Lógica Computacional 2017-2
Boletín de ejercicios 5
Tableaux, Resolución en Lógica de Predicados y Programación Lógica

Lourdes del Carmen González Huesca   Pilar Selene Linares Arévalo

21 abril de 2017

Tableaux

Demuestra los siguientes ejercicios utilizando tableaux para proposiciones o para Lógica de Predicados según sea el caso.

1. *Si el comenta Halley pasa cerca de la Tierra, podremos observarlo con un telescopio. Pero no pasará cerca de la Tierra, si las condiciones no son propicias. Si se envía una sonda espacial a su encuentro, las condiciones serán propicias. Si pasa cerca de la Tierra y las condiciones son propicias, podremos apreciar la belleza del Halley. O las condiciones no son propicias o podremos observar el Halley con un telescopio. Así pues, si el cometa Halley pasa cerca de la Tierra o se envía una sonda espacial a su encuentro, podremos apreciar la belleza del cometa Halley.*

2. *Si Elvira opina que hay que hacer lo que sea para ser feliz, abandonará a su amante o se dedicará a su profesión. Si se dedica a su profesión, no dejará a su marido. En conclusión, si Elvira opina que hay que hacer lo que sea para ser feliz, entonces dejará a su marido aunque no abandone a su amante.*

3. $p \to q \vee r,\ \neg p \to t,\ (t \to s) \wedge \neg q \ / \therefore \neg r \to s$

4. $p \leftrightarrow (q \wedge t \wedge u),\ \neg p,\ r \leftrightarrow \neg q,\ \neg r \to t,\ \neg u \to r \ / \therefore r \vee s$

5. $\forall x(B(x,h) \to B(x,w)) \ / \therefore \forall x(\exists y(B(x,h) \wedge M(y,x)) \to \exists z(B(x,w) \wedge M(z,x)))$

6. $\forall x(G(x) \to H(x)), \forall x(H(x) \to F(x)), G(a) \ / \therefore \exists x(G(x) \wedge F(x))$

7. $G(a), \exists x(G(x) \wedge M(x)), \forall x(M(x) \to F(x)) \ / \therefore \exists x(G(x) \wedge F(x))$

8. $\forall x(S(x) \wedge F(x) \to B(x)), S(j) \wedge L(j) \ / \therefore \forall x(S(x) \wedge L(x) \to F(x)) \to B(j)$

9. $\forall x(B(x,a) \to B(x,b)) \ / \therefore \forall x(\exists y(C(x,y) \wedge B(y,a) \to \exists z(B(z,b) \wedge C(x,z)))$

10. $\exists x(P(x) \wedge \neg Q(x)),\ \forall x(P(x) \to T(x)),\ \forall x(S(x) \wedge (R(x) \to P(x))),\ \exists x(T(x) \wedge \neg Q(x)) \to \forall x(R(x) \to \neg T(x)) \ / \therefore \forall x(S(x) \to \neg R(x))$

11. $\forall x \exists y(Qfxy \wedge \forall z(Qfxz \to Pxgxz)) \ / \therefore \forall x \exists y Pxy \quad (\text{con } f^{(2)}, g^{(2)})$

Formas normales y resolución binaria

1. Verificar si los siguientes conjuntos son unificables utilizando el algoritmo de Martelli-Montanari, puedes obviar algunos pasos pero debes mostrar aquellos que generan sustituciones.

   a) $W = \{h(f(a), g(x)),\ h(z, z)\}$
   b) $W = \{f(w, f(x, h(z))),\ f(g(x), f(x, y)),\ f(g(x), f(a, b))\}$
   c) $W = \{fxgfayz, fbgfagxcfyx\}$ con $f^{(2)}, g^{(2)}$
   d) $W = \{f\Big(x,\ g(f(a, y), z\Big), f\Big(b,\ g(f(a, g(x, c)), f(y, x))\Big)\}$
   e) $W = \{Q(x, f(x, y)),\ Q(y, f(y, a)),\ Q(b, f(b, a))\}$
   f) $W = \{Pxfy,\ Pgyafb,\ Pgbzw\}$ con $P^{(2)}, f^{(1)}, g^{(2)}$
   g) $W = \{Qazgabc,\ Qafxgaby,\ Qaffwgaxgcba\}$ con $Q^{(3)}, f^{(1)}, g^{(3)}$
   h) $W = \{Pxfxgy,\ Pafgaga,\ Pyfyga\}$ con $P^{(3)}, f^{(1)}, g^{(1)}$
   i) $W = \{Rfayz, Rxyfz, Ryfab\}$ con $R^{(3)}, f^{(1)}$.
   j) $W = \{P(x, f(x), c),\ P(u, b, z)\}$
   k) $W = \{Q(y, z),\ Q(x, f(a)),\ Q(f(z), z)\}$.
   l) $W = \{R(w, f(b), f(g(y))), R(a, x, f(g(y))),\ R(z, f(z), f(u))\}$
   m) $W = \{T(u, v, w, z),\ T(f(z), x, g(h(a, b)), g(c)),\ T(f(g(y)), z, w, g(y))\}$

2. Obtener las formas normales, prenex, de Skolem y clausular para cada una de las siguientes fórmulas:

   a) $\exists x(\forall y Pgy \to Rxa \vee \forall x Px) \wedge \neg\exists x(\forall y Ryfx \to \exists x Px)$
   b) $\forall x \neg\forall y(Pxy \to \exists z \neg(Rxz \vee Rzy)) \to \neg\forall x(\neg\exists y \neg Pxy \to \forall y Pyx) \to \exists x \exists z Pxx$
   c) $\neg\forall x Qx \wedge \forall y \exists z\Big(\neg\forall x \exists y \forall w \neg R(x, z, y, w) \to P(g(z), y)\Big)$
   d) $\forall z(\exists x(R(x, z) \wedge R(z, x)) \to \neg\exists w(\forall x R(x, w) \to R(z, w)))$

3. Mostrar la correctud de los siguientes argumentos mediante resolución binaria, realiza una formalización adecuada para ello y muestra todo el proceso hasta obtener el conjunto de cláusulas.

   a) *Cualquier dragón es verde o amarillo. Los dragones amarillos tienen padre amarillo. Los dragones verdes tienen madre verde. Hay un dragón cuya madre no es verde. Por lo tanto hay un dragón cuyo padre es amarillo.*
   Usar exclusivamente la signatura $\{D, V, A, p, m\}$ donde p, m son símbolos de función tales que $p(x), m(x)$ son el padre y la madre de x respectivamente.

   b) *Las tortugas son más rápidas que las liebres. Algunas liebres son más rápidas que los correcaminos. Cata es una tortuga y Pacho es un correcaminos. Por lo tanto, Cata es más rápida que Pacho.*
   Nota: Debe agregarse el hecho de que la relación “más rápido que” es transitiva.

   c) *Todos los niños ven a alguna bruja. Ninguna bruja tiene ambos, un gato negro y un sombrero puntiagudo. Toda bruja es buena o mala. Cualquier niño que ve a una bruja buena obtiene golosinas. Si una bruja es mala, tiene un gato negro. Por lo tanto, si cualquier bruja que es vista por niños tiene un sombrero puntiagudo entonces todo niño obtiene golosinas.*

d) *Cualquiera que compre zanahorias por camión tiene un conejo o una recaudería. Cualquier perro persigue a algún conejo. Madeinusa* [1] *compra zanahorias por camión. Cualquiera que tiene un conejo odia a cualquiera que persiga conejos. Chubaka tiene un perro. Alguien que odia algo que le pertenece a otra persona no saldrá con dicha persona. Por lo tanto, si Madeinusa no tiene una recaudería entonces no saldrá con Chubaka.*

Programación lógica

1. Considere el siguiente programa lógico $\mathcal{P}$:

```
p(a,Z,b).
p(Z,Z,Z).
q(a).
q(X):-p(a,X,c).
r(f(X)):- q(X).
r(g(X)):- r(X).
```

   - Obtenga una respuesta computada, mostrando el árbol SLD, para la meta $? - r(g(f(X)))$
   - ¿Puede ser [X:=c] una respuesta correcta para alguna meta G? Argumenta.

2. Para cada uno de los siguientes programas hacer lo siguiente:

```
P1:   s(X):-q(Y),r(X,Y).          P2:   s(g(X)):- r(X,f(X)).
      s(X):-l(X).                       s(g(Y)):- r(Y,f(b)).
      q(X):-p(X).                       r(a,f(b)).
      q(a).                             r(b,f(b)).
      p(b).
      p(d).
      l(a).
      r(c,d).
```

   - Dar una respuesta computada (mostrando el árbol SLD) y una respuesta correcta.

3. Considere el siguiente programa lógico $\mathbb{P}$ y metas $G_1, \ldots, G_4$.

```
ca(X,X).
ca(X,Y):-ar(X,Y).                 G1=?-ca(X,Y),ca(Y,Z)
ca(X,Y):-ar(X,Z),ca(Z,Y).
ar(X,Y):-ar(Y,X).
ar(a,b).                          G2=?-ca(a,Y),ar(Y,X)
ar(b,c).
ar(a,c).                          G3=?-ca(X,d),ar(d,X)
ar(e,c).                          G4=?-ca(X,Y).
ar(d,f).
```

   - ¿ Es $\sigma = [X, Y, Z := a, c, e]$ una respuesta correcta para $\mathbb{P} \cup \{G_1\}$?

[1] *Madeinusa* es una película peruana que recomendamos ver.

- ¿ Es $\sigma = [X, Y, Z := a, c, f]$ una respuesta correcta para $\mathbb{P} \cup \{G_1\}$?
- Dar una respuesta correcta para $\mathbb{P} \cup \{G_2\}$.
- ¿ Existen respuestas correctas para $\mathbb{P} \cup \{G_3\}$?
- Verificar que $\sigma = [X, Y := c, a]$ es una respuesta correcta para $\mathbb{P} \cup \{G_4\}$ y dar otra respuesta correcta. ¿Cómo se comporta el intérprete de PROLOG ante tal meta ?
- Proponer dos metas más de manera que una tenga al menos una respuesta correcta y otra no.

4. Considere el siguiente programa lógico P.

```
p(X,f(Y)) :- q(X,Y),p(Y,X).
p(X,a).
q(f(X),X).
```

- Obtenga una respuesta computada para P y la meta `?-p(f(f(a)),X).` mostrando el árbol de SLD-resolución.
- Obtenga el universo y base de Herbrand de P. ¿Cuál es el modelo mínimo?

5. Considere el siguiente programa lógico $\mathbb{P}$:

```
a(X,c,X).
p(X,c,c).
a(X,f(Y),f(Z)):- a(X,Y,Z).
p(X,S(Y),Z):-p(X,Y,W),a(X,W,Z).
```

- Obtener el universo y la base de Herbrand.
- Dar las primeras cuatro iteraciones del operador de cerradura $\mathcal{T}_i(\mathbb{P}),\ 1 \leq i \leq 4$.
- ¿Cuáles de los siguientes subconjuntos de la base de Herbrand son modelos para $\mathbb{P}$? justifique su respuesta.
  a) $\mathcal{M}_1 = \{a(t, c, t) \mid t \in \mathcal{H}_{\mathbb{P}}\} \cup \{p(t, c, c) \mid t \in \mathcal{H}_{\mathbb{P}}\}$
  b) $\mathcal{M}_2 = \mathcal{M}_1 \cup \{a(f^i(c), f^j(c), f^{i+j}(c)) \mid i, j \in \mathbb{N}\} \cup \{p(f^i(c), f^j(c), f^{i+j}(c)) \mid i, j \in \mathbb{N}\}$
  c) $\mathcal{M}_3 = \mathcal{M}_1 \cup \{a(f^i(c), f^j(c), f^{i+j}(c)) \mid i, j \in \mathbb{N}\} \cup \{p(f^i(c), f^j(c), f^k(c)) \mid i, j, k \in \mathbb{N}\}$
  d) $\mathcal{M}_4 = \mathcal{M}_3 \cup \{a(f(c), f(c), f(c))\}$.
- ¿Cuál es el modelo mínimo de Herbrand?