Tag 8

26

n = 0 -> 1212,75 €

5% Zinsen

a)

$1212,75 * (1 + \frac{5}{100})^{-2}$

$= 1212,75 * 1,05^{-2}$

In [1]:
```
1212.75 * 1.05**-2
```

Out[1]: 1100.0

b)

$= 1212,75 * 1,05^{3}$

In [2]:
```
1212.75 * 1.05**3
```

Out[2]: 1403.9097187500001

27

Es steigt jährlich um einen festen Prozentsatz. Also Potenzfunktion der Form $a_0 * (1 + \frac{p}{100})^n$

Für $n = 2$ war der Factor $1 + \frac{8{,}16}{100}$. a_n ist gar nicht relevant.

$(1 + \frac{p}{100})^2 = 1 + \frac{8{,}16}{100}$

$\Leftrightarrow (1 + \frac{p}{100})^2 = 1,0816 | \sqrt{.}$

$\Leftrightarrow 1 + \frac{p}{100} = \sqrt{1,0816} | -1$

$\Leftrightarrow \frac{p}{100} = \sqrt{1,0816} - 1 | * 100$

$\Leftrightarrow p = 100 * \sqrt{1,0816} - 100$

In [3]:
```
import math
100 * math.sqrt(1.0816)-100
```

Out[3]: 4.0

28

Expontentielles Wachstum: $1g * 3^n$

n	m
0.5	$1g * 3^{0.5} = \sqrt{3}g$
1	$1g * 3^1 = 3g$
2	$1g * 3^2 = 9g$
3	$1g * 3^3 = 27g$

In [4]:
```
math.sqrt(3)
```
Out[4]:
```
1.7320508075688772
```

29

Expontentieller Abfall. Bei fünf meter soll der Faktor 0.5 sein. Daher die Tiefe in Meter m durch fünf geteilt.

$100\% * (\frac{1}{2})^{\frac{m}{5}}$

Gilt nun $100\% * (\frac{1}{2})^{\frac{3}{5}} \geq 0.65$?

In [5]:
```
0.5**(3/5)
```
Out[5]:
```
0.6597539553864471
```

Das Licht reicht gerade noch so.

5.2

1

Bestimmen der Basis:

$1mg * x^1 = 0,75mg | /mg$

$x = 0,75$

Also gilt: $1mg * 0,75^h$

a)

$1mg * 0,75^h < 0.5mg|/(1mg)$

$0,75^h < 0.5|\log_{0.75}(.)$

$\log_{0.75}(x)$ ist eine streng monoton fallende Funktion. Darum kehrt sich die Ungleichung um.

$\log_{0.75}(0,75^h) > \log_{0.75}(0.5)$

$h * \log_{0.75}(0,75) > \frac{\lg(0.5)}{\lg(0.75)}$

$h > \frac{\lg(0.5)}{\lg(0.75)}$

In [6]:
```
math.log(0.5)/math.log(0.75)
```
Out[6]: 2.409420839653209

b)

h	$0,75^h$
1	$0,75$
2	0.5625
3	0.421875
5	0.2373046875

In [7]:
```
0.75**2
```
Out[7]: 0.5625

In [8]:
```
0.75**3
```
Out[8]: 0.421875

In [9]:
```
0.75**5
```
Out[9]: 0.2373046875

2

Der Blutalkoholgehalt sinkt um einen **festen** Wert, also **linear**.

a)

$2,3 - 0.2 * h < 0.5| - 2,3$

$\Leftrightarrow -0.2 * h < -1,8| * (-5)$

$\Leftrightarrow h > 9$

Ab 12 Uhr ist er unter $0,5\textperthousand$.

$2,3 - 0.2 * h <= 0.0| - 2,3$

$\Leftrightarrow -0.2 * h < -2,3| * (-5)$

$\Leftrightarrow h > 11,5$

Ab 14:30 Uhr ist er $0\textperthousand$.

b)

Der Abbau von Blutalkohol erfolgt linear. Jod hingegen exponentiell.

3

$135ppm * (1 - \frac{10}{100})^w < 25ppm$

$\Leftrightarrow 135ppm * 0,9^w < 25ppm|/(135ppm)$

$\Leftrightarrow 0,9^w < \frac{25}{135}|\log_{0.9}(.)$

Es wird eine streng monoton fallende Funktion angewendet. Darum kehrt sich das Zeichen um.

$\Leftrightarrow w > \log_{0.9}(\frac{25}{135})$

$\Leftrightarrow w > \frac{\lg(\frac{25}{135})}{\lg(0.9)}$

In [10]:
```
math.log(25/135)/math.log(0.9)
```

Out[10]:
```
16.005986142352004
```

4)

Nein. Der Factor ist $(1 + \frac{4}{100})^{25} = 1.04^{25}$

In [11]:
```
1.04**25
```

Out[11]:
```
2.665836331487422
```

22

a)

$\log_3 9 = \log_3 3^2 = 2 * \log_3 3 = 2$

b)

$\log_{13} 169 = \log_{13} 13^2 = 2$

c)

$\log_3 \frac{1}{9} = \log_3 3^{-2} = -2$

d)

$\log_5 1 = \log_5 5^0 = 0$

e)

$\log_7 7^{51} = 51$

5.3

1

a)

$\log_5(\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt{5}})$

$= \log_5(\sqrt[3]{5}) - \log_5(\sqrt{5})$

$= \log_5(5^{\frac{1}{3}}) - \log_5(5^{\frac{1}{2}})$

$= \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$

$= \frac{2}{6} - \frac{3}{6}$

$= -\frac{1}{6}$

b)

$\log_{\frac{1}{4}}(\sqrt{2})$

$= \frac{\log_2(\sqrt{2})}{\log_2(\frac{1}{4})}$

$= \frac{\log_2(2^{\frac{1}{2}})}{\log_2(2^{-2})}$

$$= \frac{\frac{1}{2} * \log_2(2)}{-2 * \log_2(2)}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}}{-2}$$

$$= -\frac{1}{4}$$

In [12]:
```
10000*(1 + 0.03 * 3/12)**2
```

Out[12]: 10150.562500000002

$$log_{\sqrt{7}}(\frac{7}{\sqrt[3]{7}})$$

$$log_4 64$$

$$log_8(2^7)$$

$$log_{\sqrt{7}}(\frac{7}{\sqrt[3]{7}})$$

$$\frac{log_7(\frac{7}{\sqrt[3]{7}})}{log_7 \sqrt{7}}$$

$$\frac{log_7(\frac{7}{7^{\frac{1}{3}}})}{log_7(7^{\frac{1}{2}})}$$

$$\frac{log_7(7^{\frac{2}{3}})}{log_7(7^{\frac{1}{2}})}$$

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{2}{3} * 2$$

$$\frac{4}{3}$$

In [13]:
```
math.log(64)/math.log(4)
```

Out[13]: 3.0

In [14]:
```
math.log(2**7)/math.log(8)
```

Out[14]: 2.3333333333333335

$$log_{\frac{1}{3}}(9)$$