

Tarea 1: Técnicas de Conteo

1. Demuestra la versión generalizada del **Principio Básico del Conteo**.
Hint: Utiliza las Propiedades del Producto Cartesiano de dos conjuntos A, B
2. Una compañía de telecomunicaciones desea saber cual es la cantidad de números telefónicos de 7 cifras dispone para telefonía fija si:
 - a) La primer cifra no puede ser **0** ó **1**
 - b) Resuelve el ejercicio anterior de nuevo asumiendo que un número telefónico no puede iniciar con **911** ya que esta marcación esta reservada para emergencias
3. Un niño tiene 12 bloques de los cuales 6 son de color negro, 4 son rojos, un blanco y otro azul. Si el niño acomoda los bloques sobre una linea. ¿ Cuantos acomodos distintos de los bloques puede hacer?
4. ¿ De cuantas maneras podemos acomodar en una repisa, 3 libros de literatura, 2 de matemáticas y otro libro de química si.
 - a) Los libros pueden ser acomodados en cualquier orden?
 - b) los libros de matemáticas tienen que esta juntos y los de literatura también?
 - c) los de literatura siempre tienen que estar juntos, pero los de los otros temas pueden estar acomodados en cualquier orden?
5. Dos amigos **A** y **B** pasan las tardes jugando **FIFA 19** en su PlayStation 4. Ellos jugaran 7 partidos, cada juego tiene 3 posibles resultados: Victoria para **A**(lo cual es una derrota para **B**), Empate y Victoria para **B**(lo cual es una derrota para **A**). De modo que una victoria para **A** equivale a 1 punto, un empate equivale a $\frac{1}{2}$ punto mientras que una derrota equivale a 0 puntos. ¿ De cuantas maneras:
 - a) Al jugador **A** le es posible terminar la serie de 7 partidos, con 3 victorias, 2 empates y 2 derrotas?
 - b) Al jugador **A** le es posible terminar la serie de 7 partidos con 4 puntos y al jugador **B** con 3 puntos?
6. Un estudiante venderá 2 libros de su colección de libros la cual esta integrada por 6 libros de matemáticas, 7 de física y 4 de economía. ¿ De cuantas maneras lo puede hacer si:
 - a) Ambos libros tienen que ser del mismo tema?
 - b) Los libros son de temas distintos?
7. Un comitee de 3 ingenieros eléctricos y 3 ingenieros mecánicos sera elegido de la plantilla total de ingenieros que tiene una fabrica la cual consta de 7 ingenieros eléctricos y 5 ingenieros mecánicos. Obtén el numero de formas de elegir este comitee de ingenieros si:
 - a) Cualquier ingeniero eléctrico y mecánico puede ser seleccionado.
 - b) Un ingeniero eléctrico en particular debe de ser miembro del comitee
 - c) Dos ingenieros mecánicos en particular no pueden ser miembros del comitee
8. Determina el número de vectores (x_1, x_2, \dots, x_n) tal que x_i es igual a 0 ó 1 y $\sum_{i=1}^n x_i \geq k$
9. Una colección de arte en subasta consta de 4 Dali's, 5 Van Gogh's y 6 Picasso's. A la subasta acudieron 5 coleccionistas de arte así un auditor toma nota del número de Dali's, Van Gogh's y Picasso's adquiridos por cada coleccionista.
¿ Cuantos registros distintos puede realizar el auditor si todos los cuadros fueron vendidos?

10. a) Prueba que $\binom{n}{0} + \binom{n+1}{1} + \cdots + \binom{n+r}{r} = \binom{n+r+1}{r}$
Hint $\binom{n}{r} = \binom{n+1}{r} - \binom{n}{r-1}$
- b) Obten $\binom{n}{1} + 2\binom{n}{2} + 3\binom{n}{3} \cdots + n\binom{n}{n}$
Hint: Escribe de manera adecuada $i\binom{n}{i}$
11. De un grupo de 8 mujeres y 6 hombres que trabajan en una oficina se eligirá un grupo que será integrado por 3 hombres y 3 mujeres para comisión interna de Protección Civil. ¿ Cuantos comités es posible formar si:
- Dos hombres en específico se niegan a pertenecer al comité juntos?
 - Dos mujeres en específico se niegan a pertenecer al comité juntas?
 - Una mujer y un hombre en específico se niegan a pertenecer al comité juntos?
12. En una reunión del Consejo de Seguridad de la O.N.U. delegados de 10 países en donde están incluidos: Rusia, China, Estados Unidos e Irán serán ubicados en una fila de sillas para dar una conferencia de prensa conjunta. ¿ De cuantas maneras los pueden acomodar si los delegados de Rusia e Irán siempre tienen que estar juntos y el representante de China y EE.UU. no pueden estar juntos?

Repaso de Conjuntos

Se supone que la mayoría de estos ejercicios los debieron haber realizado en sus cursos de Algebra Superior I, así que no les debería de costar mucho trabajo, estos ejercicios no serán considerados para el Examen.

13. Sean A, B, C conjuntos. Prueba que
- Conmutatividad $A \cup B = B \cup A$, $A \cap B = B \cap A$
 - Asociatividad $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$, $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
 - Distributividad $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$, $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
 - $A \cup A = A$, $A \cap A = A$
 - $A \subseteq A \cup B$, $A \cap B \subseteq A$
 - $A \cup \emptyset = A$, $A \cap \emptyset = \emptyset$
 - $A \cup (A \cap B) = A$, $A \cap (A \cup B) = A$
 - Si $A \subseteq C$ y $B \subseteq C$ entonces $A \cup B \subseteq C$
 - Si $C \subseteq A$ y $C \subseteq B$ entonces $C \subseteq A \cap B$
 - Si $A \subset B$ y $B \subset C$ entonces $A \subset C$
 - Si $A \subseteq B$ y $B \subseteq C$ entonces $A \subseteq C$
 - Si $A \subset B$ y $B \subseteq C$ ¿ Sera cierto que $A \subset C$?
 - Si $x \in A$ y $A \subseteq B$. ¿ Sera cierto necesariamente que $x \in B$?
 - Si $x \in A$ y $A \in B$. ¿ Sera cierto necesariamente que $x \in B$?
 - $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$

14. Prueba las leyes de De Morgan

15. Prueba

- $A \setminus B = B^c \setminus A^c$
- $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$

16. Prueba el Teorema del Binomio. Sean $x, y \in \mathbb{R}$ y $n \in \mathbb{N}$. Entonces

$$(x + y)^n = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} x^i y^{n-i}$$

17. Prueba

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

18. Si $A = B \cap C$. Determina si es cierto o no

- $A \times A = (B \times B) \cap (C \times C)$
- $A \times A = (B \times C) \cap (C \times B)$

19. Prueba que una de las dos identidades siguientes es siempre correcta y la otra algunas veces es falsa:

a) $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup C$

b) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C$

20. Sea Λ una clase de conjuntos. Prueba que

$$B \setminus \bigcup_{A \in \Lambda} A = \bigcap_{A \in \Lambda} (B \setminus A)$$

$$B \setminus \bigcap_{A \in \Lambda} A = \bigcup_{A \in \Lambda} (B \setminus A)$$

Para la próxima tarea

Prueba el principio de inclusión-exclusión.

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i) - \sum_{1 \leq i < j \leq n} P(A_i \cap A_j) + \dots + (-1)^{n+1} P(A_1 \cap \dots \cap A_n)$$