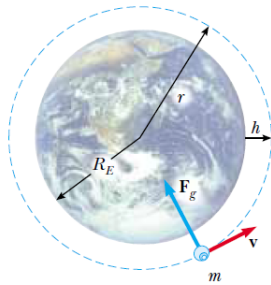
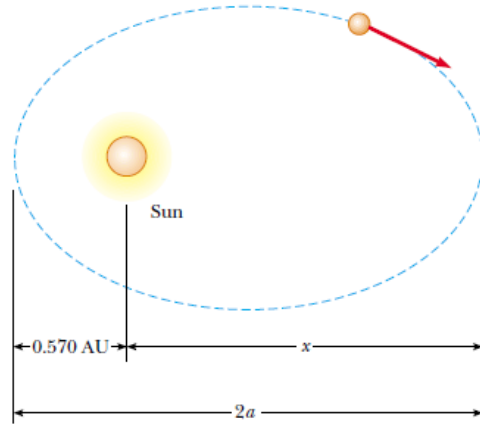


1

- Usando el radio de la Tierra  $R \approx 6,37 \times 10^6$  m y el hecho de que la gravedad en la superficie terrestre es  $g \approx 9,8$  m/s<sup>2</sup>, demuestre que la densidad promedio de la Tierra es  $\rho \approx 5,51 \times 10^3$  kg/m<sup>3</sup>.
- Calcule la masa del Sol usando el hecho de que el periodo de la Tierra alrededor del Sol es  $P \approx 3,156 \times 10^7$  s y la distancia desde el centro de la Tierra al centro del Sol es  $r \approx 1,496 \times 10^{11}$  m. Importa el hecho de que la Tierra y el Sol no son masas puntuales?
- Considere un satélite de masa  $m$  en órbita circular alrededor de la Tierra, a una rapidez constante  $v$  y a una altitud  $h$  por encima de la superficie terrestre (ver figura).

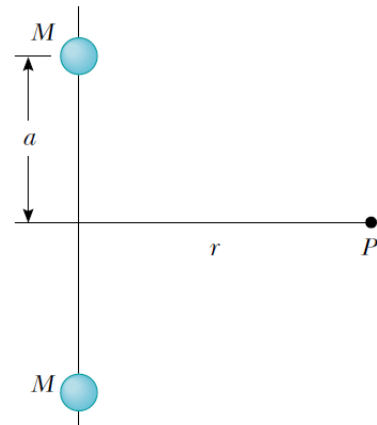


- Determine la rapidez del satélite en términos de  $G$ ,  $h$ ,  $R$  (radio de la Tierra), y  $M$  (masa de la Tierra).
  - Cuál es la rapidez del satélite si es geoestacionario y a que altura respecto a la superficie debe encontrarse?
- El cometa Halley se acerca al Sol a una distancia de 0.57 A. U. (Un A. U. es igual a  $150 \times 10^{11}$  m) y su perihelio orbital es 75,6 años. Qué tan lejos del Sol viajar el cometa antes de alcanzar su jornada de regreso?
  - Se ha propuesto un lugar para vivir en el espacio en forma de cilindro de 6 km de diámetro y 30 km de longitud (G.K. O'Neill, 1974). En dicho lugar se construirían ciudades, tierras y lagos en la



superficie, con aire y nubes en el centro. Todo esto se mantendría en su lugar por la rotación del cilindro respecto a su eje mayor. Qué tan rápido tendría que girar el cilindro para producir un campo gravitacional de  $1g$  (9.8 m/s<sup>2</sup>) en las paredes del cilindro?

- Calcule la magnitud y dirección del campo gravitacional en un punto P sobre el bisector de la línea que une los dos planetas de igual masa mostrados en la figura. Los planetas están separados una distancia  $2a$ .



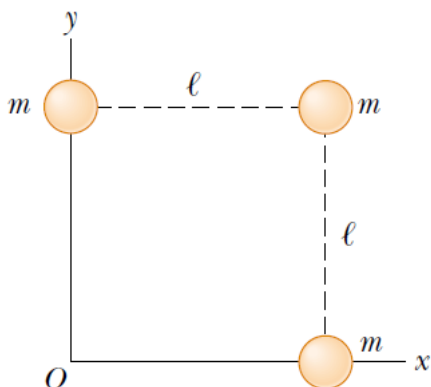
- Tres masas puntuales  $m$  están localizadas en las esquinas de un cuadrado de lado  $l$  (ver figura).
  - Halle el campo gravitacional en el punto de coordenadas (0,0).

$$\vec{g} = \frac{Gm}{l^2} \left( 1 + \frac{\sqrt{2}}{4} \right) (\hat{i} + \hat{j})$$

<sup>1</sup>Las figuras de este documento han sido tomadas en su gran mayoría de Physics For Scientist and Engineers 6E By Serway and Jewett.

- b) Halle la fuerza gravitacional sobre una masa  $M$  que se localiza en el punto de coordenadas  $(0,0)$ .

$$\vec{F} = M\vec{g} = \frac{GMm}{l^2} \left( 1 + \frac{\sqrt{2}}{4} \right) (\hat{i} + \hat{j})$$



8. Tres masas puntuales  $m$  iguales se encuentran fijas en los puntos coordenados  $(0,0,0)$ ,  $(0,0,a)$ ,  $(0,0,-a)$ . Una cuarta masa  $M$  describe una órbita circular de radio  $R$  en un plano perpendicular al plano que contiene las tres masas anteriores y con centro en el punto  $(0,0,0)$ .

- a) Halle la magnitud de la fuerza resultante sobre la masa  $M$ .

$$F = GMm \left( \frac{1}{R^2} + \frac{2R}{(a^2 + R^2)^{3/2}} \right)$$

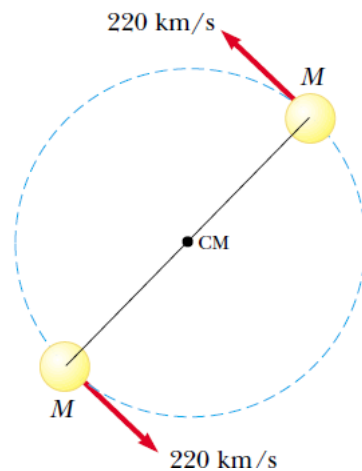
- b) Halle el periodo de revolución de la masa que efectúa el movimiento circular.

$$P = \sqrt{\frac{4\pi^2 R}{\left( \frac{1}{R^2} + \frac{2R}{(a^2 + R^2)^{3/2}} \right)}}$$

- c) Encuentre la energía potencial asociada con estas cuatro masas puntuales.

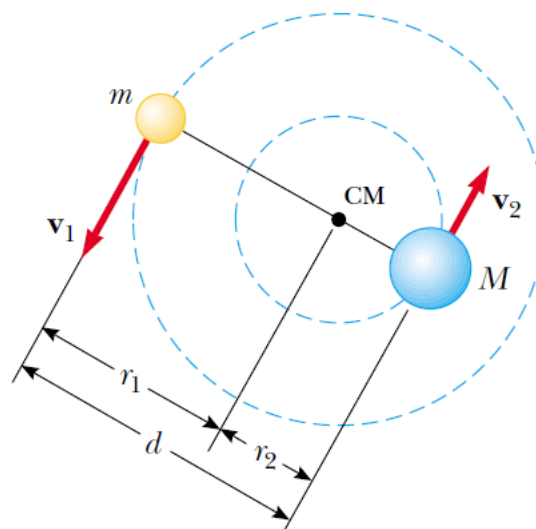
$$U = -Gm \left[ \frac{5m}{2a} + M \left( \frac{1}{R} + \frac{2}{\sqrt{a^2 + R^2}} \right) \right]$$

9. El sistema binario Plaskett consiste de dos estrellas de masa iguales girando en torno a su centro de masa CM. Asuma que la rapidez de cada estrella es  $v = 220 \text{ km/s}$  y que el periodo orbital de cada estrella es de 14,4 días. Halle la masa  $M$  de cada estrella.



10. Dos estrellas de masas  $m$  y  $M$ , separadas por una distancia  $d$ , giran en órbita circular alrededor de su centro de masa CM (ver figura). Muestre que el periodo de cada estrella está dado por:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 d^3}{G(M+m)}$$



11. Un planeta hipotético de masa  $M$  tiene tres lunas de igual masa  $m$ , cada una moviéndose en una órbita circular de radio  $R$ . Las lunas están igualmente espaciadas, por lo que forman un triángulo equilátero. Encuentre:

- a) La energía potencial total del sistema.

$$U = \frac{3Gm}{R} \left( M + \frac{m}{\sqrt{3}} \right)$$

- b) La rapidez orbital de cada luna para que pueda mantenerse en esa configuración.

$$v = \sqrt{\frac{G}{R} \left( M + \frac{m}{3} \right)}$$

12. Una partícula de masa  $m$  se haya en un eje de simetría de un anillo de radio  $R$  y masa  $M$  uniformemente distribuida.

- a) Encuentre la fuerza sobre  $m$  si está a una distancia  $d$  del plano del anillo.  
b) Demuestre que su resultado del inciso anterior se reduce a lo que se espera intuitivamente cuando:

- $m$  está en el centro del anillo.
- $m$  se encuentra distante del anillo ( $d \gg R$ ).

13. Muestre que el momento angular  $L$ , la excentricidad y la energía  $E$  en el movimiento general bajo interacción gravitacional, son tal que:

$$\begin{aligned} L^2 &= GMm^2 a(1 - \epsilon^2) \\ \epsilon^2 &= 1 + \frac{2E}{m} \left( \frac{L}{GMm} \right)^2 \\ E &= -\frac{GMm}{2a} \end{aligned}$$

14. Muestre la tercera ley de Kepler para  $M \gg m$

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{GM} a^3$$

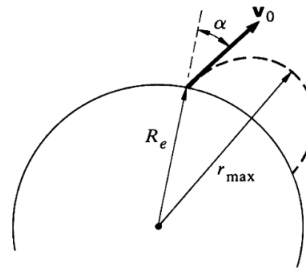
15. Un satélite de masa  $m = 2000$  kg está en órbita elíptica alrededor de la tierra. En el perigeo tiene una altura de 1100 km y el apogeo su altitud es de 4100 km (el radio de la tierra es  $R \approx 6400$  km). Determine la energía del sistema, la excentricidad de la orbital, el momento angular del satélite y su rapidez en perigeo y en el apogeo.

Respuesta:

$$\begin{aligned} E &\approx -4,5 \times 10^{10} \text{ J}, \quad \epsilon = \frac{1}{6} \\ L &= 1,2 \times 10^{14} \text{ kg m}^2/\text{s} \\ v_p &\approx 7900 \text{ m/s}, \quad v_a \approx 5600 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

16. Un proyectil de masa  $m$  es lanzado desde la superficie de la tierra formando un ángulo  $\alpha$  con la vertical. Si la rapidez inicial del proyectil es

$v_0 = \sqrt{\frac{GM}{R_e}}$ , donde  $M$  es la masa de la tierra. Determinar la altura máxima alcanzada por el proyectil ( $r_{\max}$ ).



Respuesta:  $r_{\max} = R(1 + \cos \alpha)$

17. Un satélite de masa  $m$  está en órbita circular alrededor de la tierra de masa  $M$  y radio  $R$  a una altura  $h = R$ . En un punto de la órbita hay un fallo en el motor y la rapidez disminuye instantáneamente a la mitad y después se apaga, haciendo que el satélite quede en caída libre y en una nueva órbita elíptica hasta caer a la tierra.

- a) Hallar la magnitud de la velocidad cuando el satélite impacta sobre la tierra.  
b) Hallar el semieje mayor de la órbita ( $a = (8/7)R$ ).  
c) Hallar la excentricidad de la órbita ( $\epsilon = 3/4$ ).

18. Haga todos los cálculos de distribuciones continuas hechos y propuestos en clase.