

EL COMPORTAMIENTO DEL VOLTAJE INICIAL EN EL CAPACITOR ES DE UN DIVISOR DE VOLTAJE ENTRE LAS RESISTENCIAS  $R_1$  Y  $R_f$ , O EQUIVALENTEMENTE, LAS RESISTENCIAS  $22k\Omega$  Y  $100k\Omega$ .<sup>1</sup>

# Generación de Funciones basada en el Amplificador Operacional

Barbosa E. Liliana M., Ocampo R. Angee L.

**Resumen** - Durante el desarrollo del presente preinforme, se procede a elaborar una verificación y análisis, mediante el uso de herramientas de simulación y material bibliográfico, del comportamiento de un circuito generador de funciones que se compone de tres diferentes etapas.

## I. INTRODUCCIÓN

El objetivo principal del presente documento consiste en realizar un análisis teórico y simulado a un conjunto de circuitos electrónicos antes de proceder a su estudio físico en el laboratorio. Así, la indagación teórica y simulada se realiza en base al libro *Microelectronic Circuits: Analysis & Design Analysis and Design*, de Muhammad H. Rashid. 2011 (2nd. ed.), además de *softwares* como *Matlab* y *PSPice*.

### Marco teórico:

En cuanto al desarrollo de la práctica, se debe tener claro una serie de conceptos y configuraciones del amplificador operacional.

- **Generador de Onda Cuadrada:** circuito generado al poner a oscilar la salida del amplificador entre saturación positiva y negativa.

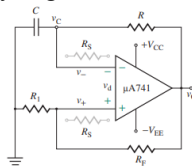


Fig.1. Circuito generador de onda cuadrada.[1]

- **Circuito integrador:** circuito basado en la configuración del amplificador inversor, cuyo comportamiento se asemeja a un filtro pasabajas e integrando la señal de entrada a la configuración.

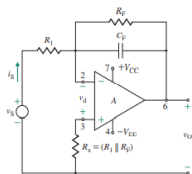


Fig.2. Circuito integrador inversor.[1]

Asimismo, se debe tener claridad sobre:  $V_{pp}$ ,  $V_{RMS}$  (voltaje del valor cuadrático medio),  $V_{DC}$ , entre otros conceptos básicos.

## II. PROCEDIMIENTO

A continuación se procede a realizar el análisis y simulación del Generador de Onda Cuadrada y de un Circuito Generador de Funciones.

### A. Generador de Onda Cuadrada

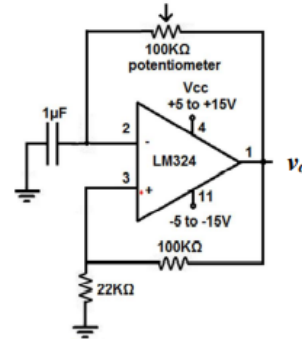


Fig.3. Generador de onda cuadrada a implementar.

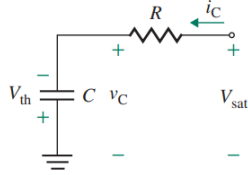
- **Frecuencia de la onda cuadrada resultante:**

Asumiendo que  $V_- = 0$  inicialmente al instante que la fuente de alimentación DC es encendida, mientras que  $V_+$  en el mismo instante tiene un valor muy pequeño dependiente de la salida de voltaje offset  $V_{oo}$ , por lo cual se tiene una diferencia de potencial entre las entradas del amplificador de  $V_d = V_+ - V_- = V_+ = V_{oo}$ .

Vale resaltar que ese valor  $V_d$  es posteriormente amplificado por la ganancia del amplificador operacional, llevando la salida a saturación positiva ( $+V_{sat}$ ). Asimismo, el capacitor conectado a la entrada inversora del amplificador comienza a cargarse hacia  $+V_{sat}$  a través de la resistencia que lo conecta a  $V_0$ . Sin embargo, tan pronto el voltaje en  $V_-$  es levemente mayor que  $V_+$ ,  $V_d$  se vuelve negativo y el valor de la salida pasa a saturación negativa ( $-V_{sat}$ ).

De lo anterior, se concluye que el comportamiento del voltaje inicial en el capacitor es  $V_{th} = \frac{11}{61}V_{sat}$ , cuyo valor es resultante de un divisor de voltaje entre las resistencias  $R_1$  y  $R_f$ , o equivalentemente, las resistencias  $22k\Omega$  y  $100k\Omega$ .

<sup>1</sup>El presente documento corresponde al preinforme de la primera práctica de laboratorio de la materia "Electrónica Analógica I" presentado en la Universidad de Antioquia de Medellín en el periodo académico 2023-02.



**Fig.4.** Análisis de lazo abierto para el generador de onda cuadrada. (circuito equivalente de circuito generador de onda)[1]

Por otro lado, asumiendo que  $+V_{sat}$  es la salida del amplificador operacional  $V_o$  y el capacitor tiene un voltaje inicial de  $-V_{th}$ , entonces:

$$V_{sat} = Ri_c(t) + \frac{1}{C} \int i_c(t) dt - V_{th}$$

$$\frac{V_{sat} + V_{th}}{R} = i_c(t) + \frac{1}{RC} \int i_c(t) dt$$

$$0 = i_c'(t) + \frac{1}{RC} i_c(t), \quad \phi = e^{\int \frac{1}{RC} dt} = e^{\frac{t}{RC}}$$

$$i_c(t) = C\phi^{-1} + \phi^{-1} \int 0 dt = C\phi^{-1} = \frac{V_{sat} + V_{th}}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

Ecuación de corriente en el capacitor

Por otra parte, asumiendo inicialmente que el capacitor C se encuentra descargado:

$$V_{sat} = Ri_c(t) + \frac{1}{C} \int i_c(t) dt$$

$$V_{sat} = R \left( \frac{V_{sat} + V_{th}}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \right) + v_c(t)$$

$$v_c(t) = V_{sat} - (V_{sat} + V_{th}) e^{-\frac{t}{RC}}$$

Ecuación de voltaje en el capacitor

Ahora, tomando  $t = t_1$ , el capacitor se carga a  $V_{th}$ :

$$V_{th} = V_{sat} - (V_{sat} + V_{th}) e^{-\frac{t_1}{RC}}$$

$$\ln(e^{-\frac{t_1}{RC}}) = \ln\left(\frac{V_{sat} - V_{th}}{V_{sat} + V_{th}}\right)$$

$$t_1 = RC \ln\left(\frac{V_{sat} + V_{th}}{V_{sat} - V_{th}}\right), \quad V_{th} = \frac{11}{61} V_{sat}$$

$$t_1 = RC \ln(1.44)$$

Asimismo, para T (periodo),  $T = t_1 + t_2 = 2t_1$  donde  $t_1 = t_2$ , por simetría de la señal cuadrada. Así, la frecuencia corresponde a:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2t_1} = \frac{1}{2RC \ln(1.44)} = \frac{1}{R} \left( \frac{1}{2(10^{-6}) \ln(1.44)} \right)$$

- **Expresiones matemáticas de la señal  $v_o$ :**

$$V_o(t) = 12 ; \text{ si } 0 \leq t < \frac{T}{2}$$

$$V_o(t) = -12 ; \text{ si } \frac{T}{2} \leq t < T$$

- **Simulación con 5 valores de resistencia en**

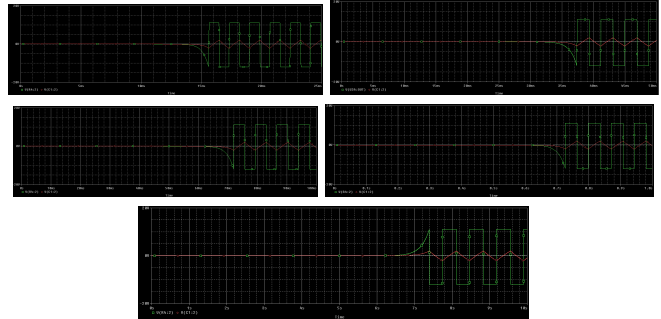
### potenciómetro:

A continuación, la Tabla 1 contendrá las medidas tomadas con base en la simulación del circuito, esto con el objetivo de recopilar dicha información para su posterior análisis, en ella se podrá observar variables como el  $V_{DC}$  que hace referencia al valor promedio de la señal,  $V_{pp}$  que representa la diferencia entre el valor mayor y menor de la señal,  $V_{RMS}$  definido como el valor efectivo o el voltaje que produce la misma cantidad de energía promedio, además de la frecuencia de la señal.

Valor de R	Vpp	Vrms	Vdc	Frecuencia
2.2kΩ	23.0924	9.428	0.8495	623.2744Hz
5.1kΩ	23.0781	8.998	0.8508	268.8635Hz
10kΩ	23.0914	8.4753	0.8494	137.1204Hz
100kΩ	23.0902	8.928	0.8474	13.7120Hz
1MΩ	23.0900	8.728	0.8471	1.3712Hz

**Tabla 1:** Variación de las resistencias del circuito generador de onda cuadrada.

Seguidamente, se mostrarán las figuras que contienen la simulación de la conducta de la onda cuadrada a medida que cambian los valores de resistencia del circuito:



**Fig.5.** Simulación del generador de onda cuadrada con resistencias de 2.2k, 5.1k, 10k, 100k, y 1M respectivamente.

En la figura anterior se aprecia el voltaje de salida de la primera etapa que corresponde a la señal cuadrada, además del voltaje de carga y descarga del capacitor ubicado en la entrada inversora del amplificador operacional, por lo que es posible evidenciar cómo el comportamiento del capacitor afecta el periodo y la frecuencia del voltaje generado.

## B. Circuito Generador de Funciones

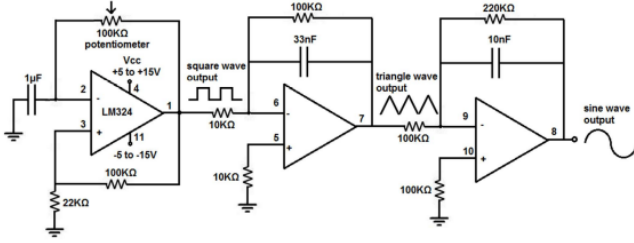


Fig.6. Esquema del circuito generador de funciones a implementar.

- **Expresiones matemáticas de señal de voltaje en nodos 7 y 8:**

Ahora, se procederá a realizar el análisis de las siguientes dos etapas del generador de funciones, estas corresponden a dos integradores con resistencias de retroalimentación, para esto, se hace uso del concepto de impedancia, posibilitando simplificar el análisis de las etapas mencionadas anteriormente.

Considerando que la impedancia de un capacitor es  $Z_{c1} = \frac{1}{sC_1}$  y la de la resistencia de retroalimentación es  $Z_{Rf} = Rf_2$  se puede realizar su posterior simplificación obteniendo el siguiente resultado:

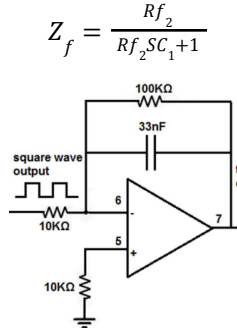


Fig.7. Segunda etapa: Generador de la señal triangular.

Posteriormente, teniendo en cuenta que la configuración dada corresponde a un amplificador inversor, se obtiene la siguiente función de transferencia:

$$\frac{V_{07}}{V_i} = - \frac{Rf_2}{Ri_2(Rf_2SC_1 + 1)}$$

El voltaje que ingresa en esta etapa corresponde a una señal cuadrada, por tanto, al aplicarle su transformada de Laplace y considerando el periodo del tiempo en el cual se analiza la señal se obtiene lo siguiente:

- Para  $0 \leq t < \frac{T}{2}$ :

$$V_{07} = - \frac{Rf_2}{Ri_2} \left[ \frac{12}{(Rf_2SC_1 + 1)s} \right]$$

Aplicando la transformada inversa de Laplace con el propósito de retornar al dominio del tiempo, se llega a la posterior expresión:

$$V_{07}(t) = -12 * \frac{Rf_2}{Ri_2} \left[ 1 - e^{-\frac{t}{Rf_2C_1}} \right]$$

Si se considera que  $\tau \gg 10T$ , siendo T el periodo de la señal de entrada, entonces admisible realizar la siguiente representación del voltaje de salida a través de series Taylor:

$$V_{07}(t) = -12 * \frac{Rf_2}{Ri_2} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{t}{Rf_2C_1} + \dots \right) \right]$$

$$V_{07}(t) = -\frac{12}{Ri_2} t$$

La aproximación realizada anteriormente se hace con la finalidad de conservar la función integradora expuesta para este estudio. Por otro lado, es importante resaltar que, esta resistencia de retroalimentación admite eliminar los comportamientos no ideales que puede tener un amplificador operacional.

El voltaje de salida obtenido para esta etapa es una función a tramos descrita de esta forma:

$$V_{07}(t) = -\frac{12}{Ri_2} t ; \text{ si } 0 \leq t < \frac{T}{2} :$$

$$V_{07}(t) = \frac{12}{Ri_2} t ; \text{ si } \frac{T}{2} \leq t < T :$$

En esta última etapa del circuito, contemplando las mismas consideraciones realizadas en el análisis de la etapa anterior, se obtiene la subsiguiente expresión:

$$\frac{V_{08}}{V_i} = - \frac{Rf_3}{Ri_3(Rf_3SC_3 + 1)}$$

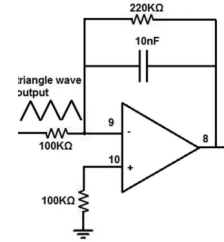


Fig.8. Tercera etapa: Generador de la "señal sinusoidal".

El voltaje que ingresa en esta etapa corresponde a una señal triangular, y al aplicarle su transformada de Laplace y considerando el periodo del tiempo en el cual se analiza la señal se obtiene lo siguiente:

- Para  $0 \leq t < \frac{T}{2}$ :

$$V_{08} = - \frac{Rf_3}{Ri_3} \left[ - \frac{12}{Ri_2} \frac{1}{(Rf_3SC_3 + 1)s^2} \right]$$

Empleando nuevamente la transformada inversa de Laplace para regresar al dominio del tiempo se tiene:

$$V_{08}(t) = \frac{12}{Ri_2} * \frac{Rf_3}{Ri_3} \left[ Rf_3C_3 e^{-\frac{t}{Rf_3C_3}} - Rf_3C_3 + t \right]$$

Realizando nuevamente la aproximación mediante series de Taylor se llega:

$$V_{08}(t) = \frac{12 * Rf_3}{Ri_2 * Ri_3} \left[ Rf_3C_3 \left( 1 - \frac{t}{Rf_3C_3} + \frac{t^2}{2 * Rf_3C_3} \right) - Rf_3C_3 + t \right]$$

$$V_{08}(t) = \frac{12 * Rf_3}{Ri_2 * Ri_3} * \frac{t^2}{2}$$

El voltaje de salida hallado para esta etapa es una función a tramos descrita de esta forma:

$$V_{08}(t) = \frac{12 \cdot Rf_3}{Ri_2 \cdot Ri_3} * \frac{t^2}{2} ; \text{ si } 0 \leq t < \frac{T}{2}$$

$$V_{08}(t) = -\frac{12 \cdot Rf_3}{Ri_2 \cdot Ri_3} * \frac{t^2}{2} ; \text{ si } \frac{T}{2} \leq t < T$$

• **Simulación con 5 valores de resistencia en potenciómetro:**

De manera similar a la Tabla 1, en las tablas 2 y 3 se tendrán los datos adquiridos; sin embargo, en ellas también se determinará la ganancia de la salida con respecto a la señal de entrada.

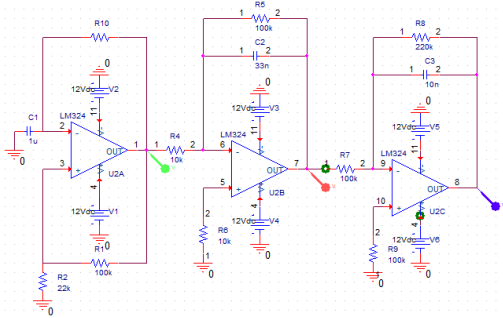
Valor de R	Vpp	Vrms	Vdc	Av
2.2kΩ	23.0778	6.937	0.8497	0.9994
5.1kΩ	23.0794	8.166	0.8486	1.0001
10kΩ	23.0794	8.253	0.8484	0.9995
100kΩ	23.0791	9.114	0.8481	0.9995
1MΩ	23.0792	9.047	0.8482	0.9995

**Tabla 2:** Valores referentes al voltaje en el nodo 7 del circuito de generación de funciones.

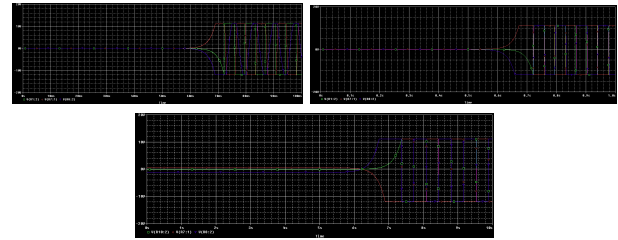
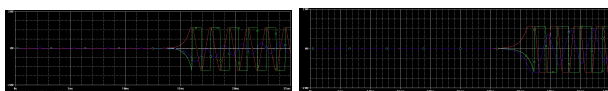
Valor de R	Vpp	Vrms	Vdc	Av
2.2kΩ	5.8570	2.1501	0.8132	0.2538
5.1kΩ	17.3474	5.039	2.2926	0.7516
10kΩ	23.0774	7.118	0.8492	0.9999
100kΩ	23.0778	9.1	0.8493	1.0000
1MΩ	23.0781	9.165	0.8495	1.0000

**Tabla 3:** Valores referentes al voltaje en el nodo 8 del circuito de generación de funciones.

Ahora, se presentarán las imágenes de las simulaciones adquiridas que exponen el comportamiento en el tiempo de las señales con cada valor de resistencia, al mismo tiempo, se muestra el esquemático construido en la herramienta de simulación Pspice:



**Fig.9.** Esquemático en Pspice del generador de funciones.



**Fig.10.** Simulación del generador de funciones con resistencias de 2.2k, 5.1k, 10k, 100k, y 1M respectivamente.

• **Aproximación de respuesta en frecuencia:**

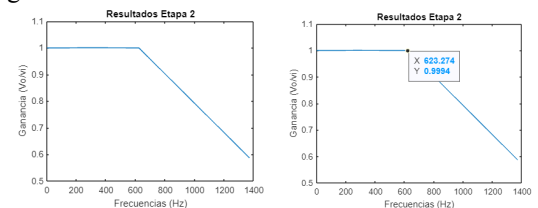
Con base en las tablas presentadas anteriormente, se procede a agrupar los datos fundamentales para la creación de gráficos aproximados de la respuesta en frecuencia de cada circuito integrador.

Asimismo, se procede a agregar un valor adicional de resistencia para representar de manera más clara la gráfica correspondiente a la segunda etapa (el primer circuito integrador conectado en cascada).

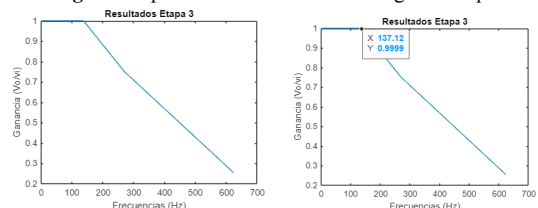
Valor de R	f [Hz]	Av (etapa 2)	Av (etapa 3)
1kΩ	1371.2037	0.5867	0.0939
2.2kΩ	623.2744	0.9994	0.2538
5.1kΩ	268.8635	1.0001	0.7516
10kΩ	137.1204	0.9995	0.9999
100kΩ	13.7120	0.9995	1.0000
1MΩ	1.3712	0.9995	1.0000

**Tabla 4:** Valores de resistencias de la etapa 2 y 3, junto a sus respectivas ganancias y frecuencia.

Como resultado y con ayuda de Matlab se tiene lo siguiente:



**Fig.11.** Respuesta en frecuencia de la segunda etapa.



**Fig.12.** Respuesta en frecuencia de la tercera etapa.

Vale resaltar que el comportamiento de estos dispositivos es como un filtro pasa-bajas debido a que a más bajas frecuencias, la impedancia del capacitor (que se usa en retroalimentación) incrementa y menos señal es retroalimentada a la terminal inversora del amplificador operacional, por lo cual la señal de salida incrementa.

Por otro lado, en cuanto a la frecuencia de corte de los filtros pasa-bajas se debe tener en cuenta la constante de tiempo que relaciona la capacitancia y la resistencia de retroalimentación ( $\tau_F = R_F C_F$ ), y su relación con el periodo de la señal de entrada ( $T_S = 1/f_S$ ). Así, el punto de -3db ó frecuencia de corte, se relaciona con  $f_S = \frac{1}{R_F C_F}$ , por lo cual la frecuencia de corte de la primera etapa es precisamente  $f_S = 303.03Hz$  (lo cual corresponde a la resistencia de  $4524.972\Omega$ ) mientras que en la segunda es  $f_S = 454.54Hz$  (la resistencia de  $3016.648\Omega$ ). Además, ya que el comportamiento se trata de filtros pasa-bajas, el ancho de banda del primer circuito integrador va de 0Hz a 303.03Hz mientras que el segundo va de 0Hz a 454.54Hz. De lo anterior, se puede apreciar el buen aproximado de las gráficas con respecto a los cálculos teóricos, donde la exactitud de las gráficas aumentaría en el caso de tener mayor cantidad de valores.

### III. CONCLUSIÓN

De acuerdo con el estudio realizado al circuito propuesto inicialmente, es importante resaltar que la generación de funciones es posible mediante aproximaciones matemáticas y condiciones muy particulares que son establecidas por los elementos circuitales como el capacitor colocado en un inicio, puesto que su tiempo de carga y descarga establece el periodo y frecuencia de la señal cuadrada de la primera etapa; por otro lado, los tiempos de carga y descarga de los capacitores de las etapas siguientes, al ser tan grandes comparados con la primera posibilitaban hacer aproximaciones mediante series, esto con la finalidad de poder modelar matemáticamente el comportamiento de las salidas.

En consonancia con lo anterior, y respaldado por los resultados obtenidos en las simulaciones, se puede concluir la estrecha relación que posee la resistencia de retroalimentación del generador de onda cuadrada con la formación de la señal triangular y sinusoidal, ya que cuando esta toma valores muy altos tiende a la saturación de la señal, obteniendo en la salida una función muy similar a la entrada, mientras que, a medida que esta disminuye, se puede apreciar de una manera más clara la forma de la función de salida de las dos etapas posteriores.

### REFERENCIAS

- [1] M. H. Rashid. "Microelectronic Circuits: Analysis & Design Analysis and Design".2011 (2nd. Ed.).