

# Controllo della Molteplicità nei trial clinici

## Biostatistica avanzata per la ricerca clinica

Livio Finos

# Outline

## Introduzione

## Alcune considerazioni preliminari

# Microarray study

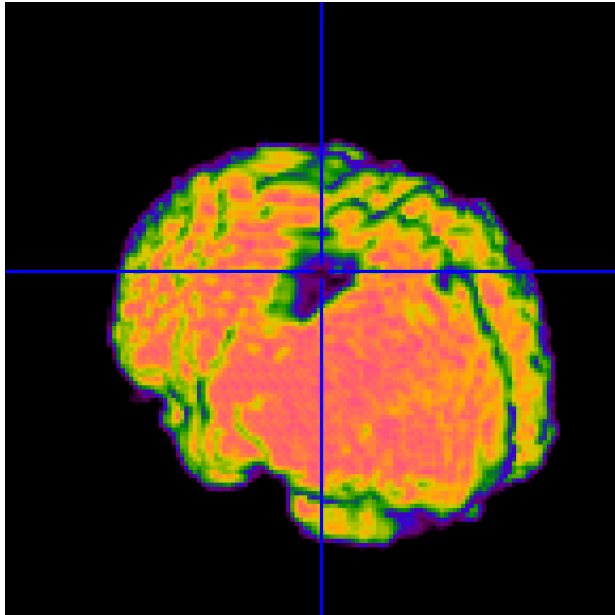
## Top 5 genes out of 20000

Gene	p-value
OCIAD2	5.5e-6
NEK3	6.7e-6
TAF5	7.1e-6
FOXD4L6	7.5e-6
ADIG	8.8e-6
⋮	⋮

## Small p-value?

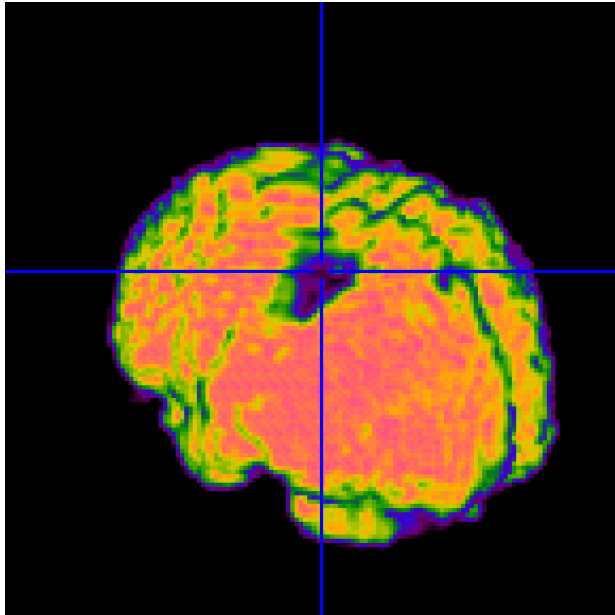
- un p-value di 5.5e-6 è improbabile (evidenza per  $H_1$ )
- ma è improbabile anche se consideriamo di averlo cercato tra 20000 test?
- Possiamo veramente dire che OCIAD2 è differentially expressed?
- e a proposito di NEK3?

## Ulteriore Esempio: studi fMRI



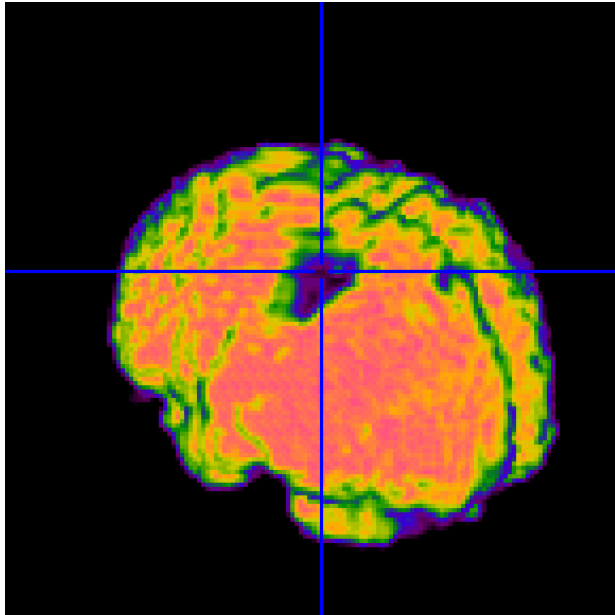
Una mappa di attività cerebrale  
per ogni soggetto

## Ulteriore Esempio: studi fMRI



Una mappa di attività cerebrale  
per ogni soggetto  
Ogni voxel (punto) produce un  
p-value

## Ulteriore Esempio: studi fMRI



## Una mappa di attività cerebrale per ogni soggetto

Ogni voxel (punto) produce un p-value

L'output è solitamente una lista dei voxel più attivi (sui migliaia testati)

**Dubbio:** necessario controllo della molteplicità?

# Altri esempi, più frequenti

## Modelli di Regressione (LM e GLM)

Un t-test per ogni Coefficiente di Regressione

## Anova

Tutti i Confronti a Coppie (post-hoc)

**Ogni volta in cui l'analisi produce più di un p-value**

**Dubbio:** necessario controllo della molteplicità?

## ... e a proposito di trial clinici:

### **Multiple endpoints**

es: più endpoints sono importanti per valutare la guarigione del paziente

### **Multiple doses**

es: Placebo vs Dosi crescenti  
vogliamo i Confronti a Coppie (post-hoc)

### **Multiple sub-groups**

es: la terapia funziona solo su sottogruppi della popolazione, ad esempio con un preciso corredo genetico le donne

**Nessun Dubbio:** necessario controllo della molteplicità!



# Outline

Introduzione

**Alcune considerazioni preliminari**

# Verifica di Ipotesi, Un solo test

## Due Ipotesi a confronto

- $H_0$ : due gruppi sono Uguali, nessuna relazione tra  $X$  e  $Y$ ,
- $H_1$ : due gruppi sono Diversi, c'è relazione tra  $X$  e  $Y$ ,

Ogni test produce un p-value  $p$ ,

**se  $p \leq .05$  ( $\alpha = .05$ ) rifiuto  $H_0$  (e propendo per  $H_1$ )**

# Errori

- **Tipo I** (falso positivo): Rifiuto  $H_0$  quando è Vera  
 $P(\text{Errore Tipo I}) = P(p \leq .05 | H_0) = .05$
- **Tipo II** (falso negativo): Non Rifiuto  $H_0$  quando è Falsa  
 $P(\text{Errore Tipo II}) = P(p > .05 | H_1)$

**Potenza:**

$$\begin{aligned} P(p \leq .05 | H_1) &= 1 - P(p > .05 | H_1) \\ &= 1 - P(\text{Errore tipo II}) \end{aligned}$$

# Importanza asimmetrica degli errori

Controlliamo la  $P(\text{Errore tipo I})$  ( $\alpha \leq .05$ )  
e cerchiamo il test con massima Potenza (minimo *Errore tipo II*)

È importante ricordare che

- un p-value significativo ( $p \leq \alpha$ ) ci autorizza a pensare che sia vera  $H_1$ , mentre
- un p-value non significativo ( $p > \alpha$ ) NON ci autorizza a pensare che sia vera  $H_0$ , semplicemente non abbiamo abbastanza evidenza per rifiutarla.

## Errori di Tipo I:

$P(p \leq .05 | H_0 = \text{i 2 gruppi sono Uguali}) = ?$

Supponiamo  $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$  e  $H_1 : \mu_1 - \mu_2 < 0$

statistica test  $T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\hat{\sigma}}$  ( $\hat{\sigma}$  stima della dev std di  $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$ )

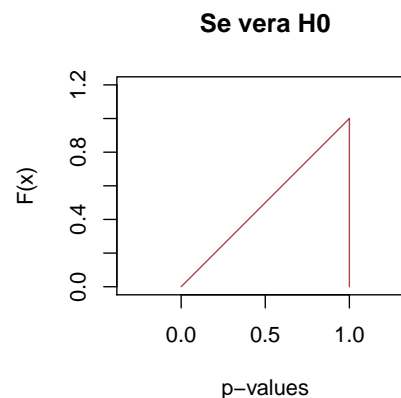
sotto  $H_0$ :  $T \sim t_{n_1+n_2-2}$ , allora

$$P(T \leq t_\alpha | H_0) = \alpha \quad \forall \alpha$$

$$P(F(T) \leq F(t_\alpha) | H_0) = \alpha \quad \forall \alpha$$

$$P(P \leq \alpha | H_0) = \alpha \quad \forall \alpha$$

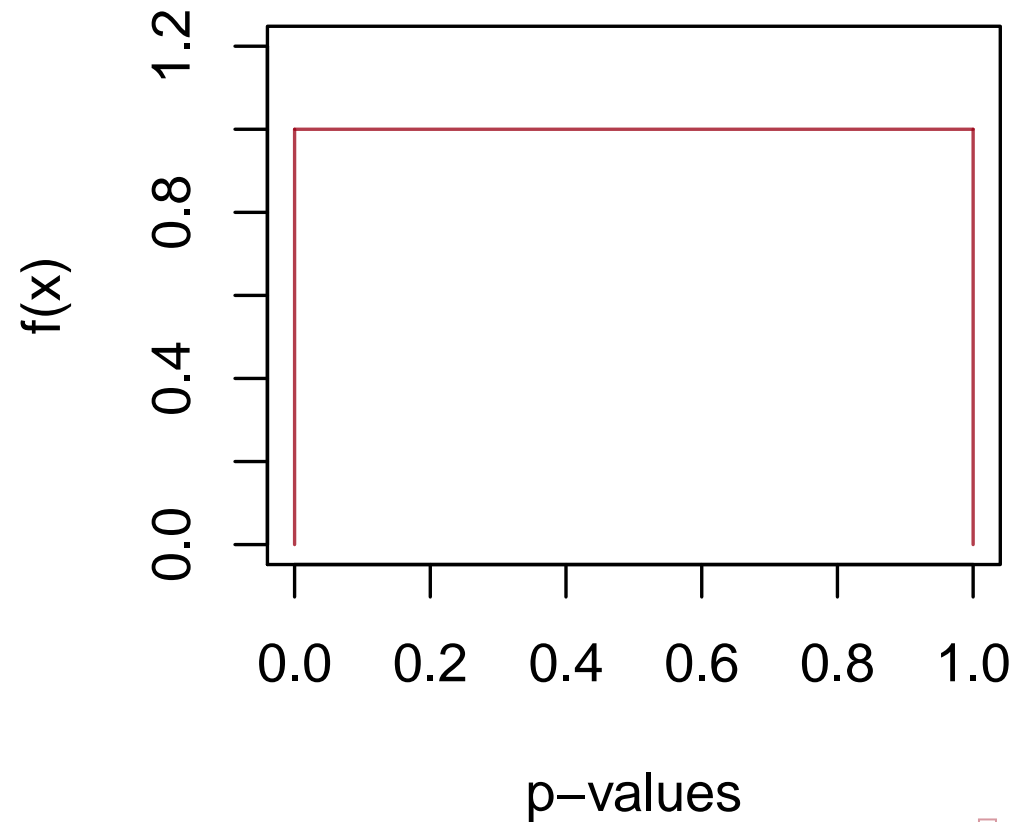
ne consegue che  $P \sim U(0, 1)$



## Errori di Tipo I:

Sotto  $H_0$  il p-value è una variabile aleatoria uniforme  $U(0, 1)$

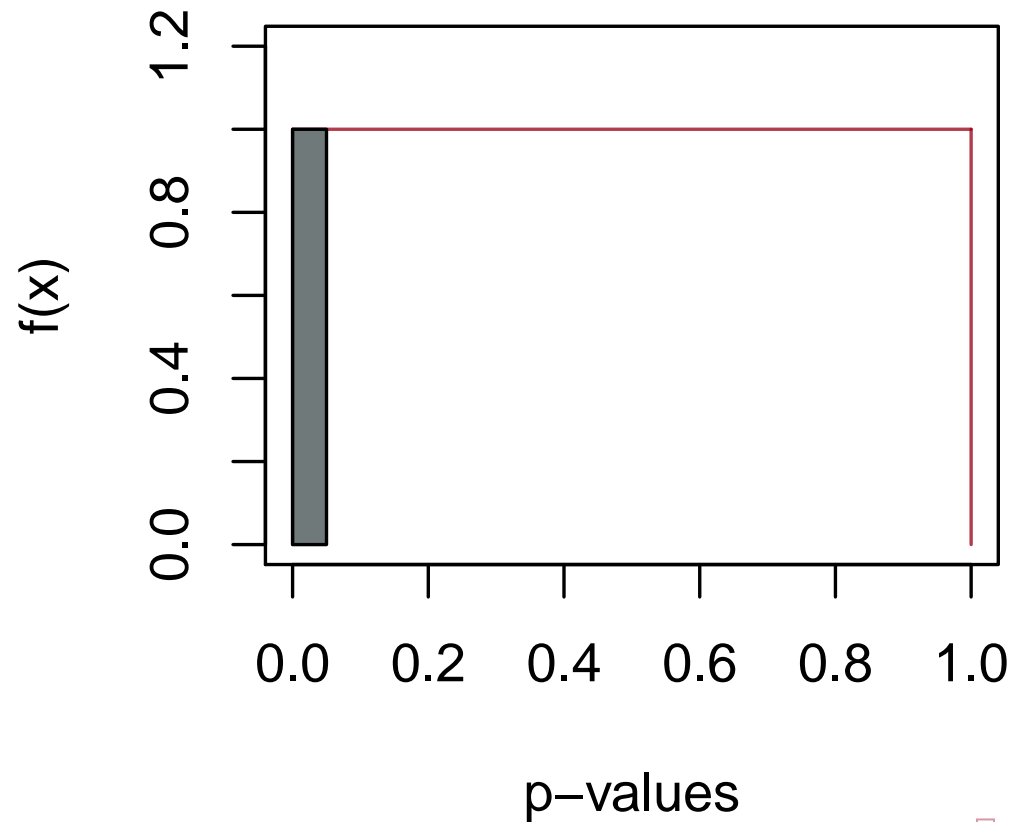
**Se vera  $H_0$**



## Errori di Tipo I:

Errore di I tipo:  $P(p \leq .05 | H_0) = .05$

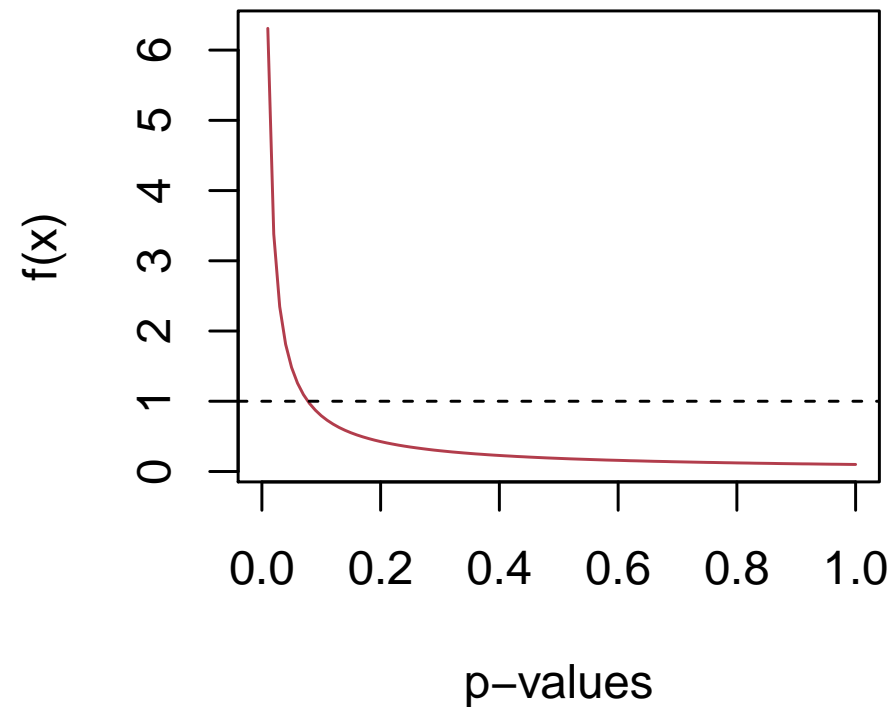
## Se vera $H_0$



**Potenza:**  $P(p \leq .05 | H_1 = 2 \text{ gruppi Diversi})$

Sotto  $H_1$  il p-value è stocasticamente inferiore ad una variabile aleatoria uniforme  $U(0, 1)$  (Non distorsione del test)

**Se vera H1 (esempio)**

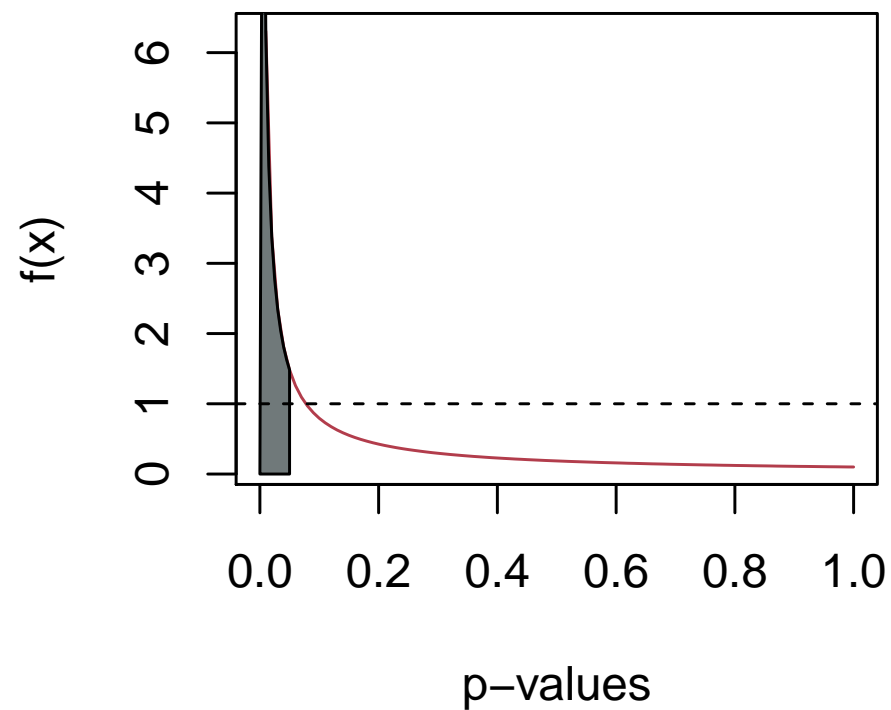




**Potenza:**  $P(p \leq .05 | H_1 = 2 \text{ gruppi Diversi})$

Sotto  $H_1$   $P(p \leq .05 | H_1) > .05$ , nel nostro caso = .74

**Se vera H1 (esempio)**



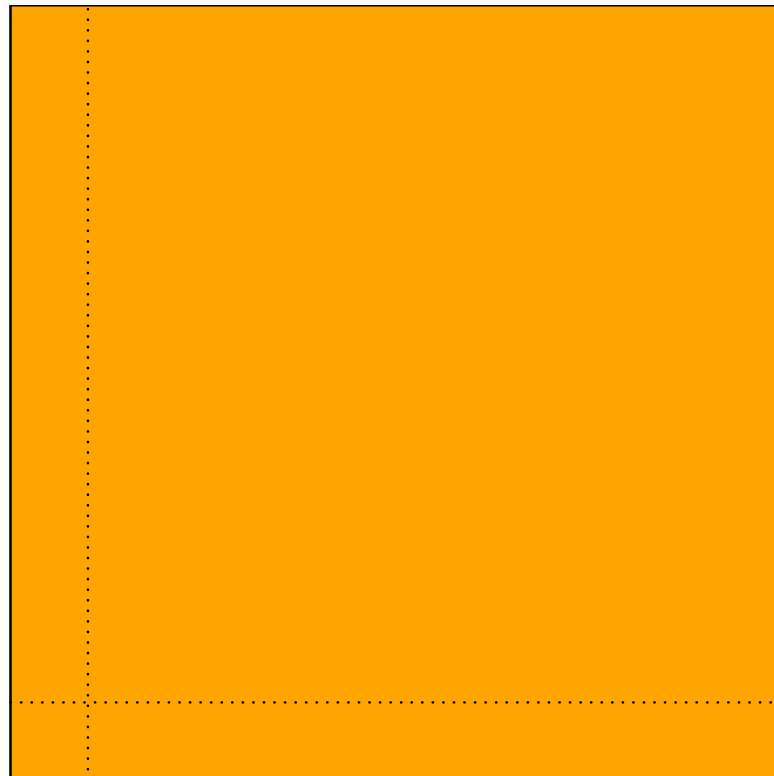
# Errori di Tipo I, Due Test (indipendenti)

Propabilità di ALMENO un (falso) rifiuto?

$$P(p_1 \leq .05 \cup p_2 \leq .05 | H_0) = .05 + .05 - (.05 \cdot .05) = 1 - (1 - .05)^2 = .0975 = 1 - (1 - \alpha)^2$$

**densità congiunta**

p-values test 2



# Probabilità di falsi rifiuti

$m$  p-value indipendenti

Se rifiuto l'ipotesi quando  $p \leq \alpha$

**Probabilità ALMENO un falso rifiuto**

$$P = 1 - (1 - \alpha)^m$$

# Probabilità di falsi rifiuti

$m$  p-value indipendenti

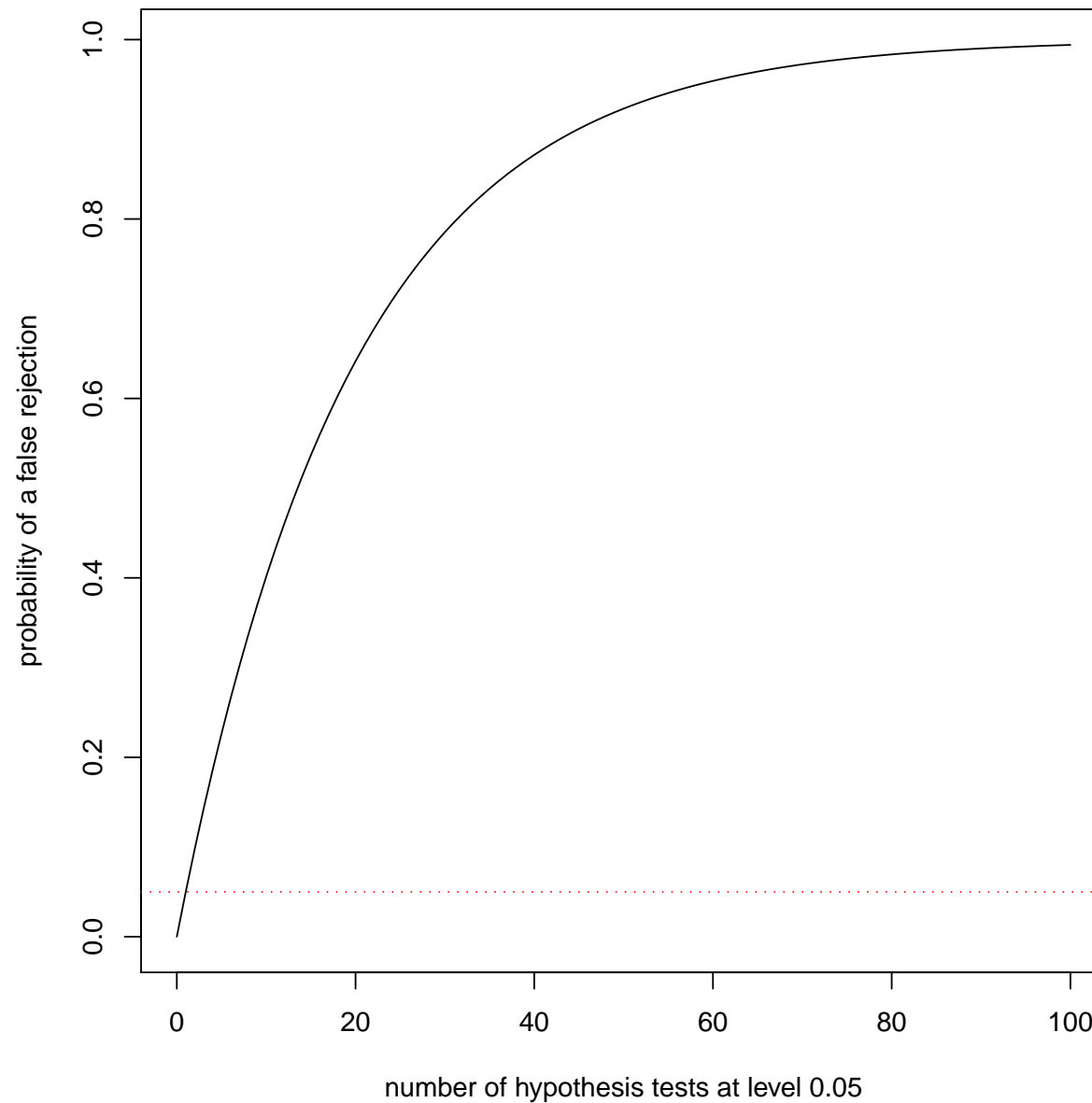
Se rifiuto l'ipotesi quando  $p \leq \alpha$

**Probabilità ALMENO un falso rifiuto**

$$P = 1 - (1 - \alpha)^m$$

Questo diventa ben presto un problema, se  $m$  diventa grande ...

# Errori di Tipo I in funzione del numero di test ( $m$ )



# Type I errors

**Come definire l'errore di tipo I quando ci sono molte ipotesi?**

**Quali procedure controllano questo errore?**