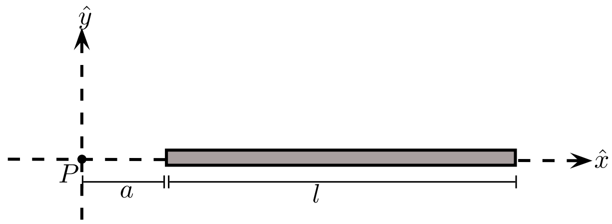
[1]

1. Una barra de longitud l tiene una masa por unidad de longitud λ y una masa total m. Calcule el campo gravitacional $\vec{g}$ y el potencial gravitacional en un punto P a lo largo del eje de la barra a una distancia a de uno de los extremos.



$$\vec{g} = \frac{Gm}{a(a+l)}\hat{i}$$

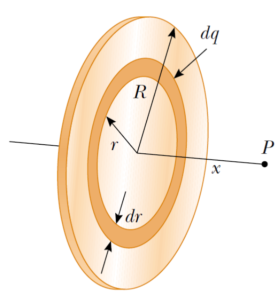
Note que para $a \gg l$ la barra se comporta como una masa puntual.

2. Un anillo de radio R tiene una masa m uniformemente distribuida. Calcule el campo y el potencial gravitacional a una distancia x a lo largo del eje del anillo.

$$\vec{g} = -\frac{Gmx}{(R^2+x^2)^{3/2}}\hat{i} \qquad V = -\frac{Gm}{\sqrt{x^2+R^2}}$$

Note que para $x \gg R$ el anillo se comporta como una masa puntual m.

3. Un disco de radio R tiene una masa uniforme por unidad de área σ. Calcule el campo y el potencial gravitacional a lo largo del eje del disco a una distancia x de su centro.



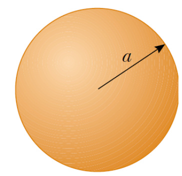
$$\vec{g} = -2\pi G\sigma\left(1 - \frac{x}{(x^2+R^2)^{1/2}}\right)\hat{i}$$

Note que para $x \gg a$ el disco se comporta como una masa puntual m.

4. Una esfera de radio a tiene una masa m distribuida uniformemente.

   a) Calcule el campo y el potencial gravitacional en un punto interno ($r \leq a$).

   b) Calcule el campo y el potencial gravitacional en un punto externo ($r \geq a$).



$$\vec{g} = -G\frac{m}{r^2}\hat{u}_r \;\; (r \geq a) \qquad \vec{g} = -G\frac{mr}{a^3}\hat{u}_r \;\; (r \leq a)$$

$$V = -G\frac{m}{r} \;\; (r \geq a) \qquad V = -\frac{Gm}{2a}\left(3 - \frac{r^2}{a^2}\right) \;\; (r \leq a)$$

5. Considere un disco hueco de radio exterior R_1 e interior R_2 y masa m uniformemente distribuida.

   a) Halle el campo y el potencial gravitacional en un punto P a lo largo del eje del disco.

$$\vec{g} = -\frac{2Gm}{(R_1^2 - R_2^2)}\left[\frac{z}{\sqrt{R_1^2+z^2}} - \frac{z}{\sqrt{R_2^2+z^2}}\right]\hat{k}$$

$$V = -\frac{2Gm}{(R_1^2 - R_2^2)}\left[\sqrt{R_1^2+z^2} - \sqrt{R_2^2+z^2}\right]$$

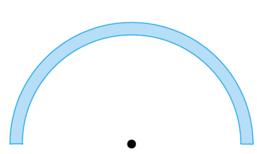
   b) Analize el caso cuando $R_1 \to 0$ (dese cuenta que en ese caso se tiene un disco). Analize el caso cuando $R_1 \to 0$ y $R_2 \to \infty$ (dese cuenta que en este caso se tiene un plano infinito).

6. *Considere dos barras uniformes de longitud l y masa m colocadas a lo largo de la misma línea y que tienen sus puntos más cercanos separados una distancia d. Muestre que la fuerza gravitacional mutua entre las dos barras es:

$$F_g = G\frac{m^2}{l^2}\ln\left[\frac{(l+d)^2}{d(2l+d)}\right]$$

7. Una varilla de masa m es doblada en forma de semicírculo de radio R. Calcule el campo y el potencial gravitacional en el centro del semicírculo.

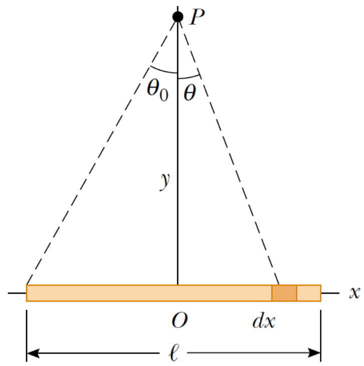
$$\vec{g} = -\frac{2Gm}{\pi}\frac{1}{R^2}\hat{j} \qquad V = \cdots$$



[1] Algunas de las figuras han sido tomadas en su gran mayoría de Physics For Scientist and Engineers 6E By Serway and Jewett.

8. *Calcule el campo y el potencial gravitacional de una varilla finita de longitud l y densidad de masa λ a lo largo de un eje perpendicular a la varilla y que pase por el centro de la misma.

$$\vec{g} = \cdots \hat{j} \qquad V = \cdots$$



9. Calcule el campo y el potencial gravitacional de una varilla infinita de densidad de masa λ.

$$\vec{g} = -\frac{2G\lambda}{r}\hat{u_r} \qquad V = \cdots$$

10. *Calcule el campo y el potencial gravitacional de un plano infinito de densidad de masa superficial σ.

$$\vec{g} = -2\pi G\sigma\hat{k} \qquad V = 2\pi G\sigma z$$