

Muestras probabilísticas

Muestras probabilísticas

Cargamos la librería a utilizar

```
library(TeachingSampling)
```

Creamos el vector de caracteres y definimos su tamaño poblacional y muestral

```
U <- c("Yves", "Ken", "Erik", "Sharon", "Leslie")
U[1]
```

```
## [1] "Yves"
```

```
N <- length(U)
```

```
N
```

```
## [1] 5
```

```
n <- 2
```

```
n
```

```
## [1] 2
```

Con la función `support` observamos las posibles muestras de tamaño `n`

```
Support(N,n)
```

```
##      [,1] [,2]
## [1,]    1    2
## [2,]    1    3
## [3,]    1    4
## [4,]    1    5
## [5,]    2    3
## [6,]    2    4
## [7,]    2    5
## [8,]    3    4
## [9,]    3    5
## [10,]   4    5
```

```
Support(N,n,U)
```

```
##      [,1]      [,2]
## [1,] "Yves"    "Ken"
## [2,] "Yves"    "Erik"
## [3,] "Yves"    "Sharon"
## [4,] "Yves"    "Leslie"
## [5,] "Ken"     "Erik"
## [6,] "Ken"     "Sharon"
## [7,] "Ken"     "Leslie"
## [8,] "Erik"    "Sharon"
## [9,] "Erik"    "Leslie"
## [10,] "Sharon" "Leslie"
```

Considere el siguiente diseño de muestreo $p()$ tal que asigna las siguientes probabilidades de selección a cada una de las 10 posibles muestras de tamaño 2 del soporte Q de la población U .

```
p <- c(0.13,0.2,0.15,0.1,0.15,0.04,0.02,0.06,0.07,0.08)
p
```

```
## [1] 0.13 0.20 0.15 0.10 0.15 0.04 0.02 0.06 0.07 0.08
```

Con las siguientes instrucciones verificamos que las propiedades de diseño muestral sean satisfechas.

```
sum(p)
```

```
## [1] 1
```

```
p<0
```

```
## [1] FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE
```

La función $I_k(N,n)$ entrega una matriz que indica la pertenencia o no del elemento en la muestra.

```
Ind <- Ik(N, n)
Q <- Support(N, n, U)
data.frame(Q, p, Ind)
```

```
##      X1      X2      p X1.1 X2.1 X3 X4 X5
## 1   Yves    Ken 0.13     1     1  0  0  0
## 2   Yves    Erik 0.20     1     0  1  0  0
## 3   Yves Sharon 0.15     1     0  0  1  0
## 4   Yves Leslie 0.10     1     0  0  0  1
## 5    Ken    Erik 0.15     0     1  1  0  0
## 6    Ken Sharon 0.04     0     1  0  1  0
## 7    Ken Leslie 0.02     0     1  0  0  1
## 8    Erik Sharon 0.06     0     0  1  1  0
## 9    Erik Leslie 0.07     0     0  1  0  1
## 10 Sharon Leslie 0.08     0     0  0  1  1
```

El cálculo de las probabilidades de inclusión se hace muy sencillo al multiplicar las probabilidades de selección con cada una de las variables indicadoras. El resultado se suma por columnas y la salida es un vector de tamaño $N = 5$ de probabilidades de inclusión.

```
multip <- p * Ind
colSums(multip)
```

```
## [1] 0.58 0.34 0.48 0.33 0.27
```

Nótese que la suma de probabilidades de inclusión es el tamaño de muestra esperado, en este caso igual a 2.

```
pik <- Pik(p,Ind)
pik
```

```
##      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
## [1,] 0.58 0.34 0.48 0.33 0.27
```

```
sum(pik)
```

```
## [1] 2
```

Las probabilidades de inclusión de segundo orden se obtienen de la siguiente manera:

```
pikl <- Pikl(N,n,p)
pikl
```

```
##      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
## [1,] 0.58 0.13 0.20 0.15 0.10
## [2,] 0.13 0.34 0.15 0.04 0.02
## [3,] 0.20 0.15 0.48 0.06 0.07
## [4,] 0.15 0.04 0.06 0.33 0.08
## [5,] 0.10 0.02 0.07 0.08 0.27
```

Parámetros y estimadores

Suponga que en nuestra población de ejemplo se quiere estimar el total de la variable y . El valor para cada uno de los elementos de la población es el siguiente:

```
y <- c(32, 34, 46, 89, 35)
ty <- sum(y)
ty
```

```
## [1] 236
```

```
ybar <- ty / N
ybar
```

```
## [1] 47.2
```

En el caso del estimador horvitz thompson, si la primera muestra (cuyos elementos son Yves y Ken) hubiese sido seleccionada, el estimador de Horvitz-Thompson arrojaría la siguiente estimación:

```
y.s <- c(32, 34)
pik.s <- c(0.58, 0.34)
HT(y.s, pik.s)
```

```
##      [,1]
## [1,] 155.1724
```

Calcularemos el estimador para todas las muestras posibles

```
all.pik <- Support(N, n, pik)
all.y <- Support(N, n, y)
all.HT <- rep(0, 10)

for(k in 1:10){
  all.HT[k] <- HT(all.y[k,], all.pik[k,])
}

AllSamples = data.frame(Q, p, all.pik, all.y, all.HT)
AllSamples
```

```
##      X1      X2      p X1.1 X2.1 X1.2 X2.2  all.HT
## 1  Yves    Ken 0.13 0.58 0.34   32   34 155.1724
## 2  Yves    Erik 0.20 0.58 0.48   32   46 151.0057
## 3  Yves Sharon 0.15 0.58 0.33   32   89 324.8694
## 4  Yves Leslie 0.10 0.58 0.27   32   35 184.8020
## 5    Ken    Erik 0.15 0.34 0.48   34   46 195.8333
## 6    Ken Sharon 0.04 0.34 0.33   34   89 369.6970
## 7    Ken Leslie 0.02 0.34 0.27   34   35 229.6296
## 8  Erik Sharon 0.06 0.48 0.33   46   89 365.5303
## 9  Erik Leslie 0.07 0.48 0.27   46   35 225.4630
```

```
## 10 Sharon Leslie 0.08 0.33 0.27 89 35 399.3266
```

El vector `all.HT` contiene las estimaciones Horvitz-Thompson para cada una de las 10 posibles muestras, su esperanza se calcula en R como

```
sum(p * all.HT)
```

```
## [1] 236
```

Muestreo con reemplazo

Mediante el siguiente código obtenemos todas las muestras posibles de tamaño $m = 2$

```
m <- 2
SupportWR(N, m, ID=FALSE)
```

```
##      [,1] [,2]
## [1,]    1    1
## [2,]    1    2
## [3,]    1    3
## [4,]    1    4
## [5,]    1    5
## [6,]    2    2
## [7,]    2    3
## [8,]    2    4
## [9,]    2    5
## [10,]   3    3
## [11,]   3    4
## [12,]   3    5
## [13,]   4    4
## [14,]   4    5
## [15,]   5    5
```

```
SupportWR(N,m,ID=U)
```

```
##      [,1]      [,2]
## [1,] "Yves"    "Yves"
## [2,] "Yves"    "Ken"
## [3,] "Yves"    "Erik"
## [4,] "Yves"    "Sharon"
## [5,] "Yves"    "Leslie"
## [6,] "Ken"     "Ken"
## [7,] "Ken"     "Erik"
## [8,] "Ken"     "Sharon"
## [9,] "Ken"     "Leslie"
## [10,] "Erik"   "Erik"
## [11,] "Erik"   "Sharon"
## [12,] "Erik"   "Leslie"
## [13,] "Sharon" "Sharon"
## [14,] "Sharon" "Leslie"
## [15,] "Leslie" "Leslie"
```

```
pk <- c(0.25, 0.25, 0.125, 0.125, 0.25)
QWR <- SupportWR(N,m,ID=U)
pWR <- p.WR(N, m, pk)
```

```
nkWR <- nk(N, m)
SamplesWR <- data.frame(QWR, pWR, nkWR)
```

Para el estimador de hansen-Hurwitz de cada muestra se tiene

```
all.y <- SupportWR(N, n, y)
all.pk <- SupportWR(N, n, pk)
all.HH <- rep(0, 15)

for(k in 1:15){
  all.HH[k] <- HH(all.y[k,], all.pk[k,])[1,1]
}

AllSamplesWR <- data.frame(QWR, all.pk, pWR, all.y, all.HH)
AllSamplesWR
```

##	X1	X2	X1.1	X2.1	pWR	X1.2	X2.2	all.HH
## 1	Yves	Yves	0.250	0.250	0.062500	32	32	128
## 2	Yves	Ken	0.250	0.250	0.125000	32	34	132
## 3	Yves	Erik	0.250	0.125	0.062500	32	46	248
## 4	Yves	Sharon	0.250	0.125	0.062500	32	89	420
## 5	Yves	Leslie	0.250	0.250	0.125000	32	35	134
## 6	Ken	Ken	0.250	0.250	0.062500	34	34	136
## 7	Ken	Erik	0.250	0.125	0.062500	34	46	252
## 8	Ken	Sharon	0.250	0.125	0.062500	34	89	424
## 9	Ken	Leslie	0.250	0.250	0.125000	34	35	138
## 10	Erik	Erik	0.125	0.125	0.015625	46	46	368
## 11	Erik	Sharon	0.125	0.125	0.031250	46	89	540
## 12	Erik	Leslie	0.125	0.250	0.062500	46	35	254
## 13	Sharon	Sharon	0.125	0.125	0.015625	89	89	712
## 14	Sharon	Leslie	0.125	0.250	0.062500	89	35	426
## 15	Leslie	Leslie	0.250	0.250	0.062500	35	35	140