

Tarea de Armónicos y Promedios

1) Demostrar que para la función $\tau(n)$, que es la función cantidad de divisores, se cumple que

$$\tau(n) \ll n^{\frac{1}{3}}$$

2) Demostrar que no puede suceder que

$$\tau(n) \ll \ln(n)$$

3) Demostrar que $\ln(n) < H_n < \ln(n) + 1$

4) Demostrar que $n! \ll n \left(\frac{n}{e}\right)^n$

5) Demostrar sin usar puntos en una retícula, es decir, de manera totalmente algebraica que:

$$\sum_{k=1}^n \tau(k) = n \log(n) + O(n)$$