

Цель работы Исследование точностных свойств систем управления.

1 Исследование системы с астатизмом нулевого порядка

Даны передаточная функция объекта управления и характеристики задающего воздействия:

$$W(s) = \frac{2}{3s+1}$$

$$g(t) = 1$$

$$g(t) = 0.5t$$

Построим схему моделирования системы с астатизмом нулевого порядка, находящейся в стационарном режиме работы ($g(t) = 1$), где $H(s) = k$:

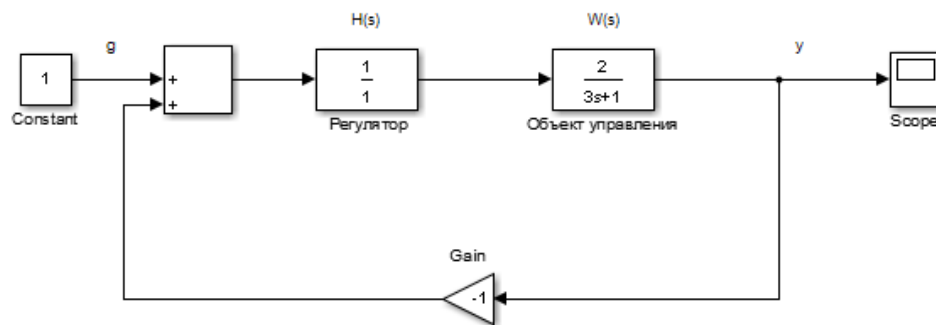


Рисунок 1 — Схема моделирования системы с астатизмом нулевого порядка с $g(t) = 1$

Промоделируем данную систему и получим переходные процессы для $k = 1, 5, 10$:

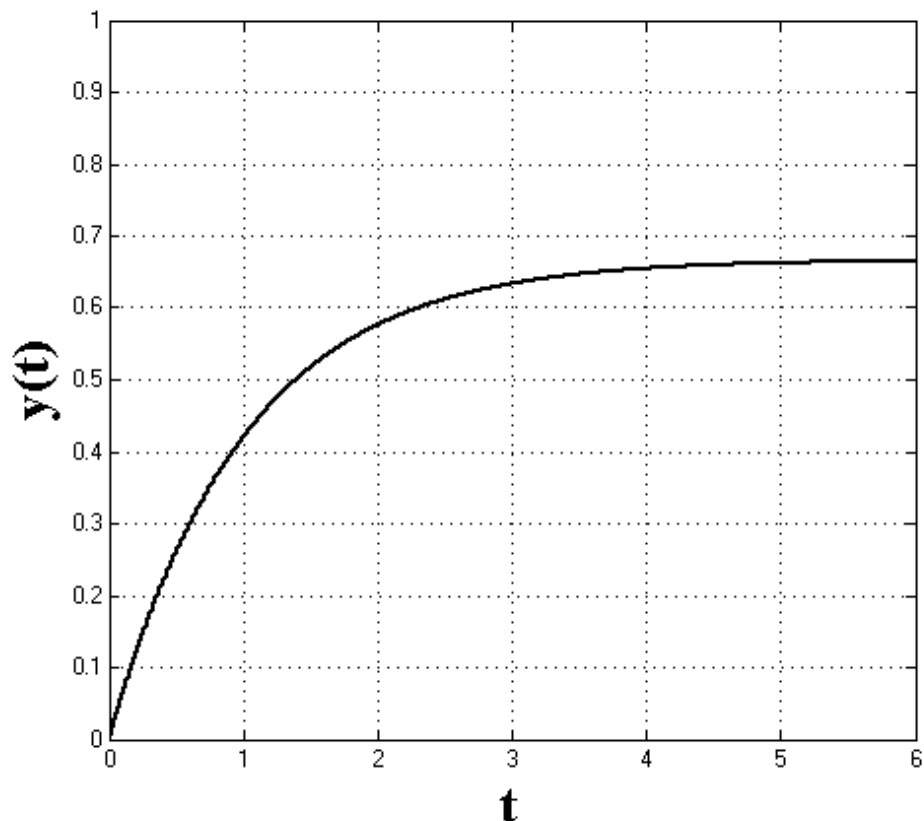


Рисунок 2 — Схема моделирования системы с астатизмом нулевого порядка с $g(t) = 1$ и $k = 1$

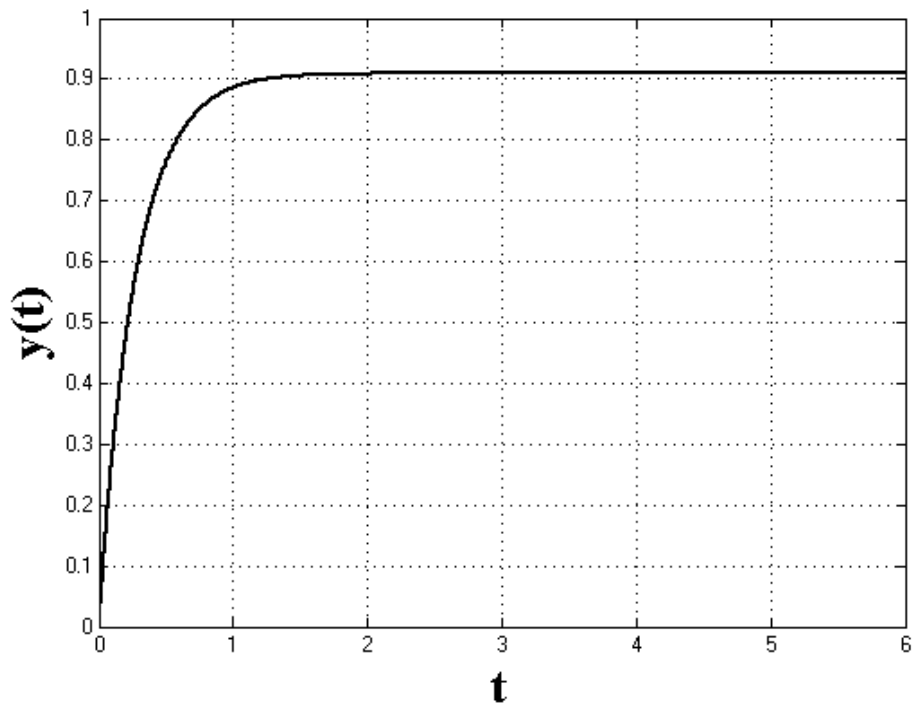


Рисунок 3 — Схема моделирования системы с астатизмом нулевого порядка с $g(t) = 1$ и $k = 5$

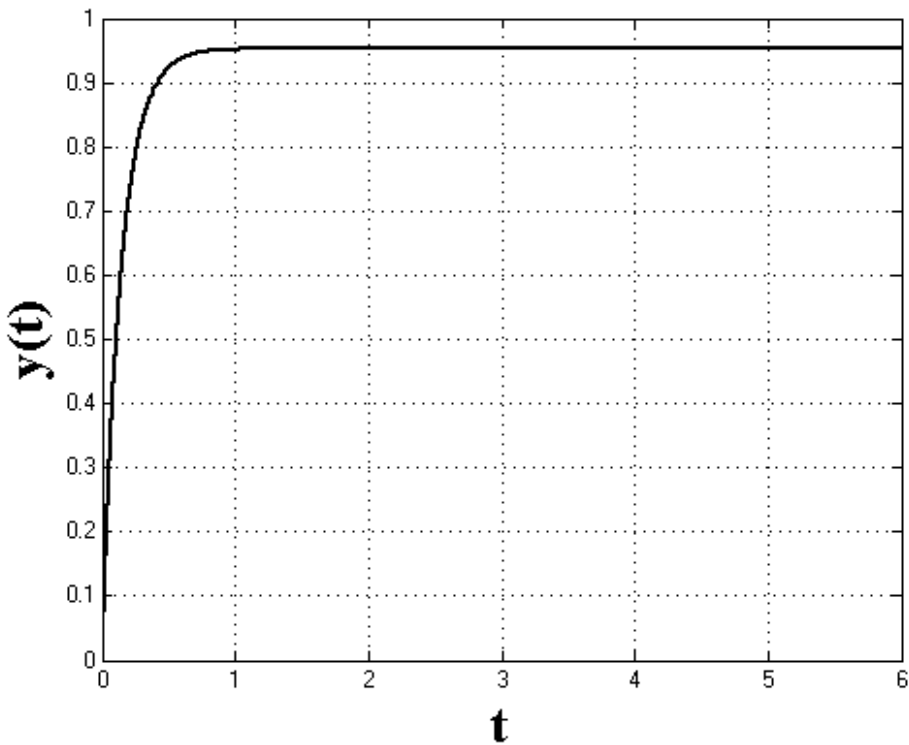


Рисунок 4 — Схема моделирования системы с астатизмом нулевого порядка с $g(t) = 1$ и $k = 10$

Из графиков переходных процессов определим предельное значение установившейся ошибки ε :

- а) $\varepsilon = 0.34$ при $k = 1$
- б) $\varepsilon = 0.09$ при $k = 5$
- в) $\varepsilon = 0.05$ при $k = 10$

Выведем зависимость предельного значения установившейся ошибки ε от k . На основе анализа структурной схемы системы можно записать:

$$y = kW(s)e$$

$$\text{Учитывая, что } y = kW(s)e$$

$$e(1 + kW(s)) = g$$

$$e = \frac{g}{1 + kW(s)} = \frac{(3s + 1)g}{3s + 2k + 1}$$

В соответствии с теоремой о предельном переходе во временной области, с учётом, что $G(s) = \frac{1}{s}$, имеем:

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{(3s + 1) \frac{1}{s} s}{3s + 2k + 1} = \frac{1}{2k + 1}$$

Выведем экспериментальный и расчётный графики зависимости $\varepsilon(k)$:

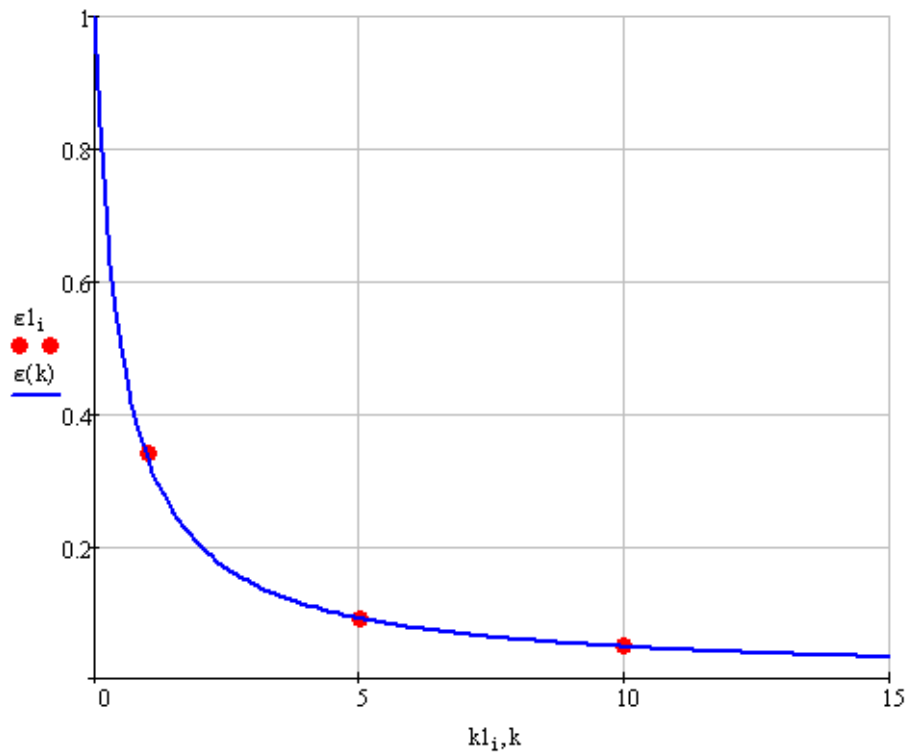


Рисунок 5 — Экспериментальный и расчётный графики зависимости $\varepsilon(k)$

Построим схему моделирования системы с астатизмом нулевого порядка, находящейся в режиме движения с постоянной скоростью $g(t) = 0.5t$, где $H(s) = k$:

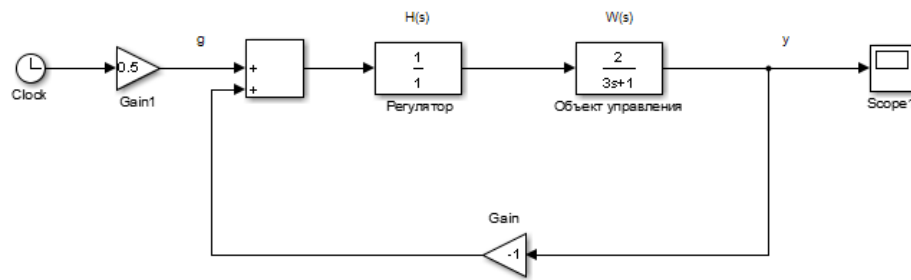


Рисунок 6 — Схема моделирования системы с астатизмом нулевого порядка, движущейся с постоянной скоростью

Промоделируем данную систему и получим переходные процессы для $k = 1, 5, 10$ на интервале времени $t = 30c$:

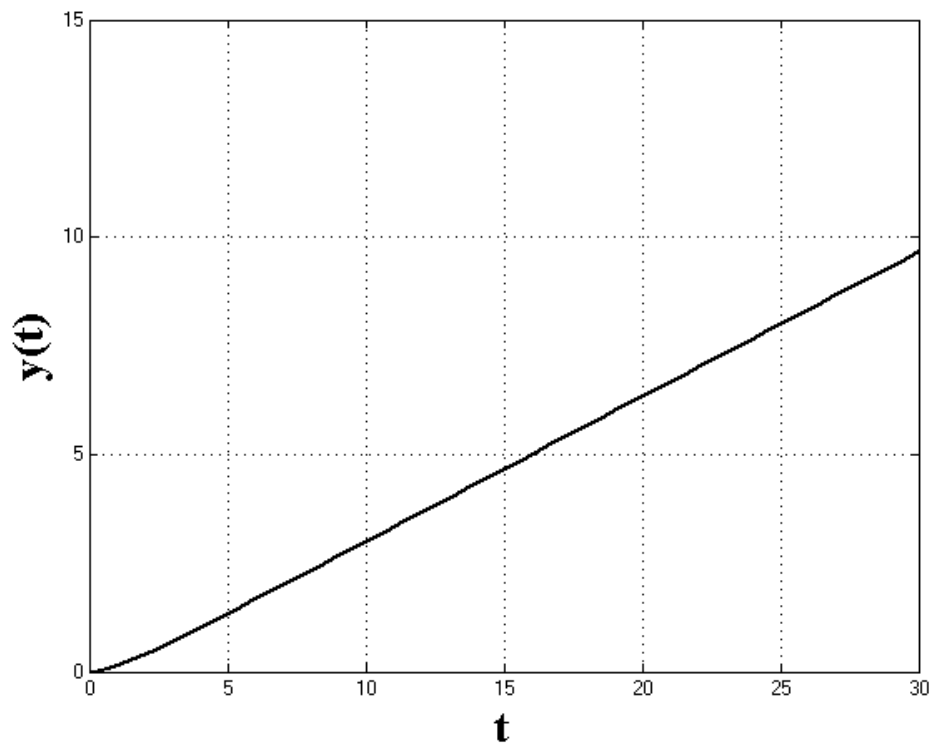


Рисунок 7 — График переходного процесса при $g(t) = 0.5t$ и $k = 1$

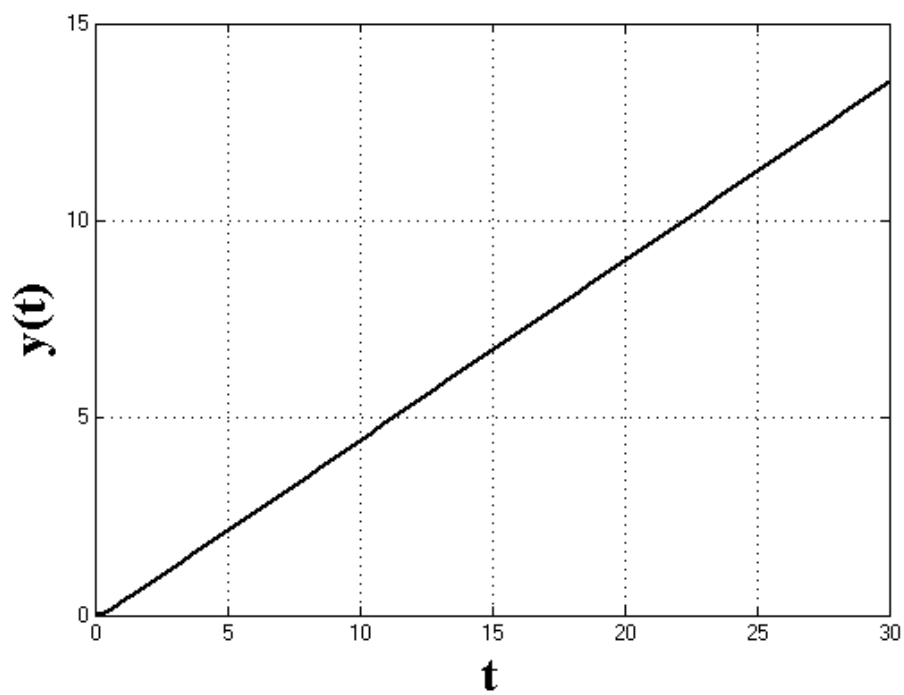


Рисунок 8 — График переходного процесса при $g(t) = 0.5t$ и $k = 5$

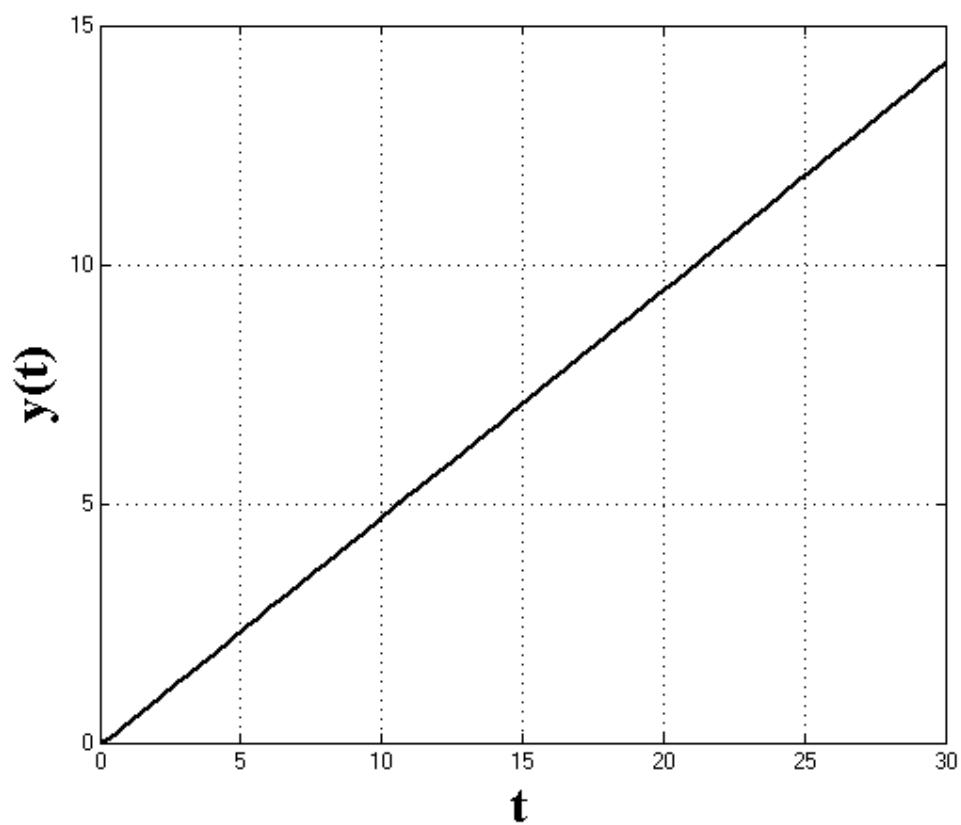


Рисунок 9 — График переходного процесса при $g(t) = 0.5t$ и $k = 10$

2 Исследование системы с астатизмом первого порядка

Даны передаточная функция объекта управления и характеристики задающего воздействия:

$$W(s) = \frac{2}{3s + 1}$$

$$g(t) = 1$$

$$g(t) = 0.5t$$

$$g(t) = 0.25t^2$$

Построим схему моделирования системы с астатизмом первого порядка, находящейся в стационарном режиме работы $g(t) = 1$, где $H(s) = \frac{k}{s}$:

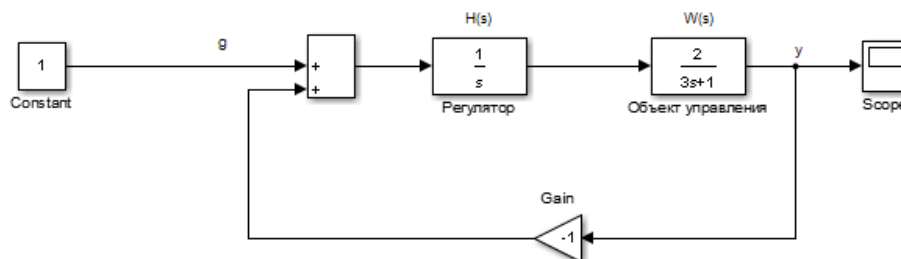


Рисунок 10 — Схема моделирования системы с астатизмом первого порядка, находящейся в стационарном режиме работы

Промоделируем данную систему и получим переходные процессы для $k = 1, 5, 10$:

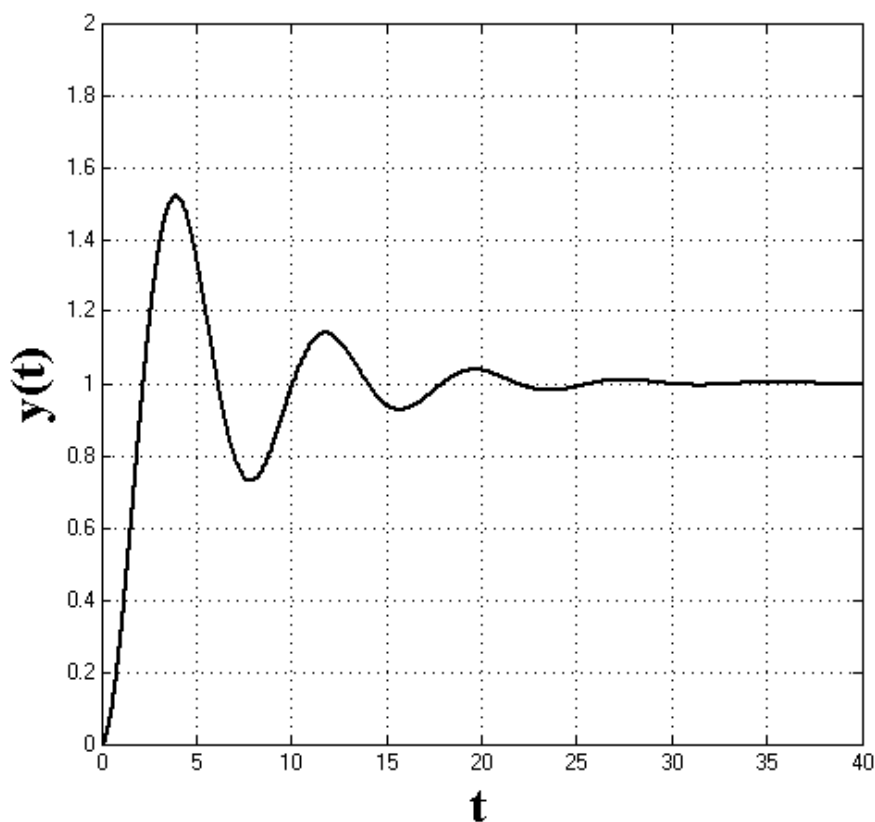


Рисунок 11 — График переходного процесса при $g(t) = 1$ и $k = 1$

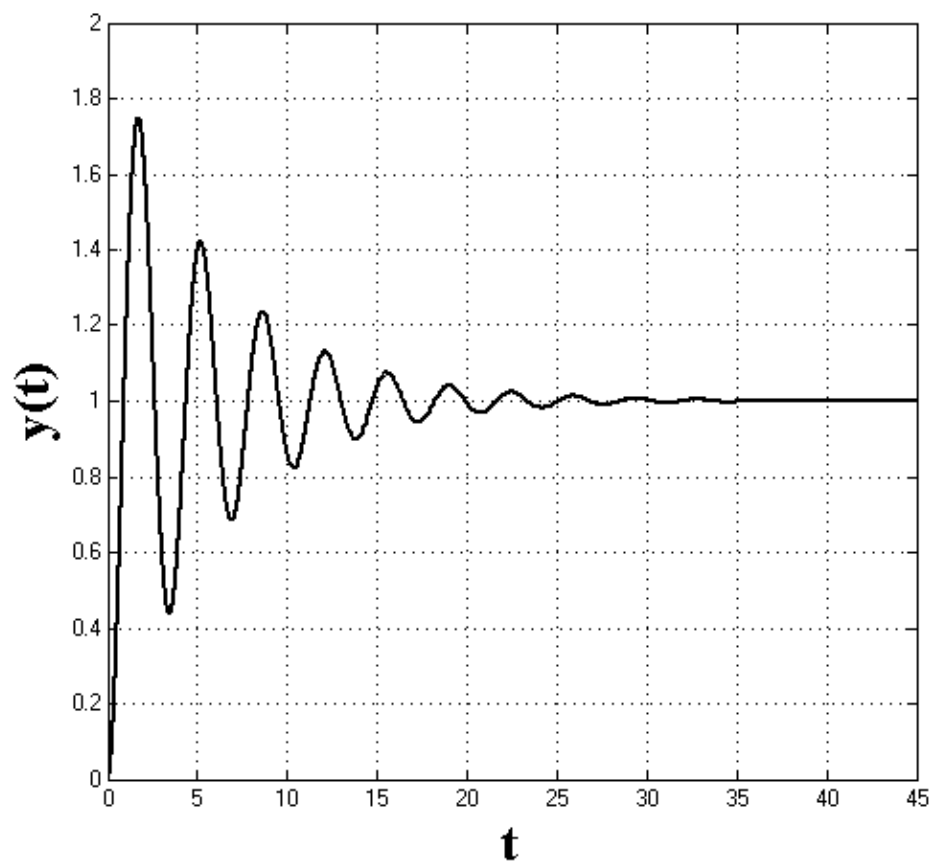


Рисунок 12 — График переходного процесса при $g(t) = 1$ и $k = 5$

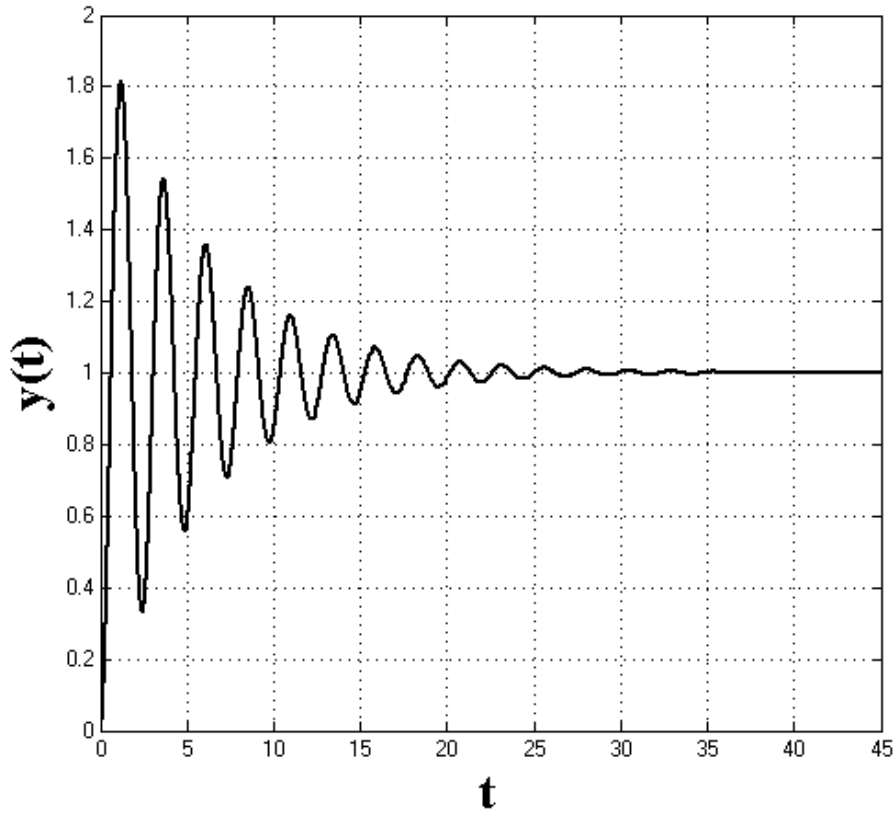


Рисунок 13 — График переходного процесса при $g(t) = 1$ и $k = 10$

Из графиков переходных процессов определим предельное значение установившейся ошибки

ε :

$\varepsilon = 0$ при $k = 1$, $k = 5$ и $k = 10$

Выведем зависимость предельного значения установившейся ошибки ε от k . На основе анализа структурной схемы системы можно записать:

$$y = W(s) \frac{k}{s} e$$

Учитывая, что $y = g - e$, преобразуем:

$$g - e = W(s) \frac{k}{s} e$$

$$e(1 + W(s) \frac{k}{s}) = g$$

$$e = \frac{g}{1 + W(s) \frac{k}{s}} = \frac{(3s^2 + s)g}{3s^2 + s + 2k}$$

В соответствии с теоремой о предельном переходе во временной области, с учетом, что $G(s) = 1/s$, имеем:

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{(3s^2 + s) \frac{1}{s} s}{3s^2 + s + 2k} = 0$$

Выведем экспериментальный и расчетный графики зависимости $\varepsilon(k)$:

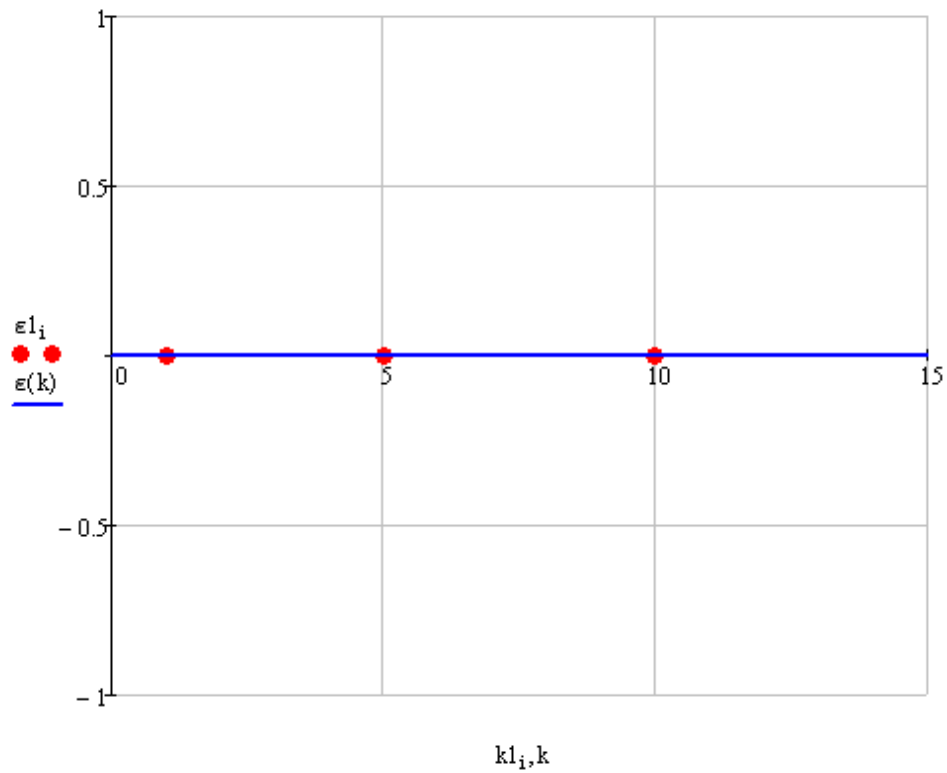


Рисунок 14 — Экспериментальный и расчетный графики зависимости $\varepsilon(k)$:

Построим схему моделирования системы с астатизмом первого порядка, движущейся с постоянной скоростью $g(t) = 0.5t$, где $H(s) = k/s$:

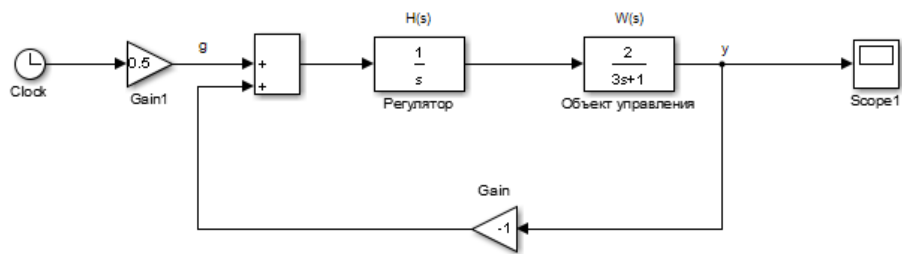


Рисунок 15 — Схема моделирования системы с астатизмом первого порядка, движущейся с постоянной скоростью

Промоделируем данную систему и получим переходные процессы для $k = 1, 5, 10$ на интервале времени $t = 30c$:

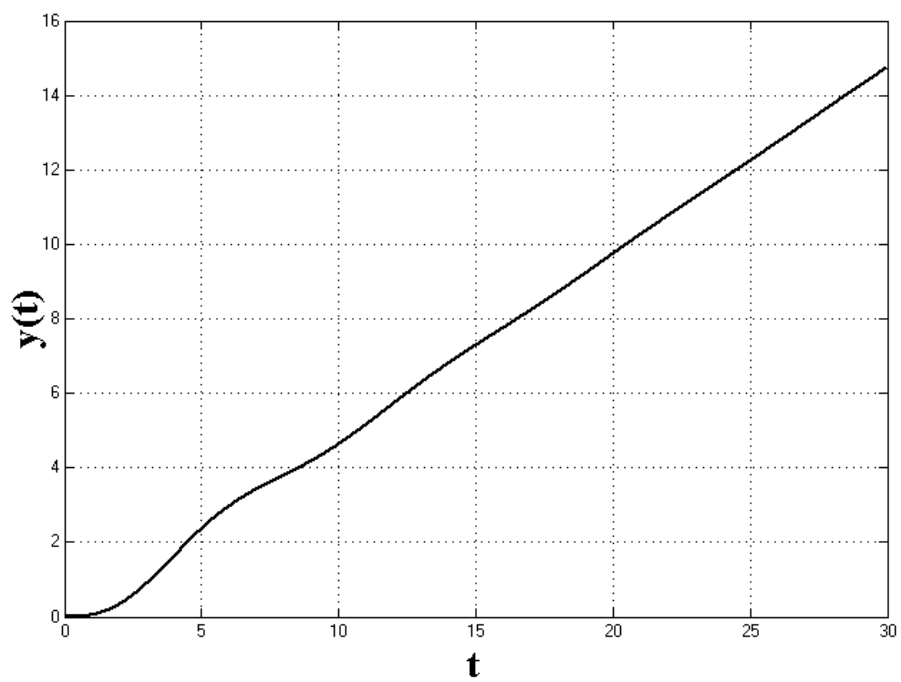


Рисунок 16 — График переходного процесса при $g(t) = 0.5t$ и $k = 1$

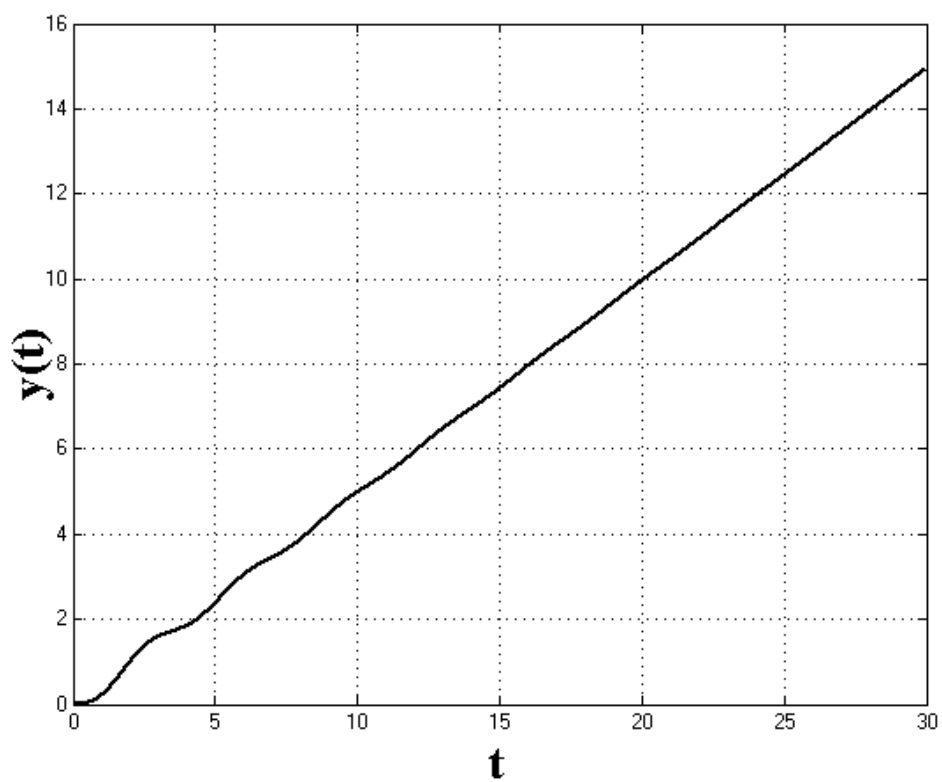


Рисунок 17 — График переходного процесса при $g(t) = 0.5t$ и $k = 5$

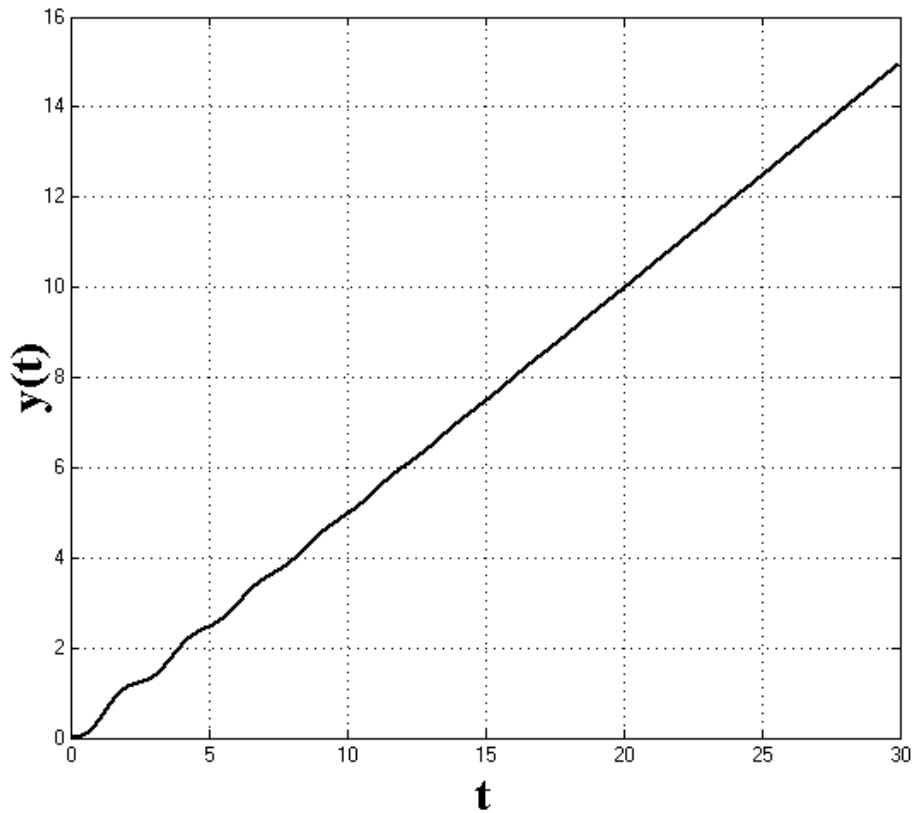


Рисунок 18 — График переходного процесса при $g(t) = 0.5t$ и $k = 10$

Из графиков переходных процессов определим предельное значение установившейся ошибки ε :

- a) $\varepsilon = 0.24$ при $k = 1$
- b) $\varepsilon = 0.049$ при $k = 5$
- c) $\varepsilon = 0.025$ при $k = 10$

Выведем зависимость предельного значения установившейся ошибки ε от k . На основе выводов, сделанных при анализе стационарного режима, получаем:

$$e = \frac{g}{1 + W(s)\frac{k}{s}} = \frac{(3s^2 + s)g}{3s^2 + s + 2k}$$

В соответствии с теоремой о предельном переходе во временной области, с учетом, что $G(s) = \frac{0.5}{s^2}$, имеем:

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{(3s^2 + s)\frac{0.5}{s^2}s}{3s^2 + s + 2k} = \frac{0.5}{2k}$$

Выведем экспериментальный и расчетный графики зависимости $\varepsilon(k)$:

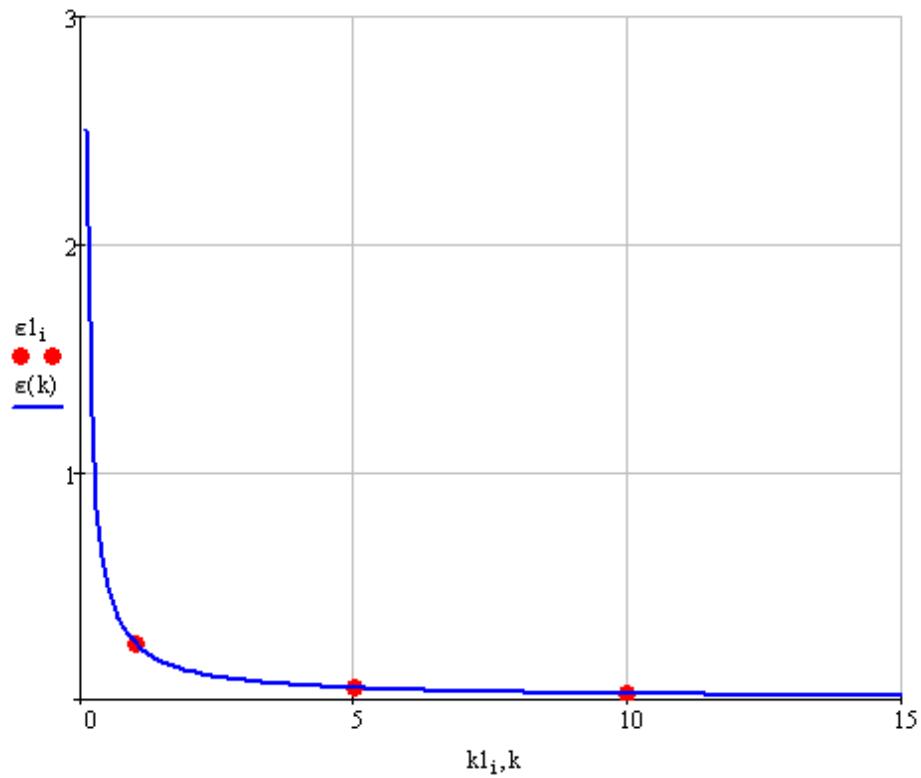


Рисунок 19 — Экспериментальный и расчетный графики зависимости $\varepsilon(k)$

Построим схему моделирования системы с астатизмом первого порядка, движущейся с постоянным ускорением $g(t) = 0.25t^2$, где $H(s) = \frac{k}{s}$:

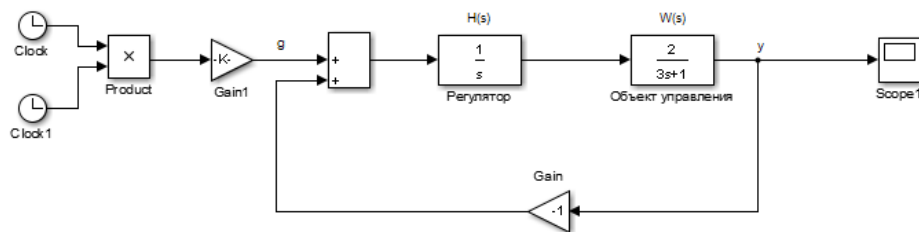


Рисунок 20 — Схема моделирования системы с астатизмом первого порядка, движущейся с постоянным ускорением

Промоделируем данную систему и получим переходные процессы для $k = 1, 5, 10$ на интервале времени $t = 30c$:

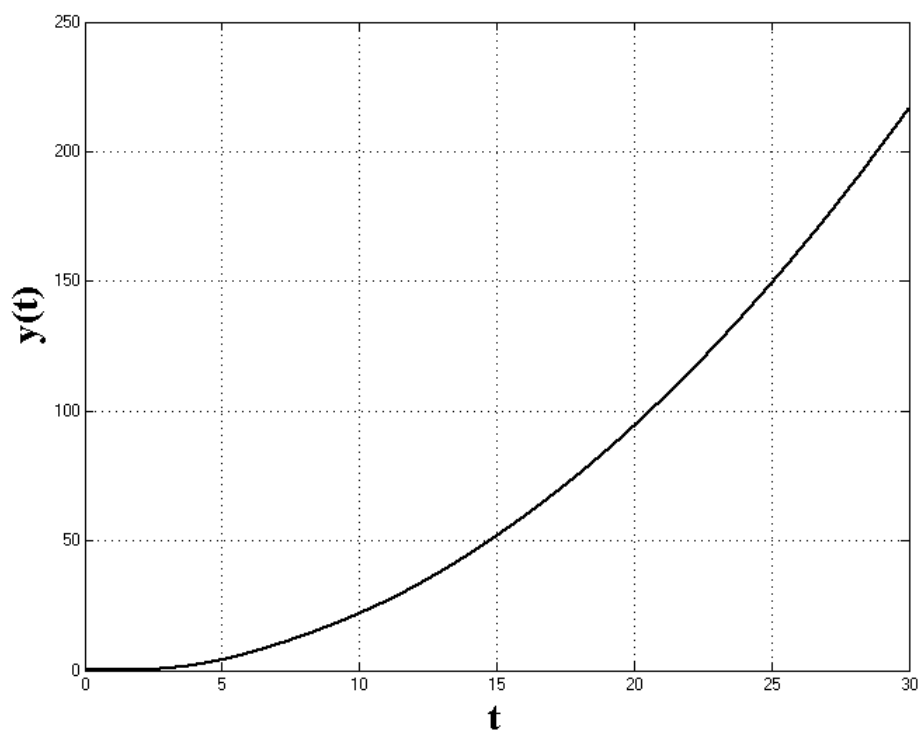


Рисунок 21 — График переходного процесса при $g(t) = 0.25t^2$ и $k = 1$

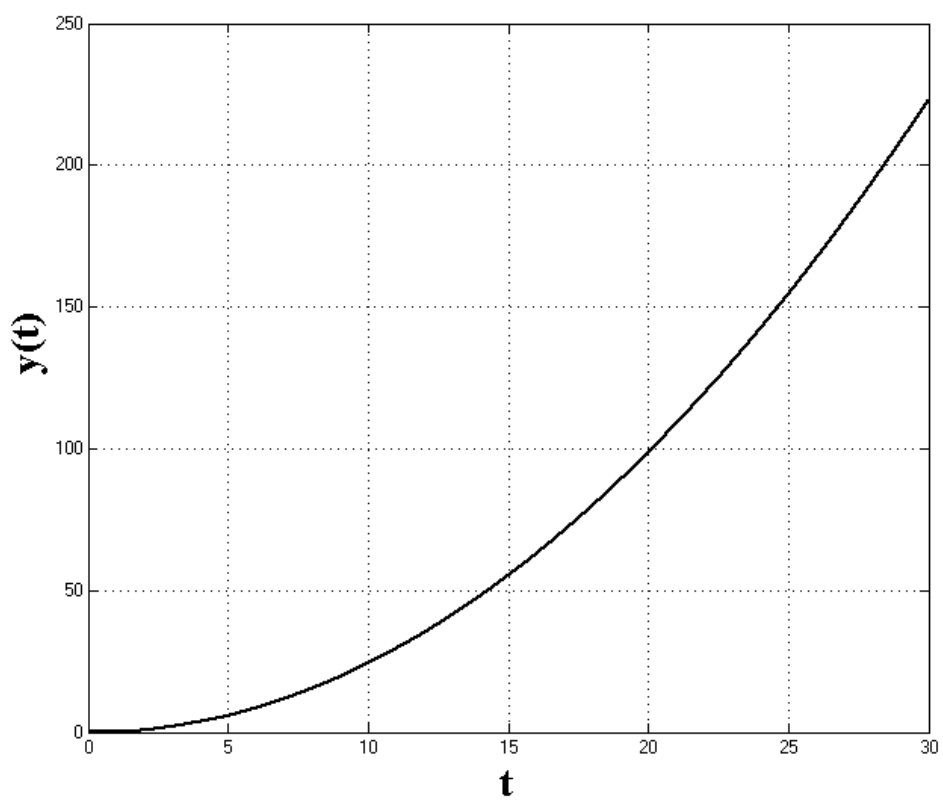


Рисунок 22 — График переходного процесса при $g(t) = 0.25t^2$ и $k = 5$

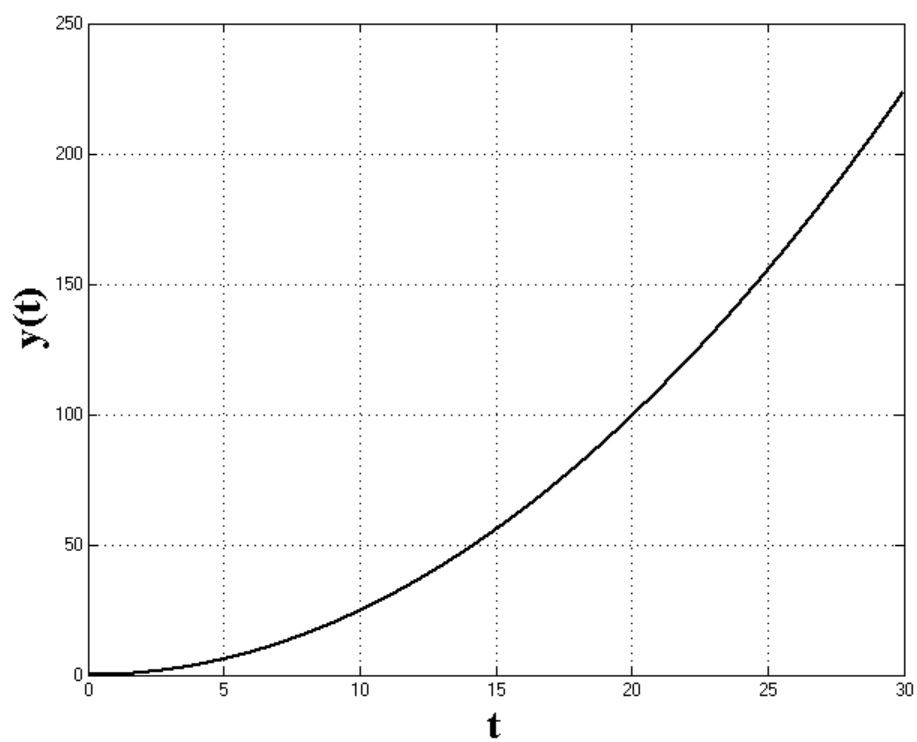


Рисунок 23 — График переходного процесса при $g(t) = 0.25t^2$ и $k = 10$

3 Исследование влияний внешних возмущений

Построим схему моделирования возмущенной системы со следующими параметрами:

$$W(s) = \frac{2}{(3s+1)}$$

$$f_1 = 1$$

$$f_2 = -0.5$$

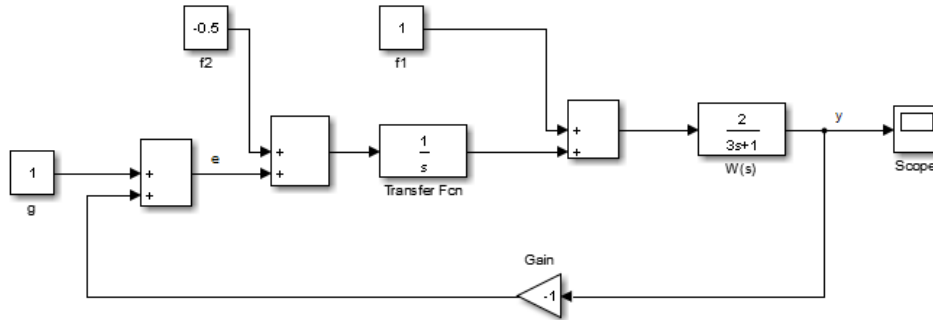


Рисунок 24 — Схема моделирования возмущенной системы

Промоделируем данную систему, полагая $g(t) = 1(t)$ и $f_2 = 0$, и получим переходный процесс:

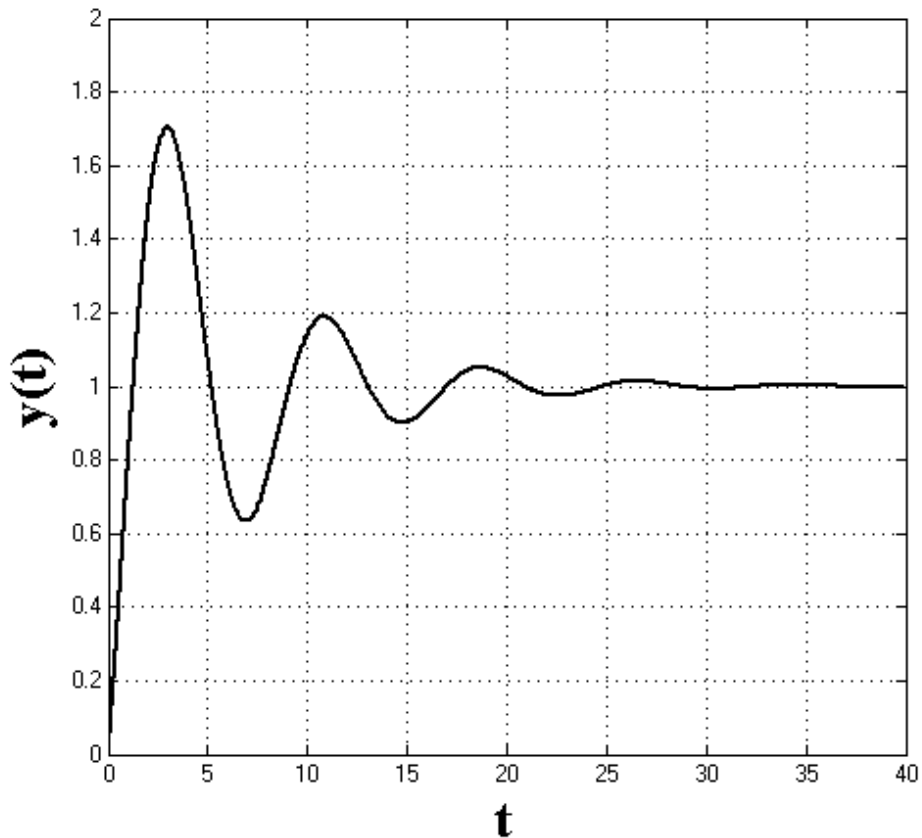


Рисунок 25 — График переходного процесса при $g(t) = 1(t)$ и $f_2 = 0$

Выведем график ошибки слежения:

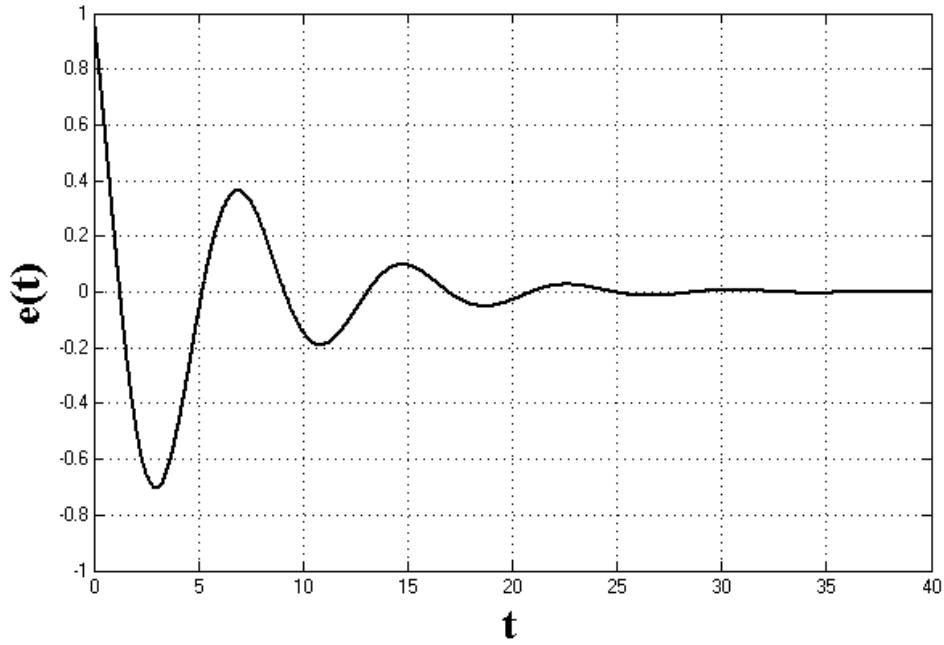


Рисунок 26 — График ошибки слежения $e(t)$ при $g(t) = 1(t)$ и $f_2 = 0$

Из графика ошибки слежения определяем предельное значение установившейся ошибки: $\varepsilon = 0$ при $g(t) = 1(t)$ и $f_2 = 0$.

Произведем аналитический расчет установившейся ошибки ε при $g(t) = 1(t)$ и $f_2 = 0$. На основе анализа структурной схемы системы можно записать:

$$y = W(s)(f_1 + \frac{1}{s}e)$$

Выразим e , предварительно заменив $y = g - e$:

$$g - e = W(s)(f_1 + \frac{1}{s}e)$$

$$e(1 + W(s)\frac{1}{s}) = g - W(s)f_1$$

$$e = \frac{g}{1 + W(s)\frac{1}{s}} - \frac{W(s)f_1}{1 + W(s)\frac{1}{s}}$$

$$e = \frac{(3s^2 + s)g}{3s^2 + s + 2} - \frac{2sf_1}{3s^2 + s + 2}$$

В соответствии с теоремой о предельном переходе во временной области, с учетом, что $G(s) = \frac{1}{s}$, $F1 = \frac{1}{s}$ имеем:

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{(3s^2 + s)\frac{1}{s}s}{3s^2 + s + 2} - \frac{2s\frac{1}{s}s}{3s^2 + s + 2} = 0$$

Промоделируем данную систему, полагая $g(t) = 1(t)$ и $f_1 = 0$, и получим переходный процесс:

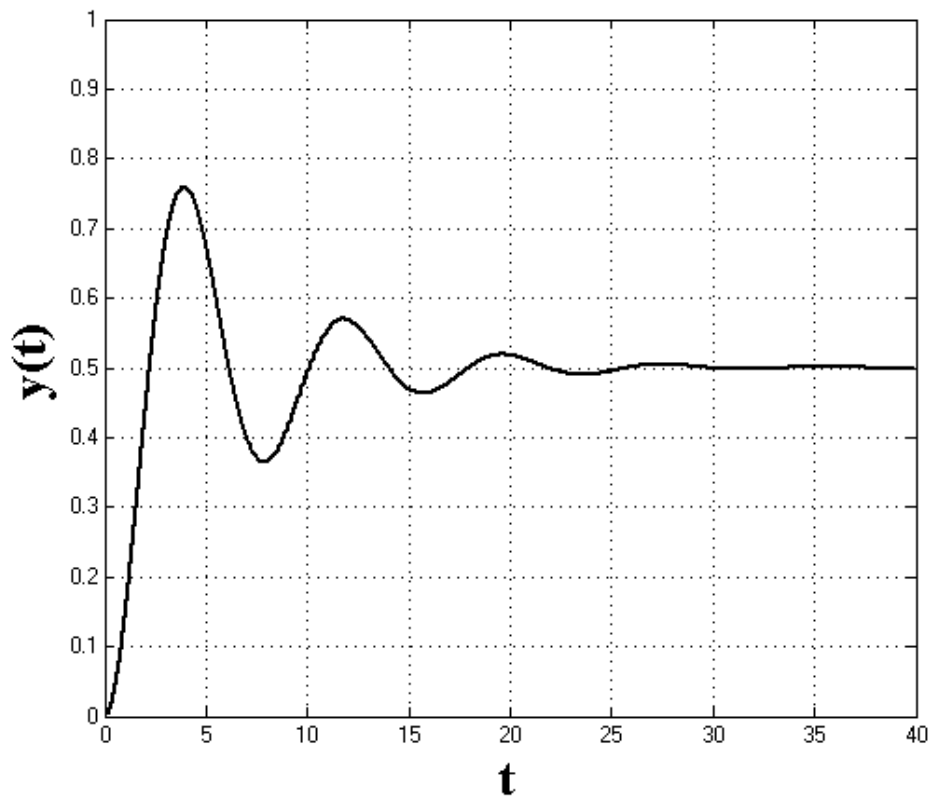


Рисунок 27 — График переходного процесса при $g(t) = 1(t)$ и $f_1 = 0$

Выведем график ошибки слежения:

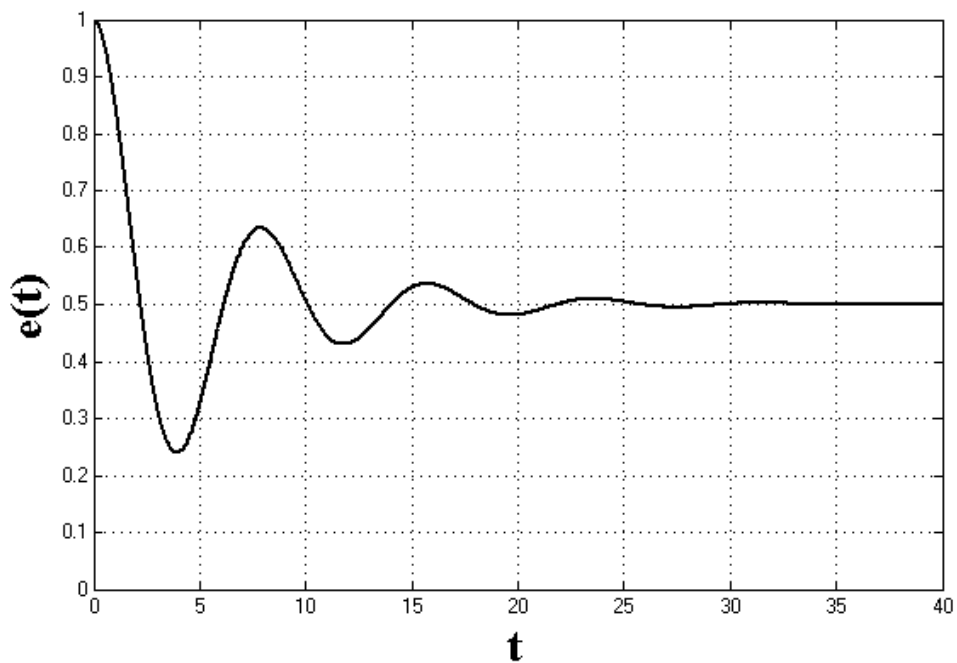


Рисунок 28 — График ошибки слежения $e(t)$ при $g(t) = 1(t)$ и $f_1 = 0$

Из графика переходного процесса определяем предельное значение установившейся ошибки: $\varepsilon = 0.5$ при $g(t) = 1(t)$ и $f_1 = 0$.

Произведем аналитический расчет установившейся ошибки ε при $g(t) = 1(t)$ и $f_1 = 0$. На основе анализа структурной схемы системы можно записать:

$$y = W(s)\frac{1}{s}(f_2 + e)$$

Выразим e , предварительно заменив $y = g \smile e$:

$$g - e = W(s)\frac{1}{s}f_2$$

$$e(W(s)\frac{1}{s} + 1) = g - W(s)\frac{1}{s}f_2$$

$$e = \frac{g}{W(s)\frac{1}{s} + 1} - \frac{W(s)\frac{1}{s}f_2}{W(s)\frac{1}{s} + 1}$$

$$e = \frac{(3s^2 + s)g}{3s^2 + s + 2} - \frac{2f_2}{3s^2 + s + 2}$$

В соответствии с теоремой о предельном переходе во временной области, с учетом, что $G(s) = \frac{1}{s}$, $F1 = \frac{-0.5}{s}$ имеем:

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{(3s^2 + s)\frac{1}{s}s}{3s^2 + s + 2} - \frac{2\frac{-0.5}{s}s}{3s^2 + s + 2} = 0.5$$

4 Исследование установившейся ошибки при произвольном входном воздействии

Построим схему моделирования системы с отрицательной обратной связью со следующими параметрами:

$$W(s) = \frac{2}{3s + 1}$$

$$g(t) = 2 + 3\sin(0.5t)$$

$$H(s) = 1$$

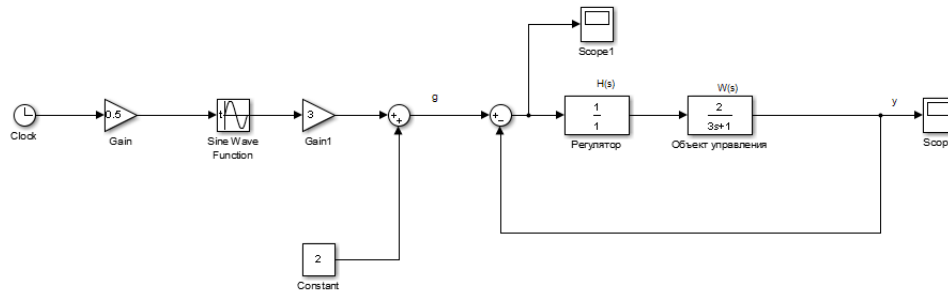


Рисунок 29 — Схема моделирования системы с отрицательной обратной связью

Промоделируем данную систему и получим графики переходного процесса и установившейся ошибки $e_y(t)$:

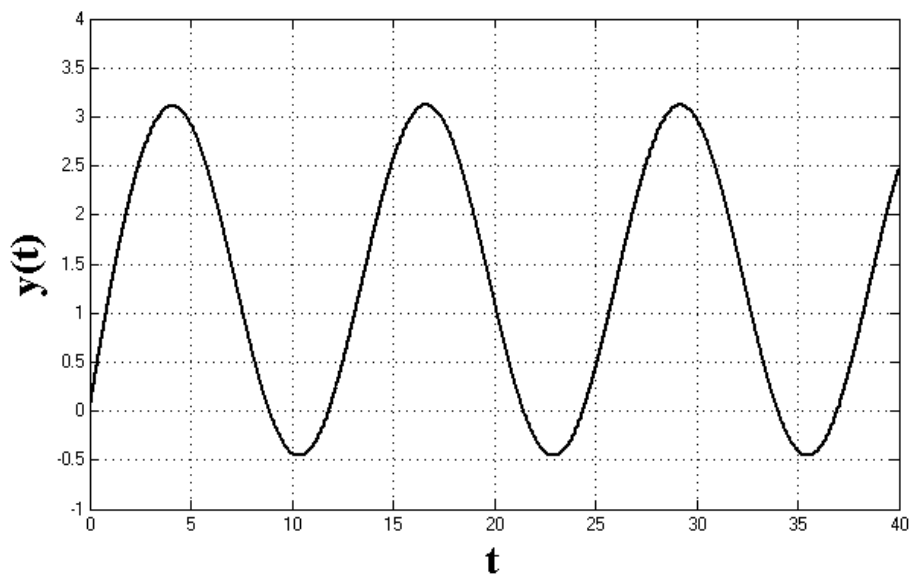


Рисунок 30 — График переходного процесса

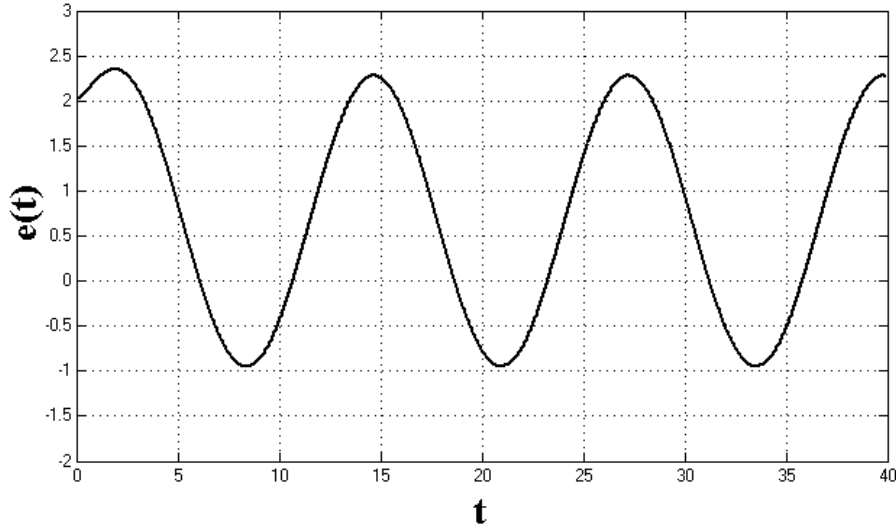


Рисунок 31 — График установившейся ошибки $e_y(t)$

Получим приближенное аналитическое выражение для $e_y(t)$. Выходная переменная и ошибка связаны следующим выражением:

$$y(t) = W(s)_0 e_y(t)$$

$$W(s)_0 = H(s)W(s)$$

Так как в нашем случае $H(s) = 1$, то:

$$W(s)_0 = H(s)W(s)$$

Пользуясь тем, что

$$e_y(t) = g(t) - y(t)$$

получим:

$$y(t) = W(s)(g(t) - y(t))$$

$$y(t) = \frac{W(s)}{1 + W(s)} g(t)$$

Обозначим

$$\phi(s) = \frac{W(s)}{1 + W(s)} = \frac{2}{3s + 1} * \frac{1}{1 + \frac{2}{3s+1}}$$

$$\phi(s) = \frac{2}{3(s + 1)}$$

Функцию $\phi(s)$ можно разложим в ряд Маклорена, ограничившись первыми тремя членами:

$$\phi(s) = \phi(0) + \phi(0)^{(1)}s + \frac{\phi(0)^{(2)}s^2}{2!}$$

$$\phi(0) = c_0 = \frac{2}{3}$$

$$\phi(0)^{(1)} = c_1 = \frac{-2}{3(s + 1)^2} = -\frac{2}{3}$$

$$\phi(0)^{(2)} = c_2 = \frac{4}{3(s + 1)^3} = \frac{4}{3}$$

В итоге окончательно получаем:

$$e_y(t) = g(t) - y(t) = g(t) - (\phi(0) + \phi(0)^{(1)}s + \frac{\phi(0)^{(2)}s^2}{2!})g(t)$$

$$e_y(t) = (1 - \phi(0))g(t) - \phi(0)^{(1)}sg(t) - \frac{\phi(0)^{(2)}s^2}{2!}g(t)$$

Или, переходя к записи через производные:

$$e_y(t) = (1 - c_0)g(t) - c_1g(t)^{(1)} - \frac{c_2}{2}g(t)^{(2)}$$

Вычислим производные входного воздействия:

$$g(t) = 2 + 3\sin(0.5t)$$

$$g(t)^{(1)} = 1.5\cos(0.5t)$$

$$g(t)^{(2)} = -0.75\sin(0.5t)$$

Получим приближенное аналитическое выражение для $e_y(t)$:

$$e_y(t) \approx \frac{2}{3} + 1.5\sin(0.5t) + \cos(0.5t)$$

Построим по полученному выражению график:

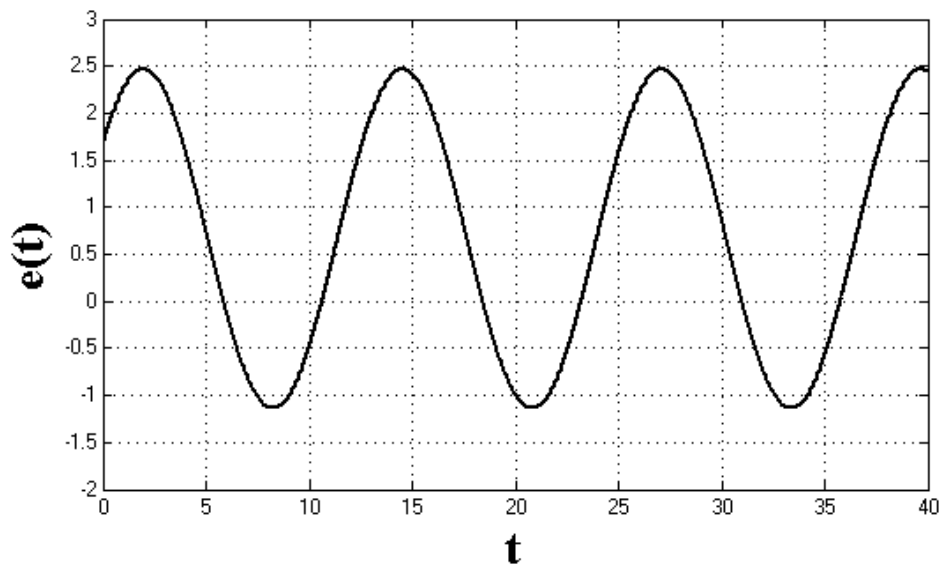


Рисунок 32 — График, построенный на основе приближенного выражения для установившейся ошибки $e_y(t)$

Вывод

В ходе проведения данной лабораторной работы были исследованы такие режимы работы систем с астатизмом нулевого и первого порядков, как стационарный, режим движения с постоянной скоростью и режим движения с постоянным ускорением, и построены графики переходных процессов для каждого из режимов. Причем для стационарного режима работы систем с астатизмом нулевого и первого порядков и для режима движения системы первого порядка с постоянной скоростью были получены предельные значения установившейся ошибки ϵ при различных значениях параметра k передаточной функции регулятора $H(s)$, а также сделан аналитический вывод зависимости $\epsilon(k)$ для проверки правильности проведения эксперимента. Проверка показала полное соответствие экспериментальных данных расчетным. Аналогичные выкладки были сделаны и при исследовании возмущенной системы, где также были получены графики переходных процессов и предельные значения установившейся ошибки ϵ при различных значениях параметра k передаточной функции регулятора $H(s)$. Аналитический расчет полностью подтверждают данные эксперимента. На последнем этапе данной лабораторной работы было произведено исследование установившейся ошибки $e_y(t)$ при синусоидальном входном воздействии и возможность при аналитическом выводе выражение для $e_y(t)$ ограничиться тремя членами ряда Маклорена. Сравнение графика расчетной $e_y(t)$ с графиком экспериментальной $e_y(t)$ показало, что ограничение возможно с учетом той погрешности, которая возникает при отбрасывании остальных членов.