Derivadas de lenguajes regulares

Facultad de Ciencias, UNAM

Liliana Reyes [1] Rafael Reyes [2]

[1] Universidad Autónoma de la Ciudad de México

[2] Facultad de Ciencias UNAM

20 de agosto de 2015

Derivadas

Preliminares

Definición

La *derivada de un lenguaje* $\mathcal{L} \subseteq \Sigma^*$ con respecto a una cadena $u \in \Sigma^*$ se define como

$$\partial_u \mathcal{L} = \{v | u \cdot v \in \mathcal{L}\}$$

Ejemplo

$$\mathcal{L} = \{ab, abb, abbb, abbbb, abbbbb, abbbbbb, \ldots\} = \mathcal{L}[\![(ab) \cdot b^*]\!]$$

$$\partial_{ab}\mathcal{L} = \{\varepsilon, b, bb, bbb, bbbb, bbbbb, \ldots\} = \mathcal{L}[\![b^*]\!]$$

Teorema

Si $\mathcal{L} \subseteq \Sigma^*$ es regular, entonces $\partial_u \mathcal{L}$ también es regular.

Derivadas

Problema

Problema

Dada una expresión regular r y una cadena $u \in \Sigma^*$, determinar si $u \in L[\![r]\!]$.

Resolver el problema es equivalente a resolver:

$$u \in L[\![r]\!] \Leftrightarrow \varepsilon \in L[\![\partial_u r]\!]$$

Lo cual sucede si y sólo si

$$\nu(\partial_u r) = \varepsilon$$

Derivadas

Decimos que una expresión regular r es anulable, si el lenguaje definido contiene a la cadena vacía, esto es si $\varepsilon \in \mathcal{L}[\![r]\!]$ la función $\nu : RE \to RE$ tiene la siguiente propiedad:

$$\nu(r) = \begin{cases} \varepsilon & \text{Si } r \text{ es anulable} \\ \varnothing & \text{otro caso} \end{cases}$$

Y está definida como sigue

$$\begin{aligned} \nu(\varepsilon) &= \varepsilon \\ \nu(\varnothing) &= \varnothing \\ \nu(a) &= \varnothing \\ \nu(r \cdot s) &= \nu(r) \cap \nu(s) \\ \nu(r+s) &= \nu(r) + \nu(s) \\ \nu(r^*) &= \varepsilon \end{aligned}$$

Usando lo anterior y la definición de ∂_u, generamos un algoritmo que verifique si $u \in L[\![r]\!]$.

Definición

Expresandolo en términos de la relación $r \sim u$ (u caza con r).

$$r \sim \varepsilon \Leftrightarrow \nu(r) = \varepsilon$$

$$r \sim a \cdot \omega \Leftrightarrow \partial_a r \sim \omega$$

Teorema

$$r \sim u \Leftrightarrow u \in L[\![r]\!]$$

Derivadas

Expresiones regulares

Reglas de Brzozowski para expresiones regulares con respecto a un símbolo $a \in \Sigma^*$.

$$
\begin{aligned}
\partial_a \varepsilon &= \emptyset \\
\partial_a a &= \varepsilon \\
\partial_a b &= \emptyset \text{ si } b \neq a \\
\partial_a \emptyset &= \emptyset \\
\partial_a (r \cdot s) &= (\partial_a r) \cdot s + \nu(r) \cdot \partial_a s \\
\partial_a (r + s) &= \partial_a r + \partial_a s \\
\partial_a (r^*) &= \partial_a r \cdot r^*
\end{aligned}
$$

La reglas se puede extender a cadenas como:

$$
\begin{aligned}
\partial_\varepsilon r &= r \\
\partial_{u \cdot a} r &= \partial_a (\partial_u r)
\end{aligned}
$$

Derivadas

Ejemplos

¿$abb \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]$?	¿$aba \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]$?
$a \cdot b^* \sim abb$	$a \cdot b^* \sim aba$

Derivadas

Ejemplos

¿$abb \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]$?	¿$aba \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]$?
$a \cdot b^* \sim abb$ $\Leftrightarrow \partial_a(a \cdot b^*) \sim bb$	$a \cdot b^* \sim aba$ $\Leftrightarrow \partial_a(a \cdot b^*) \sim ba$

Derivadas

Ejemplos

$¿abb \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]?$	$¿aba \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]$?
$a \cdot b^* \sim abb$ $\Leftrightarrow \partial_a(a \cdot b^*) \sim bb$ $\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \nu(a) \cdot \partial_a(b^*) \sim bb$	$a \cdot b^* \sim aba$ $\Leftrightarrow \partial_a(a \cdot b^*) \sim ba$ $\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \nu(a) \cdot \partial_a(b^*) \sim ba$

Derivadas

Ejemplos

$¿abb \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]?$	$¿aba \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]$?
$a \cdot b^* \sim abb$	$a \cdot b^* \sim aba$
$\Leftrightarrow \partial_a(a \cdot b^*) \sim bb$	$\Leftrightarrow \partial_a(a \cdot b^*) \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \nu(a) \cdot \partial_a(b^*) \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \nu(a) \cdot \partial_a(b^*) \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \varnothing \cdot \varnothing \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \varnothing \cdot \varnothing \sim ba$

Derivadas

Ejemplos

$¿abb \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]$?	$¿aba \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]$?
$a \cdot b^* \sim abb$	$a \cdot b^* \sim aba$
$\Leftrightarrow \partial_a(a \cdot b^*) \sim bb$	$\Leftrightarrow \partial_a(a \cdot b^*) \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \nu(a) \cdot \partial_a(b^*) \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \nu(a) \cdot \partial_a(b^*) \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \emptyset \cdot \emptyset \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \emptyset \cdot \emptyset \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* \sim ba$

Derivadas

Ejemplos

¿$abb \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]$?	¿$aba \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]$?
$a \cdot b^* \sim abb$	$a \cdot b^* \sim aba$
$\Leftrightarrow \partial_a(a \cdot b^*) \sim bb$	$\Leftrightarrow \partial_a(a \cdot b^*) \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \nu(a) \cdot \partial_a(b^*) \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \nu(a) \cdot \partial_a(b^*) \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \varnothing \cdot \varnothing \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \varnothing \cdot \varnothing \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* \sim ba$
$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim ba$

Derivadas

Ejemplos

¿$abb \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]$?	¿$aba \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]$?
$a \cdot b^* \sim abb$	$a \cdot b^* \sim aba$
$\Leftrightarrow \partial_a(a \cdot b^*) \sim bb$	$\Leftrightarrow \partial_a(a \cdot b^*) \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \nu(a) \cdot \partial_a(b^*) \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \nu(a) \cdot \partial_a(b^*) \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \emptyset \cdot \emptyset \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \emptyset \cdot \emptyset \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* \sim ba$
$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim ba$
$\Leftrightarrow b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow b^* \sim ba$

Derivadas

Ejemplos

¿$abb \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]$?	¿$aba \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]$?
$a \cdot b^* \sim abb$	$a \cdot b^* \sim aba$
$\Leftrightarrow \partial_a(a \cdot b^*) \sim bb$	$\Leftrightarrow \partial_a(a \cdot b^*) \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \nu(a) \cdot \partial_a(b^*) \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \nu(a) \cdot \partial_a(b^*) \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \emptyset \cdot \emptyset \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \emptyset \cdot \emptyset \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* \sim ba$
$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim ba$
$\Leftrightarrow b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow b^* \sim ba$
$\Leftrightarrow \partial_b b^* \sim b$	$\Leftrightarrow \partial_b b^* \sim a$

Derivadas

Ejemplos

¿$abb \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]$?	¿$aba \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]$?
$a \cdot b^* \sim abb$	$a \cdot b^* \sim aba$
$\Leftrightarrow \partial_a(a \cdot b^*) \sim bb$	$\Leftrightarrow \partial_a(a \cdot b^*) \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \nu(a) \cdot \partial_a(b^*) \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \nu(a) \cdot \partial_a(b^*) \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \emptyset \cdot \emptyset \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \emptyset \cdot \emptyset \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* \sim ba$
$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim ba$
$\Leftrightarrow b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow b^* \sim ba$
$\Leftrightarrow \partial_b b^* \sim b$	$\Leftrightarrow \partial_b b^* \sim a$
$\Leftrightarrow (\partial_b b) \cdot b^* \sim b$	$\Leftrightarrow (\partial_b b) \cdot b^* \sim a$

Derivadas

Ejemplos

$¿abb \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]?$	$¿aba \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]?$
$a \cdot b^* \sim abb$	$a \cdot b^* \sim aba$
$\Leftrightarrow \partial_a(a \cdot b^*) \sim bb$	$\Leftrightarrow \partial_a(a \cdot b^*) \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \nu(a) \cdot \partial_a(b^*) \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \nu(a) \cdot \partial_a(b^*) \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \varnothing \cdot \varnothing \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \varnothing \cdot \varnothing \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* \sim ba$
$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim ba$
$\Leftrightarrow b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow b^* \sim ba$
$\Leftrightarrow \partial_b b^* \sim b$	$\Leftrightarrow \partial_b b^* \sim a$
$\Leftrightarrow (\partial_b b) \cdot b^* \sim b$	$\Leftrightarrow (\partial_b b) \cdot b^* \sim a$
$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim b$	$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim a$

Derivadas

Ejemplos

¿$abb \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]$?	¿$aba \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]$?
$a \cdot b^* \sim abb$	$a \cdot b^* \sim aba$
$\Leftrightarrow \partial_a(a \cdot b^*) \sim bb$	$\Leftrightarrow \partial_a(a \cdot b^*) \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \nu(a) \cdot \partial_a(b^*) \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \nu(a) \cdot \partial_a(b^*) \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \emptyset \cdot \emptyset \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \emptyset \cdot \emptyset \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* \sim ba$
$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim ba$
$\Leftrightarrow b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow b^* \sim ba$
$\Leftrightarrow \partial_b b^* \sim b$	$\Leftrightarrow \partial_b b^* \sim a$
$\Leftrightarrow (\partial_b b) \cdot b^* \sim b$	$\Leftrightarrow (\partial_b b) \cdot b^* \sim a$
$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim b$	$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim a$
$\Leftrightarrow b^* \sim b$	$\Leftrightarrow b^* \sim a$

Derivadas

Ejemplos

$¿abb \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]?$	$¿aba \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]$?
$a \cdot b^* \sim abb$	$a \cdot b^* \sim aba$
$\Leftrightarrow \partial_a(a \cdot b^*) \sim bb$	$\Leftrightarrow \partial_a(a \cdot b^*) \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \nu(a) \cdot \partial_a(b^*) \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \nu(a) \cdot \partial_a(b^*) \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \varnothing \cdot \varnothing \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \varnothing \cdot \varnothing \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* \sim ba$
$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim ba$
$\Leftrightarrow b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow b^* \sim ba$
$\Leftrightarrow \partial_b b^* \sim b$	$\Leftrightarrow \partial_b b^* \sim a$
$\Leftrightarrow (\partial_b b) \cdot b^* \sim b$	$\Leftrightarrow (\partial_b b) \cdot b^* \sim a$
$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim b$	$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim a$
$\Leftrightarrow b^* \sim b$	$\Leftrightarrow b^* \sim a$
$\Leftrightarrow \partial_b b^* \sim \varepsilon$	$\Leftrightarrow \partial_a b^* \sim \varepsilon$

Derivadas

Ejemplos

¿$abb \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]$?	¿$aba \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]$?
$a \cdot b^* \sim abb$	$a \cdot b^* \sim aba$
$\Leftrightarrow \partial_a(a \cdot b^*) \sim bb$	$\Leftrightarrow \partial_a(a \cdot b^*) \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \nu(a) \cdot \partial_a(b^*) \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \nu(a) \cdot \partial_a(b^*) \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \varnothing \cdot \varnothing \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \varnothing \cdot \varnothing \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* \sim ba$
$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim ba$
$\Leftrightarrow b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow b^* \sim ba$
$\Leftrightarrow \partial_b b^* \sim b$	$\Leftrightarrow \partial_b b^* \sim a$
$\Leftrightarrow (\partial_b b) \cdot b^* \sim b$	$\Leftrightarrow (\partial_b b) \cdot b^* \sim a$
$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim b$	$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim a$
$\Leftrightarrow b^* \sim b$	$\Leftrightarrow b^* \sim a$
$\Leftrightarrow \partial_b b^* \sim \varepsilon$	$\Leftrightarrow \partial_a b^* \sim \varepsilon$
$\Leftrightarrow (\partial_b b) \cdot b^* \sim \varepsilon$	$\Leftrightarrow (\partial_a b) \cdot b^* \sim \varepsilon$

Derivadas

Ejemplos

¿$abb \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]$?	¿$aba \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]$?
$a \cdot b^* \sim abb$	$a \cdot b^* \sim aba$
$\Leftrightarrow \partial_a(a \cdot b^*) \sim bb$	$\Leftrightarrow \partial_a(a \cdot b^*) \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \nu(a) \cdot \partial_a(b^*) \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \nu(a) \cdot \partial_a(b^*) \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \varnothing \cdot \varnothing \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \varnothing \cdot \varnothing \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* \sim ba$
$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim ba$
$\Leftrightarrow b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow b^* \sim ba$
$\Leftrightarrow \partial_b b^* \sim b$	$\Leftrightarrow \partial_b b^* \sim a$
$\Leftrightarrow (\partial_b b) \cdot b^* \sim b$	$\Leftrightarrow (\partial_b b) \cdot b^* \sim a$
$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim b$	$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim a$
$\Leftrightarrow b^* \sim b$	$\Leftrightarrow b^* \sim a$
$\Leftrightarrow \partial_b b^* \sim \varepsilon$	$\Leftrightarrow \partial_a b^* \sim \varepsilon$
$\Leftrightarrow (\partial_b b) \cdot b^* \sim \varepsilon$	$\Leftrightarrow (\partial_a b) \cdot b^* \sim \varepsilon$
$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim \varepsilon$	$\Leftrightarrow \varnothing \cdot b^* \sim \varepsilon$

Derivadas

Ejemplos

¿$abb \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]$?	¿$aba \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]$?
$a \cdot b^* \sim abb$	$a \cdot b^* \sim aba$
$\Leftrightarrow \partial_a(a \cdot b^*) \sim bb$	$\Leftrightarrow \partial_a(a \cdot b^*) \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \nu(a) \cdot \partial_a(b^*) \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \nu(a) \cdot \partial_a(b^*) \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \varnothing \cdot \varnothing \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \varnothing \cdot \varnothing \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* \sim ba$
$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim ba$
$\Leftrightarrow b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow b^* \sim ba$
$\Leftrightarrow \partial_b b^* \sim b$	$\Leftrightarrow \partial_b b^* \sim a$
$\Leftrightarrow (\partial_b b) \cdot b^* \sim b$	$\Leftrightarrow (\partial_b b) \cdot b^* \sim a$
$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim b$	$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim a$
$\Leftrightarrow b^* \sim b$	$\Leftrightarrow b^* \sim a$
$\Leftrightarrow \partial_b b^* \sim \varepsilon$	$\Leftrightarrow \partial_a b^* \sim \varepsilon$
$\Leftrightarrow (\partial_b b) \cdot b^* \sim \varepsilon$	$\Leftrightarrow (\partial_a b) \cdot b^* \sim \varepsilon$
$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim \varepsilon$	$\Leftrightarrow \varnothing \cdot b^* \sim \varepsilon$
$\Leftrightarrow b^* \sim \varepsilon$	$\Leftrightarrow \varnothing \sim \varepsilon$

Derivadas

Ejemplos

¿$abb \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]$?	¿$aba \in \mathcal{L}[\![a \cdot b^*]\!]$?
$a \cdot b^* \sim abb$	$a \cdot b^* \sim aba$
$\Leftrightarrow \partial_a(a \cdot b^*) \sim bb$	$\Leftrightarrow \partial_a(a \cdot b^*) \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \nu(a) \cdot \partial_a(b^*) \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \nu(a) \cdot \partial_a(b^*) \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \varnothing \cdot \varnothing \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* + \varnothing \cdot \varnothing \sim ba$
$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow (\partial_a a) \cdot b^* \sim ba$
$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim ba$
$\Leftrightarrow b^* \sim bb$	$\Leftrightarrow b^* \sim ba$
$\Leftrightarrow \partial_b b^* \sim b$	$\Leftrightarrow \partial_b b^* \sim a$
$\Leftrightarrow (\partial_b b) \cdot b^* \sim b$	$\Leftrightarrow (\partial_b b) \cdot b^* \sim a$
$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim b$	$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim a$
$\Leftrightarrow b^* \sim b$	$\Leftrightarrow b^* \sim a$
$\Leftrightarrow \partial_b b^* \sim \varepsilon$	$\Leftrightarrow \partial_a b^* \sim \varepsilon$
$\Leftrightarrow (\partial_b b) \cdot b^* \sim \varepsilon$	$\Leftrightarrow (\partial_a b) \cdot b^* \sim \varepsilon$
$\Leftrightarrow \varepsilon \cdot b^* \sim \varepsilon$	$\Leftrightarrow \varnothing \cdot b^* \sim \varepsilon$
$\Leftrightarrow b^* \sim \varepsilon$	$\Leftrightarrow \varnothing \sim \varepsilon$
$\Leftrightarrow \nu(b^*) = \varepsilon$ ✓	$\Leftrightarrow \nu(\varnothing) = \varepsilon$ ✗

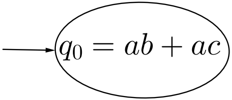
Algoritmo

Construcción de DFA

Ejemplo

Consideremos la expresión regular $r = a \cdot b + a \cdot c$ sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$

1. $q_0 = \partial_\varepsilon(a \cdot b + a \cdot c) = a \cdot b + a \cdot c$



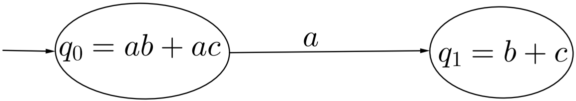
Algoritmo

Construcción de DFA

Ejemplo

Consideremos la expresión regular $r = a \cdot b + a \cdot c$ sobre el alfabeto $\{a, b, c\}$

2. $\partial_a q_0 = \partial_a(a \cdot b + a \cdot c) = b + c$, el cual es un estado nuevo, lo llamamos q_1



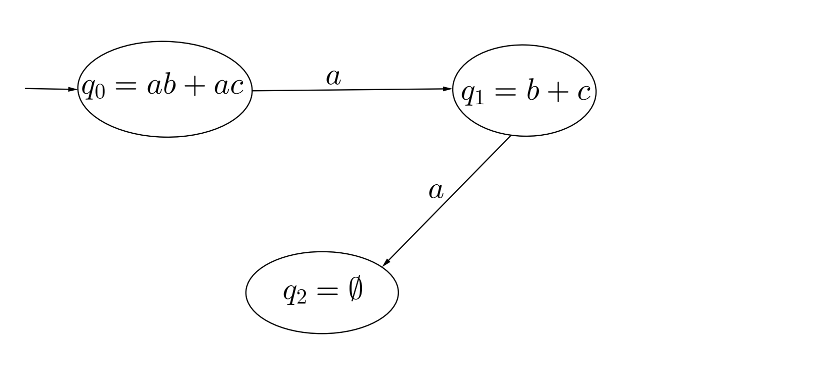
Algoritmo

Construcción de DFA

Ejemplo

Consideremos la expresión regular $r = a \cdot b + a \cdot c$ sobre el alfabeto $\{a, b, c\}$

3. $\partial_a q_1 = \partial_a(b + c) = \emptyset$, el cual es un nuevo estado y lo llamaremos q_2



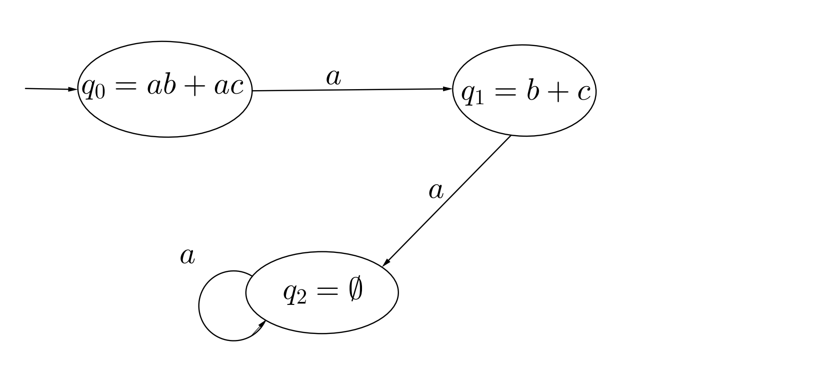
Algoritmo

Construcción de DFA

Ejemplo

Consideremos la expresión regular $r = a \cdot b + a \cdot c$ sobre el alfabeto $\{a, b, c\}$

4. $\partial_a q_2 = \partial_a(\varnothing) = \varnothing = q_2$, pues el estado ya existe



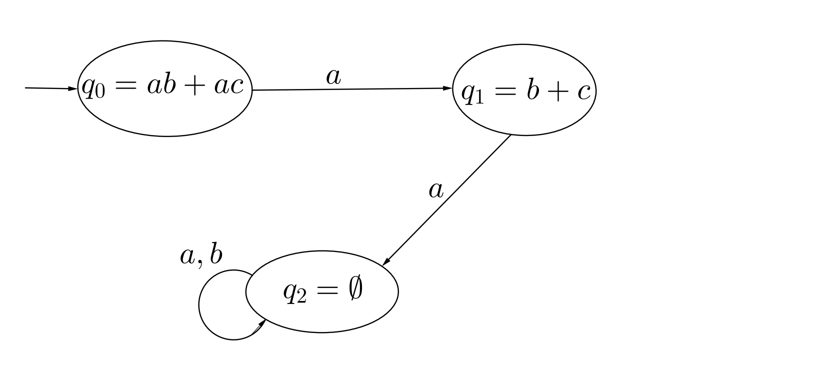
Algoritmo

Construcción de DFA

Ejemplo

Consideremos la expresión regular $r = a \cdot b + a \cdot c$ sobre el alfabeto $\{a, b, c\}$

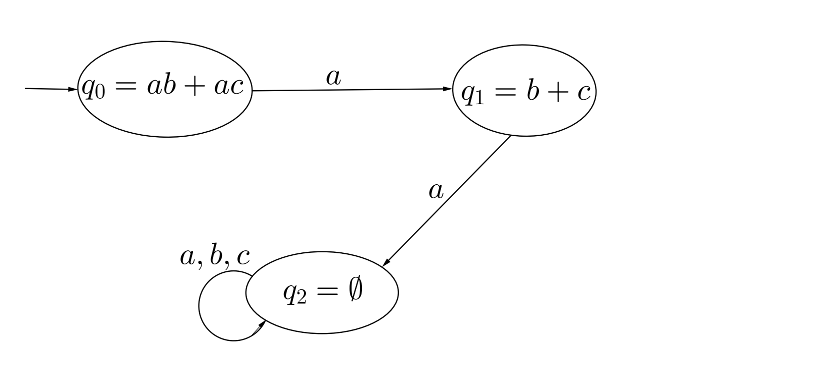
5. $\partial_b q_2 = \partial_b(\varnothing) = \varnothing = q_2$



Ejemplo

Consideremos la expresión regular $r = a \cdot b + a \cdot c$ sobre el alfabeto $\{a, b, c\}$

6. $\partial_c q_2 = \partial_c(\varnothing) = \varnothing = q_2$



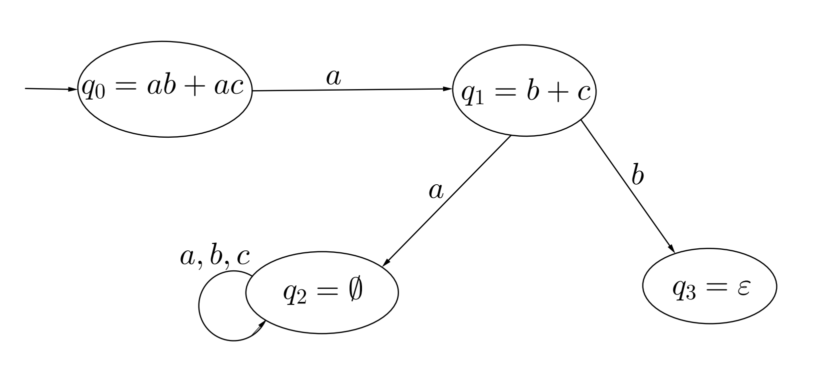
Algoritmo

Construcción de DFA

Ejemplo

Consideremos la expresión regular $r = a \cdot b + a \cdot c$ sobre el alfabeto $\{a, b, c\}$

7. $\partial_b q_1 = \partial_b(b + c) = (\varepsilon + \varnothing) \equiv \varepsilon$, es un nuevo estado llamado q_3



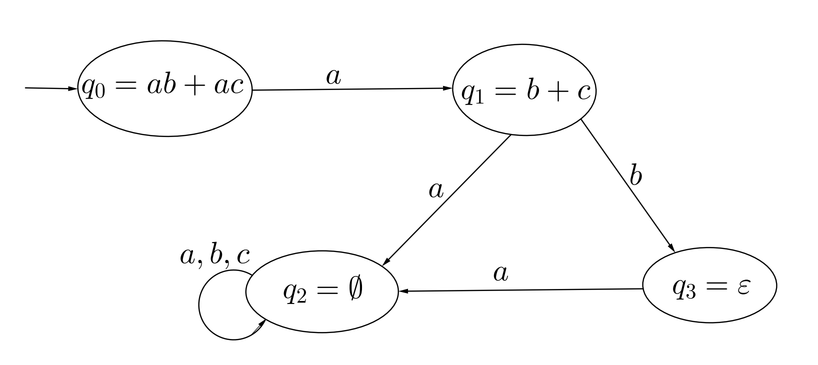
Algoritmo

Construcción de DFA

Ejemplo

Consideremos la expresión regular $r = a \cdot b + a \cdot c$ sobre el alfabeto $\{a, b, c\}$

8. $\partial_a q_3 = \partial_a(\varepsilon) = \emptyset = q_2$



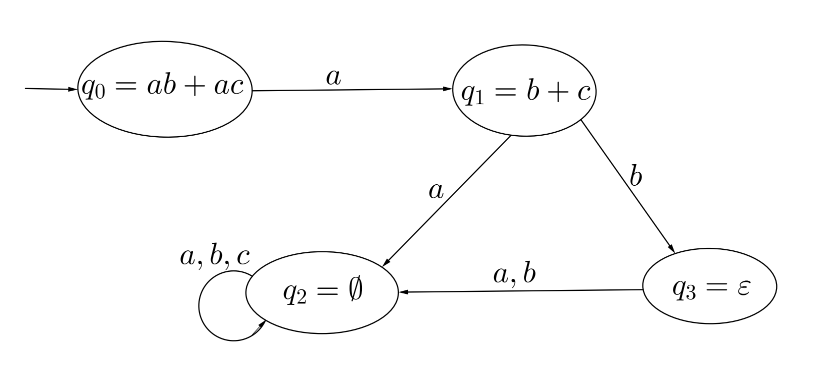
Algoritmo

Construcción de DFA

Ejemplo

Consideremos la expresión regular $r = a \cdot b + a \cdot c$ sobre el alfabeto $\{a, b, c\}$

9. $\partial_b q_3 = \partial_b(\varepsilon) = \varnothing = q_2$



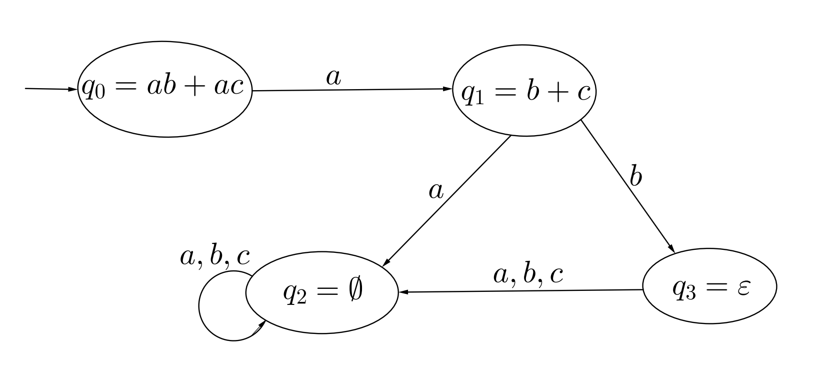
Algoritmo

Construcción de DFA

Ejemplo

Consideremos la expresión regular $r = a \cdot b + a \cdot c$ sobre el alfabeto $\{a, b, c\}$

10. $\partial_c q_3 = \partial_c(\varepsilon) = \varnothing = q_2$



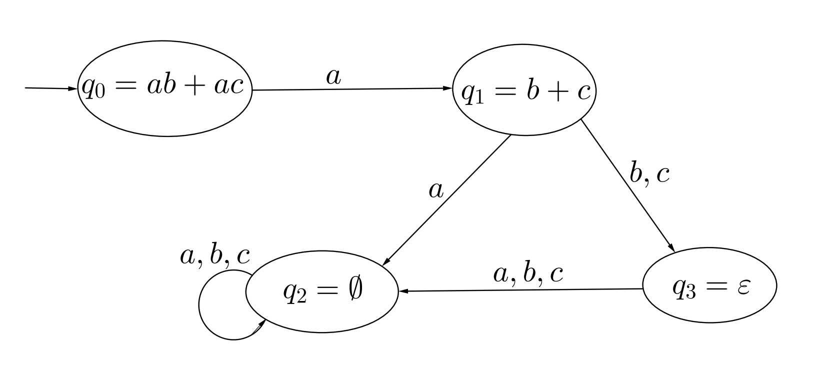
Algoritmo

Construcción de DFA

Ejemplo

Consideremos la expresión regular $r = a \cdot b + a \cdot c$ sobre el alfabeto $\{a, b, c\}$

11. $\partial_c q_1 = \partial_c(b + c) = (\varnothing + \varepsilon) \equiv \varepsilon = q_3$



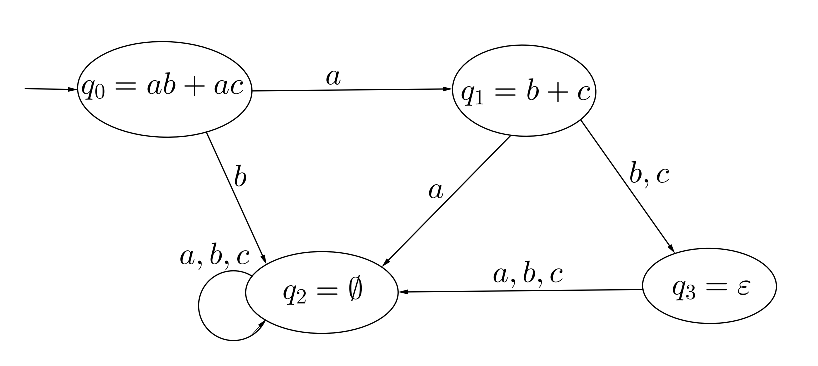
Algoritmo

Construcción de DFA

Ejemplo

Consideremos la expresión regular $r = a \cdot b + a \cdot c$ sobre el alfabeto $\{a, b, c\}$

12. $\partial_b q_0 = \partial_b(a \cdot b + a \cdot c) = \varnothing = q_2$



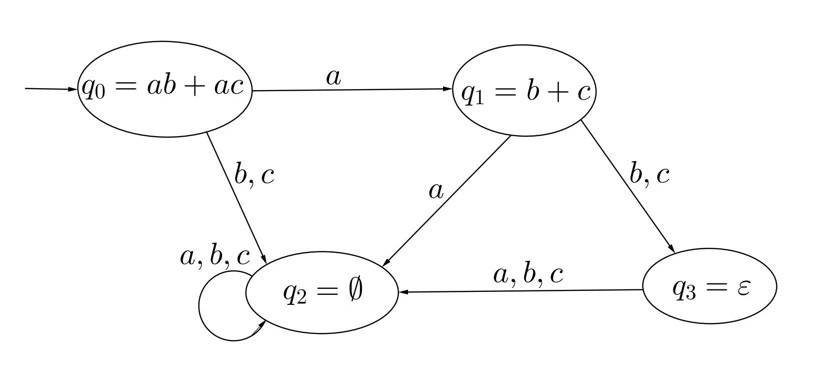
Algoritmo

Construcción de DFA

Ejemplo

Consideremos la expresión regular $r = a \cdot b + a \cdot c$ sobre el alfabeto $\{a, b, c\}$

13. $\partial_c q_0 = \partial_c(a \cdot b + a \cdot c) = \emptyset = q_2$

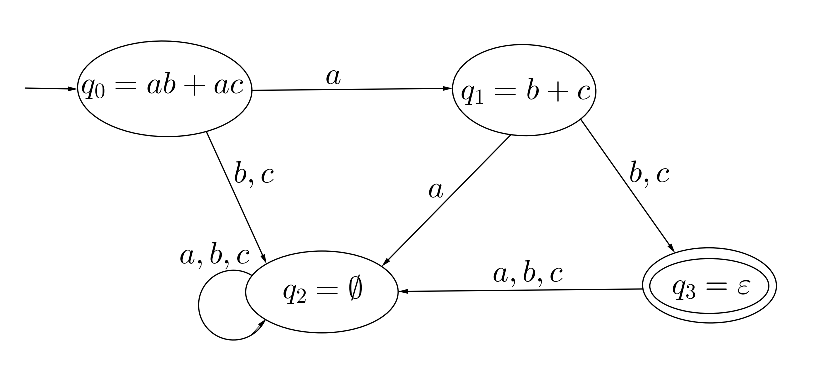


Algoritmo

Construcción de DFA

Ejemplo

Consideremos la expresión regular $r = a \cdot b + a \cdot c$ sobre el alfabeto $\{a, b, c\}$
Los estados finales son todos aquellos estados que sean anulables, en este caso únicamente es anulable $\nu(q_3) = \varepsilon$



Algoritmo

fun goto $q\ (c,(Q,\delta)) =$

  let $q_c = \partial_c q$

  in

    if $\exists q' \in Q$ tal que $q' \equiv q_c$

      then $(Q, \delta \cup \{(q,c) \to q'\})$

    else

      let $Q' = Q \cup \{q_c\}$

      let $\delta' = \delta \cup \{(q,c) \to q_c\}$

      in explora (Q', δ', q_c)

and explora $(Q,\delta,q) =$ fold (goto q) $(Q,\delta)\ \Sigma$

fun mkDFA $r =$

  let $q_0 = \partial_\varepsilon r$

  let $(Q,\delta) =$ explora $(\{q_0\},\{\},q_0)$

  let $F = \{q | q \in Q$ y $\nu(q) = \varepsilon\}$

  in (Q,Σ,q_0,F,δ)