Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
Teoría de los números II

Tarea 3 ***Generalización del Postulado de Bertrand***

Ángel Iván Gladín García
No. cuenta: 313112470
angelgladin@ciencias.unam.mx

17 de junio de 2020

Posutulado de Bertrand

Dice que para cualquier entero $n > 1$ siempre existe al menos un primo tal que,

$$n < p < 2n.$$

¿Qué pasa con los intervalos $2x$ a $3x$, o x mayor igual que 2.

El artículo de M. El Bachraoui [1] nos habla de los primos en el intervalo $[2n, 3n]$, específicamente establece en un teorema que para cualquier enteros positivo $n < 1$ hay un número primo entre $2n$ y $3n$. Lo que hace es afirmar que hay un producto de primos entre $2n$ y $3n$, los cuales, si hay alguno que dividan a $\binom{3n}{2n}$. Usando una notación de un libro de Erdös tiene que,

$$T_1 = \prod_{p \leq \sqrt{3n}} p^{\beta(p)}, \quad T_2 = \prod_{\sqrt{3n} < p \leq 2n} p^{\beta(p)}, \quad T_2 = \prod_{2n+1 \leq p \leq 3n} p^{\beta(p)}$$

tales ques,

$$\binom{3n}{2n} = T_1 T_2 T_3$$

Donde acota cada T_i y al final muestra la existencia de esos números.

¿Qué se puede decir del intervalo kx a $(k+1)x$ con $k > 2$?

El el artículo [2] se buscan esas k's tal que se cumpla ese intervalo y se prueba al menos para $k = 1, 2, 3, 5, 9, 14$ y no otros, al menos para $k \leq 50,000,000$. Además se tiene para cada $k = 1, 2, 3, 5, 9, 14$ se tiene un algoritmo para entror el más pequño $N_k(m)$, tal que, para $n \geq N_k(m)$, el intervalo $(kn, (k+1)n)$ contiene al menos m primos.

Referencias

[1] Mohamed El Bachraoui. Primes in the interval [2n,3n]. *International Journal of Contemporary Mathematical Sciences*, 1, 01 2006.

[2] Vladimir Shevelev, Charles R. Greathouse IV, and Peter J. C. Moses. On intervals (kn,(k+1)n) containing a prime for all n¿1, 2012.