

Modelación y Simulación - Laboratorio 3 -

Instrucciones:

- Esta actividad es en grupos de no más de 3 personas
- No se permitirá ni se aceptará cualquier indicio de copia. De presentarse, se procederá según el reglamento correspondiente.
- Recuerden dejar claro el procedimiento seguido para las soluciones dadas.
- Deberán generar un archivo PDF para subirlo al espacio en Canvas.
 - Pueden responder en un archivo DOCX (o similares) y generar el archivo PDF luego
 - O bien, pueden responder en hojas físicas y tomarle fotografías. De optar por esta opción, favor asegurarse que la calidad de la fotografía sea suficientemente buena para que se entienda

Ejercicio 1

Responda las siguientes preguntas de forma clara

1. ¿Qué es el método de Runge-Kutta y cómo aproxima las soluciones a las EDO?
2. ¿Cuáles son las ventajas y desventajas del método de Runge-Kutta en comparación con otros métodos numéricos para EDO? (Mencione al menos 2 ventajas y 2 desventajas)
3. ¿Cómo se diferencia el método de Euler y el método de Runge-Kutta?
4. ¿Cómo se puede aplicar el método de Euler y el método de Runge-Kutta modelos epidemiológicos y modelos de depredador-presa?

Ejercicio 2

Mediante el uso del Método de Runge-Kutta resuelva los siguientes ejercicios

2.1 Crecimiento poblacional

Considere el modelo de crecimiento logístico dado por la ecuación diferencial:

$$\frac{dP}{dt} = rP \left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

Donde: P es la población en el tiempo, r es el ratio de crecimiento y K es la capacidad de carga

Dado:

- Población inicial $P_0 = 10$
- Ratio de crecimiento $r = 0.1$
- Capacidad de carga $K = 1,000$
- Paso del tiempo $h = 0.1$
- Tiempo total $T = 20$

Use el método de 4to orden de Runge-Kutta para estimar la población sobre el tiempo y grafique los resultados.

Interprete la gráfica y responda ¿cuál es el estimado de la población en tiempo $T = 20$?

2.2 Depredador - Presa

Considere el modelo de depredador-presa de Lotka-Volterra, dado por las siguientes ecuaciones diferenciales

$$\frac{dR}{dt} = \alpha R - \beta RP$$

$$\frac{dP}{dt} = \delta RP - \gamma P$$

Modelación y Simulación - Laboratorio 3 -

Donde: R = es la población de la presa, P es la población de los depredadores, α es el ratio de crecimiento natural de la presa, β es el coeficiente del ratio de depredación, δ es ratio de reproducción de los depredadores por presa comida, γ es el ratio de muerte de los depredadores

Dado:

- $R_0 = 40$
- $P_0 = 9$
- $\alpha = 0.1$
- $\beta = 0.02$
- $\delta = 0.01$
- $\gamma = 0.1$
- Paso de tiempo $h = 0.1$
- Tiempo total $T = 50$

Utilice el método de cuarto orden de Runge-Kutta para estimar las poblaciones a lo largo del tiempo y trazar el resultado. **Interprete las gráficas y responda ¿cuál es el estimado de las poblaciones en tiempo $T = 50$?**

Entregas en Canvas

1. Documento respondiendo los ejercicios.
2. Código de las implementaciones

Evaluación

1. [1 pts] Ejercicio 1 (0.25 pt c/u)
2. [4 pts] Ejercicio 3
 - a. [2 pts] Ejercicio 2.1
 - b. [2 pts] Ejercicio 2.2

Total 5 pts