

Задание

Цель работы

Исследование точностных свойств систем управления путём воздействия на систему различных типовых воздействий, а также внешних возмущений.

Исходные данные

Таблица 1 – Исходные данные

| $W(s)(0)$ | $W(s)(1)$ | A | V | a | f_1 | f_2 | $g(t)$ |
|------------------|------------------|-----|-----|------|-------|-------|-------------------|
| $\frac{2}{3s+1}$ | $\frac{2}{3s+1}$ | 1 | 0.5 | 0.25 | 1 | -0.5 | $2 + 3\sin(0.5t)$ |

1 Исследование системы с астатизмом нулевого порядка

Даны передаточная функция объекта управления и характеристики задающего воздействия:

$$W(s) = \frac{2}{3s + 1}$$

$$g(t) = 1$$

$$g(t) = 0.5t$$

Построим схему моделирования системы с астатизмом нулевого порядка, находящейся в стационарном режиме работы ($g(t) = 1$), где $H(s) = k$. Схема моделирования представлена на рисунке 1.

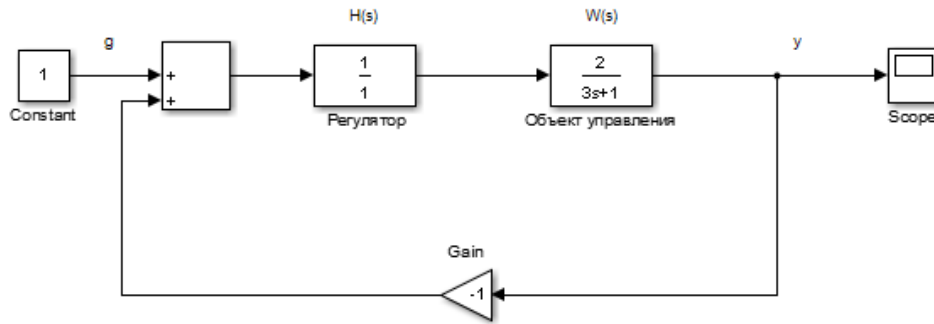


Рисунок 1 — Схема моделирования системы с астатизмом нулевого порядка с $g(t) = 1$

Промоделируем данную систему и получим переходные процессы для $k = 1, 5, 10$:

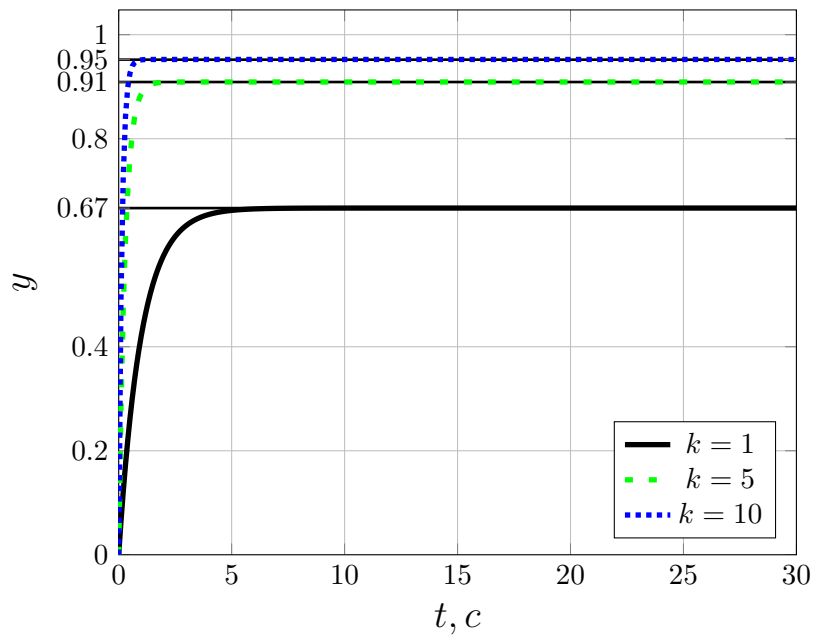


Рисунок 2 — Результаты моделирования при $g(t) = 1$

Из графиков переходных процессов определим предельное значение установившейся ошибки

ε :

- а) $\varepsilon = 0.34$ при $k = 1$
- б) $\varepsilon = 0.09$ при $k = 5$
- с) $\varepsilon = 0.05$ при $k = 10$

Выведем зависимость предельного значения установившейся ошибки ε от k . На основе анализа структурной схемы системы можно записать:

$$y = kW(s)e \quad (1)$$

Учитывая, что $y = kW(s)e$

$$e(1 + kW(s)) = g \quad (2)$$

$$e = \frac{g}{1 + kW(s)} = \frac{(3s + 1)g}{3s + 2k + 1} \quad (3)$$

В соответствии с теоремой о предельном переходе во временной области, с учётом, что $G(s) = \frac{1}{s}$, имеем:

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{(3s + 1) \frac{1}{s} s}{3s + 2k + 1} = \frac{1}{2k + 1} \quad (4)$$

Графики ошибок представлены на рисунке 3.

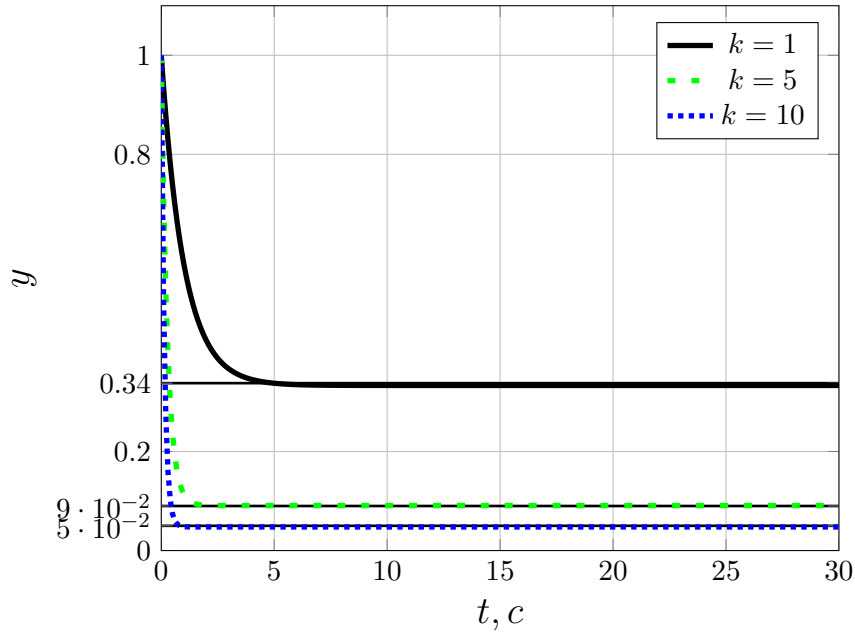


Рисунок 3 — Результаты моделирования при $g(t) = 1$

Построим схему моделирования системы с астатизмом нулевого порядка, находящейся в режиме движения с постоянной скоростью $g(t) = 0.5t$, где $H(s) = k$. Схема моделирования представлена на рисунке 4.

Промоделируем данную систему и получим переходные процессы для $k = 1, 5, 10$ на интервале времени $t = 30c$. Результаты моделирования представлены на рисунке 5.

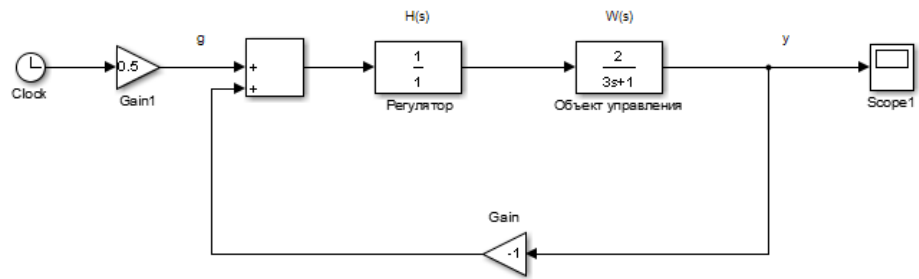


Рисунок 4 — Схема моделирования системы с астатизмом нулевого порядка, движущейся с постоянной скоростью

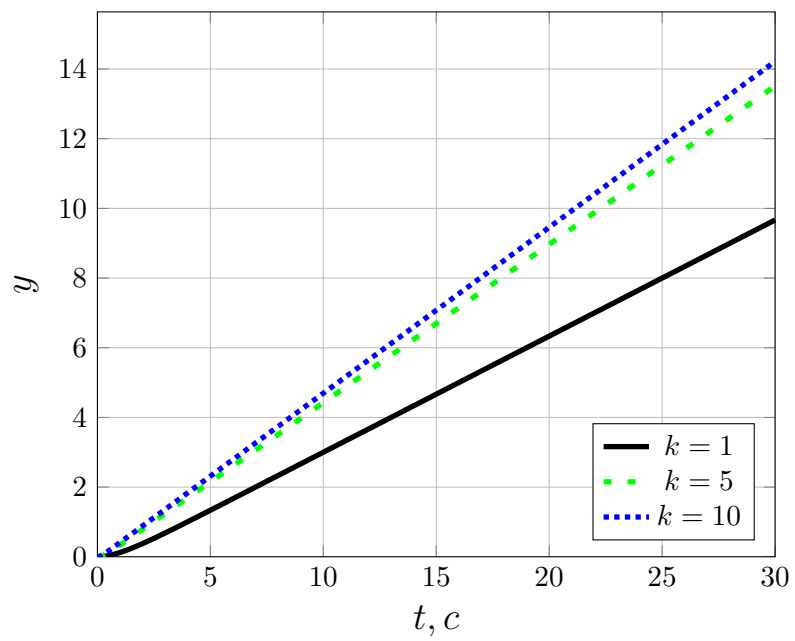


Рисунок 5 — Результаты моделирования при $g(t) = 0.5t$

2 Исследование системы с астатизмом первого порядка

Даны передаточная функция объекта управления и характеристики задающего воздействия:

$$W(s) = \frac{2}{3s + 1}$$

$$g(t) = 1$$

$$g(t) = 0.5t$$

$$g(t) = 0.25t^2$$

Построим схему моделирования системы с астатизмом первого порядка, находящейся в стационарном режиме работы $g(t) = 1$, где $H(s) = \frac{k}{s}$. Схема моделирования представлены на рисунке 6.

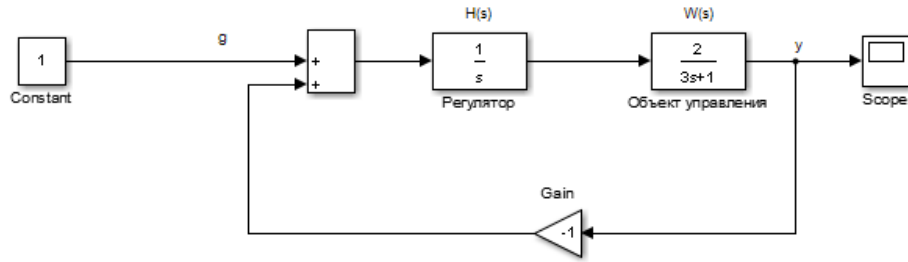


Рисунок 6 — Схема моделирования системы с астатизмом первого порядка, находящейся в стационарном режиме работы

Промоделируем данную систему и получим переходные процессы для $k = 1, 5, 10$. Результаты моделирования представлены на рисунке 7.

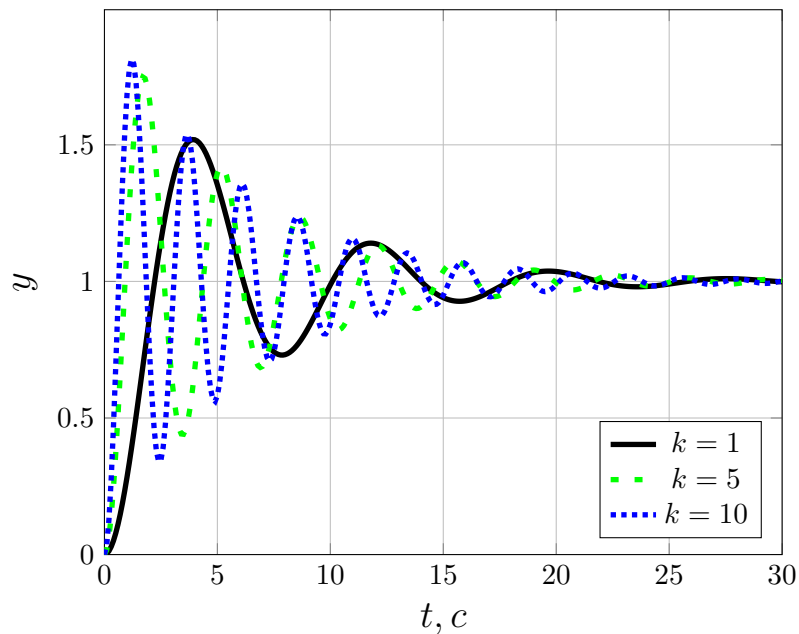


Рисунок 7 — Результаты моделирования при $g(t) = 1$

Из графиков переходных процессов определим предельное значение установившейся ошибки ε :

$\varepsilon = 0$ при $k = 1$, $k = 5$ и $k = 10$

Выведем зависимость предельного значения установившейся ошибки ε от k . На основе анализа структурной схемы системы можно записать:

$$y = W(s) \frac{k}{s} e \quad (5)$$

Учитывая, что $y = g \tilde{e}$, преобразуем:

$$g - e = W(s) \frac{k}{s} e \quad (6)$$

$$e(1 + W(s) \frac{k}{s}) = g \quad (7)$$

$$e = \frac{g}{1 + W(s) \frac{k}{s}} = \frac{(3s^2 + s)g}{3s^2 + s + 2k} \quad (8)$$

В соответствии с теоремой о предельном переходе во временной области, с учетом, что $G(s) = 1/s$, имеем:

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{(3s^2 + s) \frac{1}{s} s}{3s^2 + s + 2k} = 0 \quad (9)$$

Графики ошибок представлены на рисунке 8.

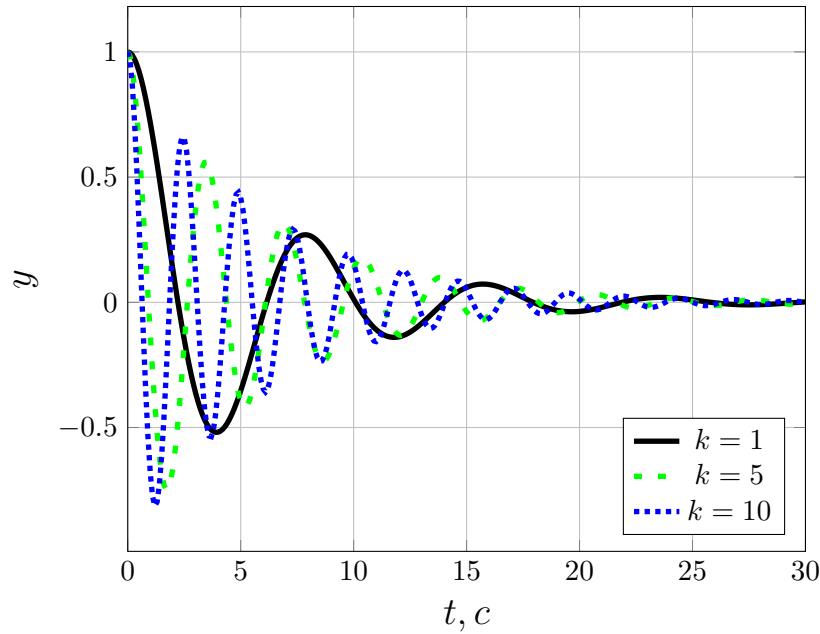


Рисунок 8 — Результаты моделирования при $g(t) = 1$

Построим схему моделирования системы с астатизмом первого порядка, движущейся с постоянной скоростью $g(t) = 0.5t$, где $H(s) = k/s$. Схема моделирования представлена на рисунке 9.

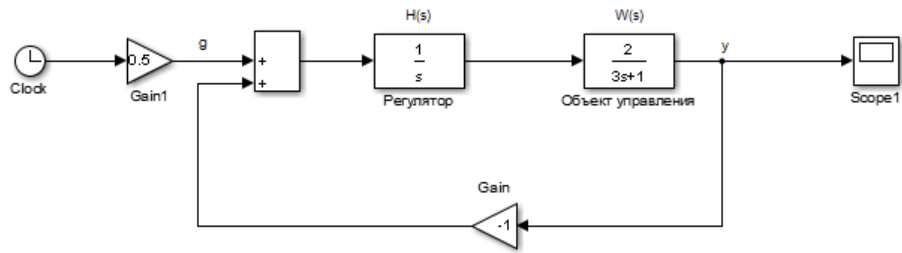


Рисунок 9 — Схема моделирования системы с астатизмом первого порядка, движущейся с постоянной скоростью

Промоделируем данную систему и получим переходные процессы для $k = 1, 5, 10$ на интервале времени $t = 30$ с. Результаты моделирования представлены на рисунке 10.

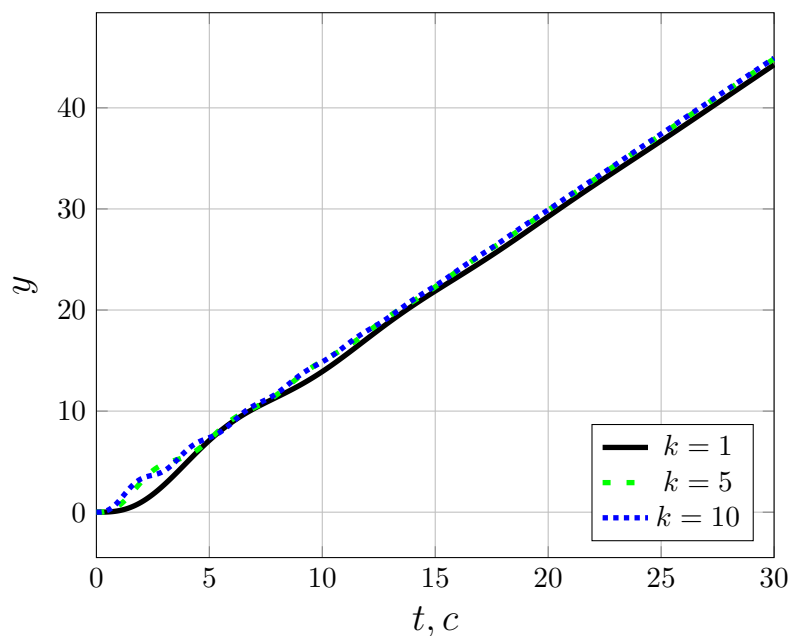


Рисунок 10 — Результаты моделирования при $g(t) = 0.5t$

Из графиков переходных процессов определим предельное значение установившейся ошибки ε :

- a) $\varepsilon = 0.0786$ при $k = 1$
- b) $\varepsilon = 0.1455$ при $k = 5$
- c) $\varepsilon = 0.7373$ при $k = 10$

Графики ошибок представлены на рисунке 11.

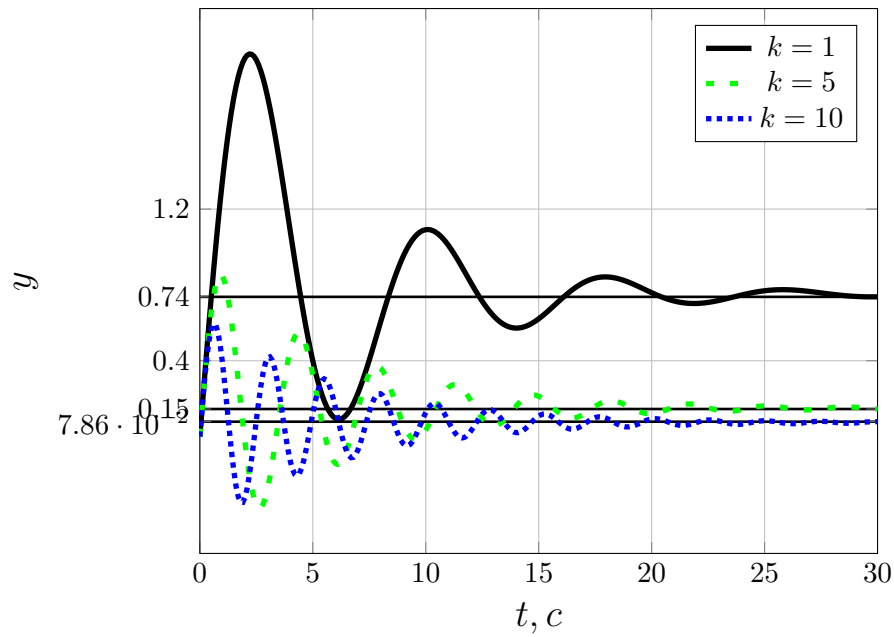


Рисунок 11 — Результаты моделирования при $g(t) = 0.5t$

Построим схему моделирования системы с астатизмом первого порядка, движущейся с постоянным ускорением $g(t) = 0.25t^2$, где $H(s) = \frac{k}{s}$. Схема моделирования представлена на рисунке 12.

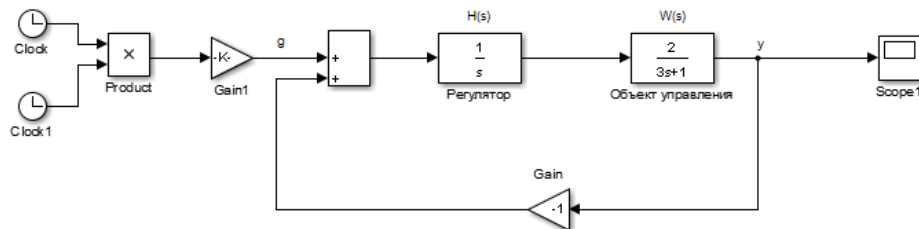


Рисунок 12 — Схема моделирования системы с астатизмом первого порядка, движущейся с постоянным ускорением

Промоделируем данную систему и получим переходные процессы для $k = 1, 5, 10$ на интервале времени $t = 30$ с. Результаты моделирования представлены на рисунке 13.

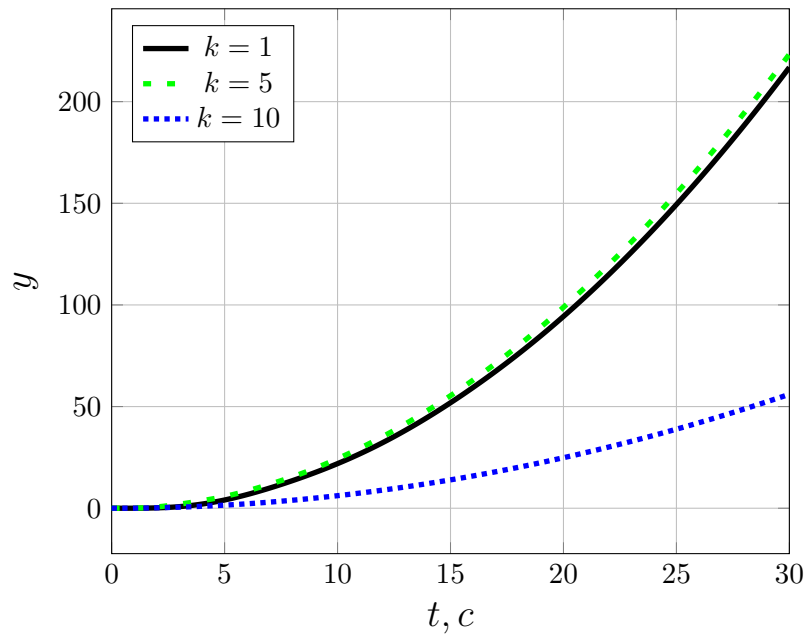


Рисунок 13 — Результаты моделирования при $g(t) = 0.25t^2$

Графики ошибок представлены на рисунке 14.

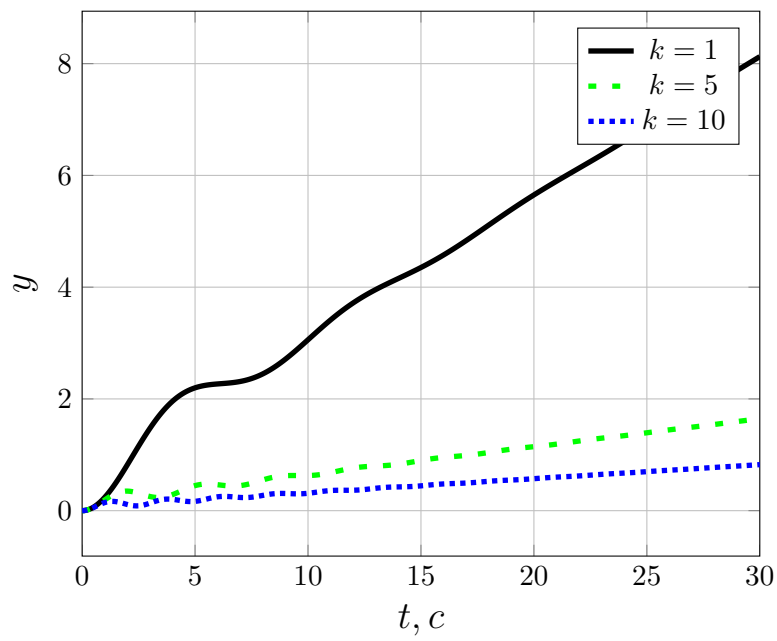


Рисунок 14 — Результаты моделирования при $g(t) = 0.25t^2$

3 Исследование влияний внешних возмущений

Построим схему моделирования возмущенной системы со следующими параметрами:

$$W(s) = \frac{2}{(3s+1)}$$

$$f_1 = 1$$

$$f_2 = -0.5$$

Схема моделирования представлена на рисунке 15.

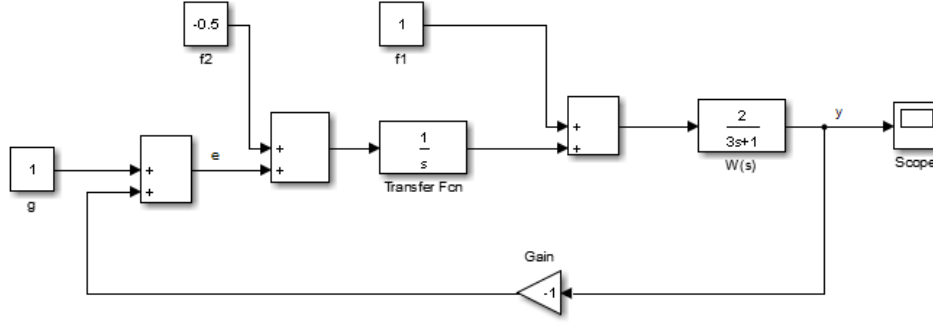


Рисунок 15 — Схема моделирования возмущенной системы

Промоделируем данную систему при различных возмущающих воздействиях и получим переходный процесс. Результаты моделирования представлены на рисунке 16.

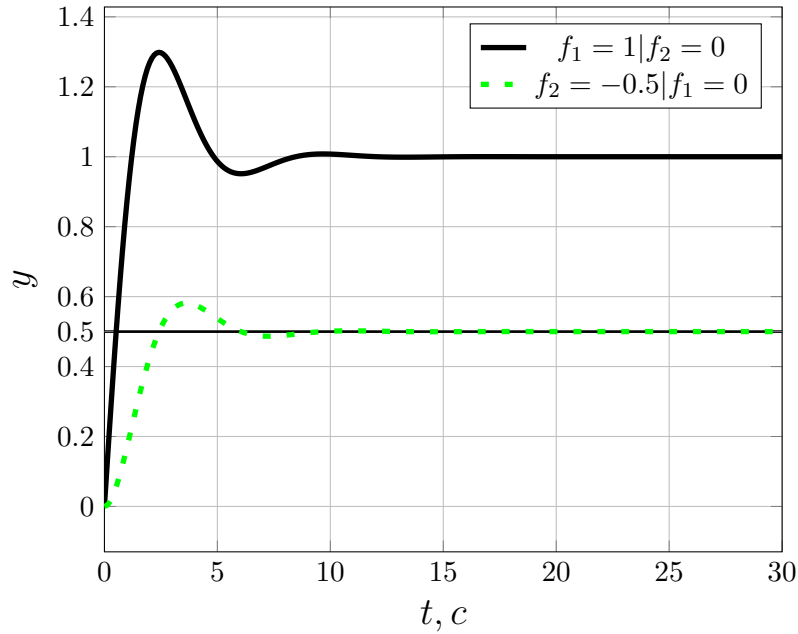


Рисунок 16 — Результаты моделирования при различных внешних возмущениях

Из графика ошибки слежения определяем предельное значение установившейся ошибки: $\varepsilon = 0$ при $g(t) = 1(t)$ и $f_2 = 0$.

Произведем аналитический расчет установившейся ошибки ε при $g(t) = 1(t)$ и $f_2 = 0$. На основе анализа структурной схемы системы можно записать:

$$y = W(s)(f_1 + \frac{1}{s}e) \quad (10)$$

Выразим e , предварительно заменив $y = g - e$:

$$g - e = W(s)(f_1 + \frac{1}{s}e) \quad (11)$$

$$e(1 + W(s)\frac{1}{s}) = g - W(s)f_1 \quad (12)$$

$$e = \frac{g}{1 + W(s)\frac{1}{s}} - \frac{W(s)f_1}{1 + W(s)\frac{1}{s}} \quad (13)$$

$$e = \frac{(3s^2 + s)g}{3s^2 + s + 2} - \frac{2sf_1}{3s^2 + s + 2} \quad (14)$$

В соответствии с теоремой о предельном переходе во временной области, с учетом, что $G(s) = \frac{1}{s}$, $F1 = \frac{1}{s}$ имеем:

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{(3s^2 + s)\frac{1}{s}s}{3s^2 + s + 2} - \frac{2s\frac{1}{s}s}{3s^2 + s + 2} = 0 \quad (15)$$

Из графика переходного процесса определяем предельное значение установившейся ошибки: $\varepsilon = 0.5$ при $g(t) = 1(t)$ и $f_1 = 0$.

Произведем аналитический расчет установившейся ошибки ε при $g(t) = 1(t)$ и $f_1 = 0$. На основе анализа структурной схемы системы можно записать:

$$y = W(s)\frac{1}{s}(f_2 + e) \quad (16)$$

Выразим e , предварительно заменив $y = g \sim e$:

$$g - e = W(s)\frac{1}{s}f_2 \quad (17)$$

$$e(W(s)\frac{1}{s} + 1) = g - W(s)\frac{1}{s}f_2 \quad (18)$$

$$e = \frac{g}{W(s)\frac{1}{s} + 1} - \frac{W(s)\frac{1}{s}f_2}{W(s)\frac{1}{s} + 1} \quad (19)$$

$$e = \frac{(3s^2 + s)g}{3s^2 + s + 2} - \frac{2f_2}{3s^2 + s + 2} \quad (20)$$

В соответствии с теоремой о предельном переходе во временной области, с учетом, что $G(s) = \frac{1}{s}$, $F1 = \frac{-0.5}{s}$ имеем:

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{(3s^2 + s)\frac{1}{s}s}{3s^2 + s + 2} - \frac{2\frac{-0.5}{s}s}{3s^2 + s + 2} = 0.5 \quad (21)$$

Графики ошибок слежения представлены на рисунке 17.

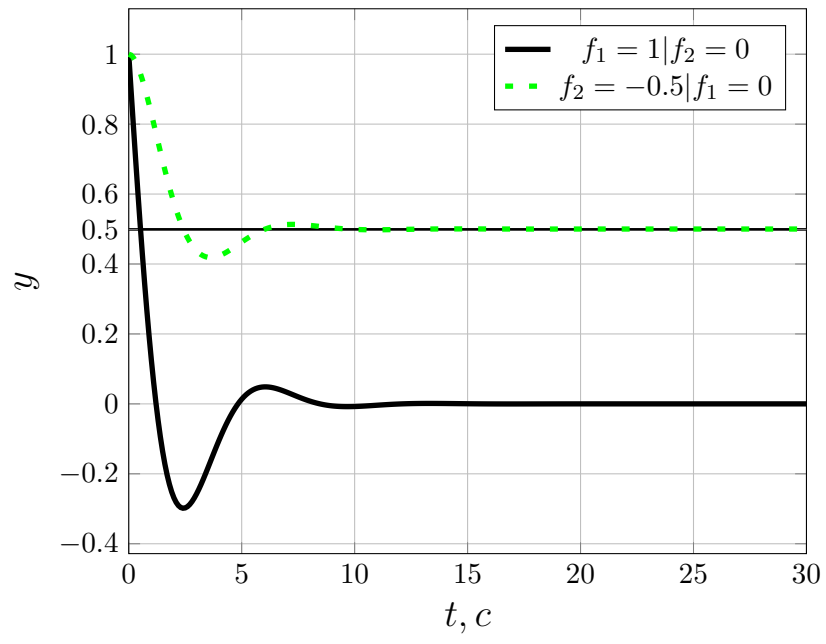


Рисунок 17 — Графики ошибок слежения при различных возмущающих воздействиях

4 Исследование установившейся ошибки при произвольном входном воздействии

Построим схему моделирования системы с отрицательной обратной связью со следующими параметрами:

$$W(s) = \frac{2}{3s + 1}$$

$$g(t) = 2 + 3\sin(0.5t)$$

$$H(s) = 1$$

Схема моделирования представлена на рисунке 18.

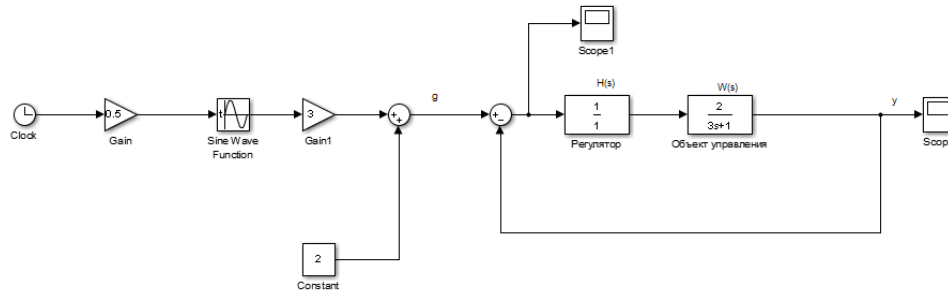


Рисунок 18 — Схема моделирования системы с отрицательной обратной связью

Промоделируем данную систему и получим графики $y(t)$, $g(t)$ и $e_y(t)$:

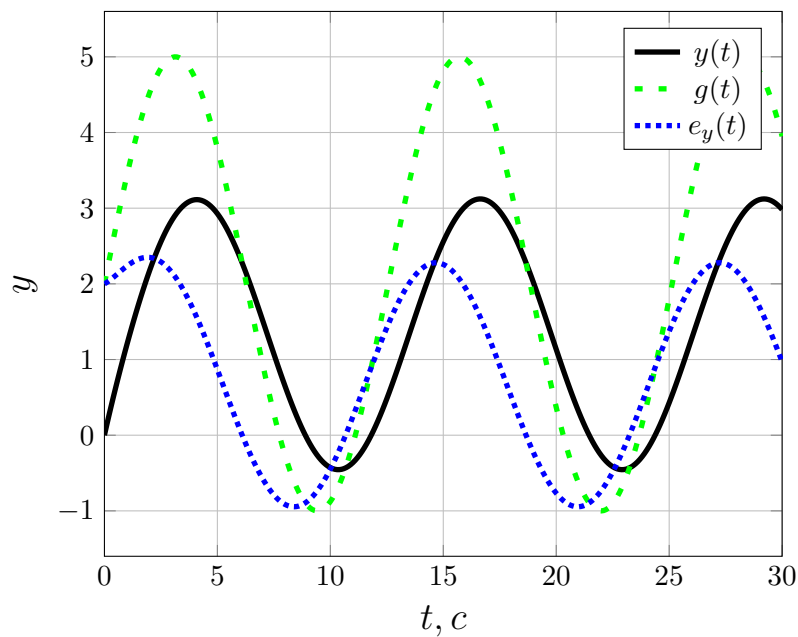


Рисунок 19 — Результаты моделирования при $g(t) = 2 + 3\sin(0.5t)$

Получим приближенное аналитическое выражение для $e_y(t)$. Выходная переменная и ошибка связаны следующим выражением:

$$y(t) = W(s)_0 e_y(t) \quad (22)$$

$$W(s)_0 = H(s)W(s) \quad (23)$$

Так как в нашем случае $H(s) = 1$, то:

$$W(s)_0 = H(s)W(s) \quad (24)$$

Пользуясь тем, что

$$e_y(t) = g(t) - y(t) \quad (25)$$

получим:

$$y(t) = W(s)(g(t) - y(t)) \quad (26)$$

$$y(t) = \frac{W(s)}{1 + W(s)} g(t) \quad (27)$$

Обозначим

$$\phi(s) = \frac{W(s)}{1 + W(s)} = \frac{2}{3s + 1} * \frac{1}{1 + \frac{2}{3s+1}} \quad (28)$$

$$\phi(s) = \frac{2}{3(s + 1)} \quad (29)$$

Функцию $\phi(s)$ можно разложим в ряд Маклорена, ограничившись первыми тремя членами:

$$\phi(s) = \phi(0) + \phi(0)^{(1)}s + \frac{\phi(0)^{(2)}s^2}{2!} \quad (30)$$

$$\phi(0) = c_0 = \frac{2}{3} \quad (31)$$

$$\phi(0)^{(1)} = c_1 = \frac{-2}{3(s + 1)^2} = -\frac{2}{3} \quad (32)$$

$$\phi(0)^{(2)} = c_2 = \frac{4}{3(s + 1)^3} = \frac{4}{3} \quad (33)$$

В итоге окончательно получаем:

$$e_y(t) = g(t) - y(t) = g(t) - (\phi(0) + \phi(0)^{(1)}s + \frac{\phi(0)^{(2)}s^2}{2!})g(t) \quad (34)$$

$$e_y(t) = (1 - \phi(0))g(t) - \phi(0)^{(1)}sg(t) - \frac{\phi(0)^{(2)}s^2}{2!}g(t) \quad (35)$$

Или, переходя к записи через производные:

$$e_y(t) = (1 - c_0)g(t) - c_1g(t)^{(1)} - \frac{c_2}{2}g(t)^{(2)} \quad (36)$$

Вычислим производные входного воздействия:

$$g(t) = 2 + 3\sin(0.5t) \quad (37)$$

$$g(t)^{(1)} = 1.5\cos(0.5t) \quad (38)$$

$$g(t)^{(2)} = -0.75\sin(0.5t) \quad (39)$$

Получим приближенное аналитическое выражение для $e_y(t)$:

$$e_y(t) \approx \frac{2}{3} + 1.5\sin(0.5t) + \cos(0.5t) \quad (40)$$

Построим по полученному выражению график и сравним со смоделированным ранее графиком ошибки. Графики представлены на рисунке 20.

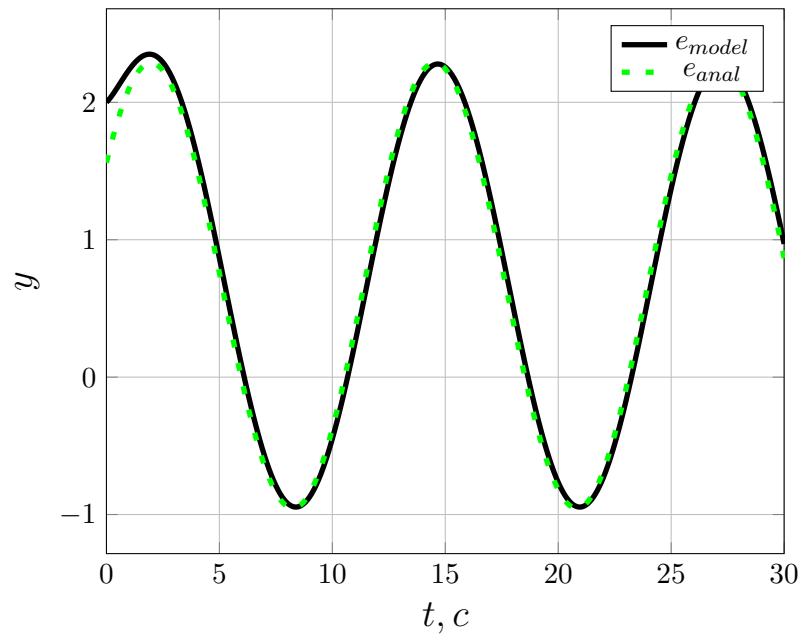


Рисунок 20 — Графики ошибок

Вывод

В ходе проведения данной лабораторной работы были исследованы такие режимы работы систем с астатизмом нулевого и первого порядков, как стационарный, режим движения с постоянной скоростью и режим движения с постоянным ускорением; построены графики переходных процессов для каждого из режимов.

Причем для стационарного режима работы систем с астатизмом нулевого и первого порядков и для режима движения системы первого порядка с постоянной скоростью были получены предельные значения установившейся ошибки ε при различных значениях параметра k передаточной функции регулятора $H(s)$, а также сделан аналитический вывод зависимости $\varepsilon(k)$ для проверки правильности проведения эксперимента. Проверка показала полное соответствие экспериментальных данных расчетным. Аналогичные выкладки были сделаны и при исследовании возмущенной системы, где также были получены графики переходных процессов и предельные значения установившейся ошибки ε при различных значениях параметра k передаточной функции регулятора $H(s)$. Аналитический расчет полностью подтверждают данные эксперимента.

На последнем этапе данной лабораторной работы было произведено исследование установившейся ошибки $e_y(t)$ при синусоидальном входном воздействии и возможность при аналитическом выводе выражение для $e_y(t)$ ограничиться тремя членами ряда Маклорена. Сравнение графика расчетной $e_y(t)$ с графиком экспериментальной $e_y(t)$ показало, что ограничение возможно с учетом той погрешности, которая возникает при отбрасывании остальных членов.