

Herramientas Matemáticas para el Manejo de la Información 2020-1

Tercer trabajo - Simulación de Colas.

Fecha de Entrega: sábado 13 de junio de 2020

Hora máxima de entrega del archivo: 2:00 a.m. (enviar via correo).

Contenido

Herramientas Matemáticas para el Manejo de la Información 2020-1	1
Objetivo:	1
Actividades Propuestas:	1
Ejemplo de partida (lo estudiaremos a fondo en clase):	2
Tarea 12	3
Función mm1	3

Objetivo:

Diseñar y construir una herramienta de simulación que permita aplicar los conceptos de independencia, estimación de parámetros y generación de números aleatorios, por medio de un ejemplo asociado a la Teoría de Colas.

Actividades Propuestas:

1. Construya el modelo matemático de la cola asignada a su grupo. El modelo debe incluir: diagrama de transición de estados, ecuaciones de estado estacionario y el procedimiento matemático que permita calcular la medida de desempeño de interés (Probabilidad de bloqueo: P_k , en los sistemas $M/M/1/k/\infty$ y $M/M/k/k/\infty$; y tiempo medio de espera: $E[T_w]$, en el sistema $M/M/k/\infty/\infty$).
2. Diseñe y codifique en MATLAB una función que permita simular la cola asignada. Los parámetros de entrada de la función deben ser: un vector con los tiempos entre arribos consecutivos y un vector con los tiempos de servicio. El resultado de la simulación debe ser la estimación de la medida de desempeño.

3. Realice la simulación de la cola asignada variando $A = \lambda/\mu$. Considere que los elementos del vector de tiempos entre arribos consecutivos se distribuyen exponencialmente con parámetro: λ , y que los elementos del vector de tiempos de servicio se distribuyen exponencialmente con parámetro: μ . Como resultado principal, realice la gráfica de la medida de desempeño versus A . Verifique que los resultados de simulación coincidan con el valor teórico de la medida de desempeño.
4. Utilice la función de la tarea 16 (que aún no se ha asignado), para generar cuatro funciones asociadas al conjunto de datos suministrados en clase. Muestre evidencias de la validez de sus funciones (comparación de las gráficas de las distribuciones de los datos y gráficas *qqplot*, por ejemplo).
5. Realice la simulación de la cola asignada variando $A = \lambda/\mu$. Considere que los elementos del vector de tiempos entre arribos consecutivos se obtienen con cada una de las cuatro funciones de la cuarta actividad (para cada función considere que el parámetro: λ , se estima con el inverso multiplicativo de la media aritmética de los elementos del vector generado con cada una de las cuatro funciones: $\lambda \approx 1/\overline{T_{\text{arribo}}}$), y que los elementos del vector de tiempos de servicio se distribuyen exponencialmente con parámetro: μ . Como resultado principal, realice las cuatro gráficas de la medida de desempeño versus A . Compare los resultados de simulación con el valor teórico de la medida de desempeño.
6. Identifique un escenario real de su disciplina en el que pueda aplicar el modelo de la cola asignada y proceda a realizar una simulación de ejemplo.

Ejemplo de partida (lo estudiaremos a fondo en clase):

Considérese que en una cola $M/M/1/\infty/\infty$, los tiempos de servicio se distribuyen exponencialmente, con parámetro: μ ; y que los tiempos de arribo se distribuyen exponencialmente, con parámetro: λ .

```
lambda = 3;
mu = 4;
```

El valor esperado del tiempo de espera es:

$$E[T_w] = \frac{1}{\mu - \lambda} - \frac{1}{\mu}$$

```
ETw = (1/(mu-lambda)) - (1/mu)
```

```
ETw = 0.7500
```

Simulación de la cola:

```
usuarios = 100000;  
tiempoentrearribos = exprnd(1/lambda,1,usuarios);  
tiemposdeservicio = exprnd(1/mu,1,usuarios);  
Tw = mml(tiempoentrearribos,tiemposdeservicio)
```

$T_w = 0.7590$

Tarea 12

Desarrolle individualmente el modelo matemático de la cola asignada a su grupo: plantee el diagrama de transición de estados, obtenga las ecuaciones de estado estacionario, obtenga P_n en función de P_0 y finalmente obtenga P_n en función de los parámetros λ y μ . Transcriba el desarrollo matemático a MATLAB, en un live script, escribiendo las ecuaciones en el formato de LaTeX.

Función mml

```
function [Tw] = mml(tiempoentrearribos,tiemposdeservicio)  
    usuarios = length(tiempoentrearribos);  
  
    inicio = zeros(1,usuarios);  
    salida = zeros(1,usuarios);  
    espera = zeros(1,usuarios);  
  
    reloj = cumsum(tiempoentrearribos);  
  
    inicio(1) = reloj(1);  
  
    for i = 1:usuarios-1  
        salida(i) = inicio(i) + tiemposdeservicio(i);  
        espera(i) = inicio(i) - reloj(i);  
        if salida(i) > reloj(i+1)  
            inicio(i+1) = salida(i);  
        else  
            inicio(i+1) = reloj(i+1);  
        end  
    end  
  
    salida(usuarios) = inicio(usuarios) + ...  
        tiemposdeservicio(usuarios);
```

```
espera(usuarios) = inicio(usuarios) - reloj(usuarios);  
Tw = mean(espera);  
end
```