

No.2022-04-05

# 二輪移動搬送ロボットにおける仮想サスペンション制御

Virtual Suspension Control in Two-Wheeled Transport Robot

指導教員： 村上 俊之 教授



慶應義塾大学理工学部  
システムデザイン工学科

2022(令和4)年度卒業論文

学籍番号 61919602

女澤 誠

# 目次

<b>1</b>	<b>序論</b>	<b>1</b>
1.1	研究の背景	1
1.1.1	物流の現状	1
1.1.2	物流に用いる搬送ロボット	2
1.1.3	倉庫内での稼働に伴う課題	4
1.2	本論文の位置づけ	6
1.3	本論文の概要	7
1.4	本論文の構成	8
<b>2</b>	<b>モデリング</b>	<b>9</b>
2.1	運動学	9
2.1.1	座標系の定義および二輪移動搬送ロボットの位置・姿勢	9
2.1.2	拘束条件	12
2.2	動力学	15
2.2.1	二輪移動搬送ロボットのエネルギーおよびポテンシャルエネルギー	15
2.2.2	拘束条件を考慮する前の運動方程式	21
2.2.3	拘束条件を考慮した運動方程式	30
<b>3</b>	<b>制御系設計</b>	<b>36</b>
3.1	統合ピッチ角外乱オブザーバ (SPADO)	36
3.2	リパルシブコンプライアンス制御 (RCC)	38
3.3	ピッチ角における指令値生成	40
3.4	リアプノフ安定定理に基づく姿勢安定化制御器	41
3.5	フォーク角外乱オブザーバ (FDOB)	43
3.6	反作用トルク推定オブザーバ (RTOB)	43
3.7	コンプライアンス制御	44
3.8	フォーク角指令値生成器	46
<b>4</b>	<b>実験</b>	<b>48</b>
4.1	搬送物の座標系設定	48

4.2	実験概要 . . . . .	48
4.3	実験結果 . . . . .	51
<b>5</b>	<b>結論</b>	<b>62</b>
<b>A</b>	<b>実験機の仕様</b>	<b>64</b>
A.1	モータ及びモータドライバの仕様 . . . . .	64
A.2	センサの仕様 . . . . .	66
	参考文献	67
	謝辞	70

# 目 次

1-1	物販系分野の BtoC-EC 市場規模及び EC 化率の経年推移 <sup>[1]</sup>	1
1-2	今後 3 年間に於ける物流企業・荷主企業の倉庫の拡張計画 <sup>[2]</sup>	2
1-3	AGV/AMR (搬送ロボット) の出荷台数推移・予測 <sup>[3]</sup>	3
1-4	無人フォークリフト <sup>[4]</sup>	3
1-5	AGV <sup>[5]</sup>	3
1-6	タイヤチェーン <sup>[8]</sup>	5
1-7	Segway X2 SE <sup>[9]</sup>	6
1-8	Winglet <sup>[10]</sup>	6
1-9	本論文で用いる二輪移動搬送ロボット	8
1-10	従来手法と提案手法の比較	8
2-1	二輪移動搬送ロボットの上面図	10
2-2	二輪移動搬送ロボットの側面図	10
2-3	ボディと車輪の関係	14
3-1	統合ピッチ角外乱オブザーバ (SPADO) のブロック線図	38
3-2	RCC を用いない場合	39
3-3	RCC を用いた場合	39
3-4	RCC のブロック線図	40
3-5	車体部分に於ける制御系全体のブロック線図	42
3-6	フォーク角外乱オブザーバ (FDOB) のブロック線図	44
3-7	反作用力推定オブザーバ (RTOB) のブロック線図	45
3-8	コンプライアンス制御 (CC) のブロック線図	46
3-9	フォークに於ける制御系全体のブロック線図	47
4-1	二輪移動搬送ロボットに於ける搬送物の部分	49
4-2	使用した二輪移動搬送ロボット	49
4-3	実験に用いた車輪	50
4-4	実験に用いた搬送物	51
4-5	従来手法に於ける搬送物の $X_L$ 軸方向の加速度	52
4-6	提案手法に於ける搬送物の $X_L$ 軸方向の加速度	52

4-7	従来手法における，搬送物の $X_L$ 軸方向の加速度におけるパワースペクトル解析 . .	54
4-8	提案手法における，搬送物の $X_L$ 軸方向の加速度におけるパワースペクトル解析 . .	54
4-9	従来手法における，搬送物の $Z_L$ 軸方向の加速度 . . . . .	55
4-10	提案手法における，搬送物の $Z_L$ 軸方向の加速度 . . . . .	55
4-11	従来手法における，搬送物の $Z_L$ 軸方向の加速度におけるパワースペクトル解析 . .	56
4-12	提案手法における，搬送物の $Z_L$ 軸方向の加速度におけるパワースペクトル解析 . .	56
4-13	従来手法における，搬送物の $Y_L$ 軸まわりの角加速度 . . . . .	57
4-14	提案手法における，搬送物の $Y_L$ 軸まわりの角加速度 . . . . .	57
4-15	従来手法における，搬送物の $Y_L$ 軸まわりの角加速度におけるパワースペクトル解析	59
4-16	提案手法における，搬送物の $Y_L$ 軸まわりの角加速度におけるパワースペクトル解析	59
4-17	従来手法におけるピッチ角，フォーク角応答 . . . . .	60
4-18	提案手法におけるピッチ角，フォーク角応答 . . . . .	60
4-19	従来手法における軌道応答 . . . . .	61
4-20	提案手法における軌道応答 . . . . .	61

# 表 目 次

4.1	実験に使用した物理パラメータ . . . . .	50
4.2	実験に使用した制御パラメータ . . . . .	51
A.1	車輪に用いたモータの仕様 . . . . .	64
A.2	フォークに用いたモータの仕様 . . . . .	65
A.3	車輪に用いたモータドライバの仕様 . . . . .	65
A.4	フォークに用いたモータドライバの仕様 . . . . .	65
A.5	車体ピッチ角情報の取得に用いたエンコーダの仕様 . . . . .	66
A.6	スマートフォンの仕様 . . . . .	66

# 第 1 章

## 序論

### 1.1 研究の背景

#### 1.1.1 物流の現状

新型コロナウイルス感染症に伴う影響により、2020 年以降において、BtoC-EC 市場規模は大幅に増加している<sup>[1]</sup>。物販系分野の BtoC-EC 市場規模及び EC 化率の経年推移を Fig. 1-1 に示す。2019 年から 2021 年における物販系分野の BtoC-EC 市場規模の年平均成長率は約 15% となっている。多くの小売業が、新型コロナウイルス感染症の拡大を契機に、実店舗で商品の現物をチェック

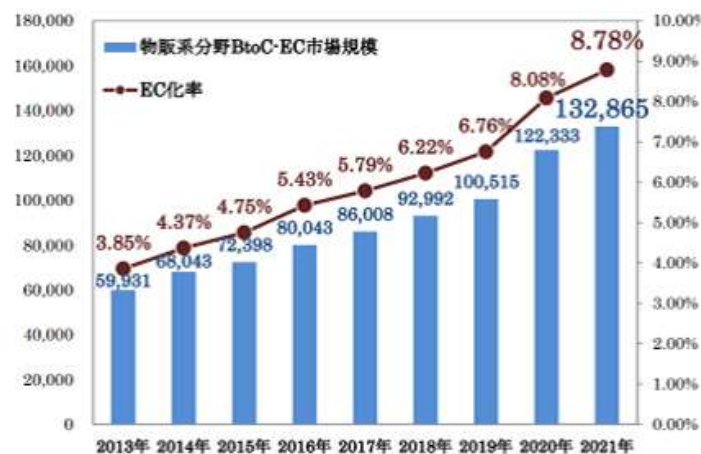
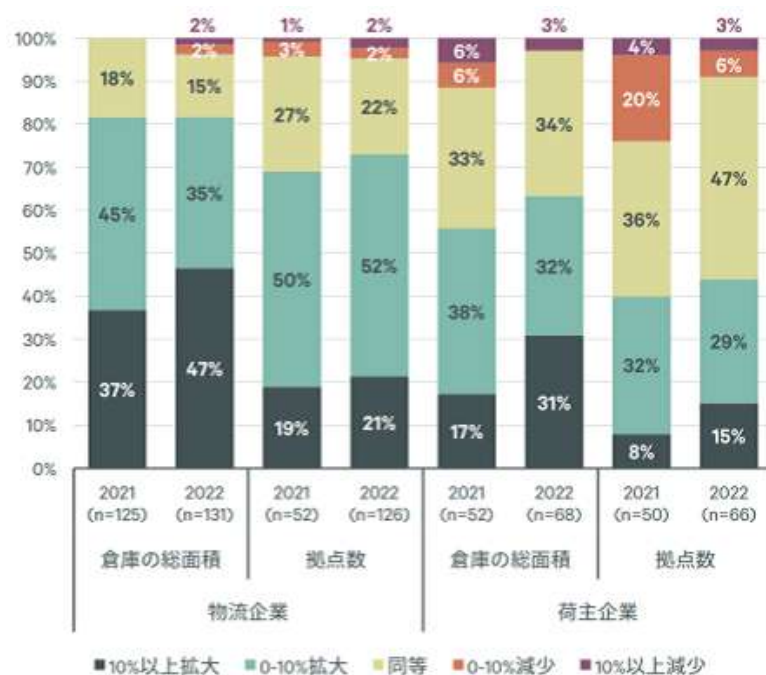


Fig. 1-1: 物販系分野の BtoC-EC 市場規模及び EC 化率の経年推移<sup>[1]</sup>

Fig. 1-2: 今後3年間ににおける物流企業・荷主企業の倉庫の拡張計画<sup>[2]</sup>

しECでの購入を促すショールーミング化店舗や、オンライン接客といった取組をはじめていることから、今後もBtoC-EC市場規模の成長が期待される。

また、CBREが行った、物流施設利用に関するテナント調査<sup>[2]</sup>によると、8割以上の物流企業、6割以上の荷主企業が、今後3年間に於いて倉庫の総面積について「拡大する」と解答している。今後3年間に於ける物流企業・荷主企業の倉庫の拡張計画の図をFig. 1-2に示す。

物流需要の増加に伴い、倉庫内で活躍する搬送ロボットの需要も増加すると考えられる。矢野経済研究所<sup>[3]</sup>によると、無人搬送車（AGV）や、自立走行搬送ロボット（AMR）の出荷台数は、2025年度には出荷数量9950台まで成長するものと予測されている。Fig. 1-3に、AGV/AMR（搬送ロボット）の出荷台数推移・予測の図を示す。

### 1.1.2 物流に用いる搬送ロボット

物流分野において、様々な搬送ロボットが存在している。特にフォークリフトや、AGV、AMRが挙げられる。Fig. 1-4にトヨタL&Fの無人フォークリフト<sup>[4]</sup>を、Fig. 1-5に株式会社MUJINのAGV<sup>[5]</sup>を例として示す。

フォークリフトとは、動力を用いてフォークなどを昇降させるマストを備えた荷役運搬機械を





Fig. 1-3: AGV/AMR（搬送ロボット）の出荷台数推移・予測<sup>[3]</sup>



Fig. 1-4: 無人フォークリフト<sup>[4]</sup>



Fig. 1-5: AGV<sup>[5]</sup>

指す。物流分野においては、トラックやラックからの荷下ろし、積み込みや荷物の運搬に用いられている。フォークリフトのうち、カウンターバランスフォークリフトは、車体が安定しており重量物を運ぶことができるため、広く用いられている。カウンターバランスフォークリフトとは、車体の後方にカウンターウェイトと呼ばれる重りを搭載しているものである。カウンターウェイトにより、車体前方に備え付けたフォークに重量物を積載した場合においても、搬送物の重みによる前方への倒れこみを防ぐことが可能である。しかしながら、加減速時において、カウンターウェイトの重量があることで余計なエネルギーが必要となり、エネルギー効率が低下するという課題がある。

AGVは、磁気テープ等により設定した固定ルートを走行することによって搬送を行うロボットである。AMRは、センサーにより周囲の状況を把握し、ナビゲーションシステムにより算出したルートを走行することで搬送を行うロボットである。AGV、AMRは移動機構に差動二輪または全方向移動機構が用いられており、どちらも段差に弱いという欠点を持つ。差動二輪型では、床の凹凸により駆動輪が浮いた場合、走行に障害が生じる。また、全方向移動機構の場合においても、床の凹凸により全ての車輪が十分に接地していない場合、走行に障害が生じる。よって、AGVやAMRを導入する場合は、倉庫や工場の床を十分に平らにする必要があるため、コストが多くかかってしまうという課題をもつ。

フォークリフト、AGVおよびAMRのそれぞれが抱える課題を解決することが可能であるロボットとして、二輪移動ロボットが挙げられる。

二輪移動ロボットは、倒立振り子構造のロボットであり、左右二つの車輪モータによって並進方向、旋回方向、ボディの傾きであるピッチ角方向の3自由度を制御する必要がある、非線形の劣駆動システムである。そのため、二輪移動ロボットは静的に不安定な構造をもつが、姿勢安定化制御を施すことによって倒立状態を維持することが可能である。

二輪移動ロボットは、姿勢安定化制御を施すことでカウンターウェイトを用いることなく搬送が可能である。また、二輪移動ロボットは不整地踏破性能が高いため、導入において倉庫や工場の床に対し、特別な工事を必要としない。

### 1.1.3 倉庫内での稼働に伴う課題

倉庫は、結露が発生しやすい環境である<sup>[6]</sup>。原因としては、倉庫がコンクリートづくりであること、換気をしにくい構造であることが挙げられる。

コンクリートづくりの建物は結露が起こりやすいことが知られている<sup>[7]</sup>。コンクリートは吸水性が高く、水分を内部に吸い込む性質を持つ。また、コンクリートは熱伝導率が高く、保温性が



Fig. 1-6: タイヤチェーン [8]

高いため、熱や冷気が吸収され、かつ抜けにくくなる。よって、外気との温度差が出やすくなるため、結露が起きる原因となる。

倉庫は、空間を活用する必要があるため、天井が高く、仕切りが少ない大きな空間となる。そのため、空調効率が低下する。また、倉庫内は窓が少なく、かつ開けられない場合が多いため、換気をしにくいという特徴をもつ。空調効率が悪く、換気をしにくいことにより、湿度の調整が困難であるため、結露の原因となる。

さらに、冷凍倉庫では、特に倉庫の出入り口付近において、温度差が発生しやすくなるため結露が発生しやすい。

結露が発生し、床が濡れた状態では、ロボットがスリップする危険性が高まる。特にロボットの搬送効率を向上させる場合、加減速や旋回を頻繁に行うこととなるが、加減速や旋回の頻度が高いほど、スリップを起こすリスクは高まる。また、無人で動作するロボットの場合では、人のように、床面の滑りやすさを推測して制御を行うことが困難である。よって、スリップを防ぐためには、機構に対策を施す必要があると考えられる。

滑りに対処するためには、車輪の形状に凹凸をつけることによって地面への接地面積を減少し、グリップ力を増加させることが有効であると考えられる。車輪の形状に凹凸をつける方法として、車輪にチェーンをつけることが挙げられる。Fig. 1-6 にチェーンの例を示す。

しかしながら、車輪に凹凸をつけた場合、車輪の形状により、車体において振動が発生する。特に搬送ロボットにおいては、搬送物に振動が伝わることになるため、不都合である。

したがって、本研究では、二輪移動搬送ロボットにおける搬送物の振動に着目する。

Fig. 1-7: Segway X2 SE<sup>[9]</sup>Fig. 1-8: Winglet<sup>[10]</sup>

## 1.2 本論文の位置づけ

二輪移動ロボットについては、現在までに様々な研究が行われている。二輪移動ロボットは、機動性が高く、優れた不整地踏破性能をもつため、モビリティ分野では既に実用化されており、Segway社の「Segway X2 SE」<sup>[9]</sup>や、トヨタ自動車の「Winglet」<sup>[10]</sup>など、商品化されているものも存在している。Segwayは、人の重心移動により生じる前後の傾きをセンサで読み取り、傾きに応じてロボットが動くため、直感的に操作をしやすい。Wingletは、搭乗型の二輪移動ロボットであり、平成28年の3月から一年間、東京の臨海部で公道走行実験が実施された。SegwayおよびWingletをそれぞれFig. 1-7, Fig. 1-8に示す。

二輪移動ロボットの研究に関して、F.Grasserら<sup>[12]</sup>は平衡点である倒立状態の近傍にて線形化近似を行い、極配置法を用いた姿勢安定化を実現した。また、K.Pathakら<sup>[13]</sup>は部分線形化フィードバックを行うことにより新たなモデルを導出し、それを利用した姿勢安定化を行った。

人が移動モビリティとして二輪移動ロボットを扱う目的での研究も数多く行われている。Nakamuraら<sup>[14]</sup>はリアプノフ安定定理に基づいて制御入力を決定することで姿勢安定化を達成し、搭乗者の重心移動により前後運動を操作できる二輪型の車椅子を実現した。さらに、車体のピッチ角方向に加わる外乱を補償するピッチ角外乱オブザーバ(PADO)と車輪駆動方向に加わる外乱を補償する外乱オブザーバ(DOB)<sup>[15]</sup>を導入することで、外乱やモデル化誤差に対してロバストな制御系を構築した。Kuramatsu<sup>[16]</sup>はリパルシブコンプライアンス制御(RCC)により搭乗者が加えた外乱とは逆向きにピッチ角指令値を生成して重心位置偏差を補償することで、意図せぬ車体の加速を抑制した。Kim<sup>[17]</sup>は、統合ピッチ角外乱オブザーバ(SPADO)を用いてピッチ角に加わる外乱と車

輪に加わる外乱を1つのオブザーバで補償することに成功した。

二輪移動ロボットの追従性に関する研究としては、畠山ら<sup>[18][19]</sup>による倒立振子の高速移動制御に関する研究が挙げられる。倒立振子の動力学に部分線形化を施した際に得られるゼロダイナミクスを考慮し、故意に姿勢角が不安定となるような角度を入力することによって、二輪移動ロボットの高速移動を達成するという制御系設計である。

二輪移動ロボットを搬送ロボットとして用いる研究も存在している。Sayidmarie<sup>[20]</sup>は、搬送物の重心の高さがロボットの安定性に与える影響について解析し、関口<sup>[21]</sup>は、搬送物による重量および重心の変化に対応するため、車体の出力速度に対しモデル追従型の制御を行った。

このように二輪移動ロボットの研究は数多く行われており、二輪移動ロボットを搬送ロボットとして行う研究も行われている。しかし、従来研究では積載物が外乱から受ける影響について考慮していない。物流を行うにあたって、搬送物の品質を保持することは不可欠である。搬送物に振動や揺れが与えられた場合、外装の潰れや擦れ、へこみが生じる可能性がある。また、振動や揺れが大きい場合、搬送する製品の内部破損や外部破損が発生するリスクが生じる。よって、搬送ロボットにおいては外乱、またはロボット自体によって発生する振動や揺れに対処する必要がある。そこで、本論文では、搬送物を載せるフォークの部分に対して、外乱やロボット自体によって発生する揺れや振動に倣った動きをさせることによって、搬送物が受ける影響を抑制する制御を構築した。

### 1.3 本論文の概要

本研究において用いる二輪移動搬送ロボットをFig. 1-9に示す。ロボットの車体の上部にはモータで駆動されるフォークが取り付けられており、フォーク部に荷物を搭載することで搬送を行う。

本論文では、二輪移動搬送ロボットのフォーク部分に搭載する搬送物が受ける、搬送に伴い発生する衝撃の影響を抑制することを目的とする。衝撃による影響の評価として、撃力の大きさの比較を挙げることができる。撃力は質量に加速度をかけた値であるが、搬送物の質量が変わらないと仮定し、加速度の大きさにより衝撃による影響を評価した。搬送物の加速度の値を抑制するため、ロボットのフォーク部に対するコンプライアンス制御の実装を提案する。提案手法を用いていない場合、および提案手法を用いた場合における比較図をFig. 1-10に示す。コンプライアンス制御を用いることで、フォークにかかる力に応じた動きをするように制御する。コンプライアンス制御の入力には、反作用トルク推定オブザーバ(RTOB)によって推定した、フォークにかかったトルクの値を用いる。しかしながら、RTOBの値をそのまま入力に用いた場合、搬送物の重力

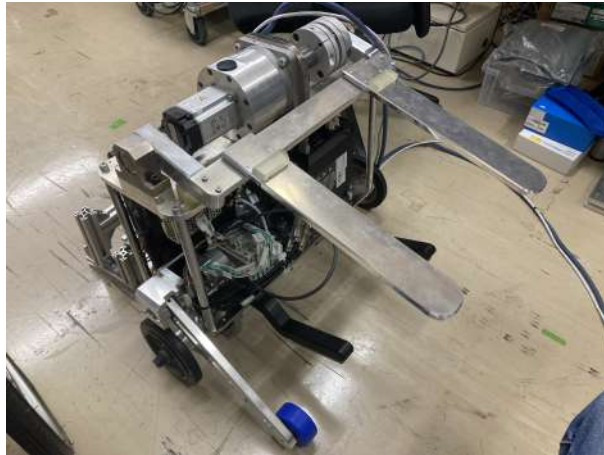


Fig. 1-9: 本論文で用いる二輪移動搬送ロボット

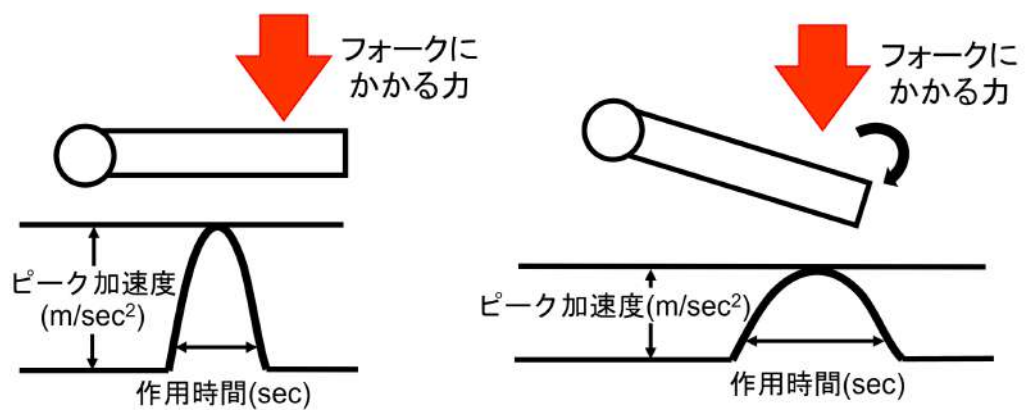


Fig. 1-10: 従来手法と提案手法の比較

による力によってフォークが傾き続けてしまう．フォークが傾き続けた場合，荷物を落下させてしまうため搬送に用いることが不可能となるが，ハイパスフィルタを用いてフォークにかかる力から直流成分を排除することによって対処した．

## 1.4 本論文の構成

本論文の構成を以下に示す．第2章では，本論文で扱う二輪移動搬送ロボットのモデリングを行う．第3章では，提案手法を含めた制御系設計について説明する．第4章では，実験を行うことによって提案手法の有効性を検証する．最後に，第5章で本論文の結論を述べる．

## 第 2 章

# モデリング

2 章では、制御対象である二輪移動搬送ロボットのモデリングを行う。はじめに、運動学として座標系およびロボットの位置・姿勢について定義を行い、拘束条件を考える。次に、動力学として二輪移動搬送ロボットにおけるエネルギーを導出した後、ラグランジュ法を用いて運動方程式を求める。拘束条件を考慮しない場合の式を導出した後、拘束条件を含め低次元化した運動方程式を示す。最後に、本研究では直進方向のみの移動を扱うことから、簡単のためにさらに低次元化したモデルを示す。

## 2.1 運動学

### 2.1.1 座標系の定義および二輪移動搬送ロボットの位置・姿勢

本小節では、二輪移動搬送ロボットのモデリングにあたり、座標系および二輪移動搬送ロボットの位置・姿勢について定義する。Fig. 2-1 に二輪移動搬送ロボットの上面図を示し、Fig. 2-2 に側面図を示す。

二輪移動搬送ロボットの車輪中央にビークル座標系  $\Sigma_v\{X_v, Y_v, Z_v\}$  を定義する。 $\Sigma_v$  はワールド座標系  $\Sigma_w\{X_w, Y_w, Z_w\}$  から見て式 (2.1) の位置にあり、 $\phi$  は  $\Sigma_w$  から見たロボットの旋回角度、すなわち  $X_w$  軸と  $X_v$  軸のなす角度を示す。また、 $R$  は車輪半径を示す。

$$P_v^w = [x_v, y_v, R]^T \quad (2.1)$$

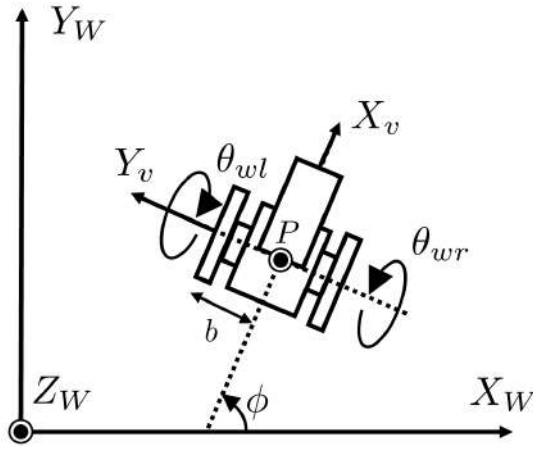


Fig. 2-1: 二輪移動搬送ロボットの上面図

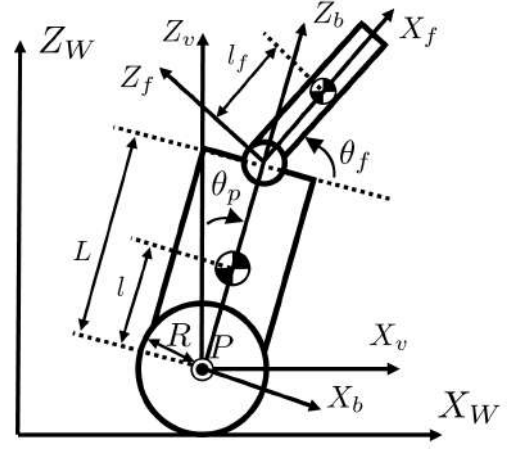


Fig. 2-2: 二輪移動搬送ロボットの側面図

ビークル胴体内にボディ座標系  $\Sigma_b\{X_b, Y_b, Z_b\}$  を定義する． $\Sigma_b$  は， $\Sigma_v$  を  $Y_v$  軸まわりに  $\theta_p$  傾けた座標系である． $Z_b$  方向に  $l$  上方に並進移動させた点をボディの質量中心とする．さらに，フォークの付け根にフォーク座標系  $\Sigma_f\{X_f, Y_f, Z_f\}$  を定義する．ボディ座標系  $\Sigma_b$  から見た  $\Sigma_f$  は  $Z_b$  方向に  $L$  上方に並進移動させた点にあり， $Y_f$  軸まわりに  $\theta_f$  回転するものとする． $X_f$  方向に  $l_f$  上方に並進移動させた点をフォークの質量中心とする．

以降，角度の差について，式 (2.2) の簡略化を用いる．

$$\theta_f - \theta_p = \theta_{f-p} \quad (2.2)$$

ワールド座標系から見た制御参照点  $P$  の座標  $\mathbf{X}_p^W$ ，右車輪の中心の座標  $\mathbf{X}_{wr}^W$ ，左車輪の中心の座標  $\mathbf{X}_{wl}^W$ ，ボディの重心の座標  $\mathbf{X}_b^W$ ，フォークの重心の座標  $\mathbf{X}_f^W$  は，それぞれ式 (2.3) から式 (2.7) となる．ただし，車輪間の半分の距離を  $b$  とする．



$$\mathbf{X}_P^W = [x_v, y_v, R]^T \quad (2.3)$$

$$\mathbf{X}_{wr}^W = [x_v + b \sin \phi, y_v - b \cos \phi, R]^T \quad (2.4)$$

$$\mathbf{X}_{wl}^W = [x_v - b \sin \phi, y_v + b \cos \phi, R]^T \quad (2.5)$$

$$\mathbf{X}_b^W = \begin{bmatrix} x_v + l \sin \theta_p \cos \phi \\ y_v + l \sin \theta_p \sin \phi \\ R + l \cos \theta_p \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$\mathbf{X}_f^W = \begin{bmatrix} x_v + L \sin \theta_p \cos \phi + l_f \cos \theta_{f-p} \cos \phi \\ y_v + L \sin \theta_p \sin \phi + l_f \cos \theta_{f-p} \sin \phi \\ R + L \cos \theta_p + l_f \sin \theta_{f-p} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

また，ワールド座標系からビークル座標系への回転行列  $\mathbf{R}_v^W$ ，ワールド座標系からボディ座標系への回転行列  $\mathbf{R}_b^W$ ，ワールド座標系からフォーク座標系への回転行列  $\mathbf{R}_f^W$  はそれぞれ式 (2.8)，式 (2.9)，式 (2.10) となる．

$$\mathbf{R}_v^W = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_b^W &= \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_p & 0 & \sin \theta_p \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_p & 0 & \cos \theta_p \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \phi \cos \theta_p & -\sin \phi & \cos \phi \sin \theta_p \\ \sin \phi \cos \theta_p & \cos \phi & \sin \phi \sin \theta_p \\ -\sin \theta_p & 0 & \cos \theta_p \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_f^W &= \begin{bmatrix} \cos \phi \cos \theta_p & -\sin \phi & \cos \phi \sin \theta_p \\ \sin \phi \cos \theta_p & \cos \phi & \sin \phi \sin \theta_p \\ -\sin \theta_p & 0 & \cos \theta_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_f & 0 & -\sin \theta_f \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_f & 0 & \cos \theta_f \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \phi \cos(\theta_p - \theta_f) & -\sin \phi & \cos \phi \sin(\theta_p - \theta_f) \\ \sin \phi \cos(\theta_p - \theta_f) & \cos \phi & \sin \phi \sin(\theta_p - \theta_f) \\ -\sin(\theta_p - \theta_f) & 0 & \cos(\theta_p - \theta_f) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.10)$$

左右の車輪の中心，ボディの質量中心，およびフォークの質量中心の並進速度は式 (2.4) から式 (2.7) を時間微分することで導出でき，式 (2.11) から式 (2.14) となる．

$$\dot{\mathbf{X}}_{wr}^W = \begin{bmatrix} \dot{x}_v + b\dot{\phi} \cos \phi & \dot{y}_v + b\dot{\phi} \sin \phi & 0 \end{bmatrix}^T \quad (2.11)$$

$$\dot{\mathbf{X}}_{wl}^W = \begin{bmatrix} \dot{x}_v - b\dot{\phi} \cos \phi & \dot{y}_v - b\dot{\phi} \sin \phi & 0 \end{bmatrix}^T \quad (2.12)$$

$$\dot{\mathbf{X}}_b^W = \begin{bmatrix} \dot{x}_v + l\dot{\theta}_p \cos \theta_p \cos \phi - l\dot{\phi} \sin \theta_p \sin \phi \\ \dot{y}_v + l\dot{\theta}_p \cos \theta_p \sin \phi + l\dot{\phi} \sin \theta_p \cos \phi \\ -l\dot{\theta}_p \sin \theta_p \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$$\dot{\mathbf{X}}_f^W = \begin{bmatrix} \dot{x}_v + L\dot{\theta}_p \cos \theta_p \cos \phi - L\dot{\phi} \sin \theta_p \sin \phi - l_f\dot{\theta}_{f-p} \sin \theta_{f-p} \cos \phi - l_f\dot{\phi} \cos \theta_{f-p} \sin \phi \\ \dot{y}_v + L\dot{\theta}_p \cos \theta_p \sin \phi + L\dot{\phi} \sin \theta_p \cos \phi - l_f\dot{\theta}_{f-p} \sin \theta_{f-p} \sin \phi + l_f\dot{\phi} \cos \theta_{f-p} \cos \phi \\ -L\dot{\theta}_p \sin \theta_p + l_f\dot{\theta}_{f-p} \cos \theta_{f-p} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

次に、ワールド座標系から見たボディ座標系の回転角速度  $\omega_b^W$  はワールド座標系から見たボディ座標系への回転行列  $\mathbf{R}_b^W$  を用いて式 (2.15) となる。

$$\begin{aligned} \omega_b^W &= (\dot{\mathbf{R}}_b^W \mathbf{R}_b^{WT})^\vee \\ &= \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\phi} & \dot{\theta}_p \cos \phi \\ \dot{\phi} & 0 & \dot{\theta}_p \sin \phi \\ -\dot{\theta}_p \cos \phi & -\dot{\theta}_p \sin \phi & 0 \end{bmatrix}^\vee \\ &= \begin{bmatrix} -\dot{\theta}_p \sin \phi & \dot{\theta}_p \cos \phi & \dot{\phi} \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (2.15)$$

ただし、 $\vee$  はひずみ対称行列からベクトルを取り出す操作である。同様に、ワールド座標系から見たフォーク座標系の回転角速度  $\omega_f^W$  はワールド座標系から見たフォーク座標系への回転行列  $\mathbf{R}_f^W$  を用いて式 (2.16) となる。

$$\begin{aligned} \omega_f^W &= (\dot{\mathbf{R}}_f^W \mathbf{R}_f^{WT})^\vee \\ &= \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\phi} & \dot{\theta}_{p-f} \cos \phi \\ \dot{\phi} & 0 & \dot{\theta}_{p-f} \sin \phi \\ -\dot{\theta}_{p-f} \cos \phi & -\dot{\theta}_{p-f} \sin \phi & 0 \end{bmatrix}^\vee \\ &= \begin{bmatrix} -\dot{\theta}_{p-f} \sin \phi & \dot{\theta}_{p-f} \cos \phi & \dot{\phi} \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (2.16)$$

### 2.1.2 拘束条件

本小節では、二輪移動搬送ロボットにおける拘束条件について考える。二輪移動搬送ロボットのボディと車輪は直接接続されているため、Fig. 2-3 より、ビークル座標系  $\Sigma_v$  の  $Z_v$  に対するボディの傾き角度であるピッチ角を  $\theta_p$ 、ボディ座標系  $\Sigma_b$  の  $Z_b$  に対する左右の車輪の回転速度をそれぞれ

れ  $\theta_{wbr}$ ,  $\theta_{wbl}$  としたとき, 車軸中央を原点とする鉛直軸  $Z_v$  から見た左右の車輪の回転速度  $\theta_{wr}$ ,  $\theta_{wl}$  は, 式 (2.17), 式 (2.18) となる.

$$\theta_{wr} = \theta_{wbr} + \theta_p \quad (2.17)$$

$$\theta_{wl} = \theta_{wbl} + \theta_p \quad (2.18)$$

鉛直軸から見た各車輪の回転速度  $\omega_{wr}$ ,  $\omega_{wl}$  は式 (2.17), 式 (2.18) を時間微分することにより, 式 (2.19), 式 (2.20) となる.

$$\omega_{wr} = \dot{\theta}_{wr} = \dot{\theta}_{wbr} + \dot{\theta}_p \quad (2.19)$$

$$\omega_{wl} = \dot{\theta}_{wl} = \dot{\theta}_{wbl} + \dot{\theta}_p \quad (2.20)$$

ワールド座標系から見た車輪の回転速度  $\omega_{wr}^W$ ,  $\omega_{wl}^W$  は, ビークル座標系の  $Y_v$  軸と, ボディ座標系の  $Y_b$  軸が同じであるため, 式 (2.15) を用いることによりそれぞれ式 (2.21), 式 (2.22) となる.

$$\omega_{wr}^W = \begin{bmatrix} -(\dot{\theta}_{wbr} + \dot{\theta}_p) \sin \phi & (\dot{\theta}_{wbr} + \dot{\theta}_p) \cos \phi & \dot{\phi} \end{bmatrix}^T \quad (2.21)$$

$$\omega_{wl}^W = \begin{bmatrix} -(\dot{\theta}_{wbl} + \dot{\theta}_p) \sin \phi & (\dot{\theta}_{wbl} + \dot{\theta}_p) \cos \phi & \dot{\phi} \end{bmatrix}^T \quad (2.22)$$

また, 各車輪のロータの回転角  $\theta_{rr}$ ,  $\theta_{rl}$  は, ギアによる減速比を考慮することでそれぞれ式 (2.23), 式 (2.24) となる. ただし,  $n_w$  はギア比である.

$$\theta_{rr} = n_w \theta_{wbr} + \theta_p \quad (2.23)$$

$$\theta_{rl} = n_w \theta_{wbl} + \theta_p \quad (2.24)$$

同様に, 鉛直軸から見た各車輪のロータの回転角速度  $\omega_{rr}$ ,  $\omega_{rl}$  はそれぞれ式 (2.25), 式 (2.26) となる.

$$\omega_{rr} = n_w \dot{\theta}_{wr} = n_w \dot{\theta}_{wbr} + \dot{\theta}_p \quad (2.25)$$

$$\omega_{rl} = n_w \dot{\theta}_{wl} = n_w \dot{\theta}_{wbl} + \dot{\theta}_p \quad (2.26)$$

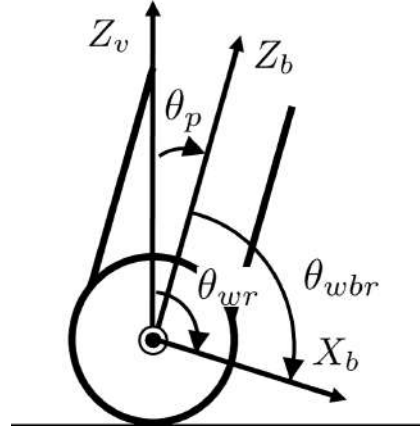


Fig. 2-3: ボディと車輪の関係

ワールド座標系から見たロータの回転角速度  $\omega_{rr}^W$ ,  $\omega_{rl}^W$  は、式 (2.15) を用いてそれぞれ式 (2.27), 式 (2.28) となる.

$$\omega_{rr}^W = \begin{bmatrix} -(n_w \dot{\theta}_{wbr} + \dot{\theta}_p) \sin \phi & (n_w \dot{\theta}_{wbr} + \dot{\theta}_p) \cos \phi & \dot{\phi} \end{bmatrix}^T \quad (2.27)$$

$$\omega_{rl}^W = \begin{bmatrix} -(n_w \dot{\theta}_{wbl} + \dot{\theta}_p) \sin \phi & (n_w \dot{\theta}_{wbl} + \dot{\theta}_p) \cos \phi & \dot{\phi} \end{bmatrix}^T \quad (2.28)$$

同様に、フォークに取り付けたロータの回転角速度  $\omega_{rf}^W$  は式 (2.29) となる. ただし,  $n_f$  はフォークのギア比である.

$$\omega_{rf}^W = \begin{bmatrix} -(\dot{\theta}_p - n_f \dot{\theta}_f) \sin \phi & (\dot{\theta}_p - n_f \dot{\theta}_f) \cos \phi & \dot{\phi} \end{bmatrix}^T \quad (2.29)$$

また、二輪移動搬送ロボットの並進移動速度を  $v$  としたとき、車輪が滑らないという拘束条件は式 (2.30) と表現できる.

$$\begin{aligned} v &= \dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi \\ &= R \frac{\dot{\theta}_{wr} + \dot{\theta}_{wl}}{2} \end{aligned} \quad (2.30)$$

さらに、ロボットが車軸方向に移動しない速度拘束条件は式 (2.31) と表現できる.

$$\dot{x}_v \sin \phi - \dot{y}_v \cos \phi = 0 \quad (2.31)$$

また、左右の車輪の進行速度はそれぞれ式 (2.32), 式 (2.33) となる.

$$v + b\dot{\phi} = R\dot{\theta}_{wr} \quad (2.32)$$

$$v - b\dot{\phi} = R\dot{\theta}_{wl} \quad (2.33)$$

式 (2.19), 式 (2.20) の関係式および式 (2.30), 式 (2.32), 式 (2.33) から, 速度拘束に関する式 (2.34), 式 (2.35) が得られる.

$$\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi + b\dot{\phi} - R(\dot{\theta}_{wbr} + \dot{\theta}_p) = 0 \quad (2.34)$$

$$\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi - b\dot{\phi} - R(\dot{\theta}_{wbl} + \dot{\theta}_p) = 0 \quad (2.35)$$

## 2.2 動力学

### 2.2.1 二輪移動搬送ロボットのエネルギーおよびポテンシャルエネルギー

本小節では, ラグランジュ法を用いた運動方程式の導出を行うため, 二輪移動搬送ロボットの運動エネルギーおよびポテンシャルエネルギーを導出する. 導出するエネルギーは, 左右の車輪の並進運動エネルギー  $K_{wrT}$ ,  $K_{wlT}$  および回転運動エネルギー  $K_{wrR}$ ,  $K_{wlR}$ , 左右の車輪部のロータにおける回転運動エネルギー  $K_{rrR}$ ,  $K_{rlR}$ , ボディの並進運動エネルギー  $K_{bT}$ , ボディの回転運動エネルギー  $K_{bR}$ , フォークの並進運動エネルギー  $K_{fT}$ , フォークの回転運動エネルギー  $K_{fR}$ , フォーク部のロータの回転運動エネルギー  $K_{rfR}$ , ポテンシャルエネルギー  $U_{pb}$  である.

はじめに, 車輪の並進運動エネルギー  $K_{wT}$  を導出する. 車輪 1 つあたりの質量を  $m_w$  とし, 車輪質量行列  $M_w$  を式 (2.36) と定義する.

$$M_w = \begin{bmatrix} m_w & 0 & 0 \\ 0 & m_w & 0 \\ 0 & 0 & m_w \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

式 (2.36) を用いて左右車輪の並進運動エネルギー  $K_{wrT}$ ,  $K_{wlT}$  はそれぞれ式 (2.37), 式 (2.38) となる.

$$\begin{aligned}
 K_{wrT} &= \frac{1}{2}(\dot{\mathbf{X}}_{wr}^W)^T \mathbf{M}_w(\dot{\mathbf{X}}_{wr}^W) \\
 &= \frac{1}{2}m_w(\dot{x}_v^2 + \dot{y}_v^2 + b^2\dot{\phi}^2) + m_w b(\dot{x}_v\dot{\phi}\cos\phi + \dot{y}_v\dot{\phi}\sin\phi)
 \end{aligned} \tag{2.37}$$

$$\begin{aligned}
 K_{wlT} &= \frac{1}{2}(\dot{\mathbf{X}}_{wl}^W)^T \mathbf{M}_w(\dot{\mathbf{X}}_{wl}^W) \\
 &= \frac{1}{2}m_w(\dot{x}_v^2 + \dot{y}_v^2 + b^2\dot{\phi}^2) - m_w b(\dot{x}_v\dot{\phi}\cos\phi + \dot{y}_v\dot{\phi}\sin\phi)
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

次に、車輪の回転運動エネルギー  $K_{wR}$  を求める。ビークル座標系において、車輪が回転する場合の車輪の中心周りの慣性テンソルを式 (2.39) と定義する。

$$\mathbf{I}_w^V = \begin{bmatrix} I_{wx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{wy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{wz} \end{bmatrix} \tag{2.39}$$

ただし、 $I_{wx}$ ,  $I_{wy}$ ,  $I_{wz}$  はビークル座標系  $\Sigma_v$  の座標軸まわりの慣性モーメントである。左右車輪におけるワールド座標系での慣性テンソル  $\mathbf{I}_w^W$  は回転行列  $\mathbf{R}_v^W$  を用いることで式 (2.40) と求まる。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{I}_w^W &= (\mathbf{R}_v^W) \mathbf{I}_w^V (\mathbf{R}_v^W)^T \\
 &= \begin{bmatrix} I_{wx}\cos^2\phi + I_{wy}\sin^2\phi & (I_{wx} - I_{wy})\sin\phi\cos\phi & 0 \\ (I_{wx} - I_{wy})\sin\phi\cos\phi & I_{wx}\sin^2\phi + I_{wy}\cos^2\phi & 0 \\ 0 & 0 & I_{wz} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.40}$$

式 (2.40) より、左右車輪の回転運動エネルギー  $K_{wrR}$ ,  $K_{wlR}$  はそれぞれ式 (2.41), 式 (2.42) となる。

$$\begin{aligned}
 K_{wrR} &= \frac{1}{2}(\boldsymbol{\omega}_{wr}^W)^T \mathbf{I}_w^W (\boldsymbol{\omega}_{wr}^W) \\
 &= \frac{1}{2}I_{wy}(\dot{\theta}_{wbr} + \dot{\theta}_p)^2 + \frac{1}{2}I_{wz}\dot{\phi}^2
 \end{aligned} \tag{2.41}$$

$$\begin{aligned}
 K_{wlR} &= \frac{1}{2}(\boldsymbol{\omega}_{wl}^W)^T \mathbf{I}_w^W (\boldsymbol{\omega}_{wl}^W) \\
 &= \frac{1}{2}I_{wy}(\dot{\theta}_{wbl} + \dot{\theta}_p)^2 + \frac{1}{2}I_{wz}\dot{\phi}^2
 \end{aligned} \tag{2.42}$$

同様に、車輪部のロータの回転運動エネルギーを求める。ビークル座標系におけるロータの慣性テンソル  $\mathbf{I}_r^V$  を式 (2.43) に示す。

$$\mathbf{I}_r^V = \begin{bmatrix} I_{rx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{ry} & 0 \\ 0 & 0 & I_{rz} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

ただし,  $I_{wx}$ ,  $I_{wy}$ ,  $I_{wz}$  はビークル座標系  $\Sigma_v$  の座標軸まわりの慣性モーメントである. 左右のロータの回転運動エネルギー  $K_{rrR}$ ,  $K_{rlR}$  をそれぞれ式 (2.44), 式 (2.45) に示す.

$$\begin{aligned} K_{rrR} &= \frac{1}{2}(\boldsymbol{\omega}_{rr}^W)^T \left( (\mathbf{R}_b^W) \mathbf{I}_r^V (\mathbf{R}_b^W)^T \right) (\boldsymbol{\omega}_{rr}^W) \\ &= \frac{1}{2} I_{ry} (n_w \dot{\theta}_{wbr} + \dot{\theta}_p)^2 + \frac{1}{2} I_{rz} \dot{\phi}^2 \end{aligned} \quad (2.44)$$

$$\begin{aligned} K_{rlR} &= \frac{1}{2}(\boldsymbol{\omega}_{rl}^W)^T \left( (\mathbf{R}_b^W) \mathbf{I}_r^V (\mathbf{R}_b^W)^T \right) (\boldsymbol{\omega}_{rl}^W) \\ &= \frac{1}{2} I_{ry} (n_w \dot{\theta}_{wbl} + \dot{\theta}_p)^2 + \frac{1}{2} I_{rz} \dot{\phi}^2 \end{aligned} \quad (2.45)$$

次に, ボディの並進運動エネルギー  $K_{bT}$  を求める. ボディの質量を  $m_b$  として車輪質量行列  $\mathbf{M}_b$  を式 (2.46) と定義する.

$$\mathbf{M}_b = \begin{bmatrix} m_b & 0 & 0 \\ 0 & m_b & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

式 (2.46) を用いてボディの並進運動エネルギー  $K_{bT}$  は式 (2.47) となる.

$$\begin{aligned} K_{bT} &= \frac{1}{2} (\dot{\mathbf{X}}_b^W)^T \mathbf{M}_b (\dot{\mathbf{X}}_b^W) \\ &= \frac{1}{2} m_b (\dot{x}_v^2 + \dot{y}_v^2 + l^2 \dot{\theta}_p^2 + l^2 \dot{\phi}^2 \sin^2 \theta_p) + m_b l \dot{\theta}_p \cos \theta_p (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) \\ &\quad + m_b l \dot{\phi}_p \sin \theta_p (-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi) \end{aligned} \quad (2.47)$$

次に, ボディの回転運動エネルギー  $K_{bR}$  を求める. ボディ座標系において, ボディが回転する場合の車輪の中心周りの慣性テンソル  $\mathbf{I}_b^V$  を式 (2.48) と定義する.

$$\mathbf{I}_b^V = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

ただし,  $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$ ,  $I_{zz}$  はボディ座標系  $\Sigma_v$  の座標軸まわりの慣性モーメントである. よって, ボディ

のワールド座標系での慣性テンソル  $\mathbf{I}_b^W$  は回転行列  $\mathbf{R}_b^W$  を用いることで式 (2.49) と求まる.

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_b^W &= (\mathbf{R}_b^W) \mathbf{I}_b^V (\mathbf{R}_b^W)^T \\ &= \begin{bmatrix} I_{b11} & I_{b12} & I_{b13} \\ I_{b21} & I_{b22} & I_{b23} \\ I_{b31} & I_{b32} & I_{b33} \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (2.49)$$

ここで, 式 (2.49) における各要素を式 (2.50) から式 (2.55) に示す.

$$I_{b11} = I_{xx} \cos^2 \phi \cos^2 \theta_p + I_{yy} \sin^2 \phi + I_{zz} \cos^2 \phi \sin^2 \theta_p \quad (2.50)$$

$$I_{b12} = I_{b21} = (I_{xx} \cos^2 \theta_p - I_{yy} + I_{zz} \sin^2 \theta_p) \sin \phi \cos \phi \quad (2.51)$$

$$I_{b13} = I_{b31} = (-I_{xx} + I_{zz}) \cos \phi \sin \theta_p \cos \theta_p \quad (2.52)$$

$$I_{b22} = I_{xx} \sin^2 \phi \cos^2 \theta_p + I_{yy} \cos^2 \phi + I_{zz} \sin^2 \phi \sin^2 \theta_p \quad (2.53)$$

$$I_{b23} = I_{b32} = (-I_{xx} + I_{zz}) \sin \phi \sin \theta_p \cos \theta_p \quad (2.54)$$

$$I_{b33} = I_{xx} \sin^2 \theta_p + I_{zz} \cos^2 \theta_p \quad (2.55)$$

式 (2.49) より, ボディの回転運動エネルギー  $K_{bR}$  は式 (2.56) となる.

$$\begin{aligned}K_{bR} &= \frac{1}{2} (\boldsymbol{\omega}_b^W)^T \mathbf{I}_b^W (\boldsymbol{\omega}_b^W) \\ &= \frac{1}{2} I_{xx} \dot{\phi}^2 \sin^2 \theta_p + \frac{1}{2} I_{yy} \dot{\theta}_p^2 + \frac{1}{2} I_{zz} \dot{\phi}^2 \cos^2 \theta_p\end{aligned}\quad (2.56)$$

ボディの場合と同様に, フォークの並進運動エネルギー  $K_{fT}$  及び回転運動エネルギー  $K_{fR}$ , フォーク部のロータの回転運動エネルギー  $K_{frR}$  を求める.

はじめに, フォークの並進運動エネルギー  $K_{fT}$  を求める. フォークの質量を  $m_f$  としてフォーク質量行列  $\mathbf{M}_f$  を式 (2.57) と定義する.

$$\mathbf{M}_f = \begin{bmatrix} m_f & 0 & 0 \\ 0 & m_f & 0 \\ 0 & 0 & m_f \end{bmatrix}\quad (2.57)$$



式 (2.57) を用いてフォークの並進運動エネルギー  $K_{fT}$  は式 (2.58) となる。

$$\begin{aligned}
 K_{fT} &= \frac{1}{2} (\dot{\mathbf{X}}_f^W)^T \mathbf{M}_f (\dot{\mathbf{X}}_f^W) \\
 &= \frac{1}{2} m_f (\dot{x}_v^2 + \dot{y}_v^2 + L^2 \dot{\theta}_p^2 + l_f^2 \dot{\theta}_{f-p}^2 + L^2 \dot{\phi}^2 \sin^2 \theta_p + l_f^2 \dot{\phi}^2 \cos^2 \theta_{f-p}) \\
 &\quad + m_f \{ L \dot{\theta}_p \cos \theta_p (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) + L \dot{\phi} \sin \theta_p (-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi) \\
 &\quad + l_f \dot{\phi} \cos \theta_{f-p} (-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi) - l_f \dot{\theta}_{f-p} \sin \theta_{f-p} (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) \\
 &\quad + L l_f (\dot{\phi}^2 \sin \theta_p \cos \theta_{f-p} - \dot{\theta}_p \dot{\theta}_{f-p} \sin \theta_f) \}
 \end{aligned} \tag{2.58}$$

次に、フォークの回転運動エネルギー  $K_{fR}$  を求める。フォーク座標系において、フォークが回転する場合のフォークの中心周りの慣性テンソル  $\mathbf{I}_f^V$  を式 (2.59) と定義する。

$$\mathbf{I}_f^V = \begin{bmatrix} I_{fx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{fy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{fz} \end{bmatrix} \tag{2.59}$$

ただし、 $I_{fx}$ ,  $I_{fy}$ ,  $I_{fz}$  はフォーク座標系  $\Sigma_f$  の座標軸まわりの慣性モーメントである。よって、フォークのワールド座標系での慣性テンソル  $\mathbf{I}_f^W$  は回転行列  $\mathbf{R}_f^V$  を用いることで式 (2.60) と求まる。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{I}_f^W &= (\mathbf{R}_f^W) \mathbf{I}_f^V (\mathbf{R}_f^W)^T \\
 &= \begin{bmatrix} I_{f11} & I_{f12} & I_{f13} \\ I_{f21} & I_{f22} & I_{f23} \\ I_{f31} & I_{f32} & I_{f33} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.60}$$

式 (2.60) における各要素を式 (2.61) から式 (2.66) に示す。

$$I_{f11} = I_{fx} \cos^2 \phi \cos^2 \theta_{p-f} + I_{fy} \sin^2 \phi + I_{fz} \cos^2 \phi \sin^2 \theta_{p-f} \tag{2.61}$$

$$I_{f12} = I_{f21} = (I_{fx} \cos^2 \theta_{p-f} - I_{fy} + I_{fz} \sin^2 \theta_{p-f}) \sin \phi \cos \phi \tag{2.62}$$

$$I_{f13} = I_{f31} = (-I_{fx} + I_{fz}) \cos \phi \sin \theta_{p-f} \cos \theta_{p-f} \tag{2.63}$$

$$I_{f22} = I_{fx} \sin^2 \phi \cos^2 \theta_{p-f} + I_{fy} \cos^2 \phi + I_{fz} \sin^2 \phi \sin^2 \theta_{p-f} \tag{2.64}$$

$$I_{f23} = I_{f32} = (-I_{fx} + I_{fz}) \sin \phi \sin \theta_{p-f} \cos \theta_{p-f} \tag{2.65}$$

$$I_{f33} = I_{fx} \sin^2 \theta_{p-f} + I_{fz} \cos^2 \theta_{p-f} \tag{2.66}$$

式 (2.60) より、フォークの回転運動エネルギー  $K_{fR}$  は式 (2.67) となる。

$$\begin{aligned}
 K_{fR} &= \frac{1}{2} (\boldsymbol{\omega}_f^W)^T \mathbf{I}_f^W (\boldsymbol{\omega}_f^W) \\
 &= \frac{1}{2} I_{fx} \dot{\phi}^2 \sin^2 \theta_{p-f} + \frac{1}{2} I_{fy} \dot{\theta}_{p-f}^2 + \frac{1}{2} I_{fz} \dot{\phi}^2 \cos^2 \theta_{p-f}
 \end{aligned} \tag{2.67}$$

同様に、フォーク部のロータの回転運動エネルギーを求める。フォーク座標系におけるロータの慣性テンソル  $I_{rf}^f$  を式 (2.68) に示す。

$$\mathbf{I}_{fr}^f = \begin{bmatrix} I_{frx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{fry} & 0 \\ 0 & 0 & I_{frz} \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

ただし、 $I_{frx}$ ,  $I_{fry}$ ,  $I_{frz}$  はフォーク座標系  $\Sigma_f$  の座標軸まわりの慣性モーメントである。ロータの回転運動エネルギーを式 (2.69) に示す。

$$\begin{aligned} K_{rfR} &= \frac{1}{2}(\dot{\omega}_{fr}^W)^T \left( (\mathbf{R}_f^W) \mathbf{I}_{fr}^V (\mathbf{R}_f^W)^T \right) (\dot{\omega}_{fr}^W) \\ &= \frac{1}{2} I_{frx} \dot{\phi}^2 \sin^2(\theta_p - n_f \theta_f) + \frac{1}{2} I_{fry} (\dot{\theta}_p - n_f \dot{\theta}_f)^2 + \frac{1}{2} I_{frz} \dot{\phi}^2 \cos^2(\theta_p - n_f \theta_f) \end{aligned} \quad (2.69)$$

以上よりロボットの全運動エネルギー  $K_p$  は式 (2.70) となる。

$$K_p = K_{wrT} + K_{wlT} + K_{wrR} + K_{wlR} + K_{rrR} + K_{rlR} + K_{bT} + K_{bR} + K_{fT} + K_{fR} + K_{rfR} \quad (2.70)$$

最後に、二輪移動搬送ロボットのポテンシャルエネルギー  $U_{pb}$  を求める。ロボットは水平面上を移動するものとする。ロータ軸が車軸と一致している場合、車輪重量によるポテンシャルエネルギーは0とみなせる。そのため、ポテンシャルエネルギー  $U_{pb}$  はボディの重心及びフォークの重心にはたらく重力から導出することで、式 (2.6)、式 (2.7) より式 (2.71) と求まる。

$$U_{pb} = m_b(R + l \cos \theta_p)g + m_f(R + L \cos \theta_p + l_f \sin \theta_{f-p})g \quad (2.71)$$

式 (2.70), 式 (2.71) よりラグランジアン  $L_p$  は式 (2.72) となる.

$$\begin{aligned}
 L_p = & K_p - U_{pb} \\
 = & m_w(\dot{x}_v^2 + \dot{y}_v^2 + b^2\dot{\phi}^2) + \frac{1}{2}I_{wy}(\dot{\theta}_{wbr} + \dot{\theta}_p)^2 + \frac{1}{2}I_{wy}(\dot{\theta}_{wbl} + \dot{\theta}_p)^2 + I_{wz}\dot{\phi}^2 \\
 & + \frac{1}{2}I_{ry}(n_w\dot{\theta}_{wbr} + \dot{\theta}_p)^2 + \frac{1}{2}I_{ry}(n_w\dot{\theta}_{wbl} + \dot{\theta}_p)^2 + I_{rz}\dot{\phi}^2 \\
 & + \frac{1}{2}m_b(\dot{x}_v^2 + \dot{y}_v^2 + l^2\dot{\theta}_p^2 + l^2\dot{\phi}^2 \sin^2 \theta_p) + m_b l \dot{\theta}_p \cos \theta_p (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) \\
 & + m_b l \dot{\phi} \sin \theta_p (-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi) + \frac{1}{2}I_{xx}\dot{\phi}^2 \sin^2 \theta_p + \frac{1}{2}I_{yy}\dot{\theta}_p^2 + \frac{1}{2}I_{zz}\dot{\phi}^2 \cos^2 \theta_p \\
 & + \frac{1}{2}m_f(\dot{x}_v^2 + \dot{y}_v^2 + L^2\dot{\theta}_p^2 + l_f^2\dot{\theta}_{f-p}^2 + L^2\dot{\phi}^2 \sin^2 \theta_p + l_f^2\dot{\phi}^2 \cos^2 \theta_{f-p}) \\
 & + m_f\{L\dot{\theta}_p \cos \theta_p (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) + L\dot{\phi} \sin \theta_p (-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi)\} \\
 & + m_f\{l_f\dot{\phi} \cos \theta_{f-p} (-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi) - l_f\dot{\theta}_{f-p} \sin \theta_{f-p} (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi)\} \\
 & + m_f\{Ll_f(\dot{\phi}^2 \sin \theta_p \cos \theta_{f-p} - \dot{\theta}_p \dot{\theta}_{f-p} \sin \theta_f)\} \\
 & + \frac{1}{2}I_{fx}\dot{\phi}^2 \sin^2 \theta_{p-f} + \frac{1}{2}I_{fy}\dot{\theta}_{p-f}^2 + \frac{1}{2}I_{fz}\dot{\phi}^2 \cos^2 \theta_{p-f} \\
 & + \frac{1}{2}I_{fxx}\dot{\phi}^2 \sin^2(\theta_p - n_f\theta_f) + \frac{1}{2}I_{fry}(\dot{\theta}_p - n_f\dot{\theta}_f)^2 + \frac{1}{2}I_{fzz}\dot{\phi}^2 \cos^2(\theta_p - n_f\theta_f) \\
 & - m_b(R + l \cos \theta_p)g - m_f(R + L \cos \theta_p + l_f \sin \theta_{f-p})g
 \end{aligned} \tag{2.72}$$

## 2.2.2 拘束条件を考慮する前の運動方程式

本小節では, 二輪移動搬送ロボットの拘束条件がない場合の動力学をラグランジュ法を用いて求める. 前小節で導出したラグランジアン  $L_p$  を式 (2.73) のラグランジュ方程式に代入することで二輪移動搬送ロボットの運動方程式を導出する.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \tag{2.73}$$

ただし,  $\mathbf{q}$  は式 (2.74) で定義される一般化座標を表し,  $\mathbf{Q}$  は一般化力を表す. なお, 下付き文字の  $i$  は自由度を表しており,  $\mathbf{q}$ ,  $\mathbf{Q}$  におけるそれぞれの自由度に対応する要素を示す.

$$\mathbf{q} = [x_v \ y_v \ \phi \ \theta_{wbr} \ \theta_{wbl} \ \theta_p \ \theta_f]^T \tag{2.74}$$

はじめに, ラグランジュ方程式の右辺である一般化力  $\mathbf{Q}$  について考える. 二輪移動搬送ロボットにおいて一般化力は左右の車輪およびフォークに接続したモータによって発生し, 仕事  $W$  は式 (2.75) となる. ただし, 左右の車輪のモータの駆動トルクを  $\tau_r$ ,  $\tau_l$ , フォークのモータの駆動トル

クを  $\tau_f$  とする.

$$W = \theta_{wbr}n_w\tau_r + \theta_{wbl}n_w\tau_l + \theta_f n_f \tau_f \quad (2.75)$$

一般化力  $Q$  は式 (2.76) となる. また,  $E$ , およびモータの駆動トルクを表すベクトル  $\tau$  をそれぞれ式 (2.77), 式 (2.78) に示す.

$$\begin{aligned} Q &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial W}{\partial \theta_{wbr}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial W}{\partial \theta_{wbl}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial W}{\partial \theta_f} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ n_w & 0 & 0 \\ 0 & n & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & n_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_r \\ \tau_l \\ \tau_f \end{bmatrix} \\ &= E\tau \end{aligned} \quad (2.76)$$

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & n_w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & n_w & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & n_f \end{bmatrix}^T \quad (2.77)$$

$$\tau = [\tau_r \ \tau_l \ \tau_f]^T \quad (2.78)$$

式 (2.72) のラグランジアン  $L_p$ , 式 (2.76) の一般化力からラグランジュ方程式を解く. はじめに,  $x_v$  に関するラグランジュ方程式は式 (2.79) となる.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_v} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_v} = 0 \quad (2.79)$$

式 (2.79) の各要素を計算すると、式 (2.80) から式 (2.82) が求まる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_v} = & (2m_w + m_b + m_f)\dot{x}_v \\ & + m_b l (\dot{\theta}_p \cos \theta_p \cos \phi - \dot{\phi} \sin \theta_p \sin \phi) + m_f L (\dot{\theta}_p \cos \theta_p \cos \phi - \dot{\phi} \sin \theta_p \sin \phi) \\ & - m_f l_f (\dot{\theta}_{f-p} \sin \theta_{f-p} \cos \phi + \dot{\phi} \cos \theta_{f-p} \sin \phi) \end{aligned} \quad (2.80)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_v} \right) = & (2m_w + m_b + m_f)\ddot{x}_v + (m_b l + m_f L)(\ddot{\theta}_p \cos \theta_p \cos \phi - \dot{\theta}_p^2 \sin \theta_p \cos \phi) \\ & + (m_b l + m_f L)(-2\dot{\theta}_p \dot{\phi} \cos \theta_p \sin \phi - \ddot{\phi} \sin \theta_p \sin \phi - \dot{\phi}^2 \sin \theta_p \cos \phi) \\ & - m_f l_f (\ddot{\theta}_{f-p} \sin \theta_{f-p} \cos \phi + \dot{\theta}_{f-p}^2 \cos \theta_{f-p} \cos \phi) \\ & - m_f l_f (-2\dot{\theta}_{f-p} \dot{\phi} \sin \theta_{f-p} \sin \phi + \ddot{\phi} \cos \theta_{f-p} \sin \phi + \dot{\phi}^2 \cos \theta_{f-p} \cos \phi) \end{aligned} \quad (2.81)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_v} = 0 \quad (2.82)$$

式 (2.81), 式 (2.82) より,  $x_v$  の運動方程式を式 (2.83) に示す。

$$\begin{aligned} & (2m_w + m_b + m_f)\ddot{x}_v + (m_b l + m_f L)(\ddot{\theta}_p \cos \theta_p \cos \phi - \dot{\theta}_p^2 \sin \theta_p \cos \phi) \\ & + (m_b l + m_f L)(-2\dot{\theta}_p \dot{\phi} \cos \theta_p \sin \phi - \ddot{\phi} \sin \theta_p \sin \phi - \dot{\phi}^2 \sin \theta_p \cos \phi) \\ & - m_f l_f (\ddot{\theta}_{f-p} \sin \theta_{f-p} \cos \phi + \dot{\theta}_{f-p}^2 \cos \theta_{f-p} \cos \phi) \\ & - m_f l_f (-2\dot{\theta}_{f-p} \dot{\phi} \sin \theta_{f-p} \sin \phi + \ddot{\phi} \cos \theta_{f-p} \sin \phi + \dot{\phi}^2 \cos \theta_{f-p} \cos \phi) = 0 \end{aligned} \quad (2.83)$$

次に,  $y_v$  に関するラグランジュ方程式は式 (2.84) となる。

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{y}_v} \right) - \frac{\partial L}{\partial y_v} = 0 \quad (2.84)$$

式 (2.84) の各要素を計算すると、式 (2.85) から式 (2.87) が求まる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{y}_v} = & (2m_w + m_b + m_f)\dot{y}_v + m_b l (\dot{\theta}_p \cos \theta_p \sin \phi + \dot{\phi} \sin \theta_p \cos \phi) \\ & + m_f L (\dot{\theta}_p \cos \theta_p \sin \phi + \dot{\phi} \sin \theta_p \cos \phi) \\ & + m_f l_f (-\dot{\theta}_{f-p} \sin \theta_{f-p} \sin \phi + \dot{\phi} \cos \theta_{f-p} \cos \phi) \end{aligned} \quad (2.85)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{y}_v} \right) = & (2m_w + m_b + m_f)\ddot{y}_v + (m_b l + m_f L)(\ddot{\theta}_p \cos \theta_p \sin \phi - \dot{\theta}_p^2 \sin \theta_p \sin \phi) \\ & + (m_b l + m_f L)(2\dot{\theta}_p \dot{\phi} \cos \theta_p \cos \phi + \ddot{\phi} \sin \theta_p \cos \phi - \dot{\phi}^2 \sin \theta_p \sin \phi) \\ & + m_f l_f (-\ddot{\theta}_{f-p} \sin \theta_{f-p} \sin \phi - \dot{\theta}_{f-p}^2 \cos \theta_{f-p} \sin \phi) \\ & + m_f l_f (-2\dot{\theta}_{f-p} \dot{\phi} \sin \theta_{f-p} \cos \phi + \ddot{\phi} \cos \theta_{f-p} \cos \phi - \dot{\phi}^2 \cos \theta_{f-p} \sin \phi) \end{aligned} \quad (2.86)$$

$$\frac{\partial L}{\partial y_v} = 0 \quad (2.87)$$

式 (2.86), 式 (2.87) より,  $y_v$  の運動方程式を式 (2.88) に示す.

$$\begin{aligned}
 & (2m_w + m_b + m_f)\ddot{y}_v + (m_b l + m_f L)(\ddot{\theta}_p \cos \theta_p \sin \phi - \dot{\theta}_p^2 \sin \theta_p \sin \phi) \\
 & + (m_b l + m_f L)(2\dot{\theta}_p \dot{\phi} \cos \theta_p \cos \phi - \ddot{\phi} \sin \theta_p \cos \phi - \dot{\phi}^2 \sin \theta_p \sin \phi) \\
 & + m_f l_f(-\ddot{\theta}_{f-p} \sin \theta_{f-p} \sin \phi - \dot{\theta}_{f-p}^2 \cos \theta_{f-p} \sin \phi) \\
 & + m_f l_f(-2\dot{\theta}_{f-p} \dot{\phi} \sin \theta_{f-p} \cos \phi + \ddot{\phi} \cos \theta_{f-p} \cos \phi - \dot{\phi}^2 \cos \theta_{f-p} \sin \phi) = 0
 \end{aligned} \tag{2.88}$$

次に,  $\phi$  に関するラグランジュ方程式は式 (2.89) となる.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} = 0 \tag{2.89}$$

式 (2.89) の各要素を計算すると, 式 (2.90) から式 (2.92) が求まる.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} = & 2m_w b^2 \dot{\phi}_v + 2\dot{\phi}(I_{wz} + I_{rz}) + m_b l^2 \dot{\phi} \sin^2 \theta_p + (m_b l + m_f L) \sin \theta_p (-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi) \\
 & + I_{xx} \dot{\phi} \sin^2 \theta_p + I_{zz} \dot{\phi} \cos^2 \theta_p + m_f \dot{\phi} (L \sin \theta_p + l_f \cos \theta_{f-p})^2 \\
 & + m_f l_f \cos \theta_{f-p} (-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi) + 2m_f l_f L \dot{\phi} \sin \theta_p \cos \theta_{f-p} \\
 & + I_{fx} \dot{\phi} \sin^2 \theta_{p-f} + I_{fz} \dot{\phi} \cos^2 \theta_{p-f} + I_{fzx} \dot{\phi} \sin^2 (\theta_p - n_f \theta_f) + I_{fzr} \dot{\phi} \cos^2 (\theta_p - n_f \theta_f)
 \end{aligned} \tag{2.90}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) = & (m_b l \sin \theta_p + m_f L \sin \theta_p + m_f l_f \cos \theta_{f-p}) (-\ddot{x}_v \sin \phi - \dot{x}_v \dot{\phi} \cos \phi + \ddot{y}_v \cos \phi - \dot{y}_v \dot{\phi} \sin \phi) \\
 & + (2m_w b^2 + 2I_{wz} + 2I_{rz} + I_{xx} \sin^2 \theta_p + I_{fx} \sin^2 \theta_{p-f} + I_{fzx} \sin^2 (\theta_p - n_f \theta_f)) \ddot{\phi} \\
 & + (I_{zz} \cos^2 \theta_p + I_{fz} \cos^2 \theta_{p-f} + I_{fzr} \cos^2 (\theta_p - n_f \theta_f) + 2m_f l_f L \sin 2\theta_f) \ddot{\phi} \\
 & + (m_b l \dot{\theta}_p \cos \theta_p + m_f L \dot{\theta}_p \cos \theta_p - m_f l_f \dot{\theta}_{f-p} \sin \theta_{f-p}) (-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi) \\
 & + (I_{xx} \dot{\theta}_p \sin 2\theta_p + I_{fx} \dot{\theta}_{p-f} \sin 2\theta_{p-f} + I_{fzx} (\dot{\theta}_p - n_f \dot{\theta}_f) \sin 2(\theta_p - n_f \theta_f)) \dot{\phi} \\
 & - (I_{zz} \dot{\theta}_p \sin 2\theta_p + I_{fz} \dot{\theta}_{p-f} \sin 2\theta_{p-f} + I_{fzr} (\dot{\theta}_p - n_f \dot{\theta}_f) \sin 2(\theta_p - n_f \theta_f)) \dot{\phi} \\
 & + 4m_f l_f L \dot{\phi} \dot{\theta}_f \cos 2\theta_f
 \end{aligned} \tag{2.91}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L}{\partial \phi} = & (m_b l + m_f L) \dot{\theta}_p \cos \theta_p (-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi) \\
 & - (m_b l + m_f L) \dot{\phi} \sin \theta_p (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) \\
 & - m_f l_f \dot{\phi} \cos \theta_{f-p} (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) + m_f l_f \dot{\theta}_{f-p} \sin \theta_{f-p} (\dot{x}_v \sin \phi - \dot{y}_v \cos \phi)
 \end{aligned} \tag{2.92}$$

式 (2.91), 式 (2.92) より,  $\phi$  の運動方程式を式 (2.93) に示す.

$$\begin{aligned}
 & (m_b l \sin \theta_p + m_f L \sin \theta_p + m_f l_f \cos \theta_{f-p})(-\ddot{x}_v \sin \phi - \dot{x}_v \dot{\phi} \cos \phi + \ddot{y}_v \cos \phi - \dot{y}_v \dot{\phi} \sin \phi) \\
 & + (2m_w b^2 + 2I_{wz} + 2I_{rz} + I_{xx} \sin^2 \theta_p + I_{fx} \sin^2 \theta_{p-f} + I_{fzx} \sin^2(\theta_p - n_f \theta_f))\ddot{\phi} \\
 & + (I_{zz} \cos^2 \theta_p + I_{fz} \cos^2 \theta_{p-f} + I_{fzx} \cos^2(\theta_p - n_f \theta_f) + 2m_f l_f L \sin 2\theta_f)\ddot{\phi} \\
 & + (m_b l \dot{\theta}_p \cos \theta_p + m_f L \dot{\theta}_p \cos \theta_p - m_f l_f \dot{\theta}_{f-p} \sin \theta_{f-p})(-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi) \\
 & + (I_{xx} \dot{\theta}_p \sin 2\theta_p + I_{fx} \dot{\theta}_{p-f} \sin 2\theta_{p-f} + I_{fzx}(\dot{\theta}_p - n_f \dot{\theta}_f) \sin 2(\theta_p - n_f \theta_f))\dot{\phi} \\
 & - (I_{zz} \dot{\theta}_p \sin 2\theta_p + I_{fz} \dot{\theta}_{p-f} \sin 2\theta_{p-f} + I_{fzx}(\dot{\theta}_p - n_f \dot{\theta}_f) \sin 2(\theta_p - n_f \theta_f))\dot{\phi} \\
 & + 4m_f l_f L \dot{\phi} \dot{\theta}_f \cos 2\theta_f - (m_b l + m_f L) \dot{\theta}_p \cos \theta_p (-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi) \\
 & + (m_b l + m_f L) \dot{\phi} \sin \theta_p (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) \\
 & + m_f l_f \dot{\phi} \cos \theta_{f-p} (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) - m_f l_f \dot{\theta}_{f-p} \sin \theta_{f-p} (\dot{x}_v \sin \phi - \dot{y}_v \cos \phi) = 0
 \end{aligned} \tag{2.93}$$

次に,  $\theta_{wbr}$  に関するラグランジュ方程式は式 (2.94) となる.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_{wbr}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_{wbr}} = n_w \tau_r \tag{2.94}$$

式 (2.94) の各要素を計算すると, 式 (2.95) から式 (2.97) が求まる.

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_{wbr}} = I_{wy}(\dot{\theta}_{wbr} + \dot{\theta}_p) + I_{ry} n_w (n_w \dot{\theta}_{wbr} + \dot{\theta}_p) \tag{2.95}$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_{wbr}} \right) = I_{wy}(\ddot{\theta}_{wbr} + \ddot{\theta}_p) + I_{ry} n_w (n_w \ddot{\theta}_{wbr} + \ddot{\theta}_p) \tag{2.96}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_{wbr}} = 0 \tag{2.97}$$

式 (2.96), 式 (2.97) より,  $\theta_{wbr}$  の運動方程式を式 (2.98) に示す.

$$I_{wy}(\ddot{\theta}_{wbr} + \ddot{\theta}_p) + I_{ry} n_w (n_w \ddot{\theta}_{wbr} + \ddot{\theta}_p) = n_w \tau_r \tag{2.98}$$

次に,  $\theta_{wbl}$  に関するラグランジュ方程式は式 (2.99) となる.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_{wbl}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_{wbl}} = n_w \tau_l \tag{2.99}$$

式 (2.99) の各要素を計算すると, 式 (2.100) から式 (2.102) が求まる.

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_{wbl}} = I_{wy}(\dot{\theta}_{wbl} + \dot{\theta}_p) + I_{ry} n_w (n_w \dot{\theta}_{wbl} + \dot{\theta}_p) \tag{2.100}$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_{wbl}} \right) = I_{wy}(\ddot{\theta}_{wbl} + \ddot{\theta}_p) + I_{ry} n_w (n_w \ddot{\theta}_{wbl} + \ddot{\theta}_p) \tag{2.101}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_{wbl}} = 0 \tag{2.102}$$

式 (2.101), 式 (2.102) より,  $\theta_{wbl}$  の運動方程式を式 (2.103) に示す.

$$I_{wy}(\ddot{\theta}_{wbl} + \ddot{\theta}_p) + I_{ry}n_w(n_w\ddot{\theta}_{wbl} + \ddot{\theta}_p) = n_w\tau_l \quad (2.103)$$

次に,  $\theta_p$  に関するラグランジュ方程式は式 (2.104) となる.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_p} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_p} = 0 \quad (2.104)$$

式 (2.104) の各要素を計算すると, 式 (2.105) から式 (2.107) が求まる.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_p} = & I_{wy}(\dot{\theta}_{wbr} + \dot{\theta}_p) + I_{wy}(\dot{\theta}_{wbl} + \dot{\theta}_p) + I_{ry}(n_w\dot{\theta}_{wbr} + \dot{\theta}_p) + I_{ry}(n_w\dot{\theta}_{wbl} + \dot{\theta}_p) \\ & + (m_b l^2 + I_{yy} + m_f L^2)\dot{\theta}_p + (m_b l \cos \theta_p + m_f L \cos \theta_p + m_f l_f \sin \theta_{f-p})(\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) \\ & - m_f l_f^2 \dot{\theta}_{f-p} - m_f L l_f \sin \theta_f (\dot{\theta}_f - 2\dot{\theta}_p) + I_{fy} \dot{\theta}_{p-f} + I_{fry}(\dot{\theta}_p - n_f \dot{\theta}_f) \end{aligned} \quad (2.105)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_p} \right) = & I_{wy}(\ddot{\theta}_{wbr} + \ddot{\theta}_p) + I_{wy}(\ddot{\theta}_{wbl} + \ddot{\theta}_p) + I_{ry}(n_w\ddot{\theta}_{wbr} + \ddot{\theta}_p) + I_{ry}(n_w\ddot{\theta}_{wbl} + \ddot{\theta}_p) + (m_b l^2 + I_{yy} + m_f L^2)\ddot{\theta}_p \\ & + (-m_b l \dot{\theta}_p \sin \theta_p - m_f L \dot{\theta}_p \sin \theta_p + m_f l_f \dot{\theta}_{f-p} \cos \theta_{f-p})(\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) \\ & + (m_b l \cos \theta_p + m_f L \cos \theta_p + m_f l_f \sin \theta_{f-p})(\ddot{x}_v \cos \phi - \dot{x}_v \dot{\phi} \sin \phi + \ddot{y}_v \sin \phi + \dot{y}_v \dot{\phi} \cos \phi) \\ & - m_f l_f^2 \ddot{\theta}_{f-p} - m_f L l_f \cos \theta_f (\dot{\theta}_f - 2\dot{\theta}_p) \dot{\theta}_f - m_f L l_f \sin \theta_f (\ddot{\theta}_f - 2\ddot{\theta}_p) \\ & + I_{fy} \ddot{\theta}_{p-f} + I_{fry}(\ddot{\theta}_p - n_f \ddot{\theta}_f) \end{aligned} \quad (2.106)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \theta_p} = & m_b l^2 \dot{\phi}^2 \sin \theta_p \cos \theta_p - m_b l \dot{\theta}_p \sin \theta_p (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) + m_b l \dot{\phi}_p \cos \theta_p (-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi) \\ & + I_{xx} \dot{\phi}^2 \sin \theta_p \cos \theta_p - I_{zz} \dot{\phi}^2 \sin \phi \cos \phi + m_f (L^2 \dot{\phi}^2 \sin \theta_p \cos \theta_p - l_f^2 \dot{\phi}^2 \sin \theta_{f-p} \cos \theta_{f-p}) \\ & - m_f L \dot{\theta}_p \sin \theta_p (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) + m_f L \dot{\phi} \cos \theta_p (-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi) \\ & - m_f l_f \dot{\phi} \sin \theta_{f-p} (-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi) + m_f l_f \dot{\theta}_{f-p} \cos \theta_{f-p} (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) \\ & + m_f L l_f \dot{\phi}^2 \cos \theta_{f-2p} + I_{fx} \dot{\phi}^2 \sin \theta_{p-f} \cos \theta_{p-f} - I_{fz} \dot{\phi}^2 \cos \theta_{p-f} \sin \theta_{p-f} \\ & + (I_{frx} - I_{f rz}) \dot{\phi}^2 \sin(\theta_p - n_f \theta_f) \cos(\theta_p - n_f \theta_f) \\ & + m_b l g \sin \theta_p + m_f g L \sin \theta_p + m_f g l_f \cos \theta_{f-p} \end{aligned} \quad (2.107)$$



式 (2.106), 式 (2.107) より,  $\theta_p$  の運動方程式を式 (2.108) に示す.

$$\begin{aligned}
 & I_{wy}(\ddot{\theta}_{wbr} + \ddot{\theta}_p) + I_{wy}(\ddot{\theta}_{wbl} + \ddot{\theta}_p) + I_{ry}(n_w\ddot{\theta}_{wbr} + \ddot{\theta}_p) + I_{ry}(n_w\ddot{\theta}_{wbl} + \ddot{\theta}_p) \\
 & + (m_b l^2 + I_{yy} + m_f L^2)\ddot{\theta}_p + (-m_b l \dot{\theta}_p \sin \theta_p - m_f L \dot{\theta}_p \sin \theta_p + m_f l_f \dot{\theta}_{f-p} \cos \theta_{f-p})(\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) \\
 & + (m_b l \cos \theta_p + m_f L \cos \theta_p + m_f l_f \sin \theta_{f-p})(\ddot{x}_v \cos \phi - \dot{x}_v \dot{\phi} \sin \phi + \ddot{y}_v \sin \phi + \dot{y}_v \dot{\phi} \cos \phi) \\
 & - m_f l_f^2 \ddot{\theta}_{f-p} - m_f L l_f \cos \theta_f (\dot{\theta}_f - 2\dot{\theta}_p) \dot{\theta}_f - m_f L l_f \sin \theta_f (\ddot{\theta}_f - 2\ddot{\theta}_p) \\
 & + I_{fy} \ddot{\theta}_{p-f} + I_{fry} (\ddot{\theta}_p - n_f \ddot{\theta}_f) \\
 & - m_b l^2 \dot{\phi}^2 \sin \theta_p \cos \theta_p + m_b l \dot{\theta}_p \sin \theta_p (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) - m_b l \dot{\phi} \cos \theta_p (-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi) \\
 & - I_{xx} \dot{\phi}^2 \sin \theta_p \cos \theta_p + I_{zz} \dot{\phi}^2 \sin \phi \cos \phi - m_f (L^2 \dot{\phi}^2 \sin \theta_p \cos \theta_p - l_f^2 \dot{\phi}^2 \sin \theta_{f-p} \cos \theta_{f-p}) \\
 & + m_f L \dot{\theta}_p \sin \theta_p (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) - m_f L \dot{\phi} \cos \theta_p (-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi) \\
 & + m_f l_f \dot{\phi} \sin \theta_{f-p} (-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi) - m_f l_f \dot{\theta}_{f-p} \cos \theta_{f-p} (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) \\
 & - m_f L l_f \dot{\phi}^2 \cos \theta_{f-2p} - I_{fx} \dot{\phi}^2 \sin \theta_{p-f} \cos \theta_{p-f} + I_{fz} \dot{\phi}^2 \cos \theta_{p-f} \sin \theta_{p-f} \\
 & - (I_{fxx} - I_{fzz}) \dot{\phi}^2 \sin(\theta_p - n_f \theta_f) \cos(\theta_p - n_f \theta_f) \\
 & - m_b l g \sin \theta_p - m_f g L \sin \theta_p - m_f g l_f \cos \theta_{f-p} = 0
 \end{aligned} \tag{2.108}$$

次に,  $\theta_f$  に関するラグランジュ方程式は式 (2.109) となる.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_f} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_f} = n_f \tau_f \tag{2.109}$$

式 (2.109) の各要素を計算すると, 式 (2.110) から式 (2.112) が求まる.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_f} &= m_f l_f^2 \dot{\theta}_{f-p} - m_f l_f \sin \theta_{f-p} (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) \\
 &\quad - m_f L l_f \dot{\theta}_p \sin \theta_f - I_{fy} \dot{\theta}_{p-f} - I_{fry} n_f (\dot{\theta}_p - n_f \dot{\theta}_f)
 \end{aligned} \tag{2.110}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_f} \right) &= m_f l_f^2 \ddot{\theta}_{f-p} - m_f l_f \dot{\theta}_{f-p} \cos \theta_{f-p} (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) \\
 &\quad - m_f l_f \sin \theta_{f-p} (\ddot{x}_v \cos \phi - \dot{x}_v \dot{\phi} \sin \phi + \ddot{y}_v \sin \phi + \dot{y}_v \dot{\phi} \cos \phi) \\
 &\quad - m_f L l_f (\ddot{\theta}_p \sin \theta_f + \dot{\theta}_p \dot{\theta}_f \cos \theta_f) - I_{fy} \ddot{\theta}_{p-f} - I_{fry} n_f (\ddot{\theta}_p - n_f \ddot{\theta}_f)
 \end{aligned} \tag{2.111}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L}{\partial \theta_f} &= -m_f l_f^2 \dot{\phi}^2 \cos \theta_{f-p} \sin \theta_{f-p} - m_f l_f \dot{\phi} \sin \theta_{f-p} (-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi) \\
 &\quad - m_f l_f \dot{\theta}_{f-p} \cos \theta_{f-p} (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) - m_f L l_f (\dot{\phi}^2 \sin \theta_p \sin \theta_{f-p} + \dot{\theta}_p \dot{\theta}_{f-p} \cos \theta_f) \\
 &\quad - (I_{fx} - I_{fz}) \dot{\phi}^2 \sin \theta_{p-f} \cos \theta_{p-f} - (I_{fxx} - I_{fzz}) \dot{\phi}^2 n_f \sin(\theta_p - n_f \theta_f) \cos(\theta_p - n_f \theta_f) \\
 &\quad - m_f l_f g \cos \theta_{f-p}
 \end{aligned} \tag{2.112}$$

式 (2.111), 式 (2.112) より,  $\theta_f$  の運動方程式を式 (2.113) に示す.

$$\begin{aligned}
 & m_f l_f^2 \ddot{\theta}_{f-p} - m_f l_f \dot{\theta}_{f-p} \cos \theta_{f-p} (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) \\
 & - m_f l_f \sin \theta_{f-p} (\ddot{x}_v \cos \phi - \dot{x}_v \dot{\phi} \sin \phi + \ddot{y}_v \sin \phi + \dot{y}_v \dot{\phi} \cos \phi) \\
 & - m_f L l_f (\ddot{\theta}_p \sin \theta_f + \dot{\theta}_p \dot{\theta}_f \cos \theta_f) - I_{fy} \ddot{\theta}_{p-f} - I_{fry} n_f (\ddot{\theta}_p - n_f \ddot{\theta}_f) \\
 & + m_f l_f^2 \dot{\phi}^2 \cos \theta_{f-p} \sin \theta_{f-p} + m_f l_f \dot{\phi} \sin \theta_{f-p} (-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi) \\
 & + m_f l_f \dot{\theta}_{f-p} \cos \theta_{f-p} (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) + m_f L l_f (\dot{\phi}^2 \sin_p \sin_{f-p} + \dot{\theta}_p \dot{\theta}_{f-p} \cos \theta_f) \\
 & + (I_{fx} - I_{fz}) \dot{\phi}^2 \sin \theta_{p-f} \cos \theta_{p-f} + (I_{fzx} - I_{fz}) \dot{\phi}^2 n_f \sin(\theta_p - n_f \theta_f) \cos(\theta_p - n_f \theta_f) \\
 & + m_f l_f g \cos \theta_{f-p} = n_f \tau_f
 \end{aligned} \tag{2.113}$$

上記の結果をまとめると, ラグランジュの運動方程式は式 (2.114) となる.

$$M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q}) + G(q) = E\tau \tag{2.114}$$

各行列を式 (2.115) から式 (2.117) に示す.

$$M(q) = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & m_{13} & 0 & 0 & m_{16} & m_{17} \\ 0 & m_{22} & m_{23} & 0 & 0 & m_{26} & m_{27} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{44} & 0 & m_{46} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{55} & m_{56} & 0 \\ m_{61} & m_{62} & 0 & m_{64} & m_{65} & m_{66} & 0 \\ m_{71} & m_{72} & 0 & 0 & 0 & m_{76} & m_{77} \end{bmatrix} \tag{2.115}$$

$$V(q, \dot{q}) = [v_1 \ v_2 \ v_3 \ 0 \ 0 \ v_6 \ v_7]^T \tag{2.116}$$

$$G(q) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ g_6 \ g_7]^T \tag{2.117}$$

式 (2.115) から式 (2.117) の行列の各要素を式 (2.118) から式 (2.137) に示す。

$$m_{11} = m_{22} = 2m_w + m_b + m_f \quad (2.118)$$

$$m_{13} = m_{31} = -(m_b l + m_f L) \sin \theta_p \sin \phi - m_f l_f \cos \theta_{f-p} \sin \phi \quad (2.119)$$

$$m_{16} = m_{61} = (m_b l + m_f L) \cos \theta_p \cos \phi + m_f l_f \sin \theta_{f-p} \cos \phi \quad (2.120)$$

$$m_{17} = m_{71} = -m_f l_f \sin \theta_{f-p} \cos \phi \quad (2.121)$$

$$m_{23} = m_{32} = (m_b l + m_f L) \sin \theta_p \cos \phi + m_f l_f \cos \theta_{f-p} \cos \phi \quad (2.122)$$

$$m_{26} = m_{62} = (m_b l + m_f L) \cos \theta_p \sin \phi + m_f l_f \sin \theta_{f-p} \sin \phi \quad (2.123)$$

$$m_{27} = m_{72} = -m_f l_f \sin \theta_{f-p} \sin \phi \quad (2.124)$$

$$\begin{aligned} m_{33} = & (2m_w b^2 + 2I_{wz} + 2I_{rz} + I_{xx} \sin^2 \theta_p + I_{fx} \sin^2 \theta_{p-f} + I_{fzx} \sin^2(\theta_p - n_f \theta_f)) \\ & + (I_{zz} \cos^2 \theta_p + I_{fz} \cos^2 \theta_{p-f} + I_{fzx} \cos^2(\theta_p - n_f \theta_f) + 2m_f l_f L \sin 2\theta_f) \end{aligned} \quad (2.125)$$

$$m_{44} = m_{55} = I_{wy} + n_w^2 I_{ry} \quad (2.126)$$

$$m_{46} = m_{64} = m_{56} = m_{65} = I_{wy} + n_w I_{ry} \quad (2.127)$$

$$m_{66} = 2(I_{wy} + I_{ry}) + m_b l^2 + I_{yy} + m_f L^2 + 2m_f L l_f \sin \theta_f + I_{fy} + I_{fry} + m_f l_f^2 \quad (2.128)$$

$$m_{67} = m_{76} = -m_f l_f^2 - m_f L l_f \sin \theta_f - I_{fy} - n_f I_{fry} \quad (2.129)$$

$$m_{77} = m_f l_f^2 + I_{fy} + n_f^2 I_{fry} \quad (2.130)$$

$$\begin{aligned} v_1 = & -(m_b l + m_f L)(\dot{\theta}_p^2 \sin \theta_p \cos \phi + 2\dot{\theta}_p \dot{\phi} \cos \theta_p \sin \phi + \dot{\phi}^2 \sin \theta_p \cos \phi) \\ & - m_f l_f (\dot{\theta}_{f-p}^2 \cos \theta_{f-p} \cos \phi - 2\dot{\theta}_{f-p} \dot{\phi} \sin \theta_{f-p} \sin \phi + \dot{\phi}^2 \cos \theta_{f-p} \cos \phi) \end{aligned} \quad (2.131)$$

$$\begin{aligned} v_2 = & (m_b l + m_f L)(-\dot{\theta}_p^2 \sin \theta_p \sin \phi + 2\dot{\theta}_p \dot{\phi} \cos \theta_p \cos \phi - \dot{\phi}^2 \sin \theta_p \sin \phi) \\ & - m_f l_f (\dot{\theta}_{f-p}^2 \cos \theta_{f-p} \sin \phi + 2\dot{\theta}_{f-p} \dot{\phi} \sin \theta_{f-p} \cos \phi + \dot{\phi}^2 \cos \theta_{f-p} \sin \phi) \end{aligned} \quad (2.132)$$

$$\begin{aligned} v_3 = & -(m_b l \sin \theta_p + m_f L \sin \theta_p + m_f l_f \cos \theta_{f-p})(\dot{x}_v \dot{\phi} \cos \phi + \dot{y}_v \dot{\phi} \sin \phi) \\ & + (m_b l \dot{\theta}_p \cos \theta_p + m_f L \dot{\theta}_p \cos \theta_p - m_f l_f \dot{\theta}_{f-p} \sin \theta_{f-p})(-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi) \\ & + (I_{xx} \dot{\theta}_p \sin 2\theta_p + I_{fx} \dot{\theta}_{p-f} \sin 2\theta_{p-f} + I_{fzx}(\dot{\theta}_p - n_f \dot{\theta}_f) \sin 2(\theta_p - n_f \theta_f))\dot{\phi} \\ & - (I_{zz} \dot{\theta}_p \sin 2\theta_p + I_{fz} \dot{\theta}_{p-f} \sin 2\theta_{p-f} + I_{fzx}(\dot{\theta}_p - n_f \dot{\theta}_f) \sin 2(\theta_p - n_f \theta_f))\dot{\phi} \\ & + 4m_f l_f L \dot{\phi} \dot{\theta}_f \cos 2\theta_f - (m_b l + m_f L) \dot{\theta}_p \cos \theta_p (-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi) \\ & + (m_b l + m_f L) \dot{\phi} \sin \theta_p (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) \\ & + m_f l_f \dot{\phi} \cos \theta_{f-p} (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) - m_f l_f \dot{\theta}_{f-p} \sin \theta_{f-p} (\dot{x}_v \sin \phi - \dot{y}_v \cos \phi) = 0 \end{aligned} \quad (2.133)$$

$$\begin{aligned}
 v_6 = & (-m_b l \dot{\theta}_p \sin \theta_p - m_f L \dot{\theta}_p \sin \theta_p + m_f l_f \dot{\theta}_{f-p} \cos \theta_{f-p}) (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) \\
 & + (m_b l \cos \theta_p + m_f L \cos \theta_p + m_f l_f \sin \theta_{f-p}) (-\dot{x}_v \dot{\phi} \sin \phi + \dot{y}_v \dot{\phi} \cos \phi) - m_f L l_f \cos \theta_f (\dot{\theta}_f - 2\dot{\theta}_p) \dot{\theta}_f \\
 & - m_b l^2 \dot{\phi}^2 \sin \theta_p \cos \theta_p + m_b l \dot{\theta}_p \sin \theta_p (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) - m_b l \dot{\phi}_p \cos \theta_p (-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi) \\
 & - I_{xx} \dot{\phi}^2 \sin \theta_p \cos \theta_p + I_{zz} \dot{\phi}^2 \sin \phi \cos \phi - m_f (L^2 \dot{\phi}^2 \sin \theta_p \cos \theta_p - l_f^2 \dot{\phi}^2 \sin \theta_{f-p} \cos \theta_{f-p}) \\
 & + m_f L \dot{\theta}_p \sin \theta_p (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) - m_f L \dot{\phi} \cos \theta_p (-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi) \\
 & + m_f l_f \dot{\phi} \sin \theta_{f-p} (-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi) - m_f l_f \dot{\theta}_{f-p} \cos \theta_{f-p} (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) \\
 & - m_f L l_f \dot{\phi}^2 \cos \theta_f - I_{fx} \dot{\phi}^2 \sin \theta_{p-f} \cos \theta_{p-f} + I_{fz} \dot{\phi}^2 \cos \theta_{p-f} \sin \theta_{p-f} \\
 & - (I_{fzx} - I_{fz}) \dot{\phi}^2 \sin(\theta_p - n_f \theta_f) \cos(\theta_p - n_f \theta_f)
 \end{aligned} \tag{2.134}$$

$$\begin{aligned}
 v_7 = & -m_f l_f \dot{\theta}_{f-p} \cos \theta_{f-p} (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) \\
 & - m_f l_f \sin \theta_{f-p} (-\dot{x}_v \dot{\phi} \sin \phi + \dot{y}_v \dot{\phi} \cos \phi) \\
 & - m_f L l_f \dot{\theta}_p \dot{\theta}_f \cos \theta_f \\
 & + m_f l_f^2 \dot{\phi}^2 \cos \theta_{f-p} \sin \theta_{f-p} + m_f l_f \dot{\phi} \sin \theta_{f-p} (-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi) \\
 & + m_f l_f \dot{\theta}_{f-p} \cos \theta_{f-p} (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) + m_f L l_f (\dot{\phi}^2 \sin_p \sin_{f-p} + \dot{\theta}_p \dot{\theta}_{f-p} \cos \theta_f) \\
 & + (I_{fx} - I_{fz}) \dot{\phi}^2 \sin \theta_{p-f} \cos \theta_{p-f} + (I_{fzx} - I_{fz}) \dot{\phi}^2 n_f \sin(\theta_p - n_f \theta_f) \cos(\theta_p - n_f \theta_f)
 \end{aligned} \tag{2.135}$$

$$g_6 = -m_b l g \sin \theta_p - m_f L g \sin \theta_p - m_f g l_f \cos \theta_{f-p} \tag{2.136}$$

$$g_7 = m_f l_f g \cos \theta_{f-p} \tag{2.137}$$

### 2.2.3 拘束条件を考慮した運動方程式

本小節では、前小節で導出した拘束条件を考慮する前の運動方程式に対し、拘束条件を考慮して展開する。速度拘束条件に関する式 (2.31), 式 (2.34), 式 (2.35) をまとめることで、係数行列  $\mathbf{A}(\mathbf{q})$  を用いた式 (2.138) が成り立つ。ただし、 $\mathbf{A}(\mathbf{q})$  は式 (2.139) である。

$$\mathbf{A}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} = 0 \tag{2.138}$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \sin \phi & -\cos \phi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cos \phi & \sin \phi & b & -R & 0 & -R & 0 \\ \cos \phi & \sin \phi & -b & 0 & -R & -R & 0 \end{bmatrix} \tag{2.139}$$

式 (2.138) の拘束条件があるとき、ラグランジュの未定乗数  $\lambda$  を用いて運動方程式は式 (2.140)

となる。

$$M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q}) + G(q) + A^T(\dot{q})\lambda = E\tau \quad (2.140)$$

新たな一般化座標  $\nu$  を式 (2.141) のように定義する。これまでの一般化座標  $q$  と新たな一般化座標  $\nu$  との間には、式 (2.142) の関係が成り立つ。ただし、行列  $S(q)$  は、式 (2.143) で表される。

$$\nu = [\nu \quad \phi \quad \dot{\theta}_p \quad \dot{\theta}_f]^T \quad (2.141)$$

$$\dot{q} = S(q)\nu \quad (2.142)$$

$$S(q) = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & 0 & 0 \\ \sin \phi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{R} & \frac{b}{R} & -1 & 0 \\ \frac{1}{R} & -\frac{b}{R} & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.143)$$

$A(q)$  および  $S(q)$  には、式 (2.144) の関係が成り立つ。

$$A(q)S(q) = S(q)^T A(q) = 0 \quad (2.144)$$

式 (2.142) の両辺を微分すると式 (2.145) が成り立つ。

$$\ddot{q} = S(q)\dot{\nu} + \dot{S}(q)\nu \quad (2.145)$$

式 (2.140) に左から  $S^T(q)$  を乗じ、式 (2.144)、式 (2.145) の結果を用いることで、一般化座標を新たに定義したものに置き換えた式 (2.146) を得る。

$$S^T(q)M(q)(S(q)\dot{\nu} + \dot{S}(q)\nu) + S^T(q)V(q, \dot{q}) + S^T(q)G(q) = S^T(q)E\tau \quad (2.146)$$

式 (2.146) において、新たに定義する行列  $\bar{M}$ 、 $\bar{H}$ 、 $\bar{V}$ 、 $\bar{G}$ 、 $\bar{E}$  を用いることで、拘束条件を考慮した二輪移動搬送ロボットの運動方程式は式 (2.147) となる。

$$\bar{M}(q)\dot{\nu} + \bar{H}(q, \dot{q})\nu + \bar{V}(q, \dot{q}) + \bar{G}(q) = \bar{E}\tau \quad (2.147)$$

ただし，各行列は式 (2.148) から式 (2.152) である．

$$\begin{aligned}\bar{M}(q) &= S^T(q) M(q) S(q) \\ &= \begin{bmatrix} \bar{m}_{11} & 0 & \bar{m}_{13} & \bar{m}_{14} \\ 0 & \bar{m}_{22} & 0 & 0 \\ \bar{m}_{31} & 0 & \bar{m}_{33} & \bar{m}_{34} \\ \bar{m}_{41} & 0 & \bar{m}_{43} & \bar{m}_{44} \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (2.148)$$

$$\begin{aligned}\bar{H}(q) &= S^T(q) M(q) \dot{S}(q) \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dot{\phi} \{ (m_b l + m_f L) \sin \theta_p + m_f l_f \cos \theta_{f-p} \} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (2.149)$$

$$\begin{aligned}\bar{V}(q, \dot{q}) &= S^T(q) V(q, \dot{q}) \\ &= [\bar{v}_1 \quad \bar{v}_2 \quad \bar{v}_3 \quad \bar{v}_4]^T\end{aligned}\quad (2.150)$$

$$\begin{aligned}\bar{G}(q) &= S^T(q) G(q) \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -m_b l g \sin \theta_p - m_f L g \sin \theta_p - m_f g l_f \cos \theta_{f-p} \\ m_f l_f g \cos \theta_{f-p} \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (2.151)$$

$$\begin{aligned}\bar{E}(q) &= S^T(q) E(q) \\ &= \begin{bmatrix} \frac{n_w}{R} & \frac{n_w}{R} & 0 \\ \frac{b n_w}{R} & -\frac{b n_w}{R} & 0 \\ -n_w & -n_w & 0 \\ 0 & 0 & n_f \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (2.152)$$

式 (2.148) から式 (2.152) の各要素を式 (2.153) から式 (2.163) に示す。

$$\bar{m}_{11} = 2m_w + m_b + m_f + \frac{2}{R^2}(I_{wy} + n_w^2 I_{ry}) \quad (2.153)$$

$$\bar{m}_{13} = \bar{m}_{31} = (m_b l + m_f L) \cos \theta_p + m_f l_f \sin \theta_{f-p} + \frac{2}{R}(n_w - n_w^2) I_{ry} \quad (2.154)$$

$$\bar{m}_{14} = \bar{m}_{41} = -m_f l_f \sin \theta_{f-p} \quad (2.155)$$

$$\begin{aligned} \bar{m}_{22} = & (2m_w b^2 + 2I_{wz} + 2I_{rz} + I_{xx} \sin^2 \theta_p + I_{fx} \sin^2 \theta_{p-f} + I_{frx} \sin^2(\theta_p - n_f \theta_f)) \\ & + (I_{zz} \cos^2 \theta_p + I_{fz} \cos^2 \theta_{p-f} + I_{frz} \cos^2(\theta_p - n_f \theta_f) + 2m_f l_f L \sin 2\theta_f) \\ & + \frac{2b^2}{R^2}(I_{wy} + n_w^2 I_{ry}) \end{aligned} \quad (2.156)$$

$$\bar{m}_{33} = m_b l^2 + m_f l_f^2 + m_f L^2 + 2m_f L l_f \sin \theta_f + I_{yy} + I_{fy} + I_{fry} + 2(n_w - 1)^2 I_{ry} \quad (2.157)$$

$$\bar{m}_{34} = m_{43} = -m_f l_f^2 - m_f L l_f \sin \theta_f - I_{fy} - n_f I_{fry} \quad (2.158)$$

$$\bar{m}_{44} = m_f l_f^2 + I_{fy} + n_f^2 I_{fry} \quad (2.159)$$

$$\begin{aligned} \bar{v}_1 = & -(m_b l + m_f L)(\dot{\theta}_p^2 \sin \theta_p + \dot{\phi}^2 \sin \theta_p) \\ & - m_f l_f(\dot{\theta}_{f-p}^2 \cos \theta_{f-p} + \dot{\phi}^2 \cos \theta_{f-p}) \end{aligned} \quad (2.160)$$

$$\begin{aligned} \bar{v}_2 = & -(m_b l \sin \theta_p + m_f L \sin \theta_p + m_f l_f \cos \theta_{f-p})(\dot{x}_v \dot{\phi} \cos \phi + \dot{y}_v \dot{\phi} \sin \phi) \\ & + (m_b l \dot{\theta}_p \cos \theta_p + m_f L \dot{\theta}_p \cos \theta_p - m_f l_f \dot{\theta}_{f-p} \sin \theta_{f-p})(-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi) \\ & + (I_{xx} \dot{\theta}_p \sin 2\theta_p + I_{fx} \dot{\theta}_{p-f} \sin 2\theta_{p-f} + I_{frx}(\dot{\theta}_p - n_f \dot{\theta}_f) \sin 2(\theta_p - n_f \theta_f)) \dot{\phi} \\ & - (I_{zz} \dot{\theta}_p \sin 2\theta_p + I_{fz} \dot{\theta}_{p-f} \sin 2\theta_{p-f} + I_{frz}(\dot{\theta}_p - n_f \dot{\theta}_f) \sin 2(\theta_p - n_f \theta_f)) \dot{\phi} \\ & + 4m_f l_f L \dot{\phi} \dot{\theta}_f \cos 2\theta_f - (m_b l + m_f L) \dot{\theta}_p \cos \theta_p (-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi) \\ & + (m_b l + m_f L) \dot{\phi} \sin \theta_p (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) \\ & + m_f l_f \dot{\phi} \cos \theta_{f-p} (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) - m_f l_f \dot{\theta}_{f-p} \sin \theta_{f-p} (\dot{x}_v \sin \phi - \dot{y}_v \cos \phi) = 0 \end{aligned} \quad (2.161)$$

$$\begin{aligned}
\bar{v}_3 = & (-m_b l \dot{\theta}_p \sin \theta_p - m_f L \dot{\theta}_p \sin \theta_p + m_f l_f \dot{\theta}_{f-p} \cos \theta_{f-p})(\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) \\
& + (m_b l \cos \theta_p + m_f L \cos \theta_p + m_f l_f \sin \theta_{f-p})(-\dot{x}_v \dot{\phi} \sin \phi + \dot{y}_v \dot{\phi} \cos \phi) - m_f L l_f \cos \theta_f (\dot{\theta}_f - 2\dot{\theta}_p) \dot{\theta}_f \\
& - m_b l^2 \dot{\phi}^2 \sin \theta_p \cos \theta_p + m_b l \dot{\theta}_p \sin \theta_p (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) - m_b l \dot{\phi}_p \cos \theta_p (-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi) \\
& - I_{xx} \dot{\phi}^2 \sin \theta_p \cos \theta_p + I_{zz} \dot{\phi}^2 \sin \phi \cos \phi - m_f (L^2 \dot{\phi}^2 \sin \theta_p \cos \theta_p - l_f^2 \dot{\phi}^2 \sin \theta_{f-p} \cos \theta_{f-p}) \\
& + m_f L \dot{\theta}_p \sin \theta_p (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) - m_f L \dot{\phi} \cos \theta_p (-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi) \\
& + m_f l_f \dot{\phi} \sin \theta_{f-p} (-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi) - m_f l_f \dot{\theta}_{f-p} \cos \theta_{f-p} (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) \\
& - m_f L l_f \dot{\phi}^2 \cos \theta_f - I_{fx} \dot{\phi}^2 \sin \theta_{p-f} \cos \theta_{p-f} + I_{fz} \dot{\phi}^2 \cos \theta_{p-f} \sin \theta_{p-f} \\
& - (I_{fxx} - I_{fzz}) \dot{\phi}^2 \sin(\theta_p - n_f \theta_f) \cos(\theta_p - n_f \theta_f)
\end{aligned} \tag{2.162}$$

$$\begin{aligned}
\bar{v}_4 = & -m_f l_f \dot{\theta}_{f-p} \cos \theta_{f-p} (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) \\
& - m_f l_f \sin \theta_{f-p} (-\dot{x}_v \dot{\phi} \sin \phi + \dot{y}_v \dot{\phi} \cos \phi) \\
& - m_f L l_f \dot{\theta}_p \dot{\theta}_f \cos \theta_f \\
& + m_f l_f^2 \dot{\phi}^2 \cos \theta_{f-p} \sin \theta_{f-p} + m_f l_f \dot{\phi} \sin \theta_{f-p} (-\dot{x}_v \sin \phi + \dot{y}_v \cos \phi) \\
& + m_f l_f \dot{\theta}_{f-p} \cos \theta_{f-p} (\dot{x}_v \cos \phi + \dot{y}_v \sin \phi) + 2m_f L l_f (\dot{\phi}^2 \sin_p \sin_{f-p} + \dot{\theta}_p \dot{\theta}_{f-p} \cos \theta_f) \\
& + (I_{fx} - I_{fz}) \dot{\phi}^2 \sin \theta_{p-f} \cos \theta_{p-f} + (I_{fxx} - I_{fzz}) \dot{\phi}^2 n_f \sin(\theta_p - n_f \theta_f) \cos(\theta_p - n_f \theta_f)
\end{aligned} \tag{2.163}$$

さらに、本研究では二輪移動ロボットを前後方向に動かす際について考えるため、ロボットが  $X_W$  軸上を走行するものとする。式 (2.147) から旋回に関する成分を消去し、式 (2.165)、式 (2.166) の関係を用いて、車輪回転角、ピッチ角およびフォーク角の運動方程式について整理すると式 (2.164) となる。

$$\bar{M}'(q) \dot{v} + \bar{V}'(q, \dot{q}) + \bar{G}'(q) = \bar{E}' \tau \tag{2.164}$$

$$x_v = R \theta_w \tag{2.165}$$

$$y_v = \phi = 0 \tag{2.166}$$



ただし、各行列は式 (2.167) から式 (2.170) である。

$$\bar{\mathbf{M}}'(q) = \begin{bmatrix} \bar{m}'_{11} & \bar{m}'_{12} & \bar{m}'_{13} \\ \bar{m}'_{21} & \bar{m}'_{22} & \bar{m}'_{23} \\ \bar{m}'_{31} & \bar{m}'_{32} & \bar{m}'_{33} \end{bmatrix} \quad (2.167)$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{V}}'(q, \dot{q}) &= \mathbf{S}^T(q) \mathbf{V}(q, \dot{q}) \\ &= [\bar{v}'_1 \quad \bar{v}'_2 \quad \bar{v}'_3]^T \end{aligned} \quad (2.168)$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{G}}'(q) &= \mathbf{S}^T(q) \mathbf{G}(q) \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ -m_b l g \sin \theta_p - m_f L g \sin \theta_p - m_f g l_f \cos \theta_{f-p} \\ m_f l_f g \cos \theta_{f-p} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.169)$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{E}}'(q) &= \mathbf{S}^T(q) \mathbf{E}(q) \\ &= \begin{bmatrix} n_w & n_w & 0 \\ -n_w & -n_w & 0 \\ 0 & 0 & n_f \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.170)$$

式 (2.167) から式 (2.170) の各要素を式 (2.171) から式 (2.171) に示す。

$$\bar{m}'_{11} = (2m_w + m_b + m_f)R^2 + 2(I_{wy} + n_w^2 I_{ry}) \quad (2.171)$$

$$\bar{m}'_{12} = \bar{m}'_{21} = (m_b l + m_f L)R \cos \theta_p + m_f l_f R \sin \theta_{f-p} + 2(n_w - n_w^2)I_{ry} \quad (2.172)$$

$$\bar{m}'_{13} = \bar{m}'_{31} = -m_f l_f R \sin \theta_{f-p} \quad (2.173)$$

$$\bar{m}'_{22} = m_b l^2 + m_f l_f^2 + m_f L^2 + I_{yy} + 2m_f L l_f \sin \theta_f + I_{fy} + I_{fry} + 2(n_w - 1)^2 I_{ry} \quad (2.174)$$

$$\bar{m}'_{23} = \bar{m}'_{32} = -m_f l_f^2 - m_f L l_f \sin \theta_f - I_{fy} - n_f I_{fry} \quad (2.175)$$

$$\bar{m}'_{33} = m_f l_f^2 + I_{fy} + n_f^2 I_{fry} \quad (2.176)$$

$$\bar{v}'_1 = -(m_b l + m_f L)R \dot{\theta}_p^2 \sin \theta_p - m_f l_f R \dot{\theta}_{f-p}^2 \cos \theta_{f-p} \quad (2.177)$$

$$\bar{v}'_2 = -m_f L l_f \cos \theta_f (\dot{\theta}_f - 2\dot{\theta}_p) \dot{\theta}_f \quad (2.178)$$

$$\bar{v}'_3 = -m_f L l_f \dot{\theta}_p^2 \cos \theta_f \quad (2.179)$$

## 第 3 章

# 制御系設計

本章では、二輪移動搬送ロボットの制御系設計について説明する。はじめに、車体部分で適用されている統合ピッチ角外乱オブザーバ (SPADO) の設計、リパルシブコンプライアンス制御 (RCC) による重心偏差補償について述べ、追従制御およびリアプノフ安定定理に基づく姿勢安定化制御について説明する。次に、フォーク部分に適用する外乱オブザーバ及び反作用トルク推定オブザーバについて説明したのち、提案手法であるコンプライアンス制御についての説明を行い、最後にこれらを用いたフォーク角の指令値生成器について説明する。

### 3.1 統合ピッチ角外乱オブザーバ (SPADO)

本章では、二輪移動搬送ロボットにおけるピッチ角、および車輪角にはたらく外乱を推定するためのオブザーバを設計する。車輪回転角  $\theta_w$  およびピッチ角  $\theta_p$  に関する運動方程式は、式 (2.164) を整理することで、それぞれ式 (3.1)、式 (3.2) となる。

$$\bar{m}'_{11}\ddot{\theta}_w^{\text{res}} + \bar{m}'_{12}\ddot{\theta}_p^{\text{res}} + \bar{m}'_{13}\ddot{\theta}_f^{\text{res}} + \bar{v}'_1 = n_w\tau_w^{\text{ref}} - T_{lw} \quad (3.1)$$

$$\bar{m}'_{21}\ddot{\theta}_w^{\text{res}} + \bar{m}'_{22}\ddot{\theta}_p^{\text{res}} + \bar{m}'_{23}\ddot{\theta}_f^{\text{res}} + \bar{v}'_2 + g_2 = -n_w\tau_w^{\text{ref}} - T_{lp} \quad (3.2)$$

左右の車輪のロータトルク  $\tau_r, \tau_l$  を式 (3.3) のようにまとめて表現した。さらに,  $g_2$  はピッチ角に影響する重力項であり式 (3.4) に示す。また,  $T_{lw}, T_{lp}$  は外力や摩擦を含めた外乱項を表す。

$$\tau_w = \tau_r + \tau_l \quad (3.3)$$

$$g_2 = -m_b l g \sin \theta_p - m_f L g \sin \theta_p - m_f g l_f \cos \theta_{f-p} \quad (3.4)$$

ただし,  $\circ^{\text{res}}, \circ^{\text{ref}}$  は, それぞれ応答値, 参照値を表す。

次に, 慣性項のノミナル化を考える。非線形項を取り除くため慣性項のノミナル行列を式 (3.5) とおいた。

$$\bar{M}'_n = \begin{bmatrix} m'_{n11} & m'_{n12} & m'_{n13} \\ m'_{n21} & m'_{n22} & m'_{n23} \\ m'_{n31} & m'_{n32} & m'_{n33} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

式 (3.5) の各要素を式 (3.6) から式 (3.11) に示す。

$$m'_{n11} = (2m_w + m_b + m_f)R^2 + 2(I_{wy} + n_w^2 I_{ry}) \quad (3.6)$$

$$m'_{n12} = m'_{n21} = (m_b l + m_f L)R + 2(n_w - n_w^2)I_{ry} \quad (3.7)$$

$$m'_{n13} = m'_{n31} = 0 \quad (3.8)$$

$$m'_{n22} = m_b l^2 + m_f l_f^2 + m_f L^2 + I_{yy} + I_{fy} + I_{fry} + 2(n_w - 1)^2 I_{ry} \quad (3.9)$$

$$m'_{n23} = m'_{n32} = -m_f l_f^2 - I_{fy} - n_f I_{fry} \quad (3.10)$$

$$m'_{n33} = m_f l_f^2 + I_{fy} + n_f^2 I_{fry} \quad (3.11)$$

式 (3.5) で定義したノミナル値を用いて, 式 (3.1), 式 (3.2) を書き直すと式 (3.12), 式 (3.13) となる。ただし, 式 (3.12), 式 (3.13) の右辺にある  $\tilde{\tau}_w^{\text{dis}}, \tilde{\tau}_p^{\text{dis}}$  は, 外乱項や内部干渉力, 重力項および慣性変動をまとめた全外乱で, それぞれ式 (3.14), 式 (3.15) で表される。

$$m'_{n11} \ddot{\theta}_w^{\text{res}} = n_w \tau_w^{\text{ref}} - \tilde{\tau}_w^{\text{dis}} \quad (3.12)$$

$$m'_{n21} \ddot{\theta}_w^{\text{res}} + m'_{n22} \ddot{\theta}_p^{\text{res}} = -n_w \tau_w^{\text{ref}} - \tilde{\tau}_p^{\text{dis}} \quad (3.13)$$

$$\tilde{\tau}_w^{\text{dis}} = \bar{m}'_{12} \ddot{\theta}_p^{\text{res}} + \bar{m}'_{13} \ddot{\theta}_f^{\text{res}} + (\bar{m}'_{11} - m'_{n11}) \ddot{\theta}_w^{\text{res}} + \bar{v}'_1 + T_{lw} \quad (3.14)$$

$$\tilde{\tau}_p^{\text{dis}} = \bar{m}'_{23} \ddot{\theta}_f^{\text{res}} + (\bar{m}'_{21} - m'_{n21}) \ddot{\theta}_w^{\text{res}} + (\bar{m}'_{22} - m'_{n22}) \ddot{\theta}_p^{\text{res}} + \bar{v}'_2 + \bar{g}'_2 + T_{lp} \quad (3.15)$$

式 (3.12), 式 (3.13) から,  $\ddot{\theta}_w^{\text{res}}$  を消去すると, 式 (3.16) となる。ただし,  $\tilde{\tau}_s^{\text{dis}}$  は,  $\tilde{\tau}_w^{\text{dis}}$  および  $\tilde{\tau}_p^{\text{dis}}$  を

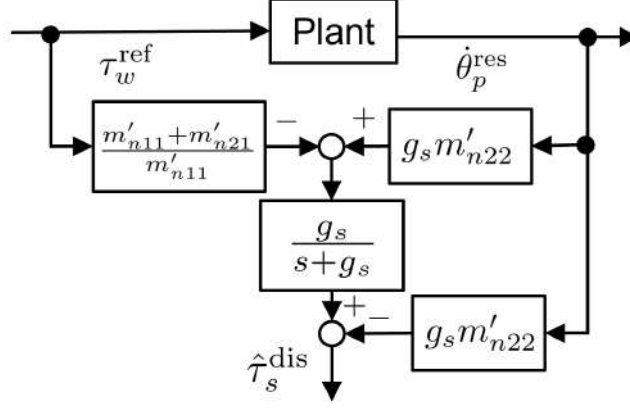


Fig. 3-1: 統合ピッチ角外乱オブザーバ (SPADO) のブロック線図

式 (3.17) によってまとめたものであり，統合ピッチ角外乱と呼ぶ．

$$m'_{n22} \ddot{\theta}_p^{res} + \frac{m'_{n21} + m'_{n11}}{m'_{n11}} n_w \tau_w^{ref} = -\tilde{\tau}_s^{dis} \quad (3.16)$$

$$\tilde{\tau}_s^{dis} = \tilde{\tau}_p^{dis} - \frac{m'_{n21}}{m'_{n11}} \tilde{\tau}_s^{dis} \quad (3.17)$$

微分による高周波ノイズの増幅を抑えるため，一次のローパスフィルタを用いた疑似微分により，統合ピッチ角外乱の推定値  $\hat{\tau}_s^{dis}$  を式 (3.18) により求める．ただし， $s$  はラプラス演算子， $g_s$  はローパスフィルタのカットオフ周波数である．

$$\hat{\tau}_s^{dis} = \frac{g_s}{s + g_s} \tilde{\tau}_s^{dis} \quad (3.18)$$

式 (3.18) を式 (3.16) を用いて整理することで，推定統合ピッチ角外乱は式 (3.19) となる．

$$\hat{\tau}_s^{dis} = -\frac{g_s}{s + g_s} \left( \frac{m'_{n21} + m'_{n11}}{m'_{n11}} n_w \tau_w^{ref} - g_s m'_{n22} \dot{\theta}_p^{res} \right) - g_s m'_{n22} \dot{\theta}_p^{res} \quad (3.19)$$

Fig. 3-1 に統合ピッチ角外乱オブザーバ (SPADO) のブロック線図を示す．

### 3.2 リパルシブコンプライアンス制御 (RCC)

本節では，リパルシブコンプライアンス制御 (RCC) による，重心位置偏差補償のためのピッチ角指令値の生成について述べる．コンプライアンス制御は，位置制御と力制御の双方の特徴を備えており，力応答値に応じて位置制御の位置指令値の値を決定することにより，反力に倣う制御を実現することができる．

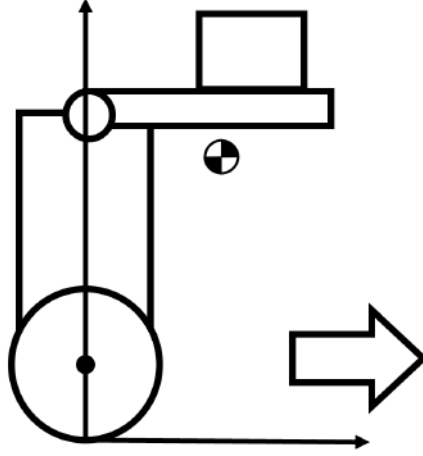


Fig. 3-2: RCC を用いない場合

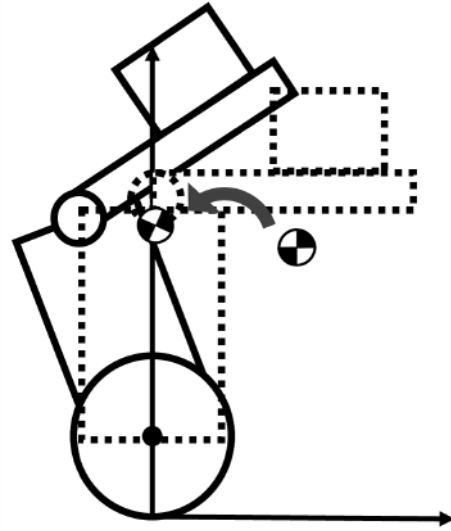


Fig. 3-3: RCC を用いた場合

一方で、RCC は、力応答と逆方向に指令値を生成することにより、反力に逆らう性質を持つものである。Fig.3-2, Fig.3-3 にフォーク部に搬送物を乗せた状態を表した図を示す。Fig.3-2 は RCC を用いない場合、Fig.3-3 は RCC を用いた場合を示す。搬送物を載せた場合、系の重心位置が変化することでピッチ角方向に外乱が発生するためロボットが常に加速してしまう。RCC を適用することにより、ピッチ角が重心位置の偏差を補償する角度へと収束するため、重心位置偏差によるロボットの加速を抑えることができる。RCC におけるインピーダンスモデルを式 (3.20) に示す。

$$M_{rcc}\ddot{\theta}_{pc}^{cmd} + D_{rcc}\dot{\theta}_{pc}^{cmd} + K_{rcc}\theta_{pc}^{cmd} = -A_{rcc}\hat{\tau}_f^{ext} \quad (3.20)$$

ただし、 $M_{rcc}$ 、 $D_{rcc}$ 、 $K_{rcc}$  はそれぞれ仮想慣性、粘性、剛性係数を表す。 $A_{rcc}$  は外力のアシストゲインを表す。入力には 3.6 節で述べる、フォーク部の RTOB から得た値である  $\hat{\tau}_f^{ext}$  を用いる。

RTOB により推定されたフォークにかかる外力を仮想モデルに入れることで、ピッチ角、角速度および角加速度の指令値が生成される。式 (3.20) で生成された指令値を 3.4 節で述べる安定化制御に用いることで、ピッチ角は指令値に追従するように動き、重心位置の偏差を補償する。Fig.3-4 に RCC のブロック線図を示す。

また、入力トルクとピッチ角指令値の伝達関数は式 (3.21) となる。

$$\frac{\theta_{pc}^{cmd}}{\hat{\tau}_f^{ext}} = -\frac{A_{rcc}}{M_{rcc}s^2 + D_{rcc}s + K_{rcc}} \quad (3.21)$$

式 (3.21) より、RCC の伝達関数は二次遅れ系となる。よって、特性は固有角振動数  $\omega_p$  と減衰比

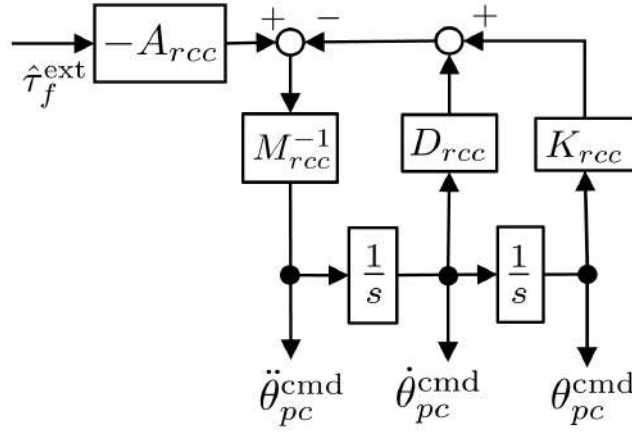


Fig. 3-4: RCC のブロック線図

$\zeta_p$  および出力の大きさを決定する係数となるゲイン  $G_{rcc}$  を用いて式 (3.22) により示される．また，各係数は式 (3.23) から式 (3.25) により求められる．

$$\frac{\theta_{pc}^{cmd}}{\hat{\tau}_f^{ext}} = \frac{G_{rcc}\omega_p^2}{s^2 + 2\zeta_p\omega_p s + \omega_p^2} \quad (3.22)$$

$$\omega_p = \sqrt{\frac{K_{rcc}}{M_{rcc}}} \quad (3.23)$$

$$\zeta_p = \frac{D_{rcc}}{2\sqrt{M_{rcc}K_{rcc}}} \quad (3.24)$$

$$G_{rcc} = \frac{K_{rcc}}{A_{rcc}} \quad (3.25)$$

各パラメータの決定方法としては，所望の質量の搬送物を乗せた場合に重心が車軸の鉛直線上に来るようにゲイン  $G_{rcc}$  を決定する．また共振を防ぎ，かつ反応を速くするために減衰比  $\zeta_p$  は 1 となるように設定する．同様に，反応を速くするため固有角振動数  $\omega_p$  は大きく設定するのが望ましい．

### 3.3 ピッチ角における指令値生成

本節では，3.4 節で用いるピッチ角の指令値生成について説明する．二輪移動搬送ロボットにおいて，姿勢の安定性を保証しつつ，目標軌道に追従することが必要である．そのため，本研究では PI 制御器を車輪角制御器として外側ループに，また，リアプノフ安定定理に基づく姿勢安定化制御器をピッチ角制御器として内側ループに配置したカスケード型の制御器を用いることで追従制御と姿勢安定化制御の両方を実現する．

はじめに、追従制御を行う外側ループについて説明する．二輪移動搬送ロボットは、系の重心を移動させることによって加速および減速を行う．よって、軌道に追従するために必要とするボディの傾きがピッチ角の指令値となり、式 (3.26) となる．

$$\theta_{pw}^{cmd} = K_{pw}(\theta_w^{cmd} - \theta_w^{res}) + K_{iw} \int (\theta_w^{cmd} - \theta_w^{res}) dt \quad (3.26)$$

ただし、 $K_{pw}$ 、 $K_{iw}$  はそれぞれ比例ゲイン、積分ゲインを示す．式 (3.26) により求めた指令値  $\theta_{pw}^{cmd}$  に 3.2 節で求めた RCC による指令値  $\theta_{pc}^{cmd}$  を加えたものが姿勢安定化制御器の入力に用いるピッチ角指令値となり、式 (3.27) で表される．

$$\theta_p^{cmd} = \theta_{pw}^{cmd} + \theta_{pc}^{cmd} \quad (3.27)$$

### 3.4 リアプノフ安定定理に基づく姿勢安定化制御器

本節では、リアプノフ安定定理に基づく姿勢安定化制御器について説明する．二輪移動搬送ロボットは、ピッチ角方向に不安定なシステムであり、倒立状態を維持するためには、姿勢安定化制御を行う必要がある．そこで、本研究では、システムを安定化させるために、リアプノフ安定定理に基づいて制御入力である車輪のトルク参照値を決定する．

リアプノフ関数の候補  $V$  を式 (3.28) のように設定する．

$$V = \frac{1}{2} K_1 (\theta_p^{cmd} - \theta_p^{res})^2 + \frac{1}{2} K_2 (\dot{\theta}_p^{cmd} - \dot{\theta}_p^{res})^2 \quad (3.28)$$

ただし、 $K_1$ 、 $K_2$  は正のゲインとする．式 (3.28) の一階の時間微分は式 (3.29) となる．

$$\begin{aligned} \dot{V} &= K_1 (\theta_p^{cmd} - \theta_p^{res}) (\dot{\theta}_p^{cmd} - \dot{\theta}_p^{res}) + K_2 (\dot{\theta}_p^{cmd} - \dot{\theta}_p^{res}) (\ddot{\theta}_p^{cmd} - \ddot{\theta}_p^{res}) \\ &= (\dot{\theta}_p^{cmd} - \dot{\theta}_p^{res}) \{ K_1 (\theta_p^{cmd} - \theta_p^{res}) + K_2 (\ddot{\theta}_p^{cmd} - \ddot{\theta}_p^{res}) \} \end{aligned} \quad (3.29)$$

ここで、式 (3.16) を  $\ddot{\theta}_p^{res}$  について整理し、式 (3.29) に代入すると、式 (3.30) となる．

$$\dot{V} = (\dot{\theta}_p^{cmd} - \dot{\theta}_p^{res}) \left[ K_1 (\theta_p^{cmd} - \theta_p^{res}) + K_2 \left\{ \ddot{\theta}_p^{cmd} + \frac{1}{m'_{n22}} \left( \frac{n_w(m'_{n21} + m'_{n11})}{m'_{n11}} \tau^{ref} + \tilde{\tau}^{dis} \right) \right\} \right] \quad (3.30)$$

式 (3.30) が式 (3.31) の形となる場合、 $V$  は準不定かつ平衡点でのみ  $\dot{V}$  が 0 となるため、ラサールの定理によりシステムの安定性を保証できる．ただし、 $K_3$  は正のゲインとする

$$\dot{V} = -K_3 (\dot{\theta}_p^{cmd} - \dot{\theta}_p^{res})^2 \quad (3.31)$$

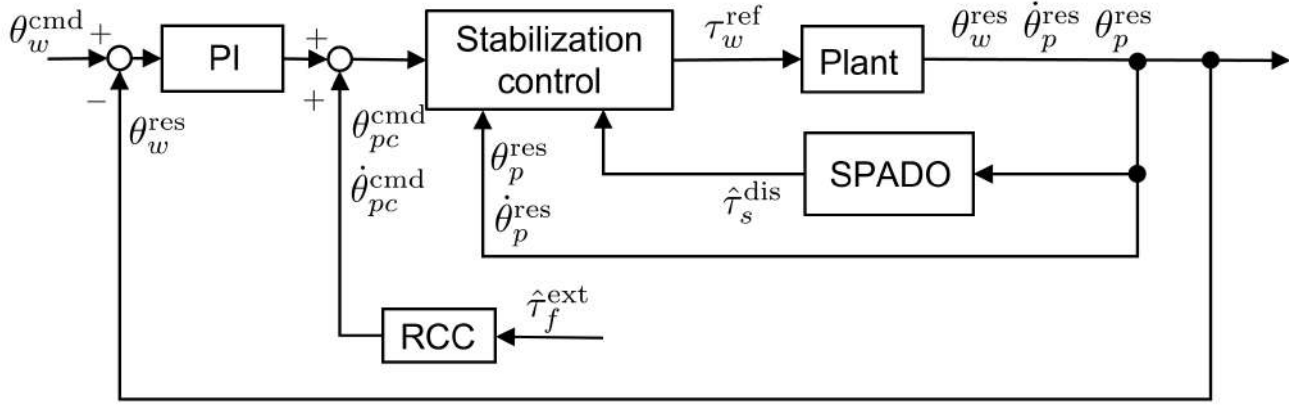


Fig. 3-5: 車体部分における制御系全体のブロック線図

式 (3.30) と式 (3.31) を比較することで、式 (3.32) が求まる。

$$\left[ K_1(\theta_p^{cmd} - \theta_p^{res}) + K_2 \left\{ \ddot{\theta}_p^{cmd} + \frac{1}{m'_{n22}} \left( \frac{n_w(m'_{n21} + m'_{n11})}{m'_{n11}} \tau_w^{ref} + \hat{\tau}_s^{dis} \right) \right\} \right] = -K_3(\dot{\theta}_p^{cmd} - \dot{\theta}_p^{res})^2 \quad (3.32)$$

車輪のトルク参照値  $\tau_w^{ref}$  を式 (3.33) とすることで式 (3.32) を満足させ、安定性を保証できる。

$$\tau_w^{cmd} = -\frac{m'_{n11}m'_{n22}}{n_w(m'_{n21} + m'_{n11})} \left\{ \frac{K_1}{K_2}(\theta_p^{cmd} - \theta_p^{res}) + \frac{K_3}{K_2}(\dot{\theta}_p^{cmd} - \dot{\theta}_p^{res}) + \ddot{\theta}_p^{cmd} \right\} - \frac{m'_{n11}}{n_w(m'_{n21} + m'_{n11})} \hat{\tau}_s^{dis} \quad (3.33)$$

統合ピッチ角外乱  $\hat{\tau}_s^{dis}$  が正確に推定できており、 $\hat{\tau}_s^{dis}$  と  $\tau_s^{dis}$  が等しい場合、式 (3.19) により推定した  $\hat{\tau}_s^{dis}$  を用いて制御入力  $\tau_w^{ref}$  を式 (3.34) にすることで、 $\theta_p$  および  $\dot{\theta}_p$  は指令値に収束することが保証される。

$$\tau_w^{ref} = -\frac{m'_{n11}m'_{n22}}{n_w(m'_{n21} + m'_{n11})} \left\{ K_{pp}(\theta_p^{cmd} - \theta_p^{res}) + K_{dp}(\dot{\theta}_p^{cmd} - \dot{\theta}_p^{res}) + \ddot{\theta}_p^{cmd} \right\} - \frac{m'_{n11}}{n_w(m'_{n21} + m'_{n11})} \hat{\tau}_s^{dis} \quad (3.34)$$

ただし、 $K_{pp}$ 、 $K_{dp}$  はそれぞれ式 (3.33) から  $K_1$ 、 $K_2$ 、 $K_3$  を式 (3.35)、式 (3.36) としたものであり、それぞれ比例ゲイン、微分ゲインを示す。

$$K_{pp} = \frac{K_1}{K_2} \quad (3.35)$$

$$K_{dp} = \frac{K_3}{K_2} \quad (3.36)$$

Fig.3-5 に車体部分における制御系全体のブロック線図を示す。



### 3.5 フォーク角外乱オブザーバ (FDOB)

本節ではフォーク角に加わる外乱を推定するためのオブザーバを設計する．フォーク角  $\theta_f$  に関する運動方程式は式 (2.164) より，式 (3.37) となる．ただし， $g_3$  はフォーク角に影響する重力項であり，式 (3.38) となる．また， $T_{lf}$  は外力や摩擦を含めた外乱項を示す．

$$\bar{m}'_{31}\ddot{\theta}_w + \bar{m}'_{32}\ddot{\theta}_p + \bar{m}'_{33}\ddot{\theta}_f + \bar{v}'_3 + g_3 = n_f\tau_f - T_{lf} \quad (3.37)$$

$$g_3 = m_f l_f g \cos \theta_{f-p} \quad (3.38)$$

式 (3.5) で定義したノミナル値を用いて，式 (3.37) を書き直すと式 (3.39) となる．ただし，式 (3.39) の右辺にある  $\hat{\tau}_f^{dis}$  は，外乱項や内部干渉力，重力項および慣性変動をまとめた全外乱であり，式 (3.40) に示す．

$$m'_{n33}\ddot{\theta}_f^{res} = n_f\tau_f^{ref} - \hat{\tau}_f^{dis} \quad (3.39)$$

$$\hat{\tau}_f^{dis} = \bar{m}'_{31}\ddot{\theta}_w^{res} + \bar{m}'_{32}\ddot{\theta}_p^{res} + (\bar{m}'_{33} - m'_{n33})\ddot{\theta}_f^{res} + \bar{v}'_3 + g_3 + T_{lf} \quad (3.40)$$

ただし，微分による高周波ノイズの増幅を抑えるため，一次のローパスフィルタを用いた疑似微分により，フォーク角外乱の推定値  $\hat{\tau}_f^{dis}$  を式 (3.41) により求める．ただし， $g_f$  は FDOB に用いるローパスフィルタのカットオフ周波数である．

$$\hat{\tau}_f^{dis} = \frac{g_f}{s + g_f} \hat{\tau}_f^{dis} \quad (3.41)$$

式 (3.41) を式 (3.39) を用いて整理することで，フォーク角外乱は式 (3.42) となる．

$$\hat{\tau}_f^{dis} = \frac{g_f}{s + g_f} \left( n_f\tau_f^{ref} + g_fm'_{n33}\dot{\theta}_f^{res} \right) - g_fm'_{n33}\dot{\theta}_f^{res} \quad (3.42)$$

Fig.3-6 にフォーク角外乱オブザーバ (FDOB) のブロック線図を示す．

### 3.6 反作用トルク推定オブザーバ (RTOB)

本節では，リパルシブコンプライアンス制御 (RCC) およびコンプライアンス制御の入力に用いる，フォークが受ける反作用トルクを力センサやトルクセンサを用いずに推定する RTOB について述べる．本研究に用いる RTOB では，フォークが受ける搬送物等による反作用力  $\tau_f^{reac}$  のみでなく，ボディと車輪による干渉トルクを併せて反作用トルク  $\tau_f^{ext}$  と定義する．

反作用トルク  $\tau_f^{ext}$  は，式 (3.40) を用いることで式 (3.43) と求めることができる．ただし， $\tau_f^{fric}$  はフォークが受ける摩擦トルクを示し，クーロン摩擦  $F_f$  と粘性摩擦係数  $D_f$  を用いて式 (3.44) と

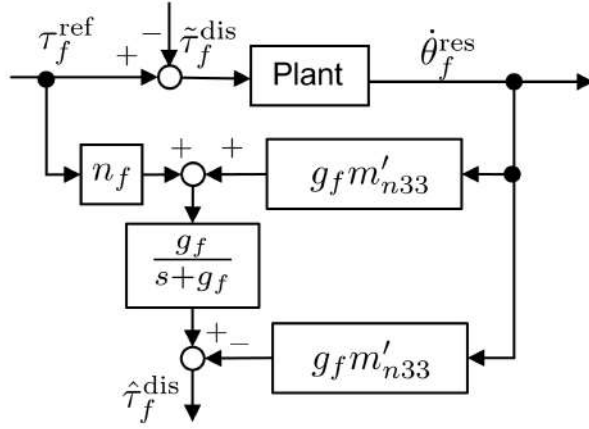


Fig. 3-6: フォーク角外乱オブザーバ (FDOB) のブロック線図

定義する．また，式 (3.40) の  $T_{lf}$  は外力や摩擦を含めた外乱項であるため，式 (3.45) のように分けられるものとする．

$$\begin{aligned}\tau_f^{ext} &= \bar{m}'_{31}\ddot{\theta}_w^{res} + \bar{m}'_{32}\ddot{\theta}_p^{res} + (\bar{m}'_{33} - m'_{n33})\ddot{\theta}_f^{res} + \bar{v}'_3 + \tau_f^{reac} \\ &= n_f \tau_f^{ref} - m'_{n33}\ddot{\theta}_f^{res} - g_3 - \tau_f^{fric}\end{aligned}\quad (3.43)$$

$$\tau_f^{fric} = F_f + D_f \dot{\theta}_f \quad (3.44)$$

$$T_{lf} = \tau_f^{reac} + \tau_f^{fric} \quad (3.45)$$

一次のローパスフィルタを用いた疑似微分によりフォーク角速度  $\dot{\theta}_f$  からフォーク角加速度  $\ddot{\theta}_f$  を導出し推定する反作用トルク  $\hat{\tau}_f^{ext}$  は式 (3.46) により求められる．ただし， $g_{rf}$  は RTOB に用いるローパスフィルタのカットオフ周波数である．

$$\hat{\tau}_f^{ext} = \frac{g_{rf}}{s + g_{rf}} \left( n_f \tau_f^{ref} + g_{rf} m'_{n33} \dot{\theta}_f^{res} - g_3 - \tau_f^{fric} \right) - g_{rf} m'_{n33} \dot{\theta}_f^{res} \quad (3.46)$$

Fig.3-7 に反作用力推定オブザーバ (RTOB) のブロック線図を示す．

### 3.7 コンプライアンス制御

本節では，フォーク部に適用するコンプライアンス制御について述べる．本研究では，フォークに加わる外力，またはボディや車輪から受ける慣性力にそってフォークを動かすことによって搬送物が受ける衝撃を緩和させる目的により，コンプライアンス制御を適用する．

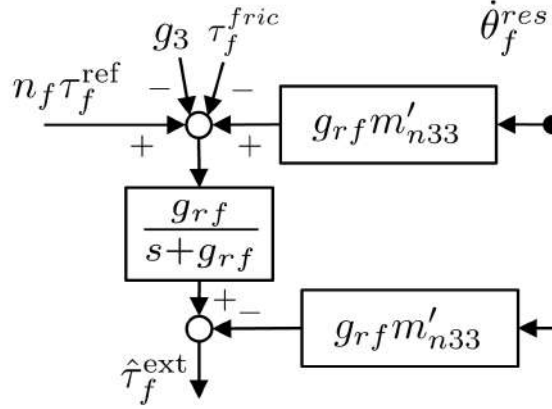


Fig. 3-7: 反作用力推定オブザーバ (RTOB) のブロック線図

入力には3.6節で述べた，フォーク部のRTOBから得た反作用トルクの推定値 $\hat{\tau}_f^{ext}$ を用いる．しかし，フォークに加わる外力には搬送物の質量による重力が含まれるため， $\hat{\tau}_f^{ext}$ の値をそのまま用いた場合，常にフォークが搬送物の重量に沿って傾き搬送物を落下させてしまう可能性が高い．よって，搬送に用いるには危険である．そのため，コンプライアンス制御への入力には，フォークに加わる外力から搬送物の質量による重力といった直流成分を減ずることが必要である．本研究において，コンプライアンス制御に用いる入力 $\hat{\tau}_f^{ext}$ は，一次のハイパスフィルタを用いることで式(3.47)により求める．ただし， $g_h$ はハイパスフィルタのカットオフ周波数である．

$$\hat{\tau}_f^{ext} = \frac{s}{s + g_h} \hat{\tau}_f^{ext} \quad (3.47)$$

式(3.47)により求めた入力 $\hat{\tau}_f^{ext}$ を用いたコンプライアンス制御における仮想インピーダンスモデルを式(3.48)に示す．

$$M_{cc} \ddot{\theta}_{fc}^{cmd} + D_{cc} \dot{\theta}_{fc}^{cmd} + K_{cc} \theta_{fc}^{cmd} = A_{cc} \hat{\tau}_f^{ext} \quad (3.48)$$

$M_{cc}$ ,  $D_{cc}$ ,  $K_{cc}$  はそれぞれ仮想慣性，粘性，剛性係数を表す． $A_{cc}$  は外力のアシストゲインを表す．式(3.48)を用いることにより，フォーク角，角速度，角加速度の指令値である $\theta_{fc}^{cmd}$ ,  $\dot{\theta}_{fc}^{cmd}$ ,  $\ddot{\theta}_{fc}^{cmd}$  が生成される．指令値に $\theta_{fc}^{cmd}$  および $\dot{\theta}_{fc}^{cmd}$  を用いることでフォークが指令値に追従するように動き，外乱に沿った動きをすることが可能となるため，搬送物が受ける衝撃を緩和することができる．Fig.3-8にコンプライアンス制御のブロック線図を示す．

入力トルクとピッチ角指令値の伝達関数は，RCCの伝達関数と同様に二次遅れ系となる．よって，特性は固有角振動数 $\omega_f$ と減衰比 $\zeta_f$ および出力の大きさを決定する係数となるゲイン $G_{cc}$ を

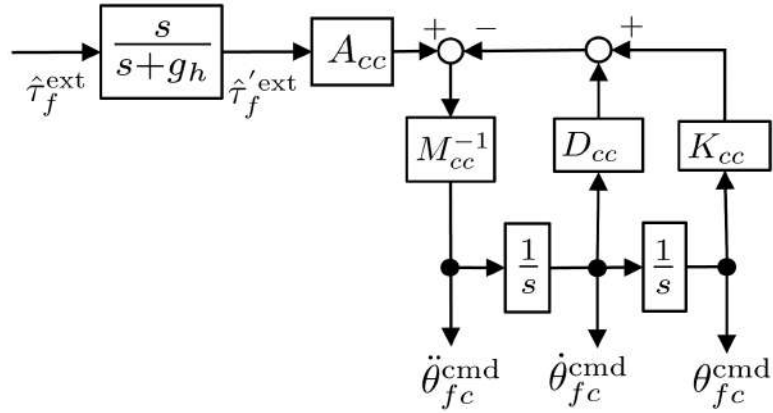


Fig. 3-8: コンプライアンス制御 (CC) のブロック線図

用いて式 (3.49) により示される．各係数は式 (3.50) から式 (3.52) により求められる．

$$\frac{\theta_{fc}^{cmd}}{\hat{\tau}_f^{ext}} = \frac{G_{cc}\omega_f^2}{s^2 + 2\zeta_f\omega_f s + \omega_f^2} \quad (3.49)$$

$$\omega_f = \sqrt{\frac{K_{cc}}{M_{cc}}} \quad (3.50)$$

$$\zeta_f = \frac{D_{cc}}{2\sqrt{M_{cc}K_{cc}}} \quad (3.51)$$

$$G_{cc} = \frac{K_{cc}}{A_{cc}} \quad (3.52)$$

各パラメータの決定方法としては，RCC の場合と同様，共振を防ぎ，かつ反応を速くするために減衰比  $\zeta_f$  は 1 となるように設定する．固有角振動数  $\omega_f$  は反応を速くし，かつ幅広い帯域の外乱に対応するために大きく設定するのが望ましい．また，コンプライアンス制御が作動した場合，フォークは地面と水平な状態から傾くため，出力の大きさを決定する係数となるゲイン  $G_{cc}$  は，傾きによる搬送物への影響が許容できる範囲に設定するのが望ましい．

### 3.8 フォーク角指令値生成器

本節では，二輪移動搬送ロボットにおけるフォーク角指令値生成器について述べる．

搬送物が落下せず安定した状態であるためには，フォークが地面に対し水平である必要がある．フォークの地面に対する角度はフォーク角からピッチ角を引いた値である  $\theta_{f-p}$  であるため，外乱がない状態では，フォーク角の指令値はピッチ角の応答値と一致する．外乱が存在する状態では

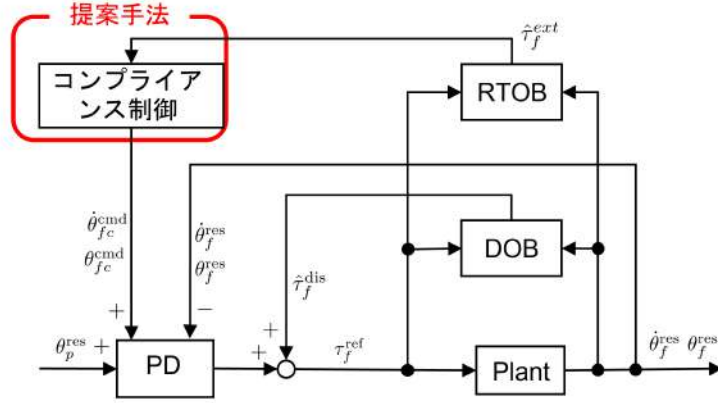


Fig. 3-9: フォークにおける制御系全体のブロック線図

コンプライアンス制御により求めたフォーク角指令値が加わる．よって，本研究におけるフォーク角指令値  $\theta_f^{\text{cmd}}$  は，式 (3.53) と求まる．

$$\theta_f^{\text{cmd}} = \theta_p^{\text{res}} + \theta_{fc}^{\text{cmd}} \quad (3.53)$$

また，搬送物が安定となるためには，フォーク角速度は0であることが望ましい．よって，本研究におけるフォーク角速度指令値  $\dot{\theta}_f^{\text{cmd}}$  はコンプライアンス制御により求めたフォーク角速度指令値と一致し，式 (3.54) が成り立つ．

$$\dot{\theta}_f^{\text{cmd}} = \dot{\theta}_{fc}^{\text{cmd}} \quad (3.54)$$

式 (3.53)，式 (3.54) により求めたフォーク角指令値を用いて PD 制御を行い，かつ 3.5 節により求めたフォーク角外乱  $\hat{\tau}_f^{\text{dis}}$  を補償することによって，制御入力となるフォークのトルク参照値  $\tau_f^{\text{ref}}$  は式 (3.55) により求まる．

$$\tau_f^{\text{ref}} = K_{pf}(\theta_f^{\text{cmd}} - \theta_f^{\text{res}}) + K_{df}(\dot{\theta}_f^{\text{cmd}} - \dot{\theta}_f^{\text{res}}) + \frac{\hat{\tau}_f^{\text{dis}}}{n_f} \quad (3.55)$$

ただし， $K_{pf}$ ， $K_{df}$  はそれぞれ比例ゲイン，微分ゲインを示す．

Fig.3-9 にフォークにおける制御系全体のブロック線図を示す．

## 第 4 章

# 実験

---

本章では、実験に関して述べる。ロボットの前進、後進時に車輪によって発生し、搬送物に伝わる衝撃を軽減する方法を 3 章において説明した。提案手法であるフォーク部に適用したコンプライアンス制御が、衝撃を軽減できていることを実機により検証した。4.1 節では、実機に搭載した搬送物の座標系について説明する。4.2 節では実験の概要について説明する。4.3 節では実験結果について説明する。

### 4.1 搬送物の座標系設定

はじめに、搬送物の座標系を定義する。搬送物の重心に荷物座標系  $\Sigma_L\{X_L, Y_L, Z_L\}$  を定義する。フォーク座標系  $\Sigma_f$  から見た  $\Sigma_L$  は  $X_f$  方向に  $l_L$ 、かつ  $Z_f$  方向に  $l_G$  並進移動させた点にあるものとする。二輪移動搬送ロボットにおける搬送物の部分の図を Fig. 4-1 に示す。

### 4.2 実験概要

本節では、実験の概要について述べる。実験で使用した二輪移動搬送ロボットを Fig. 4-2 に示す。本論文では、車輪にチェーンを取り付けているという状況を想定して実験を行うため、車輪の外周に 5cm 間隔で厚さ 1mm 程のプラスチック片を取り付けることで凹凸をつけた。実験に用いた車輪を Fig. 4-3 に示す。

また、今回の実験に使用した物理パラメータを Table 4.1、制御パラメータを Table 4.2 に示す。

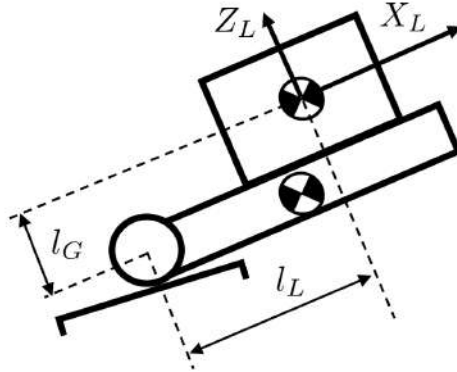


Fig. 4-1: 二輪移動搬送ロボットにおける搬送物の部分

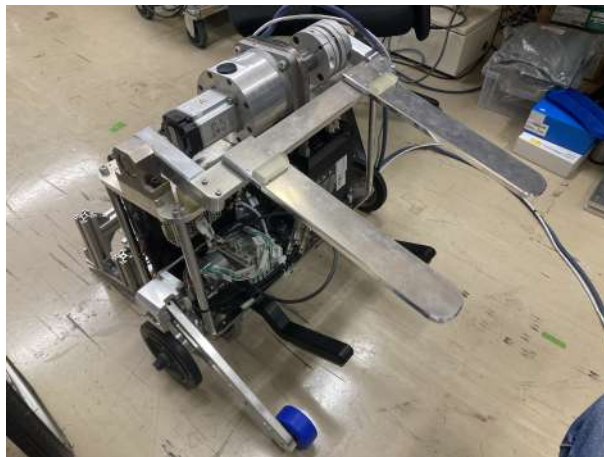


Fig. 4-2: 使用した二輪移動搬送ロボット

実験の流れについて説明する．はじめに，二輪移動搬送ロボットを倒立させ，その後 Fig. 4-4 に示す搬送物を載せた．搬送物における並進加速度および角加速度を測定するため，搬送物にセンサを含めた．搬送物は人がフォークに乗せるため，乗せたときの衝撃を等しく調節することが困難である．そのため，荷物を載せたことによるフォークや車体の姿勢に及ぼす影響を小さくする目的により，12 秒間その場に停止させた．その後，速度を 0.25 m/sec，最大加速度を 0.25 m/sec<sup>2</sup> に設定して 1.5 m 前進させた．6 秒間その場に停止させたのち，前進時と同様の速度，最大加速度で 1.3 m 後進させた．

フォーク角の指令値をピッチ角の応答値のみとした場合を従来手法として，提案手法である，



Fig. 4-3: 実験に用いた車輪

フォークにコンプライアンス制御を用いた場合との比較を行った。

Table 4.1: 実験に使用した物理パラメータ

項目	単位	値
ボディの重量 $m_b$	kg	43.1
車輪の重量 $m_w$	kg	1.21
フォークの重量 $m_f$	kg	2.0
搬送物の質量 $m_L$	kg	3.74
ボディの y 軸まわりの慣性モーメント $I_{yy}$	kg/m <sup>2</sup>	1.02
車輪の y 軸まわりの慣性モーメント $I_{wy}$	kg/m <sup>2</sup>	$3.40 \times 10^{-3}$
車輪部のロータの y 軸まわりの慣性モーメント $I_{ry}$	kg/m <sup>2</sup>	$4.50 \times 10^{-5}$
フォークの y 軸まわりの慣性モーメント $I_{fy}$	kg/m <sup>2</sup>	0.347
フォークのロータの y 軸まわりの慣性モーメント $I_{fry}$	kg/m <sup>2</sup>	$2.61 \times 10^{-5}$
ホイール半径 $R$	m	0.075
ボディ高さ $L$	m	0.276
ボディ重心高さ $l$	m	0.22
フォーク重心高さ $l_f$	m	0.275
車輪のギア比 $n_w$	–	11
フォークのギア比 $n_f$	–	31



Table 4.2: 実験に使用した制御パラメータ

項目	単位	値
追従制御における比例ゲイン $K_{pw}$	-	4.5
追従制御における積分ゲイン $K_{iw}$	-	0.6
姿勢安定化制御における比例ゲイン $K_{pp}$	-	200
姿勢安定化制御における微分ゲイン $K_{dp}$	-	$20\sqrt{2}$
SPADO のカットオフ周波数 $g_s$	Hz	4
RCC の仮想慣性 $M_{rcc}$	-	0.137
RCC の仮想粘性 $D_{rcc}$	-	1.549
RCC の仮想剛性 $K_{rcc}$	-	4.381
FDOB のカットオフ周波数 $g_f$	Hz	5
RTOB のカットオフ周波数 $g_f$	Hz	15



Fig. 4-4: 実験に用いた搬送物

### 4.3 実験結果

本節では実験を行った結果について示す.

はじめに, 従来手法および提案手法における, 搬送物の  $X_L$  軸方向の加速度をそれぞれ Fig. 4-5, Fig. 4-6 に示す. ただし, 以降の図では, ロボットが前進を始めた時間を 0 秒としている.

Fig. 4-5, Fig. 4-6 より, 前進時, 後進時のいずれにおいてもピーク加速度を軽減することができしており, 特に後進時においてよりピーク加速度を抑えることができていいることが分かる. よって, フォークが外乱に対応した動きをすることにより搬送物が受ける衝撃を抑えることができていいることが示された. また, 前進時, 後進時以外の部分では提案手法の方が, より大きな加速度を示し

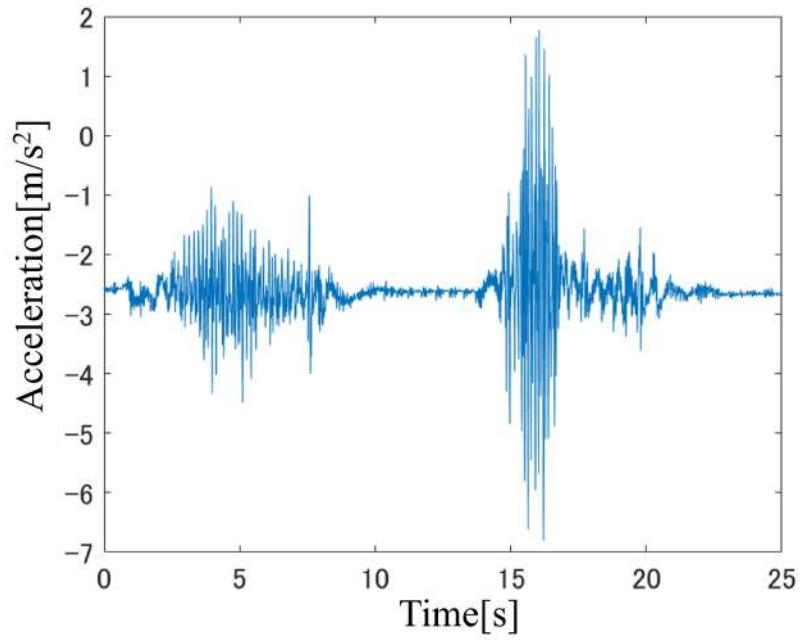


Fig. 4-5: 従来手法における搬送物の  $X_L$  軸方向の加速度

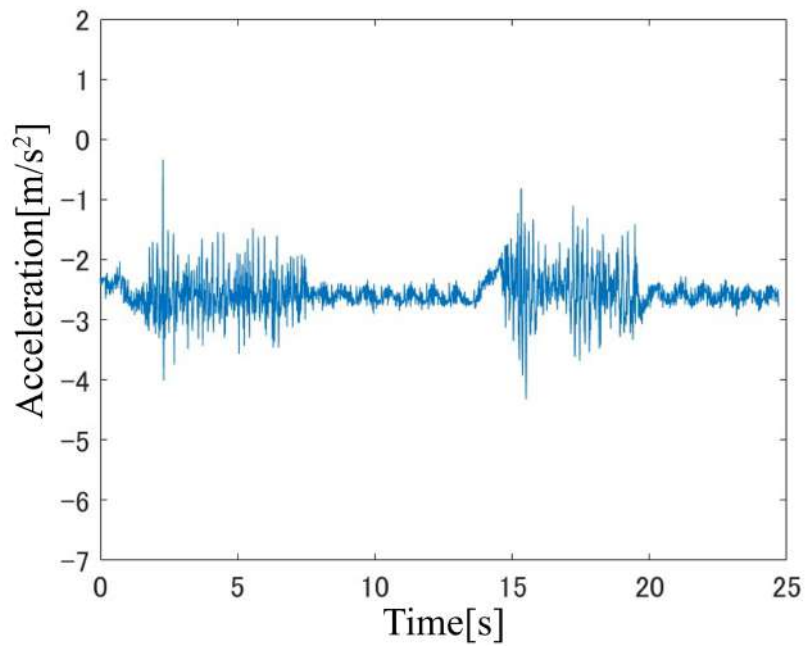


Fig. 4-6: 提案手法における搬送物の  $X_L$  軸方向の加速度

ていることが確認できる。これは、前進時、および後進時にうけた外乱による影響が持続していることによるものであると考えられる。また、Fig. 4-5, Fig. 4-6 はどちらも  $-2.6m/s^2$  程度のオフセットを持つ。これは、フォークの地面する傾きにより重力が作用するためであると考えられる。

従来手法および提案手法での、搬送物の  $X_L$  軸方向の加速度におけるパワースペクトル解析をそれぞれ Fig. 4-7, Fig. 4-8 に示す。

Fig. 4-7, Fig. 4-8 のいずれにおいても、5 から 10 Hz 付近の部分で最大値を示していることが確認できる。

5 から 10 Hz 付近で最大値をとる理由について説明する。車輪の外周には 5 cm 間隔でプラスチック片により凹凸をつけている。また前進時と後進時では、ともに 0.25 m/sec の速さでロボットを動かしている。よって、一方の車輪のみからは、凹凸による外乱が 1 秒間に 5 回生じていることとなる。また、両車輪において、プラスチック片を乗り越えるタイミングが異なる場合、車輪の凹凸による外乱は 1 秒間に 10 回生じることとなる。よって 5 から 10 Hz の間でスペクトルが最大値をとると考えられる。

また、Fig. 4-7, Fig. 4-8 より、全ての周波数において、加速度の影響を改善できていることが確認できる。従来手法、提案手法のどちらも 0 Hz 付近において大きな値を持つが、これは重力によるオフセットが存在するためであると考えられる。

次に、従来手法および提案手法における、搬送物の  $Z_L$  軸方向の加速度をそれぞれ Fig. 4-9, Fig. 4-10 に示す。

Fig. 4-9, Fig. 4-10 から、前進時および後進時のいずれにおいても、 $X_L$  軸方向と同様に  $Z_L$  軸方向のピーク加速度を軽減できていることが確認できる。また、特に後進時においてよりピーク加速度を抑えられいることが確認できる。

$X_L$  軸方向の場合と同様に、重力により、従来手法、提案手法のどちらも  $9.6m/s^2$  程度のオフセットを持つ。

従来手法および提案手法での、搬送物がうける  $Z_L$  軸方向の加速度におけるパワースペクトル解析をそれぞれ Fig. 4-11, Fig. 4-12 に示す。

Fig. 4-11 において、9 Hz 付近で最大の値をとることが確認できるが、これは車輪の凹凸によるものであると考えられる。Fig. 4-11, Fig. 4-12 より、 $X_L$  軸方向の場合と同様に、全ての周波数において加速度の影響を軽減できていることがわかる。どちらも重力によるオフセットにより、0 Hz 付近で大きな値をとっている。

次に、従来手法および提案手法における、搬送物の  $Y_L$  軸まわりの角加速度をそれぞれ Fig. 4-13, Fig. 4-14 に示す。Fig. 4-13, Fig. 4-14 から、 $X_L$  軸方向の加速度、 $Z_L$  軸方向の加速度の場合と同様

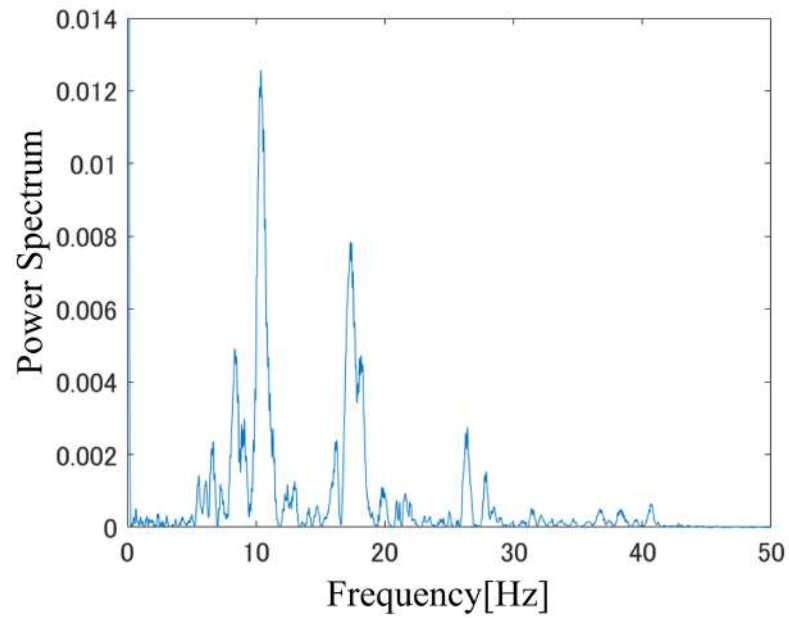


Fig. 4-7: 従来手法における，搬送物の  $X_L$  軸方向の加速度におけるパワースペクトル解析

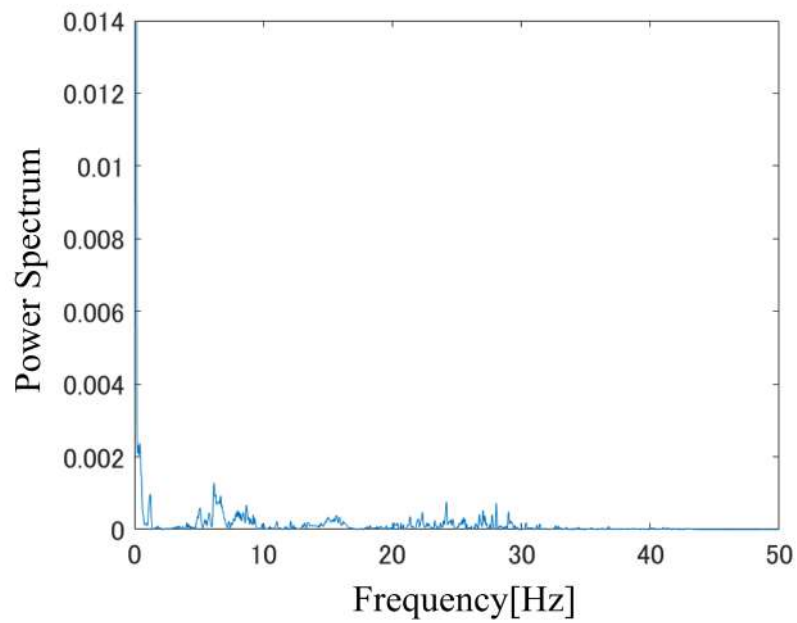


Fig. 4-8: 提案手法における，搬送物の  $X_L$  軸方向の加速度におけるパワースペクトル解析

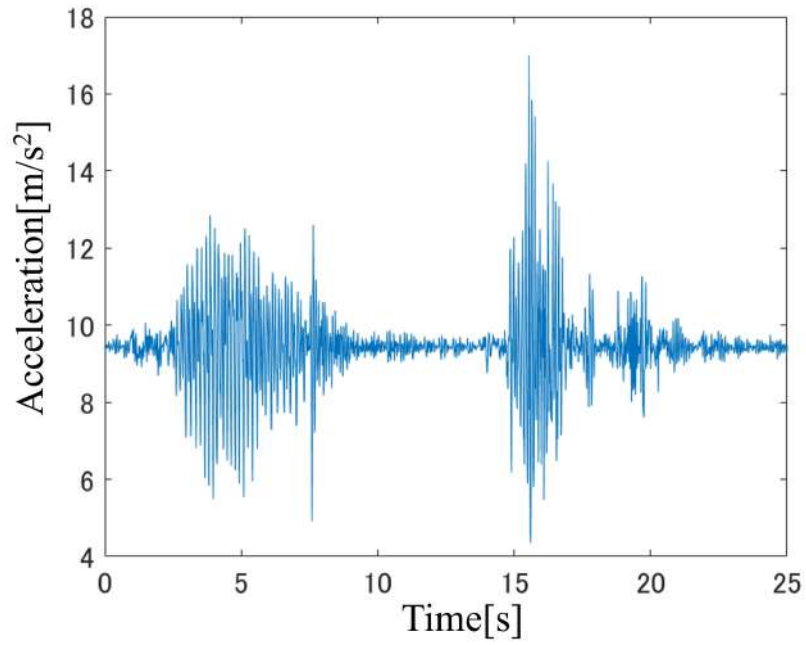


Fig. 4-9: 従来手法における，搬送物の  $Z_L$  軸方向の加速度

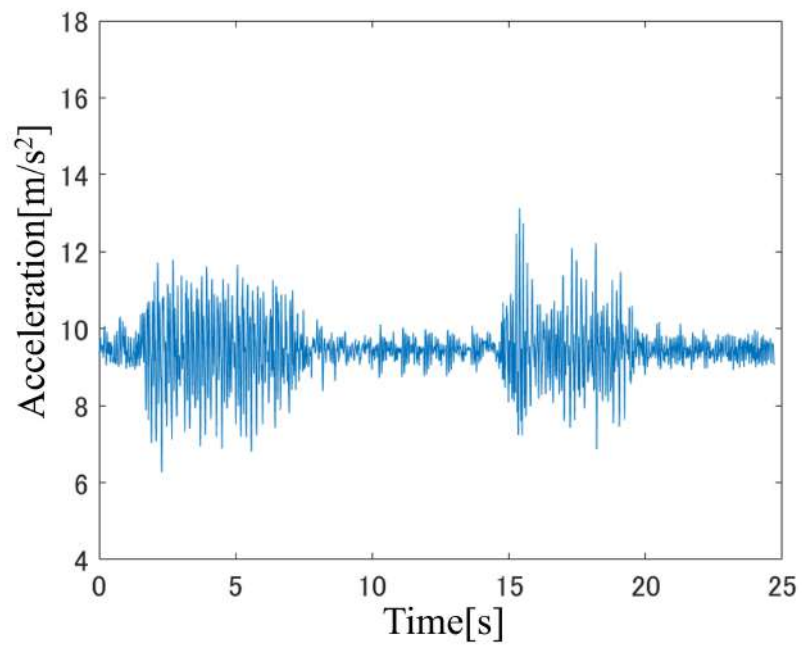


Fig. 4-10: 提案手法における，搬送物の  $Z_L$  軸方向の加速度

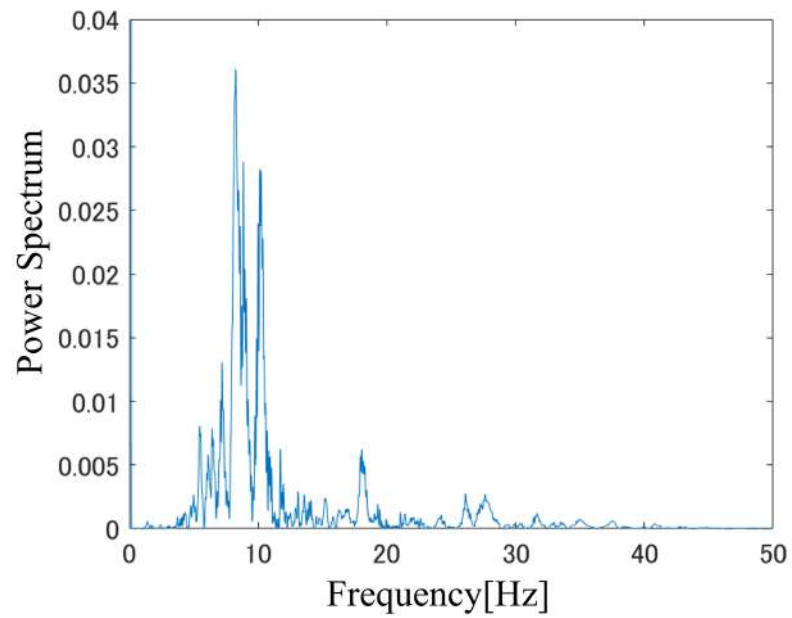


Fig. 4-11: 従来手法における，搬送物の  $Z_L$  軸方向の加速度におけるパワースペクトル解析

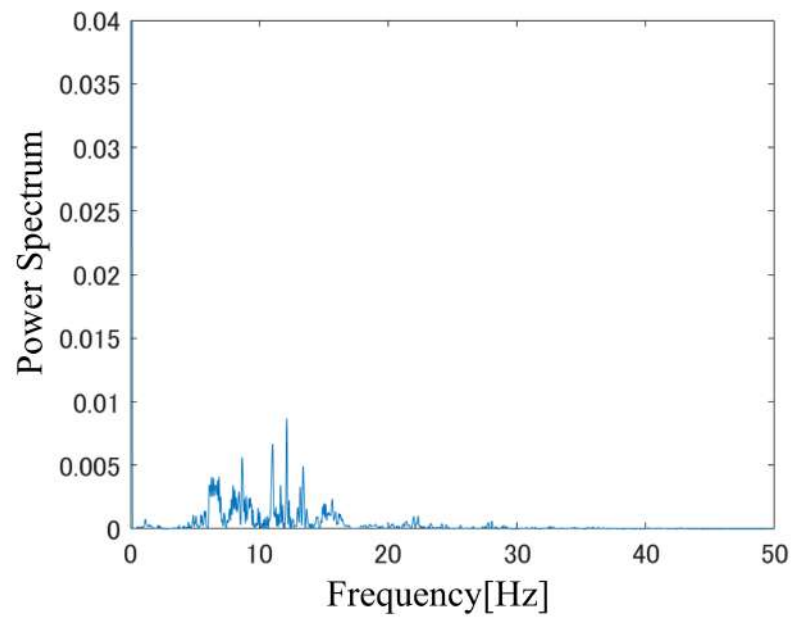


Fig. 4-12: 提案手法における，搬送物の  $Z_L$  軸方向の加速度におけるパワースペクトル解析

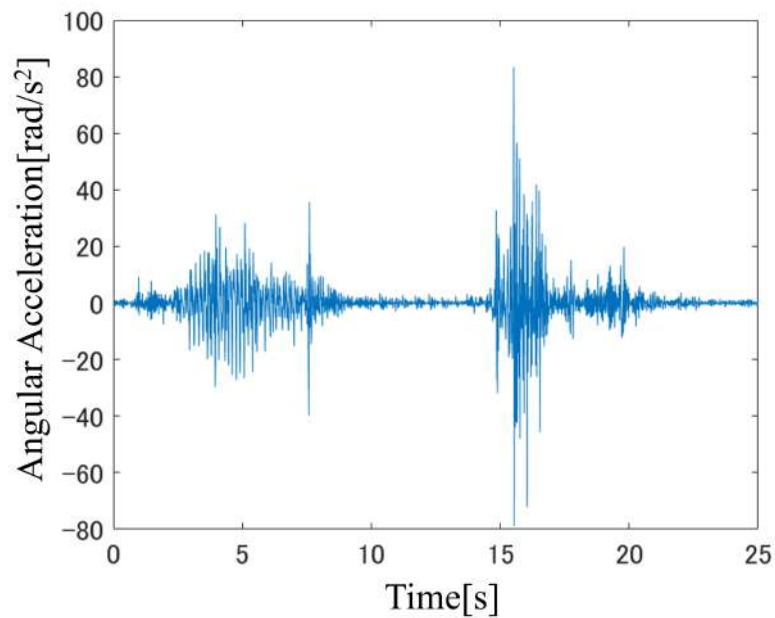


Fig. 4-13: 従来手法における，搬送物の  $Y_L$  軸まわりの角加速度

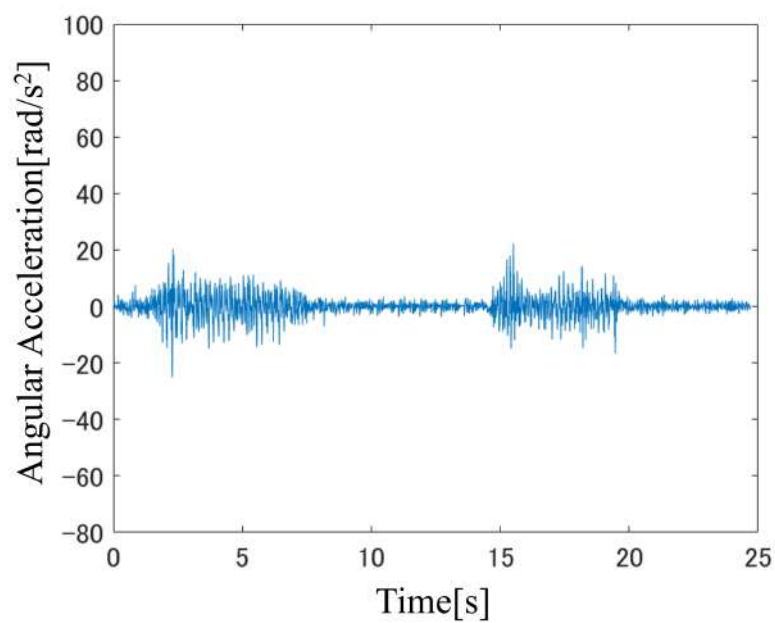


Fig. 4-14: 提案手法における，搬送物の  $Y_L$  軸まわりの角加速度

に、 $Y_L$  軸まわりの角加速度についても、前進時、後進時のいずれにおいてもピーク加速度を軽減することが確認できる。また、特に後進時においてよりピーク加速度を抑えることができていることが確認できる。

従来手法および提案手法での、搬送物がうける  $Y_L$  軸まわりの角加速度におけるパワースペクトル解析をそれぞれ Fig. 4-15, Fig. 4-16 に示す。

Fig. 4-15 より、車輪の凹凸が原因となる外乱によるものであると考えられる、5 から 10Hz の部分の値のほかにも、15 から 20 Hz の部分と 25 から 30 Hz の部分で大きな値をとっていることが確認できる。これは、フォークの共振による影響であると考えられる。

実機はボディとフォークからなる 2 自由度系であることから、固有振動数を二つ持つ。よって、15 から 20 Hz の部分と 25 から 30 Hz の部分が共振周波数に該当すると考えられる。Fig. 4-15, Fig. 4-16 より、車輪による外乱の影響のみでなく、共振による影響についてもあわせて低減できていることが確認できる。

次に、従来手法および提案手法におけるピッチ角  $\theta_p$ 、フォーク角  $\theta_f$  およびその差  $\theta_{f-p}$  をそれぞれ Fig. 4-17, Fig. 4-18 に示す。ここで、ピッチ角とフォーク角の差  $\theta_{f-p}$  は、地面に対するフォークの傾きを示す。

Fig. 4-17, Fig. 4-18 から、提案手法を用いた場合でも、倒立状態を維持できていることが確認できる。従来手法に比べて提案手法における、地面に対するフォークの傾きは増加しているが、搬送物の落下といった、搬送に支障をきたす問題は見られなかった。

よって、提案手法は姿勢安定化制御において、搬送に支障をきたす影響を及ぼしていないことが示された。

最後に、従来手法および提案手法における軌道応答をそれぞれ Fig. 4-19, Fig. 4-20 に示す。

Fig. 4-19, Fig. 4-20 から、提案手法を用いた場合に、従来手法に比べ追従性能が改善されていることが確認できる。0 秒において指令値と実験値にずれが生じているが、搬送物を搭載した際に車体が前進したときに生じたずれが、時間を置いた後においても戻らなかったことが原因であると考えられる。よって、提案手法を用いた場合でも指令値に沿った車体の駆動が可能であることが示された。

以上 Fig. 4-5 から Fig. 4-20 の結果より、従来手法と比較して、提案手法は搬送物に与える衝撃の軽減に有効であることが示された。



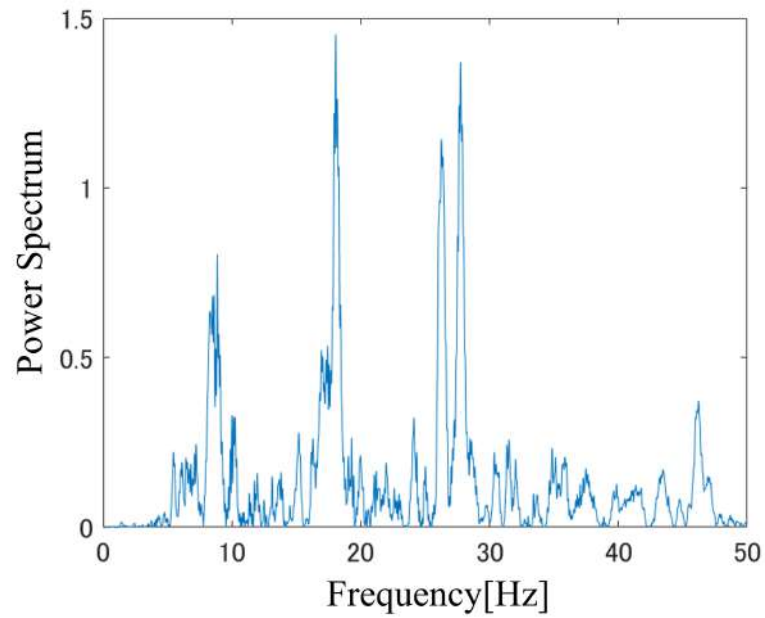


Fig. 4-15: 従来手法における，搬送物の  $Y_L$  軸まわりの角加速度におけるパワースペクトル解析

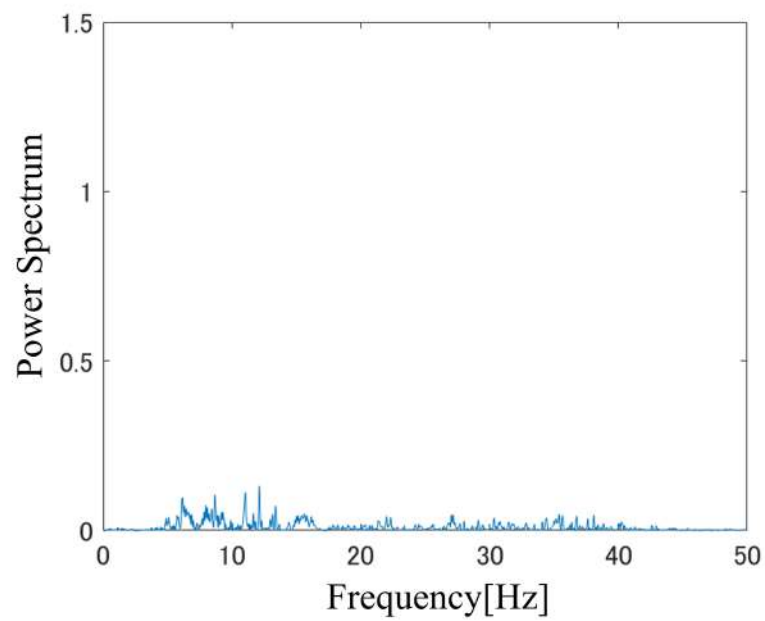


Fig. 4-16: 提案手法における，搬送物の  $Y_L$  軸まわりの角加速度におけるパワースペクトル解析

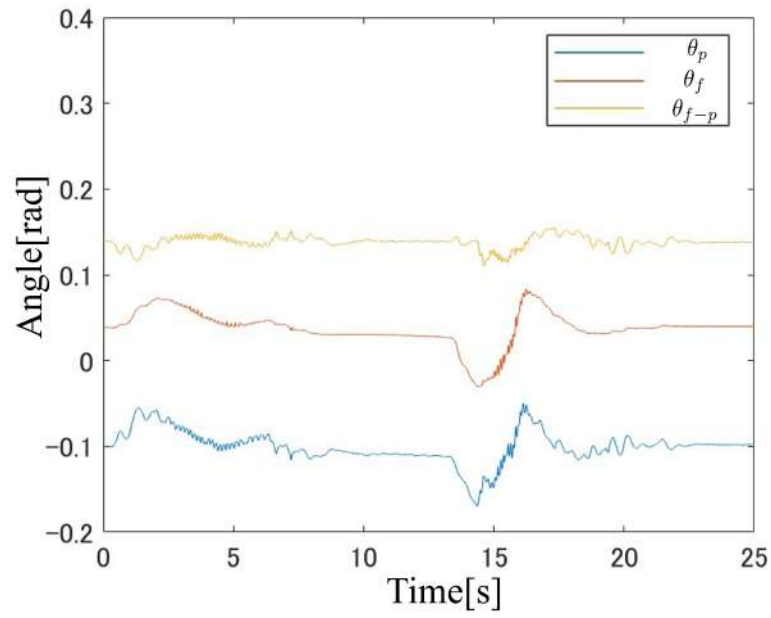


Fig. 4-17: 従来手法におけるピッチ角，フォーク角応答

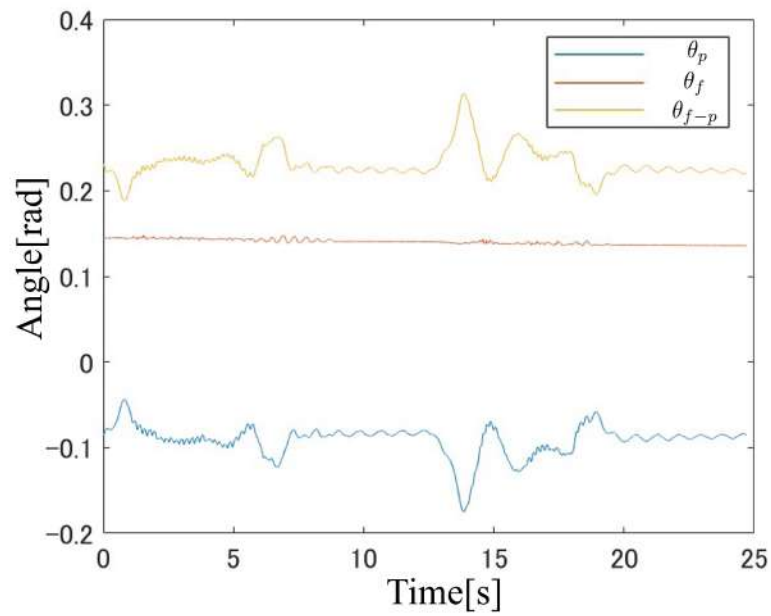


Fig. 4-18: 提案手法におけるピッチ角，フォーク角応答

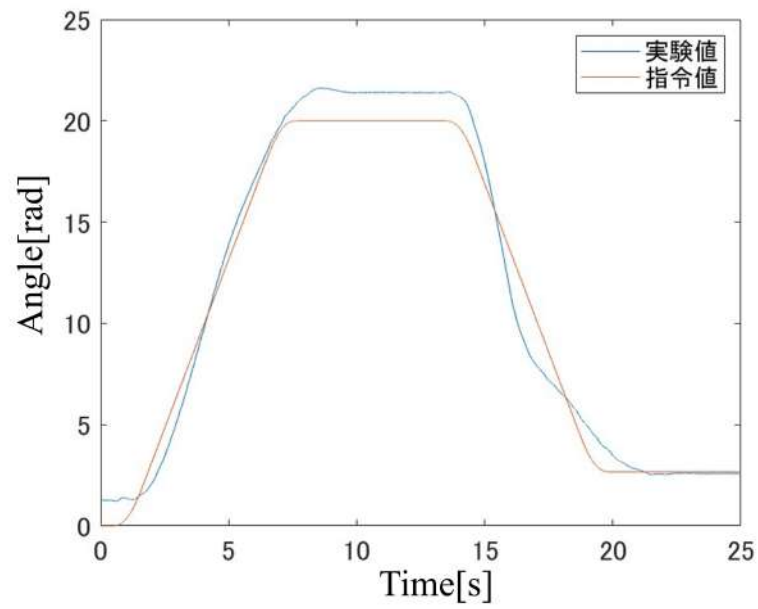


Fig. 4-19: 従来手法における軌道応答

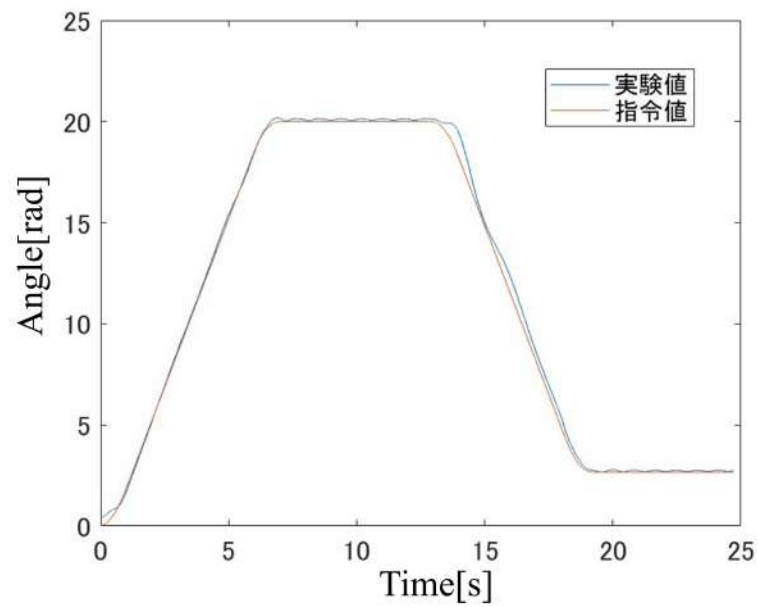


Fig. 4-20: 提案手法における軌道応答

## 第5章

# 結論

---

本研究では、二輪移動搬送ロボットにおける、搬送物への衝撃の抑制を目的として、コンプライアンス制御を用いた仮想サスペンション制御を提案した。

コンプライアンス制御を用いることによって、フォークが力に倣う動きをするように制御し、搬送物の衝撃を抑制した。また、コンプライアンス制御の入力は、フォークが傾き続けてしまうことを防ぐために RTOB により出力された値から、ハイパスフィルタを用いて直流成分を排除したものを利用した。

本研究では、実験により提案手法の有効性の検証を行った。実験では、搬送物における並進加速度および角加速度について、それぞれのピーク値が提案手法により減少していることを確認することで、搬送物における衝撃による影響が抑制されていることを示した。さらに、姿勢応答および軌道応答の結果から、提案手法を用いた場合において、二輪移動搬送ロボットの姿勢安定化制御および追従制御に影響を及ぼしていないことを示した。

今後の課題を以下に挙げる。

- 搬送物の重量に対応したパラメータ設計
- 旋回動作をした際の性能の確認および改善

1 つ目の課題は、搬送物の重量が異なる場合におけるパラメータ設計である。本論文では RCC やコンプライアンス制御において、任意に設定するパラメータが多く存在している。また、搬送

物の重量によって RTOB に出力される値は変化するため、制御系の挙動に変化が生じると考えられる。搬送物の重量に合わせたパラメータの決定方法が必要であると考え、今後の課題とした。

2つ目の課題は、ロボットが旋回を行った際における性能の確認、および改善である。本論文ではロボットは直進方向のみに進むと仮定して研究を行った。しかし、実際に物流の現場においてロボットを用いる際には旋回動作が必要となる。したがって、旋回動作における提案手法の効果を解析し、パラメータ設定や機構の改善を行う必要があり、今後の課題とした。

## 付録 A

# 実験機の仕様

本章では，実験機の仕様について述べる．

## A.1 モータ及びモータドライバの仕様

実験機に用いた車輪およびフォークのモータの仕様を Table A.1, Table A.2 に示す．また，それぞれのモータドライバの仕様を Table A.3, Table A.4 に示す．

Table A.1: 車輪に用いたモータの仕様

種類	AC サーボアクチュエータ
製造メーカー	株式会社ハーモニック・ドライブ・システムズ
型式	HPG-20A-11-J6GDK
瞬時最大トルク	217 Nm
定格トルク	20 Nm
平均負荷トルク	45 Nm
軌道停止時ピークトルク	100 Nm
減速比	11

Table A.2: フォークに用いたモータの仕様

種類	AC サーボアクチュエータ
製造メーカー	株式会社ハーモニック・ドライブ・システムズ
型式	HPG-32A-33-J2NELA
瞬時最大トルク	650 Nm
定格トルク	108 Nm
平均負荷トルク	200 Nm
軌道停止時ピークトルク	300 Nm
減速比	33

Table A.3: 車輪に用いたモータドライバの仕様

種類	AC サーボドライバ
製造メーカー	オムロン株式会社
形式	形 R88D-1SN04L-ECT
定格出力電流	4.8 A
最大出力電流	14.7 A
入力電源電圧	単相 AC100 ～AC120 V
指令入力	DC24 V
質量	1.9 kg

Table A.4: フォークに用いたモータドライバの仕様

種類	AC サーボドライバ
製造メーカー	オムロン株式会社
形式	形 R88D-KN04L-ECT
定格出力電流	4.6 A
最大出力電流	19.5 A
入力電源電圧	単相 AC100 ～AC120 V
指令入力	単相 AC100 ～AC120 V
質量	1.6 kg

## A.2 センサの仕様

車体ピッチ角情報の取得に用いたエンコーダの仕様を Table A.5 に示す。また、ジャイロセンサ、加速度センサとして用いたスマートフォンの仕様を Table A.6 に示す。

Table A.5: 車体ピッチ角情報の取得に用いたエンコーダの仕様

製造メーカー	株式会社 Baumer
型式	EIL580P-SC
エンコーダ種類	インクリメンタルエンコーダ
分解能	65536 パルス/回転

Table A.6: スマートフォンの仕様

製造メーカー	Apple
機種名	iPhone SE
iOS バージョン	16.1.2
出力周期	100 Hz



## 参考文献

- [1] 経済産業省 商務情報政策局 情報経済課,  
”令和3年度電子商取引に関する市場調査報告書,”  
<https://www.meti.go.jp/press/2022/08/20220812005/20220812005-h.pdf> (参照 2023 年 1 月 21 日).
- [2] CBRE,  
”物流施設利用に関するテナント調査 2022,”  
[https://cbre.vo.llnwd.net/grgservices/secure/Japan\\_Logistics%20Occupier%20Survey\\_June%202022\\_JP\\_D162.pdf?e=1674275029&h=da87ce156e6bfdd4627d37b525ac99bb](https://cbre.vo.llnwd.net/grgservices/secure/Japan_Logistics%20Occupier%20Survey_June%202022_JP_D162.pdf?e=1674275029&h=da87ce156e6bfdd4627d37b525ac99bb) (参照 2023 年 1 月 21 日).
- [3] 矢野経済研究所,  
”AGV/AMR（搬送ロボット）市場に関する調査を実施（2022 年）,”  
[https://www.yano.co.jp/press-release/show/press\\_id/3047#:~:text=AGV%2FAMR%EF%BC%88,%E5%B9%B4%E5%BA%A6%E3%82%92%E4%B8%8B%E5%9B%9E%E3%81%A3%E3%81%9F%E3%80%82](https://www.yano.co.jp/press-release/show/press_id/3047#:~:text=AGV%2FAMR%EF%BC%88,%E5%B9%B4%E5%BA%A6%E3%82%92%E4%B8%8B%E5%9B%9E%E3%81%A3%E3%81%9F%E3%80%82) (参照 2023 年 1 月 21 日).
- [4] トヨタ L&F,  
”無人フォークリフト-製品情報,”  
[http://www.toyota-lf.com/products/detail/pilotless\\_forklift/index.html](http://www.toyota-lf.com/products/detail/pilotless_forklift/index.html) (参照 2023 年 1 月 21 日).
- [5] 株式会社 MUJIN,  
”MUJIN AGV（無人搬送車）,”  
<https://www.mujin.co.jp/solution/mobilerobot/agv/> (参照 2023 年 1 月 21 日).

- [6] 三小田 憲司,  
”事例調査に基づく結露防止対策,”  
大林組技術研究所報 大林組技術研究所 編 (72), 1-8, 2008.
- [7] Concrete Medical Center,  
”コンクリート打ちっ放しの壁の寒さ対策,”  
<https://concrete-mc.jp/uchippanashi-wall/#4> (参照 2023 年 1 月 21 日).
- [8] J-Works,  
”建設特殊車用タイヤチェーン アダック I 型リング付,”  
<http://hodumi.co.jp/jworks/sp/item/?id=2068> (参照 2022 年 12 月 25 日).
- [9] Segway-Ninebot,  
”Segway X2 SE,”  
<https://ap-en.segway.com/product/segway-x2-se.html> (参照 2023 年 1 月 21 日).
- [10] トヨタ自動車株式会社,  
”Winglet (Type L) ,”  
<https://global.toyota/jp/download/11466448/> (参照 2023 年 1 月 21 日).
- [11] 経済産業省・国土交通省・農林水産省,  
”我が国の物流を取り巻く現状と取組状況,”  
[https://www.meti.go.jp/shingikai/mono\\_info\\_service/sustainable\\_logistics/pdf/001\\_02\\_00.pdf](https://www.meti.go.jp/shingikai/mono_info_service/sustainable_logistics/pdf/001_02_00.pdf) (参照 2023 年 1 月 19 日).
- [12] F. Grasser, A. D ’ Arrigo, S. Colombi, and A. C. Rufer,  
”Joe: a mobile, inverted pendulum,”  
*IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 49, No. 1, pp. 107-114, 2002.
- [13] K. Pathak, J. Franch, and S. K. Agrawal,  
”Velocity and position control of a wheeled inverted pendulum by partial feedback linearization,”  
*IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 21, No. 3, pp. 505-513, 2005.
- [14] A. Nakamura and T. Murakami,  
” A stabilization control of two wheels driven wheelchair,”  
*2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 4863-4868, 2009.

- [15] 大西 公平,  
”外乱オブザーバによるロバスト・モーションコントロール,”  
日本ロボット学会誌, Vol. 11, No. 4, pp. 486-493, 1993.
- [16] T. Kuramatsu and T. Murakami,  
”Force sensorless power-assist control of yaw motion direction for two wheels driven wheelchair,”  
*In 2010 World Automation Congress*, pp. 1-6, 2010.
- [17] 金 秉奎,  
”2 輪駆動型電動車椅子のロバスト姿勢安定化制御,”  
慶應義塾大学理工学研究科総合デザイン工学専攻修士論文, 2011.
- [18] 畠山直也, 島田明,  
”Zero Dynamics を利用する倒立振子の高速移動制御,”  
計測自動制御学会論文集 (*Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers*),  
Vol.42, No.9, pp. 1035-1041, 2006.
- [19] 畠山直也, 島田明,  
”ロバスト性を考慮した倒立振子型移動ロボットの高速移動制御,”  
計測自動制御学会論文集 (*Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers*),  
Vol.44, No.9, pp. 721-728, 2008.
- [20] O. K. Sayidmarie, M. O. Tokhi, and S. A. Agouri,  
” Impact of dynamically moving payload on two wheeled robot stability,”  
*19th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)*, pp.  
915-920, 2014.
- [21] 関口 大耀,  
” 積載物による重量・重心変動を考慮した二輪移動ロボットのロバスト走行制御,”  
慶應義塾大学理工学研究科総合デザイン工学専攻修士論文, 2021.

# 謝辞

本研究を遂行するにあたり、常日頃より温かいご指導を頂きました村上俊之教授に心より御礼申し上げます。ご多忙にもかかわらず、ディスカッションに時間を割いてくださりました。また、私の勉強不足による的外れな質問を含めて、どんな質問や相談に対しても全力かつ的確な対応をしてくださったおかげで、諦めることなく研究を進めることができましたと思います。野崎貴裕准教授には、中間発表やSUM合宿において様々な意見をいただきました。毎回の発表において私の考えが足りていないところや、考慮できていない部分を指摘くださり、研究をより良くする助けとなりました。深く感謝申し上げます。

研究室の先輩方には、研究室生活を通して大変お世話になりました。博士の先輩方に厚く感謝を申し上げます。博士の先輩方は、知識も多く、制御に関することに関わらず様々なアドバイスをしてくださりました。畠本慶太さんには、全体輪講、班別輪講では私が理解できていない点やその周辺知識、中間発表では研究へのアドバイスをいただきました。勝野晃弘さんには、輪講での発表に対して多くのアドバイスをいただき、研究についても温かい応援をいただきました。

修士2年の先輩方には、大変お世話になりました。矢島光留さんには、研究のテーマが近く、同じ実機を用いていたことから、大変お世話になりました。実機の動かし方から、実機に実装した制御に関する質問などに、優しく答えてくださりました。長澤利幸さんには、私が研究に悩んでいた際に、いつでも相談に乗ってくださいました。また、研究室に入って間もない頃にも、B4部屋に来てくださって様々なお話をいただき、先輩方と仲良くなるきっかけをくださったように思います。森下弘規さんには、輪講などで様々なアドバイスをいただきました。柳辺大輔さんには、留学を希望している私に対して様々なアドバイスをしてくださりました。散歩にも付き合ってください、研究に関することを含めて様々な相談をさせていただきました。山田勝資さんには、研究で悩んでいたときに、分野が違うにもかかわらず相談に乗っていただきました。

修士1年の先輩方にも大変お世話になりました。金澤洋岳さんには、実機の使いかたを教わり、お忙しい中でも研究に関する質問に対応していただきました。坂江克斗さんには、全体輪講にお

いてレジュメの書き方などを教わり、卒論執筆期間にはたくさんの励ましのお言葉をいただきました。馬場智章さんには、研究室で楽しくお話させていただきました。武藤一斗さんには、班別輪講においてスライドのフィードバックをしていただきました。また、後期はイタリアから私の研究の進捗や生活について気をかけてくださりました。笹沼燎矢さんには、就活など忙しい中でも査読を通して研究や論文の書き方などのアドバイスをいただきました。野崎研の先輩である木戸祐輔さん、家根和樹さん、澤根佑里さん、竹内恵理香さんに感謝いたします。研究についての相談に乗っていただき、また、輪講やSUM 合宿などで多くのアドバイスをいただきました。留学生の Luc Vignolles さん、Theo-Gabriel Gilles さん、Litong Huang さん、Elea Papin さん、Pavia Matteo さん、Dethoor Lucas さん、Maria Sanchez Garbayo さんに感謝いたします。英語が得意ではなく、何度も聞き返してしまったこともありましたが、様々な会話ができ、今まで知らなかった世界を知ることができました。そして、この一年ともに過ごしてきた研究室の同期である伊藤仁君、窪田光一郎君、津田尚輝君、初代安依梨さん、野崎研究室の同期である片桐裕朗君、小谷惟清君、武居岳君、富岡裕平君、矢下茂毅君に感謝いたします。この一年間、ともにSUM 合宿や中間発表、卒業論文の執筆などつらい時期を乗り越えられたのは、同期のみんなのおかげです。研究終わりにご飯に行ったり研究室で様々な話ができ、とても充実した研究室生活となりました。本当にありがとうございました。最後に、これまで私を支えてくれて、常に温かく見守り続けてくれた家族に心より感謝いたします。ありがとうございました。

2023 年 1 月 25 日