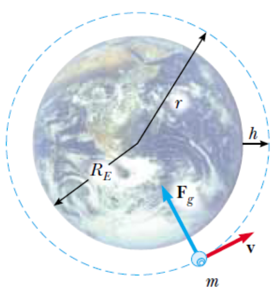
[1]

1. Calcule la masa del Sol usando el hecho de que el periodo de la Tierra alrededor del Sol es $P \approx 3{,}156 \times 10^7$ s y la distancia desde el centro de la Tierra al centro del Sol es $r \approx 1{,}496 \times 10^{11}$ m. ¿Importa el hecho de que la Tierra y el Sol no son masas puntuales?

2. Usando el radio de la Tierra $R \approx 6{,}37 \times 10^6$ m y el hecho de que la gravedad en la superficie terrestre es $g \approx 9{,}8$ m/s^2, demuestre que la densidad promedio de la Tierra es $\rho \approx 5{,}51 \times 10^3$ kg/m^3.

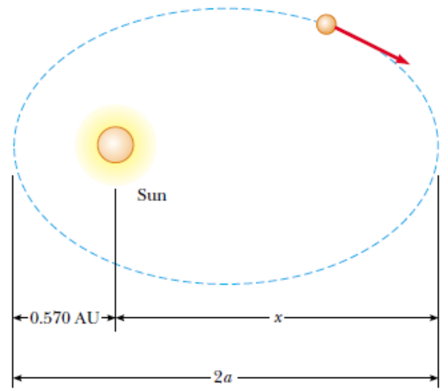
3. Considere un satélite de masa m en órbita circular alrededor de la Tierra, a una rapidez constante v y a una altitud h por encima de la superficie terrestre (ver figura).



   a) Determine la rapidez del satélite en términos de G, h, R (radio de la Tierra), y M (masa de la Tierra).
   b) ¿Cuál es la rapidez del satélite si es geoestacionario y a qué altura respecto a la superficie debe encontrarse?

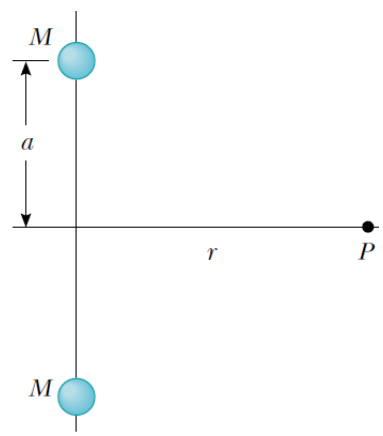
4. El cometa Halley se acerca al sol a una distancia de 0.57 A. U. (Un A. U. es igual a $1{,}50 \times 10^{11}$ m) y su periodo orbital es $75{,}6$ años. ¿Qué tan lejos del Sol viajar el cometa antes de alcanzar su jornada de regreso?

5. *Se ha propuesto un lugar para vivir en el espacio en forma de cilindro de 6 km de diámetro y 30 km de longitud (G.K. O'Neill, 1974). En dicho lugar se construirían ciudades, tierras y lagos en la superficie, con aire y nubes en el centro. Todo



esto se mantendría en su lugar por la rotación del cilindro respecto a su eje mayor. ¿Qué tan rápido tendría que girar el cilindro para producir un campo gravitacional de $1g$ (9.8 m/s^2) en las paredes del cilindro?

6. Calcule la magnitud y dirección del campo gravitacional en un punto P sobre el bisector de la linea que une los dos planetas de igual masa mostrados en la figura. Los planetas están separados una distancia $2a$.



7. Tres masas puntuales m están localizadas en las esquinas de un cuadrado de lado l (ver figura).

   a) Halle el campo gravitacional en el punto de coordenadas (0,0).

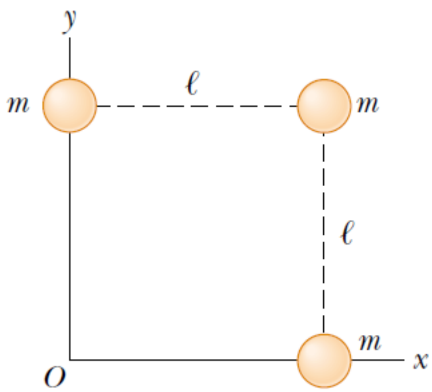
$$\vec{g} = -\frac{Gm}{l^2}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)\left(\hat{i} + \hat{j}\right)$$

   b) Halle la fuerza gravitacional sobre una masa M que se localiza en el punto de coordenadas

[1] Las figuras de este documento han sido tomadas en su gran mayoría de Physics For Scientist and Engineers 6E By Serway and Jewett.

(0,0).

$$\vec{F} = M\vec{g} = -\frac{GMm}{l^2}\left(1+\frac{\sqrt{2}}{4}\right)\left(\hat{i}+\hat{j}\right)$$



8. Tres masas puntuales m iguales se encuentran fijas en los puntos coordenados (0,0,0), (0,0,a), (0,0,-a). Una cuarta masa M describe una órbita circular de radio R en un plano perpendicular al plano que contiene las tres masas anteriores y con centro en el punto (0,0,0).

   a) Halle la magnitud de la fuerza resultante sobre la masa M.

   $$F = GMm\left(\frac{1}{R^2}+\frac{2R}{(a^2+R^2)^{3/2}}\right)$$

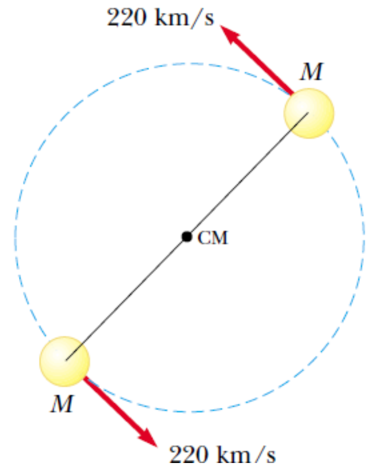
   b) Halle el periodo de revolución de la masa que efectúa el movimiento circular.

   $$P = \sqrt{\frac{4\pi^2 R}{Gm\left(\frac{1}{R^2}+\frac{2R}{(a^2+R^2)^{3/2}}\right)}}$$

   c) Encuentre la energía potencial asociada con estas cuatro masas puntuales.

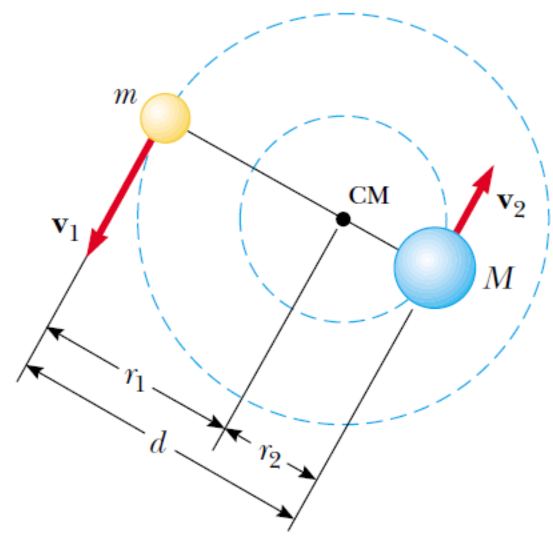
   $$U = -Gm\left[\frac{5m}{2a}+M\left(\frac{1}{R}+\frac{2}{\sqrt{a^2+R^2}}\right)\right]$$

9. El sistema binario Plaskett consiste de dos estrellas de masa iguales girando en torno a su centro de masa CM. Asuma que la rapidez de cada estrella es $v = 220$ km/s y que el periodo orbital de cada estrella es de $14{,}4$ días. Halle la masa M de cada estrella.



10. Dos estrellas de masas m y M , separadas por una distancia d, giran en órbita circular alrededor de su centro de masa CM (ver figura). Muestre que el periodo de cada estrella está dado por:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 d^3}{G(M+m)}$$



11. Un planeta hipotético de masa M tiene tres lunas de igual masa m, cada una moviéndose en una órbita circular de radio R. Las lunas están igualmente espaciadas, por lo que forman un triángulo equilátero. Encuentre:

   a) La energía potencial total del sistema.

   $$U = -\frac{3Gm}{R}\left(M+\frac{m}{\sqrt{3}}\right)$$

b) La rapidez orbital de cada luna para que pueda mantenerse en esa configuración.

$$v = \sqrt{\frac{G}{R}\left(M + \frac{m}{\sqrt{3}}\right)}$$

12. *Una partícula de masa m se haya en un eje de simetría de un anillo de radio R y masa M uniformemente distribuida.

    a) Encuentre la fuerza sobre m si está a una distancia d del plano del anillo.

    b) Demuestre que su resultado del inciso anterior se reduce a lo que se espera intuitivamente cuando:

    - m está en el centro del anillo.
    - m se encuentra distante del anillo ($d >> R$).

13. *Muestre que el momento angular L, la excentricidad y la energía E en el movimiento general bajo interacción gravitacional, son tal que:

$$\begin{aligned} L^2 =& GMm^2a(1-\epsilon^2) \\ \epsilon^2 =& 1 + \frac{2E}{m}\left(\frac{L}{GmM}\right)^2 \\ E =& -\frac{GMm}{2a} \end{aligned}$$

14. *Muestre la tercera ley de Kepler para $M \gg m$

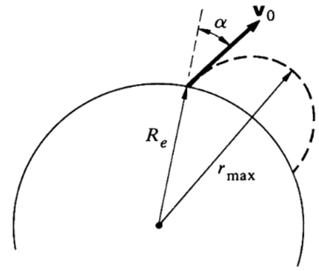
$$P^2 = \frac{4\pi^2}{GM}a^3$$

15. *Un satélite de masa $m = 2000$ kg está en órbita elíptica alrededor de la tierra. En el perigeo tiene una altura de 1100 km y el apogeo su altitud es de 4100 km (el radio de la tierra es $R \approx 6400$ km). Determine la energía del sistema, la excentricidad de la orbital, el momento angular del satélite y su rapidez en perigeo y en el apogeo.

    Respuesta:

$$\begin{aligned} &E \approx -4{,}5 \times 10^{10}\ \text{J}, \quad \epsilon = \frac{1}{6} \\ &L = 1{,}2 \times 10^{14} \text{kg m}^2/\text{s} \\ &v_p \approx 7900\,\text{m/s}, \quad v_a \approx 5600\,\text{m/s}. \end{aligned}$$

16. *Un proyectil de masa m es lanzado desde la superficie de la tierra formando un ángulo α con la vertical. Si la rapidez inicial del proyectil es $v_0 = \sqrt{\frac{GM}{R_e}}$, donde M es la masa de la tierra. Determinar la altura máxima alcanzada por el proyectil (r_{max}).



    Respuesta: $\quad r_{\text{max}} = R(1 + \cos\alpha)$

17. *Un satélite de masa m está en órbita circular alrededor de la tierra de masa M y radio R a una altura $h = R$. En un punto de la órbita hay un fallo en el motor y la rapidez disminuye instatáneamente a la mitad y después se apaga, haciendo que el satélite quede en caida libre y en una nueva órbita elíptica hasta caer a la tierra.

    a) Hallar la magnitud de la velocidad cuando el satélite impacta sobre la tierra.

    b) Hallar el semieje mayor de la órbita ($a = (8/7)R$).

    c) Hallar la excentricidad de la órbita ($\epsilon = 3/4$).

18. Haga todos los cálculos de distribuciones continuas hechos y propuestos en clase.