Universidad de Antioquia

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Instituto de Física

Física II , taller 1

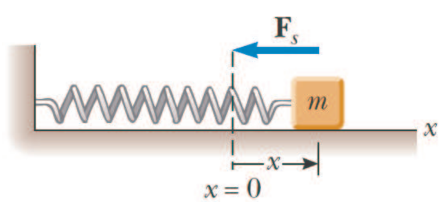
Movimiento Armónico Simple (M.A.S.)

[1]

1. Un cuerpo de masa $m = 1$ kg se fija al extremo de un resorte cuya constante elástica es $k = 6$ N/m (ver figura). Cuando $t = 0$ el resorte está estirado 10 cm y el cuerpo parte del reposo.

   a) Determine la frecuencia de oscilación, la amplitud y la fase inicial del movimiento.

   b) Determine la posición, la velocidad y la aceleración de la partícula en función del tiempo.



2. Un cilíndro macizo de radio R y masa $m = 0{,}3$ kg puede rodar sin deslizar sobre una superficie horizontal, mediante un mecanismo, donde su centro de masa está unido a un resorte de constante elástica $k = 4{,}0$ N/m. Si se suelta el sistema a partir del reposo en una posición en la cual el resorte está estirado $0{,}2$ m.

   a) Encontrar la energía cinética de traslación y rotación del cilíndro en el instante que pasa por la posición de equilibrio.

   b) Demuestre que el centro de masa del cilíndro ejecuta un M.A.S. con periodo de oscilación $P = 2\pi\sqrt{3m/2k} \approx 1{,}0$ s

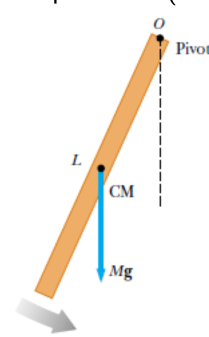
3. Una partícula de masa $m = 10$ g se suelta a lo largo del eje x bajo la acción de la fuerza $\vec{F} = -kx\ \hat{i}$ y con un periodo de oscilación de 16 s. Cuando $t = 2$ s, la partícula pasa a través del origen y cuando $t = 4$ s, la partícula se mueve hacia la izquierda con una rapidez de 4 m/s.

   a) Encuentre las ecuaciones de posición, velocidad y aceleración de la partícula en función del tiempo.

   b) Calcule el tiempo que tarda al pasar por primera vez por uno de los extremos.

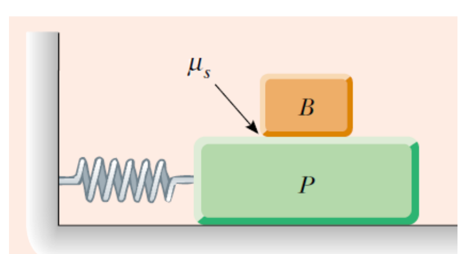
   c) Calcule la magnitud de la aceleración y la velocidad en uno de los extremos del recorrido.

4. Una varilla homognea de masa *M* y longitud *L* puede oscilar en un plano vertical alrededor de un pivote (ver figura). Halle el periodo de las oscilaciones para pequeñas amplitudes. (Respuesta:



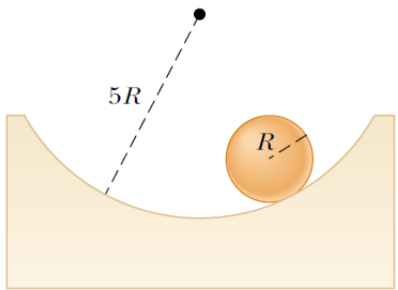
$T = 2\pi\sqrt{2L/3g}$).

5. Un bloque largo P ejecuta un M.A.S. a lo largo de una superficie sin fricción con una frecuencia $f = 1{,}50$ Hz. Un bloque B es colocado encima del bloque P (ver figura). El coeficiente estático entre los dos bloques es $\mu_s = 0{,}600$. ¿Cuál es la máxima amplitud de oscilación que puede tener el sistema para que el bloque B no se deslize?

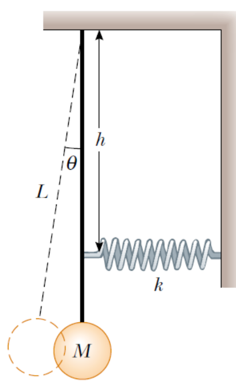


[1] Las figuras han sido tomadas en su gran mayoria de Physics For Scientist and Engineers 6E By Serway and Jewett

6. Una esfera sólida de radio R rueda sin deslizar en el interior de una superficie esférica de radio $r = 5R$ (ver figura). Muestre que para pequeños desplazamientos perpendiculares a la posición de equilibrio, la esfera ejecuta un M.A.S. con un periodo $T = 2\pi\sqrt{28R/5g}$.



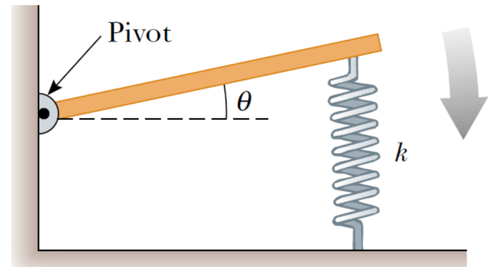
7. Un péndulo de longitud L y masa M tiene un resorte de constante k conectado a una distancia h de su punto de suspensión (ver figura). Halle la frecuencia de vibración para pequeñas amplitudes (pequeños θ). Asuma que la barra de longitud L es rígida e ignore su masa. (Una vez hecho esto, si puede, asuma que la barra tiene una masa m, ¿cómo cambia el resultado?).



8. Un tablón horizontal de masa m y longitud L está articulado en un extremo y en el otro está unido a un resorte de constante elástica k. El momento de inercia del tablón alrededor del pivote es $I = \frac{1}{3}ml^2$.

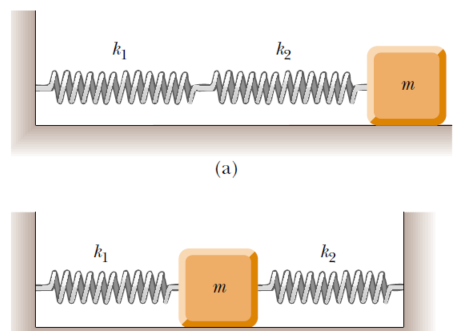
   a) Cuando el tablón se desplaza un ángulo θ a partir de la horizontal y se suelta, pruebe que se mueve con M.A.S. cuya frecuencia angular es $\omega = \sqrt{3k/m}$.

   b) Evalue la frecuencia si la masa es $5{,}00$ kg y $k = 100$ N/m.



9. Un bloque de masa m es conectado a dos resortes de constates elásticas k_1 y k_2 (ver figura). En cada caso el bloque se mueve sobre una tabla sin fricción después de que es desplazado de su posición de equilibrio. Muestres que en ambos casos el bloque realiza un M.A.S. con periodos:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}$$



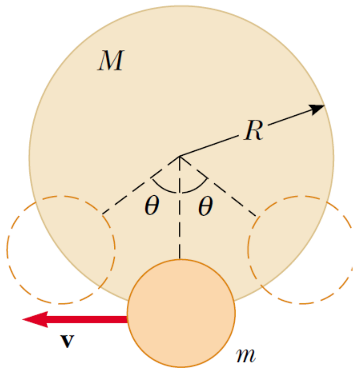
10. Un pequeño disco de radio r y masa m está rígidamente unido a un disco de radio R y masa M. El centro del disco pequeño se localiza en el borde del disco grande, el cual está montado en su centro sobre un eje sin fricción. El arreglo se hace girar un ángulo θ a partir de su posición de equlibrio y se suelta.

    a) Demuestre que la velocidad del centro del disco pequeño cuando pasa por la posición de equlibrio es:

$$v = 2\sqrt{\frac{Rg(1-\cos\theta)}{(M/m)+(r/R)^2+2}}$$

    b) Muestre que el periodo del movimiento es:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(M+2m)R^2+mr^2}{2mgR}}$$



MOVIMIENTO AMORTIGUADO

11. Para un oscilador armónico simple, exprese la amplitud y la constante de fase en términos de las condiciones iniciales $x(t_0) = x_0$ y $v(t_0) = v_0$.

    (a) Para un oscilador libre.

    (b) Para un oscilador amortiguado.

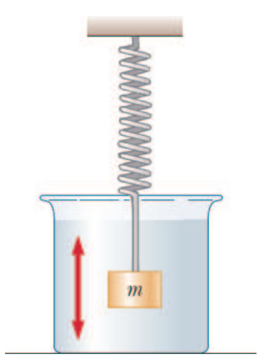
12. A partir de la conservación de la energía, halle la ecuación del movimiento cuando el sistema sufre una fuerza viscosa proporcional a la velocidad.

13. Considere el oscilador amortiguado que se muestra en la figura. La masa del objeto es m y la constante del resorte es k y el coeficiente de amortiguamiento es b.

    (a) ¿Durante qué intervalo de tiempo la amplitud cae a la mitad de su valor inicial?

    (b) ¿Durante qué intervalo de tiempo la energía mecánica cae la mitad de su valor inicial?

    (c) Demuestre que en general la relación fraccionaria a la cual la amplitud disminuye en un oscilador armónico amortiguado es la mitad de la relación fraccionaria a la disminuye la energía mecánica.



14. Demuestre que

$$x = Ae^{-(b/2m)t}\cos(\omega t + \phi)$$

es una solución de la ecuación

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = 0$$

siempre que $b^2 < 4mk$.

15. Verificar por sustitución directa que la solución general a la ecuación

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0,$$

es

$$x = (A + Bt)e^{(-\gamma t)}. \tag{1}$$

Se dice entonces que el oscilador está *críticamente amortiguado*. Encontrar A y B si, cuando $t = 0$, $x = x_0$, y $v = v_0$. Representar x en función de t.