1. 기본 확률 통계

기본 용어

Aa 용어	식	설명
확률 분포	P(X=x)	입력 : 확률변수 x, 출력 : x가 각 값에 해당 될 때에 대한 확률 값
확률 질량 함수(PMF)	p(x)	이산확률변수일 때
확률 밀도 함수(PDF)	f(x)	연속확률변수일 때
결합 분포(joint probability)	P(X, Y)	확률변수 X, Y의 결합분포
조건부 확률 분포	P(Y|X)=P(X, Y)/P(X)	X가 주어졌을 때, Y가 나올 확률
Bayes Theorem	P(h|D)=P(D|h)*P(h)/P(D)	posterior prob를 likelihood로 바꿀 수 있게 만드는 식
Marginal Distribution		결합 분포에서 한 변수를 적분한 형태

Expectation and sampling

P(X)라는 분포에서 sampling 한 x를 f(x)에 넣는다. 그 뒤 E[f(x)]를 구하는 것으로

즉, 확률로 가중평균을 하는 것이다.

$$\mathbb{E}_{\mathrm{x}\sim P(\mathrm{x})}[f(x)]$$

$$\mathbb{E}_{\mathrm{x}\sim P(\mathrm{x})}[f(x)] = \sum_{x\in\mathcal{X}} P(x)\cdot f(x)$$

주사위 던지기 예시를 보면, X~Uniform(0,6)이므로 1/n 형태의 가중평균이 생기느 것을 확인가능.

$$\begin{aligned}\mathbb{E}_{\mathrm{x}\sim P(\mathrm{x})}\big[f(x)\big] &= \sum_{x\in\{1,2,3,4,5,6\}} P(\mathrm{x}=x)\cdot f(x) \\ &= \frac{1}{6}\times\big(f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+f(5)+f(6)\big) \\ &= \frac{1}{6}\times(1+2+3+4+5+6)=3.5,\text{ where } f(x)=x.\end{aligned}$$

아래 수식은 P(X=x)로 x가 주어진 상태이다.

따라서 P(Z)분포에서 z가 sampling 되어 주어졌을 때, X random variable이 x 값을 가질 확률에 대한 평균을 의미한다.

$$\begin{aligned}P(x) &= \int P(x,z)\,dz \\ &= \int P(x|z)P(z)\,dz \\ &= \mathbb{E}_{\mathrm{z}\sim P(\mathrm{z})}\big[P(x|\mathrm{z})\big]\end{aligned}$$

Monte-Carlo

n을 충분히 많이 sampling을 할 경우, X에 대한 확률분포를 모르더라도(가중평균을 하지 않아도) 근사하게 평균을 낼 수 있다.

$$\mathbb{E}_{\mathrm{x}\sim P(\mathrm{x})}\big[f(x)\big]\approx\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}f(x_i),\text{ where } x_i\sim P(\mathrm{x}).$$