones de las condiciones iniciales.





## Series de tiempo no lineales

$$\dot{x}_1 = \sigma(x_2 - x_1)$$

$$\dot{x}_2 = -x_2 - x_1x_3 + Rx_1$$

$$\dot{z} = x_1x_2 - bx_3$$

Podemos tomar la solución correspondiente a algunas condiciones iniciales para  $x_i$  en  $t = 0$  como la expansión ( $i = 1, 2, 3$ )

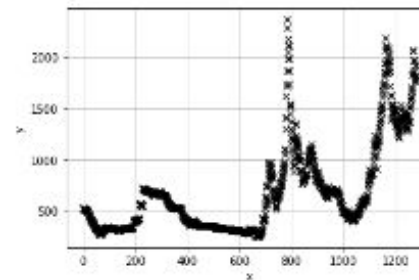
$$x_i(t) = x_i(0) + \left. \frac{dx_i}{dt} \right|_0 t + \left. \frac{d^2x_i}{dt^2} \right|_0 \frac{t^2}{2!} + \dots \quad (2)$$

Dado que el sistema está definido en general por las ecuaciones

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x(t)) \quad (3)$$

Lo que implica

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{dx_i}{dt} \right) = \frac{df_i}{dt} = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \frac{dx_j}{dt} = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial f_i}{\partial x_j} f_j \quad (4)$$



$$x_i(t) = x_i(0) + f_i(x(0))t + \left( \sum_{j=1}^3 \frac{\partial f_i}{\partial x_j} f_j \right)_0 \frac{t^2}{2!} + \dots \quad (5)$$

En este proceso aumentará el grado de los polinomios que forme el mapa por una unidad en cada orden.



$$\dot{x}_i = f_i(x), \quad i = 1, \dots, n$$

El sistema dinámico comienza con un punto cualquiera  $P_0$  correspondiendo a la variable  $x_{(P_0)}$ ; se genera un mapa  $M$  que toma un punto en alguna solución a la ecuación diferencial a otro punto por lo cual el tiempo aumenta en intervalos  $\delta t$ .

$$x_{i(P+1)} = F_i(x_{(P)}, \delta t) \quad (7)$$

Generando un conjunto de funciones  $F_i(x, t)$  las cuales están relacionadas con el conjunto de ecuaciones diferenciales acopladas  $f_i(x) = \frac{\partial F_i}{\partial t}|_{t=0}$ . De acuerdo con la teoría de Lie [8] y [9], dicho mapa puede tomarse como una ley de relaciones entre puntos con las propiedades de un grupo. Esto quiere decir el grupo de transformaciones relacionados a (6). Las soluciones del sistema dinámico original se puede obtener a partir de la exponencial del grupo generador definido por el operador  $X = \sum_{j=1}^n f_j \frac{\partial}{\partial x_j}$ . Usando esto las funciones estarán determinadas por:

$$F_i(x, t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{t^k}{k!} X^k[x_i] \quad (8)$$

Ahora tomando el intervalo de tiempo  $t$ , para el caso ideal:

$$x_{i(P+1)} = F_i(x_{(P)}, \delta t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\delta t)^k}{k!} X^k[x_{i(P)}] \quad (9)$$

$$\bar{X}_{i(P+1)} = \bar{F}_i(x_{(P)}, \delta t) = \sum_{k=0}^N \frac{(\delta t)^k}{k!} X^k[x_{i(P)}]$$

$$F(X_1, X_2, X_3) = a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3 + a_4 X_1^2 + a_5 X_1 X_2 + a_6 X_1 X_3 + a_7 X_2^2 + a_8 X_2 X_3 + a_9 X_3^2$$

$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_4$	$\varphi_5$	$\varphi_6$	$\varphi_7$	$\varphi_8$	$\varphi_9$
$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1^2$	$X_1 X_2$	$X_1 X_3$	$X_2^2$	$X_2 X_3$	$X_3^2$

Tabla 1: Funciones asociadas al predictor.

$$\begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \cdots & \alpha_{1l} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \cdots & \alpha_{2l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{l1} & \alpha_{l2} & \cdots & \alpha_{ll} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_l \end{bmatrix}$$



# MÉTODOS

## Preparación de la serie de tiempo

Se toma el conjunto de los precios históricos

$$PH = \{X_1, X_2, \dots, X_N\}$$

- VecTS  $\{X(0), X(\Delta\theta), \dots, X((\zeta - 1)\Delta\theta)\}$

## Teorema de Takens's

$$|X(t)\rangle = \begin{bmatrix} X(d_E T \Delta\theta) \\ \vdots \\ X(2T \Delta\theta) \\ X(T \Delta\theta) \end{bmatrix} \quad d_E \geq 2m + 1$$

- LinGfiTS  $X(t + \tau \Delta\theta) \cong \mathcal{P}(|X(t)\rangle)$



Dynamic characteristic of Bitcoin cryptocurrency in the reconstruction scheme

P.R.L. Alves

Fundação de Apoio à Escola Técnica, Escola Técnica Estadual Visconde de Mauá, Rio de Janeiro 24610-210, RJ, Brazil



Detecting chaos and predicting in Dow Jones Index

P.R.L. Alves\*, L.G.S. Duarte, L.A.C.P. da Mota

Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto de Física, Depto. de Física Teórica, Rio de Janeiro RJ 20559-900, Brazil



[1] <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.109692>

[3] <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2018.03.034>

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_{LP}(|X(t)\rangle) &= a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3 \\ &+ a_4 \ln \left( 1 + \frac{1}{10} \cos(X_1) \right) + a_5 \ln \left( 1 + \frac{1}{10} \cos(X_2) \right) \\ &+ a_6 \ln \left( 1 + \frac{1}{10} \cos(X_3) \right) + a_7 \ln \left( 1 + \frac{1}{10} \sin(X_1) \right) \\ &+ a_8 \ln \left( 1 + \frac{1}{10} \sin(X_2) \right) + a_9 \ln \left( 1 + \frac{1}{10} \sin(X_3) \right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_H(|X(t)\rangle) &= a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3 + a_4 X_4 \\ &+ a_5 \ln \left( 1 + \frac{1}{10} \cos(X_1) \right) + a_6 \ln \left( 1 + \frac{1}{10} \cos(X_2) \right) \\ &+ a_7 \ln \left( 1 + \frac{1}{10} \cos(X_3) \right) + a_8 \ln \left( 1 + \frac{1}{10} \cos(X_4) \right) \\ &+ a_9 \ln \left( 1 + \frac{1}{10} \sin(X_1) \right) + a_{10} \ln \left( 1 + \frac{1}{10} \sin(X_2) \right) \\ &+ a_{11} \ln \left( 1 + \frac{1}{10} \sin(X_3) \right) + a_{12} \ln \left( 1 + \frac{1}{10} \sin(X_4) \right)\end{aligned}$$

### Desviación del ajuste global

- ConfiTS  $\sigma_\tau^A = \frac{\varsigma}{N} \frac{\sum_{r=1}^N |X_{1r} - \sum_{i=1}^n a_i \alpha_i (|X_{r-\tau}\rangle)|}{\sum_{k=1}^{\varsigma} X_k}$

[1] <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.109692>

[3] <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2018.03.034>

# Objetivo General

Comparar el comportamiento del precio del oro y el Bitcoin, ajustando curvas obtenidas de series de tiempo por medio de mapas de Taylor observando el grado y los diferentes coeficientes obtenidos, describiendo también como se obtienen analíticamente, para luego usando métodos computacionales obtener dichos mapas en tres periodos distintos, Inicio (Low), intermedio (High) y reciente (Post) observando la calidad del ajuste por medio de la hipótesis nula, el  $R^2$  y la desviación global de la serie de tiempo para cada uno de los periodos.



# Objetivos Especificos



1. Construir bases de datos utilizando las plataformas Yahoo Financial e Investing, para con un script utilizando Python y la librería Pandas obtener las series de tiempo del Bitcoin dividiéndolo en tres periodos. Inicios, etapa intermedia y épocas recientes. En el caso del oro comprar la base de datos de Macrotrends y por medio de un script en Python extraer los datos del precio real del oro desde 1915.
2. Mostrar cómo analíticamente se obtienen los coeficientes asociados a los mapas de Taylor también denominados predictores usados para la predicción no lineal de series de tiempo caóticas y describir las propiedades obtenidas de dicho desarrollo.
3. Utilizar el método computacional brindado por P.\\Alves, L.Duarte y L. da Mota y construir un programa en Maple17 utilizando la rutina LinMapTS para construir de manera computacional los mapas que ajusten el comportamiento del Bitcoin y del Oro.
4. Calcular la desviación y el  $R^2$  para cada uno de los mapas obtenidos computacionalmente, tanto para el Bitcoin, como para el oro, utilizando la rutina LinMapTS en Maple17.
5. Por medio de tablas organizadas, analizar los mapas obtenidos con su correspondiente grado y coeficientes para concluir las relaciones de las series de tiempo para el patrón oro y el Bitcoin, además de la hipótesis nula,  $\$R^2\$$  y la desviación global de la serie de tiempo para observar si el ajuste es aceptado o no.

# DESARROLLO DE OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Construir bases de datos utilizando las plataformas Yahoo Financial e Investing, para con un script utilizando Python y la librería Pandas obtener las series de tiempo del Bitcoin dividiéndolo en tres periodos. Inicios, etapa intermedia y épocas recientes. En el caso del oro comprar la base de datos de Macrotrends y por medio de un script en Python extraer los datos del precio real del oro desde 1915.

Low	24/04/2013 → 21/02/2017
High	21/02/2017 → 23/03/2019
Post	23/03/2019 → 02/10/2020

Low	<i>Enero 1915 → Marzo 1973</i>
High	<i>Marzo 1973 → Marzo 1998</i>
Post	<i>Marzo 1998 → Octubre 2020</i>

High_Bitcoin	03/08/2021 16:00	Documento de te...	5 KB
High_Gold	03/08/2021 15:56	Documento de te...	3 KB
LinMapTS	28/11/2019 9:55	Documento de te...	41 KB
Low_Bitcoin	03/08/2021 16:00	Documento de te...	10 KB
Low_Gold	03/08/2021 15:56	Documento de te...	6 KB
Post_Bitcoin	03/08/2021 16:00	Documento de te...	5 KB
Post_Gold	03/08/2021 15:56	Documento de te...	3 KB
Total_Bitcoin	03/08/2021 16:00	Documento de te...	20 KB
Total_Gold	03/08/2021 15:56	Documento de te...	11 KB

2. Mostrar cómo analíticamente se obtienen los coeficientes asociados a los mapas de Taylor también denominados predictores usados para la predicción no lineal de series de tiempo caóticas y describir las propiedades obtenidas de dicho desarrollo.

$$X_{TS} = \{X(0\Delta t), X(1\Delta t), X(2\Delta t), \dots, X((S-1)\Delta t)\}$$

$$\phi_{(\varphi, y)} : \rightarrow \mathbb{R}^{2m+1}$$

$$\phi_{(\varphi, y)}(x) = (y(x), y(\varphi(x)), \dots, y(\varphi^{2m}(x)))$$

$$\vec{x}(t) = \begin{bmatrix} X((N-1)T\Delta t) \\ \vdots \\ X(T\Delta t) \\ X(0) \end{bmatrix}$$

$$F(X_1, X_2, X_3) = a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3 + a_4 X_1^2 + a_5 X_1 X_2 + a_6 X_1 X_3 + a_7 X_2^2 + a_8 X_2 X_3 + a_9 X_3^2$$

$$\rho(\vec{a}) = x_{1(j+1)} - F(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{Nj})$$

$$f(\vec{a}) = \sum_{j=1}^{P-1} (\rho_j(\vec{a}))^2 = \sum_{i=1}^l a_i \varphi_i(\vec{x}_j)$$

$$f(\vec{a}) = \sum_{j=1}^{P-1} \left( x_{1(j+1)} - \sum_{i=1}^l a_i \varphi_i(\vec{x}_j) \right)^2$$



$$\begin{aligned}
 0 &= \frac{\partial f(\vec{a})}{\partial a_1} = \frac{1}{2} \frac{\partial f(\vec{a})}{\partial a_1} \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sum_{j=1}^{P-1} \left[ \left( x_{1(j+1)} - \sum_{i=1}^l a_i \varphi_i(\vec{x}_j) \right) (\varphi_1(\vec{x}_j)) \right] \\
 &= \sum_{j=1}^{P-1} \left( x_{1(j+1)} - \sum_{i=1}^l a_i \varphi_i(\vec{x}_j) \right) \varphi_1(\vec{x}_j) \\
 &= \sum_{j=1}^{P-1} x_{1(j+1)} \varphi_1(\vec{x}_j) - \sum_{j=1}^{P-1} \sum_{i=1}^l a_i \varphi_i(\vec{x}_j) \varphi_1(\vec{x}_j) \\
 &= \sum_{j=1}^{P-1} x_{1(j+1)} \varphi_1(\vec{x}_j) - \sum_{j=1}^{P-1} a_i \sum_{i=1}^l \varphi_i(\vec{x}_j) \varphi_1(\vec{x}_j) \\
 &= \sum_{i=1}^l a_i \left( \sum_{j=1}^{P-1} \varphi_i(\vec{x}_j) \varphi_1(\vec{x}_j) \right) \\
 &= \sum_{j=1}^{P-1} x_{1(j+1)} \varphi_1(\vec{x}_j)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &a_1 \sum_{j=1}^{P-1} X_{1j} X_{1j} + a_2 \sum_{j=1}^{P-1} X_{2j} X_{1j} + a_3 \sum_{j=1}^{P-1} X_{3j} X_{1j} + \\
 &a_4 \sum_{j=1}^{P-1} X_{1j}^2 X_{1j} + a_5 \sum_{j=1}^{P-1} X_{1j} X_{2j} X_{1j} + \\
 &a_6 \sum_{j=1}^{P-1} X_{1j} X_{3j} X_{1j} + a_7 \sum_{j=1}^{P-1} X_{2j}^2 X_{1j} + \\
 &a_8 \sum_{j=1}^{P-1} X_{2j} X_{3j} X_{1j} + a_9 \sum_{j=1}^{P-1} X_{3j}^2 X_{1j} \\
 &= \sum_{j=1}^{P-1} X_{1j+1} X_{1j}
 \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^l a_i \left( \sum_{j=1}^{P-1} \varphi_i(\vec{x}_j) \varphi_1(\vec{x}_j) \right) = \sum_{j=1}^{P-1} x_{1(j+1)} \varphi_1(\vec{x}_j) \\ \sum_{i=1}^l a_i \left( \sum_{j=1}^{P-1} \varphi_i(\vec{x}_j) \varphi_2(\vec{x}_j) \right) = \sum_{j=1}^{P-1} x_{1(j+1)} \varphi_2(\vec{x}_j) \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^l a_i \left( \sum_{j=1}^{P-1} \varphi_i(\vec{x}_j) \varphi_l(\vec{x}_j) \right) = \sum_{j=1}^{P-1} x_{1(j+1)} \varphi_l(\vec{x}_j) \end{array} \right.$$

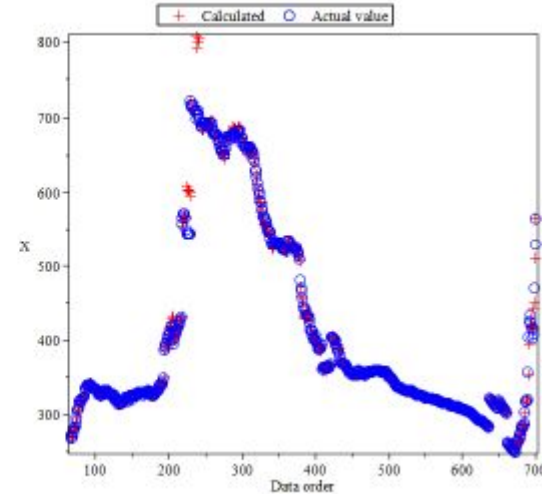
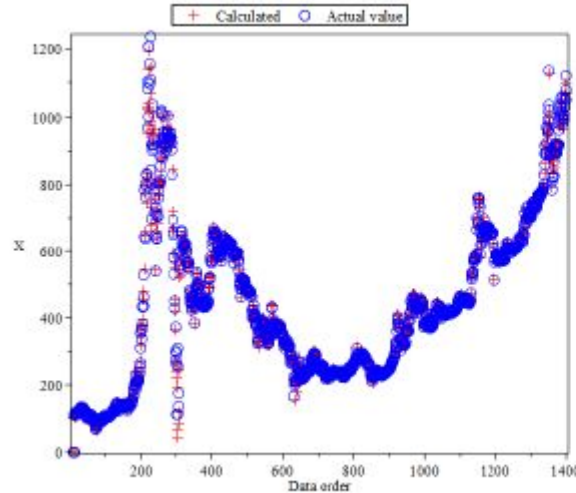
$$\alpha_{pq} = \sum_{j=1}^{P-1} \varphi_p(\vec{x}_j) \varphi_q(\vec{x}_j)$$

$$\beta_p = \sum_{j=1}^{P-1} x_{1(j+1)} \varphi_p(\vec{x}_j)$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \cdots & \alpha_{1l} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \cdots & \alpha_{2l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{l1} & \alpha_{l2} & \cdots & \alpha_{ll} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_l \end{bmatrix}$$

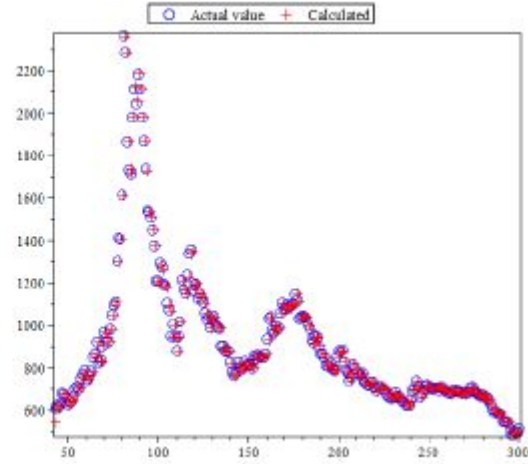
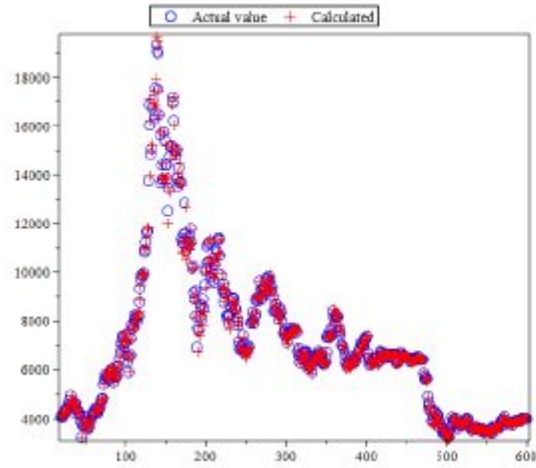
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{P-1} \left( x_{1(j+1)} - \sum_{i=1}^l a_i \varphi_i(\vec{x}_j) \right)^2}{(P-1) - 1}}$$

3. Utilizar el método computacional brindado por P.\\Alves, L.Duarte y L. da Mota y construir un programa en Maple17 utilizando la rutina LinMapTS para construir de manera computacional los mapas que ajusten el comportamiento del Bitcoin y del Oro.



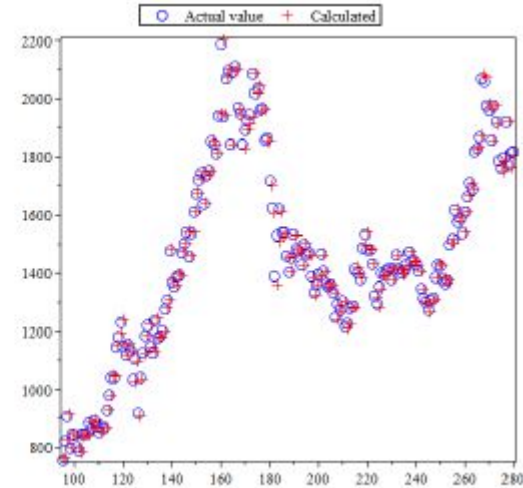
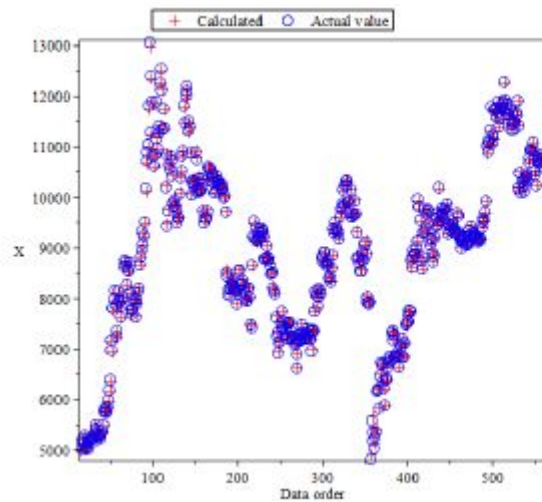
$$F(X_1, X_2, X_3) = a_1X_1 + a_2X_2 + a_3X_3 + a_4X_1^2 + a_5X_1X_2 + a_6X_1X_3 + a_7X_2^2 + a_8X_2X_3 + a_9X_3^2$$

Coefficientes	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>	a <sub>6</sub>	a <sub>7</sub>	a <sub>8</sub>	a <sub>9</sub>
Bitcoin	1.07106	0.28794	-0.35980	-0.000059	-0.000098	0.000109	-0.000509	0.00065	-0.00009
Gold	0.84016	-0.04243	0.19801	-0.00096	0.00330	-0.00076	0.00014	-0.00353	0.00182



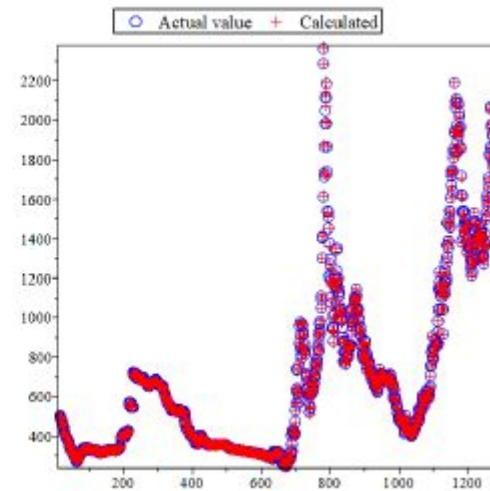
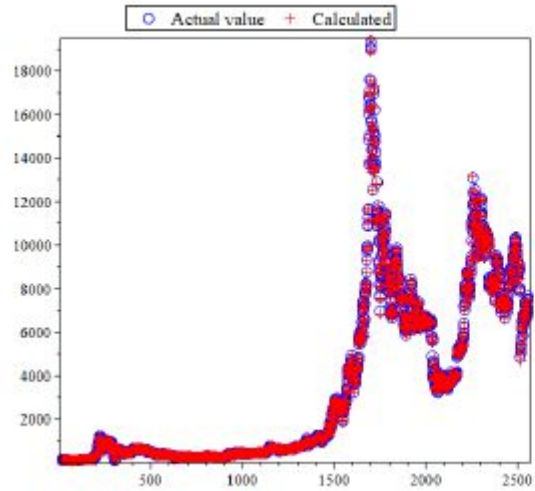
$$F(X_1, X_2, X_3) = a_1X_1 + a_2X_2 + a_3X_3$$

Coeficientes	$a_1$	$a_2$	$a_3$
Bitcoin	1.01765	0.07041	-0.09177
Gold	0.99509	0.01687	-0.01425



$$F(X_1, X_2, X_3) = a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3$$

Coeficientes	$a_1$	$a_2$	$a_3$
Bitcoin	0.97625	0.00475	0.01892
Gold	1.03812	-0.04423	0.00479



$$F(X_1, X_2, X_3) = a_1X_1 + a_2X_2 + a_3X_3$$

Coeficientes	$a_1$	$a_2$	$a_3$
Bitcoin	1.03442	-0.05311	0.01466
Gold	1.0017	0.02793	-0.03432



4. Calcular la desviación y el  $R^2$  para cada uno de los mapas obtenidos computacionalmente, tanto para el Bitcoin, como para el oro, utilizando la rutina LinMapTS en Maple17.

Desviación global por periodo	Low $\sigma_1$	High $\sigma_2$	Post $\sigma_3$
Bitcoin	23.3356	120.8281	165.4276
Gold	10.0538	22.2302	58.8367

Desviación global periodo completo	$\sigma_1$
Bitcoin	255.7017
Gold	57.8183

$R^2$ por periodo	Low	High	Post
Bitcoin	0.98362	0.98146	0.95902
Gold	0.98834	0.95045	0.94616

$R^2$ periodo completo	Series de tiempo completas
Bitcoin	0.99556
Gold	0.98850

# Análisis de resultados y desarrollo del objetivo número 5

- Con respecto al desarrollo del objetivo específico número 1 se tiene que los periodos de tiempo escogidos Low, High y Post fueron escogidos para presentar a detalle el mapeo realizó a cada una de las series de tiempo. Para el Bitcoin se escogió por días, siendo esto por la cantidad de datos requerida y además porque se observa fácilmente que la evolución del Bitcoin ha sido muy rápida con respecto a la del Oro. Para el desarrollo de este proyecto se tomó una cantidad doble de datos para el Bitcoin, pero cabe la pena recalcar que se puede realizar una mejor obtención de las bases de datos mucho más específicas donde se obtenga una mayor cantidad de datos por ejemplo usándolo por horas y así determinar cual es la relación real de crecimiento del bitcoin con respecto del oro, ya que acá solo se está tomando el doble de datos. Para la obtención de datos del oro se tomó en cuenta que es difícil encontrar datos antes de 1971. Esto debido a la decisión tomada por Nixon en dicho año. La base de datos encontrada se encontraba de periodos mes a mes brindando un total de 1280 datos, siendo este el parámetro fundamental para la obtención de datos de este proyecto.

- En cuanto al desarrollo del objetivo específico número 2 se tiene que para encontrar la forma deseada del sistema es necesario reconstruir la teoría desde la definición de la función de error y costo. Luego usando la función denominada predictor para 3 observables, la cual se construye con las propiedades del teorema de Takens construyendo el espacio de fase para construir un vector  $\vec{x}(t)$  correspondiente a los observables. Se llega a la representación más simple de toda la teoría la cual corresponde a una forma matricial, determinada a partir de la derivada parcial con respecto al coeficiente  $a_1$ , la cual, es usada por los métodos computacionales para determinar los coeficientes.
- Para el desarrollo de los objetivos específicos 3 y 4, se obtienen varias relaciones, de acuerdo con el análisis realizado en el objetivo número 2 se tiene que el coeficiente más relevante de comparación es el  $a_1$ , brindando resultados buenos. Para el periodo Low es donde se tiene mayor discrepancia en los resultados siento para el coeficiente  $a_1$  para el bitcoin 1.07106 y para el oro 0.84016 teniendo una diferencia de 0.2309, para el periodo High es donde se obtiene una similitud asombrosa siendo el coeficiente  $a_1$  para el bitcoin 1.01765 y para el oro 0.99509 teniendo una discrepancia tan solo 0.02256, además de la correspondencia e los signos en los otros dos coeficientes encontrados, para el periodo post se tiene que el coeficiente  $a_1$  es 0.97625 para el bitcoin y para el oro 1.03812 teniendo una diferencia de 0.06187. Para el periodo donde se toma la serie de tiempo completa se tiene una buena relación teniendo un coeficiente  $a_1$  para el bitcoin 1.03442 y para el oro 1.0017 con una diferencia de 0.03272, observando una buena similitud de comportamiento.

- En cuanto a la desviación se obtiene que para el bitcoin hay una mayor desviación, esto puede ser debido primero a que se tomó una mayor cantidad de datos debido a que la velocidad de evolución es mucho mayor a la del oro y por otra parte también relacionada se puede pensar que el bitcoin es mucho más volátil que la serie temporal del oro, aunque para concluir esto se debe hacer un tratamiento estadístico mucho más profundo. También se observa que a medida que aumenta el periodo aumenta también la desviación, esto se debe a que la tendencia es de crecimiento, entonces aumenta debido a que los precios son mucho más elevados en el periodo Post, que el periodo low. La desviación para la serie de tiempo completase tiene que al igual que para los periodos se puede deber a la volatilidad de la serie del Bitcoin aunque no se puede concluir esto sin hacer un tratamiento más profundo. también puede deberse a que el crecimiento el Bitcoin, es decir el precio es mucho mayor que el del Oro.

para el  $R^2$  lo más relevante en los periodos es que se observa que a medida que aumenta el periodo el  $R^2$  es menor, esto pudiendo ser debido a que los precios a medida que aumentan, aumenta su varianza como lo observamos en la tabla y para la serie de tiempo completa se tiene que hay un mayor ajuste para el Bitcoin que para el oro, siendo esto por la cantidad de datos y también porque el precio del Bitcoin es mucho más elevado que el oro, teniendo un mayor desviación.

## Conclusiones, perspectivas y desarrollo del objetivo número 5

- En cuanto al desarrollo del objetivo específico número 2 se tiene que para encontrar la forma deseada del sistema es necesario reconstruir la teoría desde la definición de la función de error y costo. Luego usando la función denominada predictor para 3 observables, la cual se construye con las propiedades del teorema de Takens construyendo el espacio de fase para construir un vector  $\vec{x}(t)$  correspondiente a los observables. Se llega a la representación más simple de toda la teoría la cual corresponde a una forma matricial, determinada a partir de la derivada parcial con respecto al coeficiente  $a_1$ , la cual, es usada por los métodos computacionales para determinar los coeficientes.

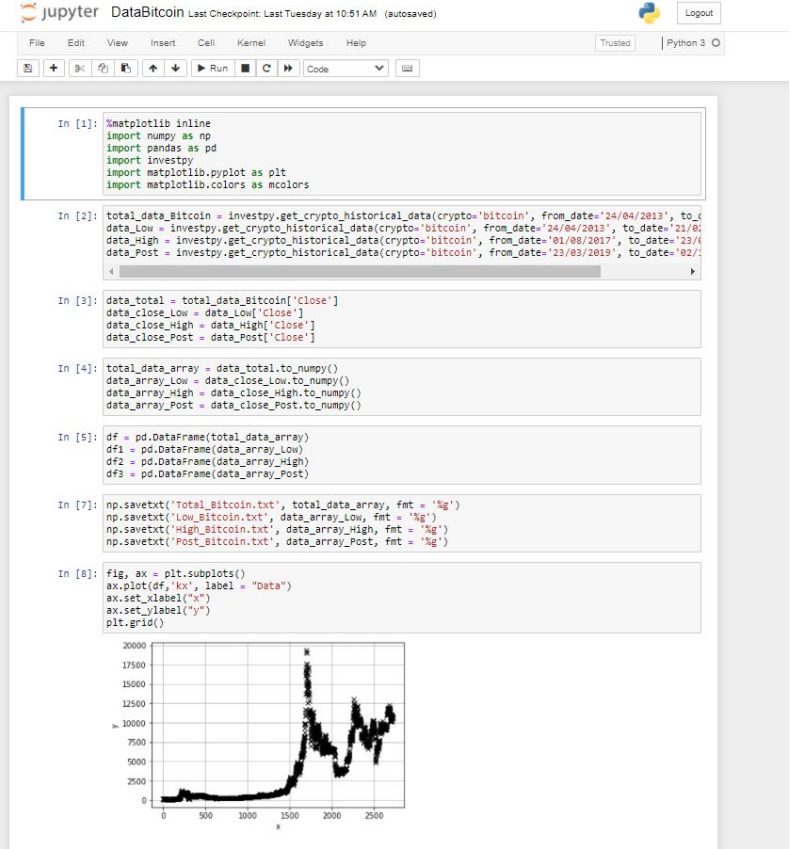
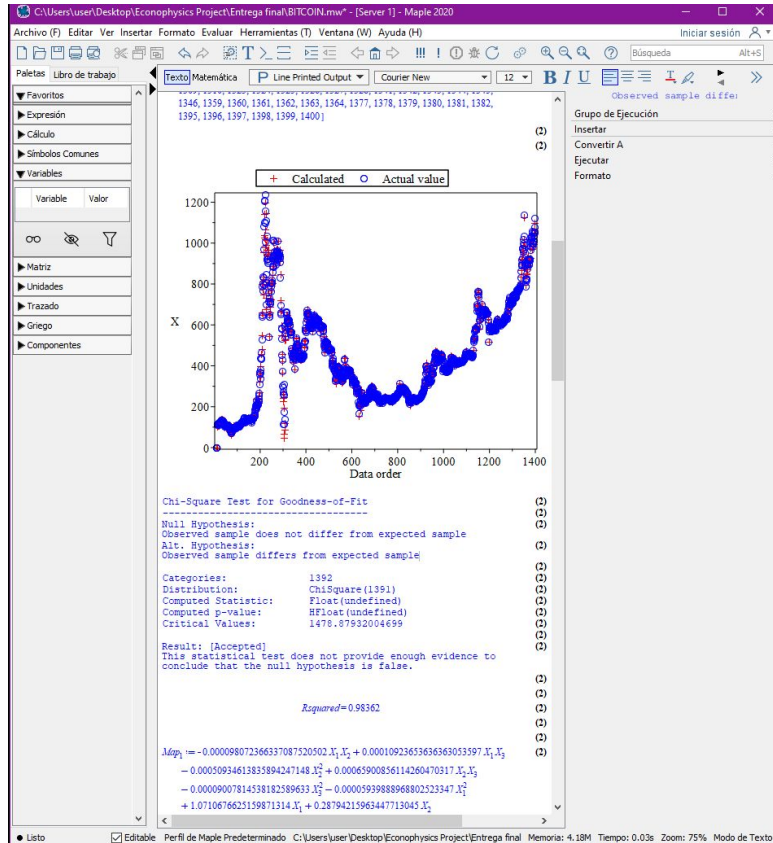
- Cuando se analiza cada periodo de tiempo por separado, Low, High y Post se observa que si hay similitudes que recalcar en el comportamiento de cada serie de tiempo, sobre todo observando el coeficiente  $\alpha_1$  el cual es el que se toma como referencia para la construcción de la forma matricial. Cabe recalcar que observando los datos el bitcoin ha tenido un crecimiento mucho más rápido que el oro, aunque su comportamiento dinámico ha sido similar, brindando temas de interés de porqué esto sucede y se pueden generar diferentes preguntas acerca de la diferencia de la minería tradicional y la minería de datos, ya que los modelos de trabajo son diferentes, quizá la minería de datos al ser computacional es por ello que avanza más rápido pero con una dinámica similar a la del oro.

Otra perspectiva que se encuentra al desarrollo de este proyecto es generar modelos de predicción tomando factores como por ejemplo que el oro en el mundo es abundante hoy en día, permitiendo una estabilidad, mientras que las criptomonedas están en un punto crítico donde si no se encuentran energías renovables su precio seguirá decayendo, siendo esto a diferencia de lo que pasó con el oro en 1971 decisiones ambientales y no políticas.



- Cabe recalcar que los artículos de partida tienen una patente BR 51 2017 001226-1 registrada en Brasil, donde se encuentra una rutina llamada DynCharTS, la cual caracteriza completamente la dinámica caótica de las series de tiempo, brindando mucha más información del sistema, contribuyendo así a posibles modelos de predicción, ya que al ser un sistema caótico permite la entrada de muchas condiciones iniciales y aún así poder determinar el comportamiento de la dinámica.

# ANEXOS



# REFERENCIAS

- [1] Chohan, Usman W., Assessing the Differences in Bitcoin Other Cryptocurrency Legality Across National Jurisdictions (September 20, 2017). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3042248> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3042248>
- [2] P.R.L. Alves (2020) Chaos in historical prices and volatilities with five-dimensional euclidean spaces <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.109692>
- [3] Markus Vogl, Peter Rötzel (2020) Chaoticity Versus Stochasticity in Financial Markets: Are Daily SP 500 Return Dynamics Chaotic? <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3802753>
- [4] "The Definitive Glossary of Higher Mathematical Jargon — Chaos". Math Vault. 2019-08-01. Retrieved 2019-11-24
- [5] chaos theory — Definition Facts". Encyclopedia Britannica. Retrieved 2019-11-24.
- [6] Hasselblatt, Boris; Anatole Katok (2003). A First Course in Dynamics: With a Panorama of Recent Developments. Cambridge University Press. ISBN 978-0-521-58750-1.
- [7] Streliaff, Christopher; et., al. (2006). "Medium-Term Prediction of Chaos". Phys. Rev. Lett. 96 (4): 044101. Bibcode:2006PhRvL..96d4101S. doi:10.1103/PhysRevLett.96.044101. PMID 16486826
- [8] V.I. Arnold, Ordinary Differential Equations, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1973.
- [9] G.W. Bluman, S. Kumei, Symmetries and Differential Equations, in: Applied Mathematical Sciences, vol. 81, Springer-Verlag, 1989.
- [10] P.R.L.Alves, L.G.S.Duarte, L.A.C.P.da Mota (2018) Detecting chaos and predicting in Dow Jones Index <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2018.03.034>
- [11] P.R.L. Alves, (2020) Dynamic characteristic of Bitcoin cryptocurrency in the reconstruction scheme, Chaos, Solitons Fractals, Volume 134, <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.109692>.
- [12] Andy Greenberg (20 April 2011). "Crypto Currency". Forbes. Archived from the original on 31 August 2014. Retrieved 8 August 2014.
- [13] C. Quimbay (2021) Notas de Clase, Capítulo (3), Distribuciones de dinero desde la Econofísica, Curso de Introducción a la Econofísica 2021-1
- [14] C. Quimbay (2021) Notas de Clase, Capítulo (4), Distribuciones de dinero desde la Econofísica, Curso de Introducción a la Econofísica 2021-1
- [15] William O. Scroggs. "What Is Left of the Gold Standard?". [foreignaffairs.com](http://foreignaffairs.com). Retrieved 28 January 2015.
- [16] H. Carli, L.G.S. Duarte, L.A.C.P. da Mota (2013) A Maple package for improved global mapping forecast <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2016.05.011>
- [17] P.R.L. Alves, L.G.S. Duarte, L.A.C.P. da Mota (2016) Manuscript, Improvement in global forecast for chaotic time series. <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2016.05.011>
- [18] Takens F. Detecting strange attractors in turbulence. In: Y L Rand D, editor. Lecture Notes in Mathematics, 898. Berlin, Heidelberg, Warwick: Springer; 1980. p. 366-81 . <https://link.springer.com/chapter/10.1007>
- [19] Investpy library (2021) <https://pypi.org/project/investpy/>
- [20] Girón Castro, L. (2020). BITCOIN. Realidad Empresarial, (10), 14-18. <https://doi.org/10.5377/reuca.v0i10.10572>
- [21] Gold Prices - 100 Year Historical Chart <https://www.macrotrends.net/1333/historical-gold-prices-100-year-chart>
- [22] Sigaki, H.Y.D., Perc, M. Ribeiro, H.V. Clustering patterns in efficiency and the coming-of-age of the cryptocurrency market. Sci Rep 9, 1440 (2019). <https://doi.org/10.1038/s41598-018-37773-3>
- [23] WenFang, Shaolin Tian, Jun Wang (2018) Multiscale fluctuations and complexity synchronization of Bitcoin in China and US markets <https://doi.org/10.1016/j.physa.2018.08.051>
- [24] Böhme, Rainer, Nicolas Christin, Benjamin Edelman, and Tyler Moore. 2015. "Bitcoin: Economics, Technology, and Governance." Journal of Economic Perspectives, 29 (2): 213-38.
- [25] Bergé, Pierre; Pomeau, Yves; Vidal, Christian (1984). Order within Chaos: Towards a Deterministic Approach to Turbulence. New York: John Wiley Sons. ISBN 978-0-471-84967-4
- [26] P.R.L. Alves, L.G.S. Duarte, L.A.C.P. da Mota (2017) Alternative predictors in chaotic time series <http://dx.doi.org/10.17632/pnhy9zymrp.1>
- [27] Royston P. Approximating the Shapiro-Wilk W-test for non-normality. Stat Comput 1992;2(3):117-19. doi:10.1007/BF01891203
- [28] Alves P, Duarte L, Mota Ld. A new characterization of chaos from a time series. Chaos, Solitons and Fractals 2017;104:323-6. doi:10.1016/j.chaos.2017.08.033. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S096007791730365X>

**GRACIAS !**