Física de campos. TALLER 11 - **Inductancia, Circuitos y Energía electromagnética**

INDUCTANCIA

1. Determinar la inductancia de un solenoide de N vueltas, de longitud l (grande) y área transversal A.

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} A = \mu_0 n^2 l A = \mu_0 n^2 \text{Vol.}$$

2. Determinar la inductancia de un toroide de N vueltas, de radio promedio r y área transversal A.

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{2\pi r} A$$

3. Calcular la inductancia por unidad de longitud (l) de un cable coaxial muy largo. Suponga que son dos cubiertas cilíndricas de radios a y $b > a$ con corrientes opuestas.

$$\frac{L}{l} = \mu_0 \frac{1}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

CIRCUITOS RL

4. Calcule la corriente en un circuito RL que consiste de una resistencia R, un inductor L y una *fem* ξ conectadas en serie.

$$I(t) = \frac{\xi}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \quad \text{con} \quad \tau = \frac{L}{R}$$

5. ¿Cuál es la interpretación física del tiempo característico τ del sistema RL?

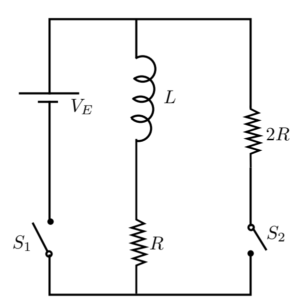
6. Una resistencia $R = 6\,\Omega$, un inductor $L = 30$ mH y una fem $\xi = 12$ V se conectan en serie.

   a) Halle el tiempo característico del sistema ($\tau = 5$ ms).

   b) Calcular la corriente en un tiempo $t = 2$ ms después de conectarse el circuito ($I \approx 0{,}66$ A).

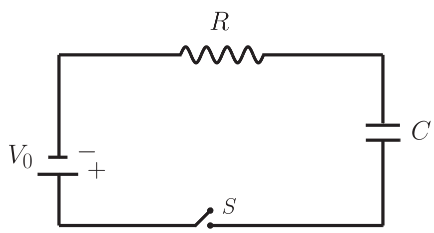
   c) Graficar las caídas de potencial en el resistor y el inductor en función del tiempo.

7. En la figura, se cierra el interruptor S_1 dejando abierto el interruptor S_2. La inductancia es $L = 0{,}15$ H y la resistencia es $R = 12\ \Omega$. Cuando la corriente ha alcanzado su valor final, la energía almacenada en el interruptor es de $0{,}26$ J. Una vez que esto ocurre se abre S_1 y se cierra S_2. ¿Cuánto tiempo después de cerrar S_2 tarda la energía almacenada en el inductor en disminuir $0{,}10$ J?



CIRCUITOS RC

8. Considere un capacitor C y un resistencia R conectados en serie a una fem $\xi = V_0$, tal como se muestra en la figura. Suponga que interruptor se cierra en un tiempo inicial $t = 0$ y que el capacitor inicialmente está descargado.



a) Determinar la carga en el capacitor en función del tiempo.

$$q(t) = V_0 C \left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

b) Determinar la corriente del circuito en función del tiempo.

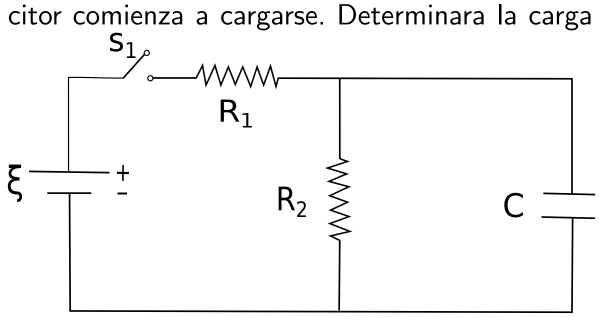
$$I(t) = \frac{V}{R} e^{-t/RC}$$

c) Graficar q(t) vs t y I(t) vs t.

9. Una resistencia $R = 15$ kΩ y un capacitor C inicialmente descargado se conectan en serie a una batería $V_0 = 24$ V tal como se muestra en la figura anterior. En $t = 0$ s se cierra el interruptor S del circuito RC. Determinar el tiempo en el cual el voltaje en la resistencia es de 16 V. Asuma que el tiempo característico del circuito es $\tau = 24\,\mu$s.

$$t = 9{,}73\,\mu\text{s}$$

10. Considere el circuito mostrado en la figura. En $t = 0$ se cierra el interruptor S_1, de tal modo que el capacitor comienza a cargarse. Determinara la carga eléctrica almacenada en el capacitor en función del tiempo.



$$q(t) = \frac{\xi C R_2}{(R_1 + R_2)} \left(1 - \exp^{-\dfrac{(R_1+R_2)\,t}{C R_1 R_2}}\right)$$

CIRCUITOS LC

11. Considere un capacitor previamente cargado con una carga $\pm Q$ que se conecta en serie a un inductor.

   a) Determinar la carga en uno de los platos del capacitor en función del tiempo.

   $$Q(t) = Q \sin\left(\omega_0 t + \pi/2\right)$$

   b) Determinar la corriente en el inductor en función del tiempo.

   $$I(t) = I_{\text{max}} \cos\left(\omega_0 t + \pi/2\right)$$

   c) ¿Cuál es el valor de ω_0?

   d) ¿Cuál es la frecuencia de oscilación de la carga?

CIRCUITOS RLC libre (Amortiguado)

12. Considere un capacitor C previamente cargado con una carga $\pm Q$ que se conecta en serie a un inductor L y a una resistencia R.

   a) Determinar la corriente en el inductor en función del tiempo. Asuma que se tiene amortiguación débil.

   $$I(t) = I_{\text{max}} \exp^{-\gamma t} \sin\left(\omega t + \pi/2\right)$$
   $$I(t) = I_{\text{max}} \exp^{-\dfrac{R}{2L}t} \sin\left(\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}\,t + \pi/2\right)$$

b) ¿Cuál es la frecuencia de oscilación de la carga?

c) Grafique la corriente en función del tiempo.

CIRCUITOS RLC (Forzado)

13. Considere un capacitor C que se conecta en serie a un inductor L, a una resistencia R y una *fem* variable $\xi = V_0 \sin(\omega_f t)$:

a) Determinar la corriente en el inductor en función del tiempo.

$$I(t) = I_0 \sin\left(\omega_f t - \alpha\right) = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega_f L - \dfrac{1}{\omega_f C}\right)^2}} \sin\left(\omega_f t - \alpha\right)$$

b) ¿Cuál es la frecuencia de oscilación de la carga?

c) Grafique la corriente en función del tiempo.

14. Un circuito tiene una resistencia de 40Ω, un inductor de 0.1 H y un capacitor de 10^{-5} F conectados en serie a una *fem* de 60 Hz de frecuencia.

a) Encontrar la frecuencia de resonancia del circuito.

ENERGÍA DEL CAMPO MAGNÉTICO

15. Muestre que la energía eléctrica almacenada en un capacitor está dada por:

$$U_E = \frac{1}{2} C_0 (\Delta V)^2$$

16. Muestre que la energía eléctrica almacenada en un inductor está dada por:

$$U_B = \frac{1}{2} L I^2$$

17. Muestre que la densidad de energía asociada al campo electromagnético está dada por:

$$u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E_0^2 + \frac{1}{2\mu_0} B_0^2$$