



Angulos de conducción de los diodos en los rectificadores de CA con filtro LC

Hector S. Trujillo Alvarado

Resumen

En este trabajo se presenta el cálculo de la forma de onda de la corriente en el inductor (i_L) de un rectificador con filtro LC. El análisis de la forma de onda para niveles medios de corriente en el inductor, esto es, ángulos de conducción de los diodos menores de 180° y con efecto apreciable de la energía almacenada en el inductor, no se encontró en la literatura consultada. La forma de onda es similar a las envolventes de la onda triangular de un regulador conmutado elevador trabajando como CFP parte del tiempo en operación continua y parte del tiempo en operación discontinua. Para los tiempos de conducción de los diodos se obtiene la ecuación diferencial para la corriente por el inductor, la que se soluciona mediante la transformada de Laplace resultando una ecuación con dos constantes a evaluar M y N. Para tiempos de inicio y fin de la conducción a través de los diodos (t_i y t_f) se iguala a cero $i_L(t)$ de donde se obtienen dos ecuaciones con dos incógnitas función de t_i y t_f . Igualando a cero la derivada de la corriente i_L respecto al tiempo y considerando la descarga del capacitor durante el tiempo de corte de los diodos se obtienen otras dos ecuaciones las que permiten determinar t_i y t_f . Con estos valores se evalúan M y N quedando definida $i_L(t)$. Debido a la complejidad del sistema de ecuaciones, la solución se realiza mediante el programa Mathcad. Los resultados de simulación con PSPICE, teóricos y prácticos concuerdan con buena aproximación.

Palabras clave: rectificadores, filtros LC, reguladores conmutados, correctores del factor de potencia

Abstract

In this paper, the inductor current (i_L) waveform of an AC rectifier with LC filter is determined. The analysis of this waveform for medium current levels in the inductor was not found in the consulted literature. It is similar to the envelopes of the triangular signal of a boost switching regulator used as a PFC working part time in the continuous regime and part time in the discontinuous regime. For the diodes conduction times a differential equation for $i_L(t)$ is obtained and solved through Laplace transform. The solution comes in terms of two unknowns M and N . For the diodes initial and final conduction times (t_i and t_f), $i_L(t)$ is equated to zero from where two equations are got as functions of t_i and t_f . Equating to zero di_L/dt at $t=t_i$ and considering the capacitor discharge during the cut time of the diodes, two other equations are obtained enabling the solution of the system of equations. Due to its complexity, the solution is obtained through Mathcad. PSPICE simulation results, theory and practice are in good agreement.

Keywords: rectifiers, LC filters, switching regulators, power factor correctors

Introducción

El desarrollo de la electrónica de potencia permitió sustituir viejos métodos de conversión CA-CD facilitando su empleo en muchas áreas de aplicación, como es el caso de las computadoras personales, televisores, etc.[1]. Sin embargo, la inmensa mayoría de las fuentes de CD producidas a partir de CA empleaban el rectificador con puente de diodos y filtro a capacitor. Este esquema, aunque robusto y confiable conllevó por otra parte al aumento creciente de la contaminación con armónicos de las líneas de CA y al deterioro del factor de potencia[2].

Los reguladores conmutados que surgieron posteriormente como una forma de aumentar la eficiencia de conversión frente a los reguladores analógicos, facilitan por otra parte el desarrollo de circuitos correctores del factor de potencia (CFP)[3-5], por lo que las fuentes CA-CD construidas actualmente satisfacen las normas de la IEC en cuanto a límites de armónicos[6,7].

El regulador conmutado elevador es muy usado, por sus bondades, para la construcción de circuitos CFP. En la literatura especializada se han publicado trabajos[8,9] donde se analizan las formas de onda de la corriente en el inductor, así como las distorsiones que la misma presenta.

En [10], se presentó el cálculo de la corriente de CD de salida I_o de un regulador conmutado elevador trabajando en operación discontinua. Cuando el regulador trabaja parte del tiempo en operación discontinua y parte del tiempo en operación continua se requiere describir con buena aproximación la forma de onda de la corriente en el inductor, i_L , versus tiempo para calcular I_o .

Las formas de onda de i_L para este regulador publicadas en [9] y las obtenidas por colaboradores del autor[11] reflejan buena concordancia, apareciendo distorsión de las envolventes de la onda triangular respecto a una senoide.

La teoría presentada en [9] sin embargo, conduce a que los ángulos límites de operación discontinua-continua calculados resulten simétricos respecto al máximo de la onda, aspecto que contradice los resultados experimentales y de simulación con PSPICE.

El cálculo de los ángulos de conducción en los rectificadores con filtro a capacitor y con filtro a inductor son bien conocidos[12], en tanto que para el filtro LC en la región de interés, no se encontró su solución en la literatura consultada.

En este trabajo se estudia la respuesta de corriente en el inductor del rectificador con filtro LC, como paso previo a un cálculo más riguroso de la forma de onda de corriente en el inductor del regulador conmutado elevador trabajando parte del tiempo en operación continua.

Descripción cualitativa

En la figura 1 se ilustra un rectificador de media onda con filtro LC, donde además del diodo rectificador **D1**, se ha incluido un resistor $R2=r_L+r_x$ donde r_L es la resistencia serie del inductor y r_x es un resistor externo usado como sensor de corriente. Si en serie con la impedancia formada por C y R se intercala un diodo Schottky y del nodo de unión del inductor y el diodo Schottky se conecta un MOS canal N como interruptor conmutado el circuito se torna un regulador conmutado elevador. Esto hace evidente cierta analogía entre los mismos.

La figura 5 de la referencia 9, muestra la forma de onda de la corriente en el inductor, de un regulador conmutado elevador trabajando como CFP, donde se observa la asimetría de los ángulos límites de conducción continua en las envolventes de la onda triangular.

Figura 1

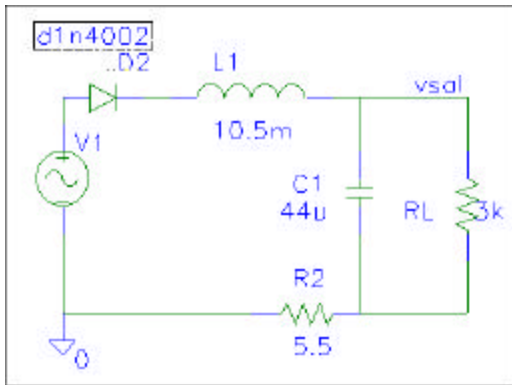


Fig. 1 Rectificador de media onda con filtro LC.

Para valores de corriente de carga muy pequeñas, el filtro se comporta como el filtro a capacitor (poca energía almacenada en el inductor) y para corrientes relativamente altas en que la conducción se hace continua durante todo el semiciclo de la CA, se puede realizar el análisis descomponiendo por Fourier la señal de entrada en sus armónicos y tratarlo como un circuito RLC lineal[12]. Para valores intermedios de la corriente I_o , en que el inductor conduce parte del tiempo, se alarga el ángulo de conducción respecto al caso de bajas corrientes. En estado estacionario, hasta un tiempo t_f , en que el voltaje de entrada había alcanzado su valor máximo y comienza a disminuir, hay conducción de los diodos. A partir de este punto, el capacitor se descarga exponencialmente a través de R y no cesa hasta un

tiempo t_i en que el voltaje creciente de entrada se hace igual a V_o .

Simulación con PSPICE

El circuito rectificador con filtro LC de la figura 1 se simuló con el programa PSPICE [13] con el siguiente juego de datos: D2 (D1N4002), $C=44\mu F$, $L=10.5mH$, $r_L=3.3\Omega$, $r_x=2.2\Omega$, ($R2=r_L+r_x$), $R=3k\Omega$ y $V_s=20\sin(120\pi t)$. Se emplearon los siguientes parámetros en el análisis transitorio: RELTOL=0.0003, ITL1=1000, ITL2=80, ITL4=1000. Los restantes parámetros con los valores por **default** que trae el programa.

En la figura 2 se muestra la forma de onda de la corriente en el inductor así como la forma de onda del voltaje de entrada durante un semiciclo del mismo para el juego de datos relacionado anteriormente.

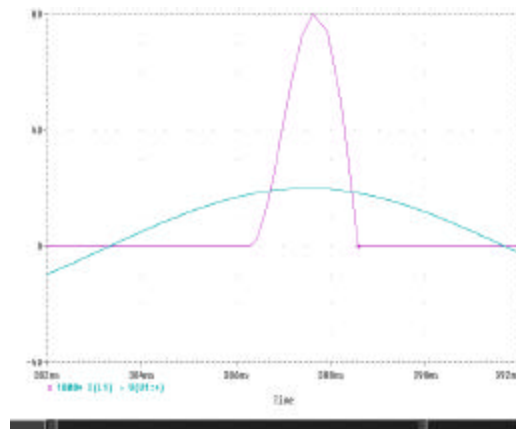


Fig. 2 Resultados de la simulación con PSPICE del circuito de la figura 1.

Se aprecia que la forma de onda de la corriente resulta asimétrica respecto al tiempo del máximo de V_s y es similar a la envolvente ya referida en el regulador conmutado. La transición de la corriente al comienzo de la conducción (t_i) es suave, en tanto que, al final de la conducción (t_f) se producen oscilaciones de alta frecuencia por un breve tiempo antes de ir a cero. De la propia figura se obtienen los valores de interés, resultando: $t_i=2.953ms$, $t_f=5.238ms$ e $i_{Lmax}=80mA$.

Teoría

1. Obtención y solución de la ecuación diferencial

Durante el tiempo de conducción de los diodos, el circuito de la figura 1 queda como se ilustra en la figura 3, donde $r_s = r_L + r_x + r_{\text{diodo}}$.

Figura 3

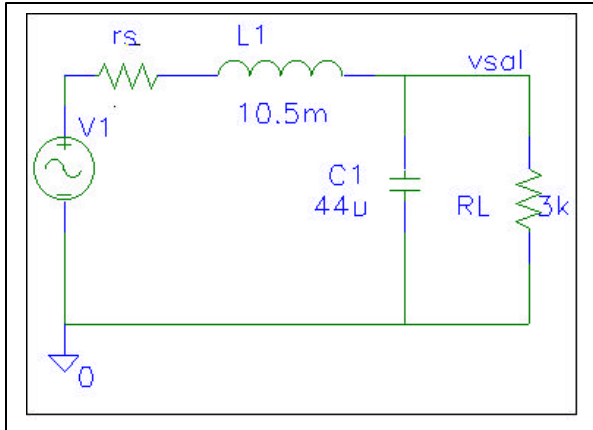


Fig. 3 Esquema correspondiente al circuito de la figura 1 durante el tiempo de conducción de los diodos

Planteando la ley de Kirchoff de voltajes en la malla indicada en la figura 3 queda:

$$v = L \frac{di_L}{dt} + \left(\frac{1}{C}\right) \int i_c dt + r_s * i_L \quad (1)$$

Como;

$$i_c = i_L - i_o; i_o = \frac{v - v_L - r_s * i_L}{R}; v_L = L \frac{di_L}{dt} \quad (2)$$

Sustituyendo (2) en (1) y tras algunas manipulaciones algebraicas se obtiene:

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \left(\frac{2}{t}\right) \frac{di_L}{dt} + \left(\frac{J}{LC}\right) i_L = \frac{v}{RLC} + \left(\frac{1}{L}\right) \frac{dv}{dt} \quad (3)$$

Donde:

$$J = 1 + \frac{r_s}{R} \quad \text{y} \quad t = \frac{2}{\left(\frac{1}{RC} + \frac{r_s}{L}\right)} \quad (3^a)$$

Como ecuación diferencial para la corriente i_L en función del tiempo durante el periodo de conducción del diodo. Su solución se encuentra mediante la transformada de Laplace, la que puede escribirse como:

$$I_L(t) = M \exp\left(-\frac{t}{t}\right) \cos(wpt) + \frac{N}{wp} \exp\left(-\frac{t}{t}\right) \sen(wpt) + P \cos wt + \frac{Q}{w} \sen wt \quad (4)$$

Donde:

$$wp = \sqrt{\frac{J}{LC} - \frac{1}{t^2}} \quad (5)$$

$P=G+A$, $Q=H+F$. Estas relaciones se evalúan a través de las siguientes expresiones:

$$H = \frac{\frac{wE}{RLC}}{\frac{J}{LC} - w^2(1 - \frac{4LC}{at^2})} \quad (6)$$

$$A = \frac{-a t B}{2J} \quad (7)$$

$$G = \frac{-2LCH}{at} \quad (8)$$

$$F = -w^2 LCB / J \quad (9)$$

$$B = \frac{\frac{-wE}{L}}{\frac{a^2 t}{2JLC} + \frac{2w^2 LC}{Jt}} \quad (10)$$

$$a = J - w^2 LC \quad (11)$$

y **M** y **N** son dos constantes a evaluar.

Evaluable la ecuación (4) para $t=t_i$ y $t=t_f$ donde $i_L(t)=0$ resulta un sistema de ecuaciones que permiten despejar a **M** y **N** en función de t_i y t_f .

Haciendo:

$$U = \exp\left(\frac{-t_i}{t}\right) \cos wpt_i \quad (12)$$

$$V = \frac{1}{wp} \exp\left(\frac{-t_i}{t}\right) \sen wpt_i \quad (13)$$

$$W = \exp\left(\frac{-t_f}{t}\right) \cos wpt_f \quad (14)$$

$$X = \frac{1}{wp} \exp\left(\frac{-t_f}{t}\right) \sen wpt_f \quad (15)$$

y llamando:

$$\text{part 1} = -P \cos wti - \frac{Q}{w} \text{senwti} \quad (16)$$

$$\text{part 2} = -P \cos wtf - \frac{Q}{w} \text{senwtf} \quad (17)$$

M y N pueden expresarse como:

$$N = \frac{W_{\text{part 1}} - U_{\text{part 2}}}{WV - UX} \quad (18)$$

$$M = \frac{-X_{\text{part 1}} + V_{\text{part 2}}}{WV - UX} \quad (19)$$

Se requieren dos ecuaciones para poder calcular los tiempos **ti** y **tf**. Como la derivada de la corriente en $t=ti$ debe ser cero, derivando (4) se obtiene:

$$Z(ti) = \frac{di_L}{dt} \Big|_{t=ti}$$

$$Z(ti) = -M \exp\left(-\frac{ti}{t}\right) \frac{e}{e} \cos wpti + wp \text{senwpti} \frac{u}{u} + \frac{N}{wp} \exp\left(-\frac{ti}{t}\right) \frac{e}{e} wp \cos wpti - \frac{1}{t} \text{senwpti} \frac{u}{u} + wp \text{senwti} + Q \cos wti \quad (20)$$

La segunda ecuación se obtiene a partir de la descarga del capacitor que transcurre para tiempos mayores que **tf**. En la figura 4 se muestra esquemáticamente la corriente i_L y el voltaje en el capacitor. Al cabo del tiempo **tf** (medido a partir del cero de la senoide) el capacitor está cargado a una tensión $V_c(tf)$, en este momento es que se abre (o se abren) el diodo (los diodos) y comienza a descargarse a través del resistor de carga **R**.

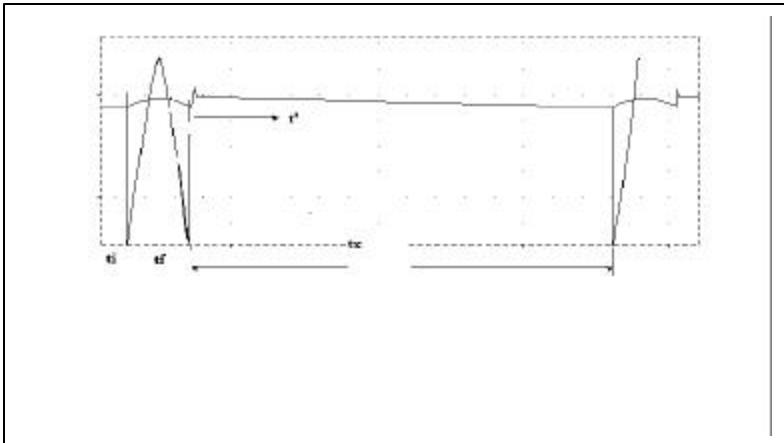


Figura 4. Esquema de las formas de onda de i_L y V_c para determinar la ecuación de descarga del capacitor.

El voltaje en el capacitor en función del tiempo t (tomando a t_f como '0' para la descarga del capacitor) queda como:

$$V_o(t') = V_c(t') = V_c(t_f) \exp\left(\frac{-t'}{RC}\right) \quad (21)$$

Pero:

$$V_c(t_f) = E_{sen} w t_f - L \frac{di_L}{dt} \Big|_{t=t_f} \quad (22)$$

Tomando como 0 la derivada en $t=t_f$ (lo cual constituye una aproximación), $V_c(t_f)$ resulta:

$$V_c(t_f) = E_{sen} w t_f \quad (23)$$

Para $t = t_x$, tiempo en que comienza a conducir de nuevo el diodo resulta:

$$V_c(t_x) = E_{sen} w t_i \quad (24)$$

Debido a la periodicidad de la función.

$$t_x = t_i + T/2 - t_f \quad (\text{rectificador de onda completa})$$

$$\text{Ó: } t_x = t_i + T - t_f \quad (\text{rectificador de media onda}) \quad (25)$$

Sustituyendo (23), (24) y (25) en (21) resulta:

$$E_{sen} w t_i = E_{sen} w t_f \exp\left\{\frac{-\left(t_i + \frac{T}{2} - t_f\right)}{RC}\right\} \quad (26)$$

De donde se puede definir $Y(t_f)$ como:

$$Y(t_f) = E_{sen}(w t_f) \exp\left\{\frac{-\left(t_i + \frac{T}{2} - t_f\right)}{RC}\right\} - E_{sen} w t_i \quad (27)$$

Si en la ecuación (20) se sustituyen \mathbf{M} y \mathbf{N} como dadas por (18) y (19), resulta una ecuación en \mathbf{ti} y \mathbf{tf} que unida con (27) permite calcular estas incógnitas. Con estos valores se evalúan \mathbf{M} y \mathbf{N} en (18) y (19) y así queda determinada $\mathbf{i_L(t)}$.

Como puede apreciarse el sistema que resulta es bastante complejo por lo que se recurrió para su solución al programa Mathcad.

2. Evaluación con Mathcad

La solución del sistema de ecuaciones formado por $Z(\mathbf{ti})$ (ecuación 20) y $Y(\mathbf{tf})$ (ecuación 27) viene dada por los valores de \mathbf{ti} y \mathbf{tf} que hagan cero a la vez ambas funciones.

Se trató de resolver directamente el sistema con las ecuaciones igualadas a cero usando Mathcad[14], pero el programa no hallaba solución, dando como error que aparecía un entero muy grande en el contexto. Esto puede atribuirse a la complejidad de la función $Z(\mathbf{t})$ cuyo gráfico para un juego de valores se muestra en la figura 5. El gráfico se construye tomando un valor fijo de \mathbf{ti} y tomando a \mathbf{tf} como la variable \mathbf{t} .

Se procedió entonces a graficar en una misma figura (6) las ecuaciones $Y(\mathbf{t})$ y $Z(\mathbf{t})$ variando los valores de \mathbf{ti} hasta lograr que ambas funciones dieran cero a un valor dado de \mathbf{tf} , con estos valores de \mathbf{ti} y \mathbf{tf} solución se evalúan \mathbf{M} y \mathbf{N} y posteriormente se calcula $\mathbf{i_L(t)}$. Los resultados se presentan en las figuras 6 y 7 para el siguiente juego de valores (coincidente con los datos de simulación con PSPICE): $E=20V$, $C=44\mu F$, $L=10.5mH$, $R=3000$ ohms y $r_s=25$ ohms. Los valores resultaron: $\mathbf{ti}=2.532ms$, $\mathbf{tf}=5.324ms$ e $\mathbf{i_{Lmax}}=87.8mA$.

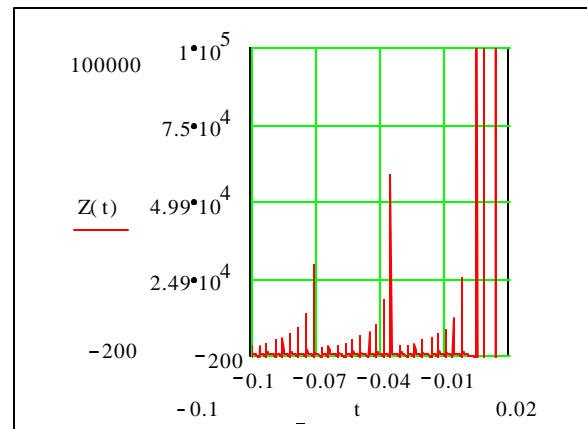


Fig. 5 $Z(\mathbf{t})$ contra \mathbf{t} . Se evalúa para un valor particular de \mathbf{ti} y se toma como variable tiempo a \mathbf{tf}

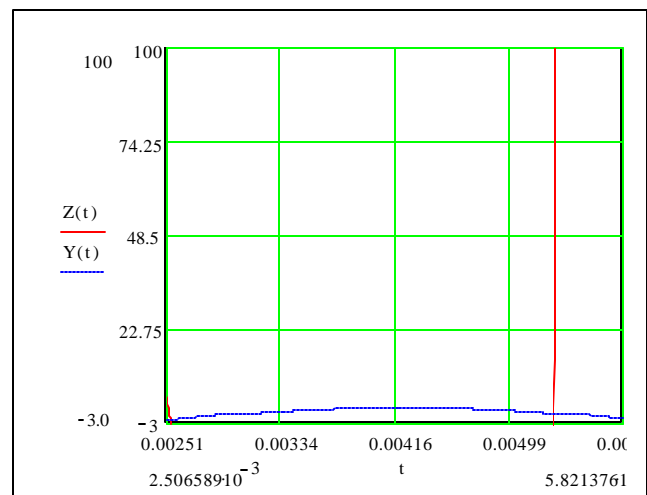


Fig. 6 $Z(\mathbf{t})$ y $Y(\mathbf{t})$ contra tiempo. Para el valor particular de \mathbf{ti} usado, ambas funciones dan cero para el mismo valor de \mathbf{tf} .

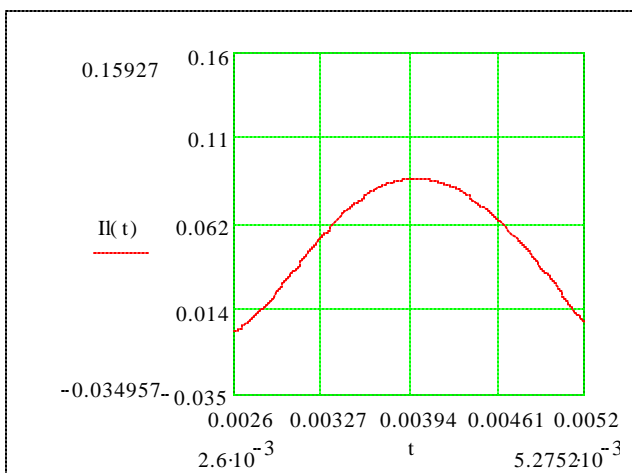


Fig. 7 Corriente en el inductor contra tiempo solución de Mathcad.

El valor de r_s se calculó como la suma de r_L , r_x y una resistencia promedio del diodo en conducción (R_f) estimada de la forma siguiente:

Tomando el dato de $i_{Lmax}=80mA=I_d$ obtenido con la simulación con PSPICE y el valor de la caída de voltaje en el diodo correspondiente, $V_d=800mV$, se puede calcular I_s como

$$I_s = \frac{I_d}{\frac{V_d}{e^{V_t}}} = 80mA / e^{\frac{800}{25}} = 1.013 * 10^{-15} A$$

La corriente media en el intervalo de conducción resulta de 40mA, a la que corresponde $V_d=V_t \ln(I_d/I_s)=782.6mV$, de donde:

$$R_f=V_d/I_f=19.6W$$

$$\text{Resultando } r_s = r_L + r_x + R_f \gg 25W$$

Resultados experimentales

Se montó un rectificador de media onda con filtro LC como se muestra en la figura 1 alimentado con la línea de CA a través de un transformador variable. Se aplicó una amplitud de 20 volts pico con frecuencia de la red de 60 hertz. La señal de la red mostraba cierta distorsión en valores próximos al máximo. Los valores de las componentes usadas fueron: $L_{ext}=3mH$, $L_{transf}=7.5mH$, por lo cual $L=L_{ext}+L_{transf}= 10.5mH$. Se determinó el valor de la resistencia de CD del enrollado del inductor la que resultó $r_L=3.3\Omega$ y se incorporó

una resistencia externa $r_x=2.2\Omega$ en serie para medir la caída de tensión en la misma con el osciloscopio y determinar la corriente i_L . El valor de r_s , resistencia serie total, resulta: $r_s=r_L + r_x + R_f$.

Las formas de onda de la corriente i_L y del voltaje de entrada se obtuvieron sincronizadas con ambos canales del osciloscopio Iwatsu modelo SS-4211 de donde se midieron los valores $t_i \approx 2.9ms$, $t_f \approx 4.9ms$ e $i_{Lmax} \approx 86.4mA$. En la tabla 1 se resumen los resultados de simulación con PSPICE, teóricos y prácticos.

Parámetro	Simulación	Teoría	Experimental
L (mH)	10.5	10.5	10.5
C (uF)	44	44	44
r_s	$r_L+R_x+D1N4002$	$r_L+R_x+R_f=25\Omega$	$r_L+R_x+1N4002$
f (Hz)	60	60	60
E (V)	20	20	20
R (Ω)	3000	3000	3000
Salidas			
t_i (ms)	2.953	2.532	2.9
t_f (ms)	5.238	5.324	4.9
i_{Lmax} (mA)	80	87.8	86.4

Tabla 1. Resultados teóricos, de simulación con PSPICE y experimentales

Los resultados presentados en la tabla 1 reflejan buena concordancia entre los mismos. Los estimados de los tiempos t_i resultado de la simulación y prácticos resultan imprecisos ya que se toman a vista sin un criterio determinado de cuando es “cero” realmente la corriente pero no obstante sus valores están próximos al valor teórico obtenido.

Conclusiones

La teoría presentada ha permitido el análisis detallado del rectificador de AC con filtro LC en la región de trabajo en que la influencia de la energía almacenada en el inductor es suficiente para alargar un tanto el ángulo de conducción de los diodos sin llegar al caso en que la conducción se haga de 180° , este caso no se encontró en la literatura consultada. Se encontró que la forma de onda depende fuertemente de las magnitudes de la inductancia y de la resistencia serie total r_s .

Los resultados de simulación con PSPICE, teóricos y experimentales concuerdan con buena aproximación, validando el método de análisis empleado. La forma de onda de la corriente en el inductor se asemeja un tanto a la envolvente de la onda triangular del regulador conmutado elevador cuando trabaja parte del tiempo en operación continua. Este trabajo puede constituir un primer escalón en el camino hacia el cálculo de la corriente de salida de un regulador conmutado elevador usado como CFP cuando trabaja parte del tiempo en operación continua.

Referencias

- [1]. J.S.Subjak, Jr and J.S.McQuilkin.: "Harmonics-Causes, effects, measurements and analysis: an update" IEEE Transactions on Industry Applications "Vol 26, #6, Nov 1990, pp 1034-1042.
- [2]. J.Sebastián y M. Jaureguizar.: "Corrección del factor de potencia", Mundo Electrónico" dic, 1994 pp54-59.
- [3]. N.Mohan, T.M.Undeland y W.P.Robins.: "Power electronics. Converters, Applications and Design" Capítulo 18, pp 483-504, John Wiley and Sons, 1989.
- [4]. L.H.Dixon.: "High power factor pre-regulation for off-line power supplies" Unitrode power supply design seminar" pp 6.1-6.16, 1988.
- [5]. M. H.L.Chow, Y.S.Lee and Chi K Tse.: "Single – stage single-switch isolated PFC regulator with unity power factor, fast transient response and low-voltage stress". IEEE Transactions on Power Electronics, Vol 15 #1, Jan 2000, pp 156-162.
- [6]. IEC 555-2, part 2: Harmonics. International standard.
- [7]. IEC 1000-3-2. Electromagnetic compatibility. International standard.
- [8]. M. Gotfryd.: "Output voltage and power limits in Boost Power Factor Corrector Operating in Discontinuous Inductor Current Mode" IEEE Transactions on Power Electronics, Vol 15 #1, Jan 2000, pp 51-57.
- [9]. J.Sebastián, J.A.Cobos, J. M. Lopera y J.Uceda.: "The determination of the boundaries between continuous and discontinuous conduction modes in PWM DC to DC converters used as power factor preregulators" IEEE Transactions on Power Electronics, Vol 10, #5 Sept. 2000, pp 574-582.
- [10]. H. Trujillo y A. Vizcay.: "El regulador elevador como CFP en el límite de operación continua" SAAEI'2001, Cuba, Sesión de pósters.
- [11]. A.Vizcay.: "Regulador elevador como CFP en el límite de operación continua" Trabajo de Diploma. CIME. ISPJAE. C.Habana, 2000.
- [12]. J.D.Ryder.: "Electronic fundamentals and applications" Capítulo 6, pp113-148.
- [13]. PSPICE 6.0 User manual.
- [14]. Mathcad 7. Professional. 1986-1997

Datos del autor:

Hector S. Trujillo Alvarado

Ing. Electricista, Profesor Titular, M.Sc. Doctor en Ciencias Técnicas

CIME ISPJAE

Áreas de interés: sensores magnéticos, fiabilidad, reguladores conmutados como CFP, ensamblaje y encapsulado de dispositivos semiconductores

E-mail: hector.trujillo@cime.ispjae.edu.cu

Telef. Cime: 45-2935