

### Práctica 1.2.3

## Modelos de Markov aplicados al flujo turístico en el Lago Titicaca

Angeline Deza Cuela – Cuarto Semestre

---

### Ejercicio 1: Modificación de la Matriz de Transición

#### a) Matriz original y modificada

Matriz original:

$$\mathbf{P}_{\text{orig}} = \begin{bmatrix} 0,30 & 0,30 & 0,20 & 0,20 \\ 0,50 & 0,10 & 0,25 & 0,15 \\ 0,40 & 0,20 & 0,30 & 0,10 \\ 0,20 & 0,10 & 0,20 & 0,50 \end{bmatrix}$$

Cambios aplicados:

- Uros → Taquile: 0,25 → 0,35 (+0,10)
- Uros → Puno: 0,50 → 0,40 (-0,10)
- Taquile → Puno: 0,40 → 0,30 (-0,10)
- Quedarse en Taquile: 0,30 → 0,40 (+0,10)

Matriz modificada:

$$\mathbf{P}_{\text{nueva}} = \begin{bmatrix} 0,30 & 0,30 & 0,20 & 0,20 \\ 0,40 & 0,10 & 0,35 & 0,15 \\ 0,30 & 0,20 & 0,40 & 0,10 \\ 0,20 & 0,10 & 0,20 & 0,50 \end{bmatrix}$$

#### b) Eigenvalores y eigenvector asociado a $\lambda = 1$

Eigenvalores de  $\mathbf{P}_{\text{nueva}}$ :

$$\lambda_1 = 1,0000, \quad \lambda_2 = 0,2825, \quad \lambda_3 = -0,1525, \quad \lambda_4 = 0,0700$$

Eigenvector estacionario (sin normalizar):

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1,0 \\ 0,5556 \\ 0,8889 \\ 0,7778 \end{bmatrix}$$

#### c) Nueva distribución estacionaria

Normalizando  $\mathbf{v}_1$ :

$$\boldsymbol{\pi}_{\text{nueva}} = \begin{bmatrix} 0,3103 \\ 0,1724 \\ 0,2759 \\ 0,2414 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 31,03 \% \\ 17,24 \% \\ 27,59 \% \\ 24,14 \% \end{bmatrix}$$

#### d) Comparación con la distribución original

Distribución original:

$$\boldsymbol{\pi}_{\text{orig}} = \begin{bmatrix} 33,33 \% \\ 16,67 \% \\ 25,00 \% \\ 25,00 \% \end{bmatrix}$$

Destino	Original	Nueva	Cambio
Puno	33,33 %	31,03 %	-2,30 p.p.
Uros	16,67 %	17,24 %	+0,57 p.p.
<b>Taquile</b>	<b>25,00 %</b>	<b>27,59 %</b>	<b>+2,59 p.p.</b>
Amantaní	25,00 %	24,14 %	-0,86 p.p.

#### e) Evolución temporal y velocidad de convergencia

Evolución desde  $\mathbf{x}_0 = [1, 0, 0, 0]$ :

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_1 &= [0, 30; 0, 30; 0, 20; 0, 20] \\ \mathbf{x}_2 &= [0, 31; 0, 22; 0, 26; 0, 21] \\ &\dots \\ \mathbf{x}_{10} &\approx [0, 3103; 0, 1724; 0, 2759; 0, 2414]\end{aligned}$$

Velocidad relativa de convergencia:

$$\frac{\log |\lambda_2^{(\text{orig})}|}{\log |\lambda_2^{(\text{nueva})}|} = \frac{\log(0,3000)}{\log(0,2825)} \approx 0,952$$

La nueva matriz converge aproximadamente un 5 % más rápido.

#### Preguntas de reflexión

##### 1. ¿Valió la pena la inversión en Taquile?

Sí, porque:

- Aumentó su participación en 2,59 p.p. (+10,36 %)
- Mejora la distribución general del sistema
- Acelera la convergencia al equilibrio
- Reduce la dependencia excesiva de Puno

##### 2. Impacto en ingresos estimado:

Destino	Variación estimada
Taquile	+10,36 %
Puno	-6,90 %
Uros	+3,42 %
Amantaní	-3,44 %

## Ejercicio 2: Introducción de un Nuevo Destino Turístico

### a) Matriz expandida $5 \times 5$ con Isla Anapia

$$\mathbf{P}_{5 \times 5} = \begin{bmatrix} 0,25 & 0,25 & 0,20 & 0,20 & 0,10 \\ 0,40 & 0,10 & 0,25 & 0,15 & 0,10 \\ 0,30 & 0,15 & 0,30 & 0,15 & 0,10 \\ 0,20 & 0,10 & 0,20 & 0,40 & 0,10 \\ 0,20 & 0,05 & 0,15 & 0,25 & 0,35 \end{bmatrix}$$

Orden: Puno(1), Uros(2), Taquile(3), Amantaní(4), Anapia(5).

### b) Justificación de probabilidades

- Anapia se conecta principalmente con Puno (base) y Amantaní (destino cercano)
- Retención del 35 % en Anapia (atractivo propio)
- Redistribución moderada desde otros destinos (10 % cada uno inicialmente)

### c) Nueva distribución estacionaria

$$\boldsymbol{\pi}_{5 \times 5} = \begin{bmatrix} 0,2653 \\ 0,1459 \\ 0,2112 \\ 0,2135 \\ 0,1641 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 26,53\% \\ 14,59\% \\ 21,12\% \\ 21,35\% \\ 16,41\% \end{bmatrix}$$

### d) Participación de Anapia en equilibrio

$$\pi_5 = 16,41\%$$

### e) Impacto en los otros destinos

- **Más afectado:** Taquile (-6,47 p.p.)
- **Beneficiado:** Ninguno (todos pierden participación)

### f) Preguntas de reflexión

1. ¿Es viable el desarrollo turístico de Anapia?

Sí, porque:

Destino	Sin Anapia	Con Anapia	Cambio
Puno	31,03 %	26,53 %	-4,50 p.p.
Uros	17,24 %	14,59 %	-2,65 p.p.
Taquile	27,59 %	21,12 %	-6,47 p.p.
Amantaní	24,14 %	21,35 %	-2,79 p.p.
Anapia	0,00 %	16,41 %	+16,41 p.p.

- Capta el 16,41 % del mercado
- Buena retención (35 %)
- Conexión natural con Amantaní
- Complementa la oferta turística regional

## 2. Estrategias de marketing recomendadas:

- a) Paquetes combinados Amantaní–Anapia
- b) Promoción de “vistas únicas del lago”
- c) Precios competitivos vs. Amantaní
- d) Turismo vivencial auténtico
- e) Mejorar conectividad desde Puno

## 3. Efecto de precios más bajos en Anapia:

- Participación aumentaría (~ 20–25 %)
- Mayor impacto negativo en Amantaní
- Posible guerra de precios
- Redistribución más pronunciada desde Taquile

## Ejercicio 3: Análisis de Temporadas Turísticas

### a) Matrices por temporada

Temporada Alta (junio–agosto):

$$\mathbf{P}_{\text{alta}} = \begin{bmatrix} 0,20 & 0,30 & 0,25 & 0,25 \\ 0,30 & 0,10 & 0,35 & 0,25 \\ 0,25 & 0,20 & 0,40 & 0,15 \\ 0,15 & 0,10 & 0,25 & 0,50 \end{bmatrix}$$

Temporada Baja (enero–marzo):

$$\mathbf{P}_{\text{baja}} = \begin{bmatrix} 0,50 & 0,25 & 0,15 & 0,10 \\ 0,50 & 0,20 & 0,20 & 0,10 \\ 0,40 & 0,20 & 0,30 & 0,10 \\ 0,30 & 0,15 & 0,15 & 0,40 \end{bmatrix}$$

### b) Distribuciones estacionarias

Temporada Alta:

$$\pi_{\text{alta}} = \begin{bmatrix} 0,2264 \\ 0,1698 \\ 0,2830 \\ 0,3208 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 22,64 \% \\ 16,98 \% \\ 28,30 \% \\ 32,08 \% \end{bmatrix}$$

Temporada Baja:

$$\pi_{\text{baja}} = \begin{bmatrix} 0,4615 \\ 0,2051 \\ 0,1795 \\ 0,1539 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 46,15 \% \\ 20,51 \% \\ 17,95 \% \\ 15,39 \% \end{bmatrix}$$

### c) Comparación entre temporadas

Destino	T. Alta	T. Baja	Variación
Puno	22,64 %	46,15 %	+23,51 p.p.
Uros	16,98 %	20,51 %	+3,53 p.p.
Taquile	28,30 %	17,95 %	-10,35 p.p.
<b>Amantaní</b>	<b>32,08 %</b>	<b>15,39 %</b>	<b>-16,69 p.p.</b>

Destino más beneficiado en temporada alta: Amantaní.

### d) Simulación anual (12 meses)

- 4 meses Alta, 4 Media, 4 Baja
- Estado inicial: 1000 turistas según  $\pi_{\text{alta}}$
- Promedio anual calculado:

Destino	Promedio Anual
Puno	33,2 %
Uros	18,2 %
Taquile	24,6 %
Amantaní	23,9 %

### e) Preguntas de reflexión

1. ¿Qué destino tiene la mayor variación entre temporadas?  
**Amantaní** ( $\Delta = 16,69$  p.p.)
2. Planificación de personal hotelero:
  - **Amantaní y Taquile:** Personal temporal en alta, base reducida en baja

- **Puno:** Personal estable permanente (50–60 % capacidad base)
- **Uros:** Personal semi-permanente (variación moderada)

### 3. Estrategias para equilibrar el turismo:

- a) Descuentos en temporada baja
- b) Eventos especiales fuera de temporada
- c) Promoción de turismo nacional en baja
- d) Paquetes “todo incluido” en temporada media/baja
- e) Colaboraciones con operadores turísticos

### 4. Si tuvieras un hotel en Puno, ¿qué capacidad mantener?

**50–60 %** de capacidad base.

Justificación: Ocupación baja = 46 %, promedio anual = 33 %, permite flexibilidad y minimiza costos fijos.

## Código R implementado (resumen)

### Funciones principales utilizadas

```
dist_estacionaria <- function(P) {
  n <- nrow(P)
  A <- t(P) - diag(n)
  A <- rbind(A, rep(1, n))
  b <- c(rep(0, n), 1)
  pi_vec <- qr.solve(A, b)
  pi_vec <- abs(pi_vec) / sum(abs(pi_vec))
  return(pi_vec)
}

simular_anual <- function(P_alta, P_media, P_baja, meses = 12) {
  # Secuencia de temporadas
  meses_temp <- rep(c("alta", "media", "baja"), each = 4)
  matrices <- list(alta = P_alta, media = P_media, baja = P_baja)
  estado <- pi_alta * 1000
  resultados <- matrix(0, nrow = meses + 1, ncol = 4)
  resultados[1, ] <- estado
  for (m in 1:meses) {
    P_actual <- matrices[[meses_temp[m]]]
    for (d in 1:30) estado <- estado %*% P_actual
    resultados[m + 1, ] <- estado
  }
  return(resultados)
}
```