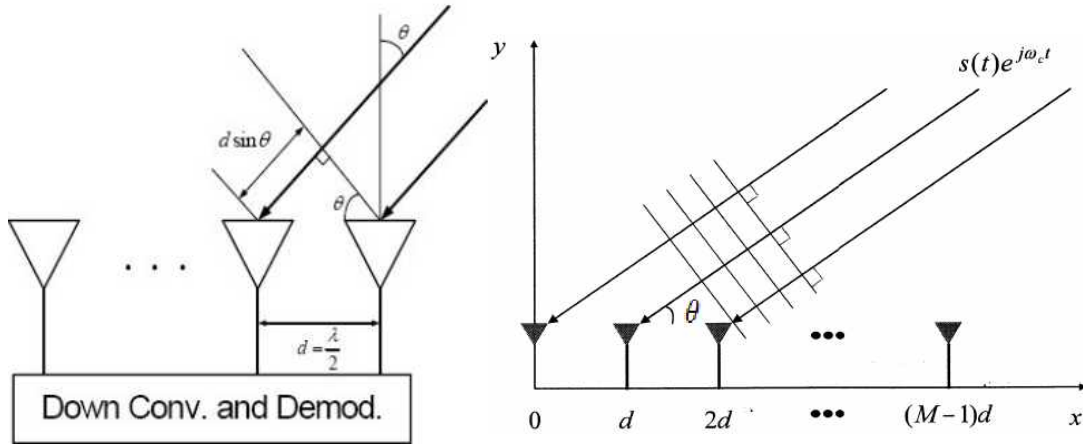


## 24GHz Array Antenna RADAR 정리

2014.09.24. By 김정환

### 1. 신호 모델링



2차원 평면상에서의 입사신호 모델링 개념도

M개의 센서로 구성된 어레이에 입사되는 중심 각주파수  $w_c$ 를 갖는 평면파 신호를 고려해봅니다.

신호의 모델링을 간단히 하기위해서 음원과 센서간의 거리가 센서 간격에 비해 충분히 먼 거리에 떨어져 있다고 가정합니다.(far-field assumption) 입사되는 신호는 평면파로 생각할 수 있습니다.

기준 센서에서 받아드리는 신호  $x_i(t)$

시간 지연  $\tau_i$

I번째 센서에 입사되는 복소 정현파 신호  $\hat{x}_i(t)$ 는 다음과 같습니다.

$$\hat{x}_i(t) = \hat{x}(t - \tau_i) = s\left(t - \frac{r_i^T \cdot u}{c}\right) e^{jw_c\left(t - \frac{r_i^T \cdot u}{c}\right)}$$

$$r_i = r_x a_x + r_y a_y + r_z a_z$$

$$u = \sin\phi \cos\theta a_x + \sin\phi \sin\theta a_y + \cos\phi a_z$$

여기서 T는 전치행렬을 말합니다.  $r_i$ 는 기준센서 또는 원점에 대한 센서의 위치벡터,  $u$ 는 입사 신호의 방향코사인,  $c$ 는 신호의 전달속도,  $s(t)$ 는 정보를 갖고 있는 신호원,  $\theta$ 는 입사 신호의 고도각,  $\phi$ 는 입사 신호의 방위각,  $\theta$ 는 축의 단위 방향 벡터를 나타냅니다.

위의 식에서 나타난바와 같이 신호  $x_i(t)$ 는 각 센서마다 그 위치와 입사 방향에 따른 시간지연  $\tau_i$ 를 두고 입사합니다.

$x_i(t)$ 는 정보를 가지고 있는 신호원의 대역폭에 비해 상대적으로 매우 높은 중심주

파수로 변조된 신호인 협대역 신호로 가정해봅시다. 이 경우에는 다음과 같이 시간 지연  $\tau_i$ 에 의해 기준 센서에 대한 위상차만의 단순화된 표현을 사용할 수 있습니다.

$$\begin{aligned}\hat{x}_i(t) &= s(t)e^{jw_c(t - \frac{r_i^T \cdot u}{c})} \\ &= a_i(\theta)s(t)e^{jw_c t}\end{aligned}$$

행렬식으로 표현하면 다음과 같습니다.

$$X(t) = A(\theta)S(t)$$

여기서  $X(t)$ 와  $S(t)$ 는 각각 센서의 출력 신호 벡터와 정보 신호 벡터입니다.

$$X(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \dots \ x_M(t)]^T$$

$$S(t) = [s_1(t) \ s_2(t) \ \dots \ s_K(t)]^T$$

$A(\theta)$ 를 어레이 manifold 행렬이라 부르며 입사 신호의 모든 방향 정보가 포함되어 있습니다.

$$A(\theta) = [a(\theta_1) \ a(\theta_2) \ \dots \ a(\theta_K)]$$

$$= \begin{bmatrix} a_1(\theta_1) & a_1(\theta_2) & \dots & a_1(\theta_K) \\ a_2(\theta_1) & a_2(\theta_2) & \dots & a_2(\theta_K) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_M(\theta_1) & a_M(\theta_2) & \dots & a_M(\theta_K) \end{bmatrix}$$

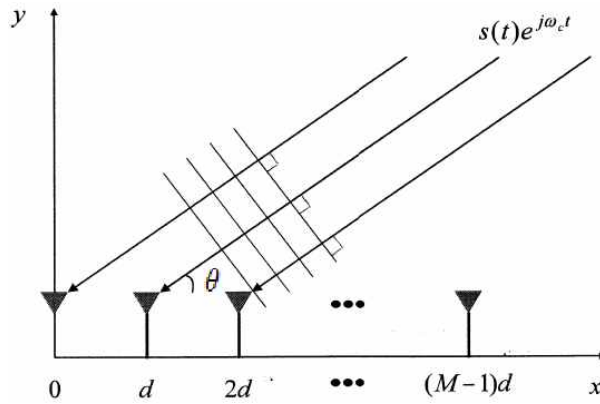
부가 잡음  $n(t)$ 를 고려하는 경우 최종적으로 어레이에 입사되는 신호의 모델링은 다음과 같은 형태입니다.

$$\begin{aligned}X(t) &= A(\theta)S(t) + n(t) \\ n(t) &= [n_1(t) \ n_2(t) \ \dots \ n_M(t)]^T\end{aligned}$$

## 2. 어레이 구조

어레이는 크게 두 가지로 분류가 됩니다. 1차원 어레이와 2차원 어레이입니다. 1차원 어레이는 등간격 선형 어레이가 대표적이며 방위각(0~180)의 1차원 전파 방향 탐지만 가능합니다. 2차원 어레이는 등간격 사각 어레이와 원형 어레이가 대표적입니다. 방위각(0~360)과 고도각의 2차원 전파 방향 탐지가 가능합니다.

### 2.1 등간격 선형 어레이 (Uniform Linear Array : ULA)



M개의 센서로 구성된 어레이에  $\psi$ 의 방향으로 중심주파수  $w_c$ 를 갖는 협대역 신호가 입사할 때, I번째 센서에 입사하는 신호는 기준 센서에 대해 상대적으로  $\tau_i = \frac{w_c d(i-1)}{c} \cos\theta$ 의 시간 지연을 가지므로 벡터  $A(\theta)$ 는 다음과 같은 식을 갖습니다.

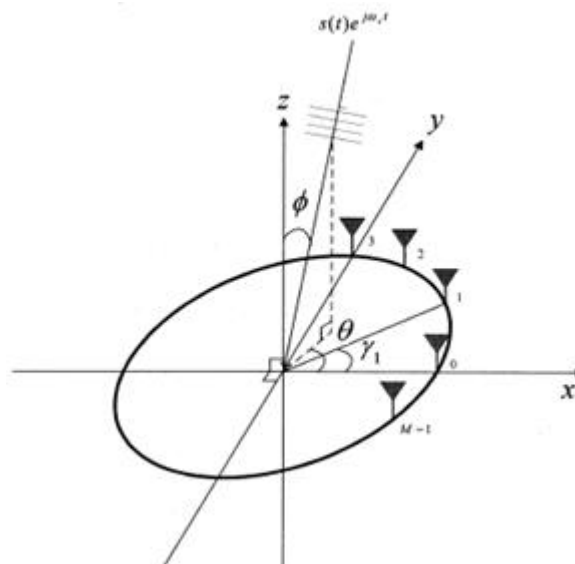
$$a_{ULA}(\theta) = [1 \ e^{-jkdcos\theta} \dots e^{-j(M-1)kdcos\theta}]^T$$

$$k = \frac{w_c}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

여기서 d는 센서 사이의 간격,  $w_c$ 는 신호의 중심 각주파수,  $\lambda$ 는 신호의 파장을 나타냅니다.

## 2.2 등간격 원형 어레이 (Uniform Circular Array : UCA)

2차원형 입사각 추정을 위한 대표적인 구조에는 직사각 어레이와 원형 어레이가 있으며 원형 어레이의  $A(\theta)$ [방향 모드 벡터]는 다음과 같이 유도됩니다.



좌표계의 원점은 어레이의 중심에 위치하고 고도각  $\phi \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 의 증가방향은 z축으로부터 아랫방향이고 방위각  $\theta \in [0, 2\pi]$ 의 증가방향은 x축으로부터 반시계방향이라 가정합니다.

x축으로부터  $r_i = \frac{2\pi i}{N}$ 에 위치한 I번째 센서의 위치 벡터는

$r_i = (r \cos r_i, r \sin r_i, 0)$ 로 주어지고 파수  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 인 협대역 평면파 신호의 진행 방향이 -u라 하면 특정 시간에 원점과 I번째 센서에 입사된 신호의 위상차는 다음과 같습니다.

$$\theta_i = e^{jku^T r_i} = e^{jk r \sin \phi \cos(\theta - r_i)} = e^{j\xi \cos(\theta - r_i)}$$

여기서  $\xi = k r \sin \phi$ 가 됩니다.

따라서 원형 어레이의 방향 벡터는 다음과 같이 주어집니다.

$$a_{UCA}(\phi) = [e^{j\xi \cos(\theta - r_0)} \ e^{j\xi \cos(\theta - r_1)} \ \dots \ e^{j\xi \cos(\theta - r_{(M-1)})}]^T$$

여기서 고도각은 매개변수  $\xi$ 와 관련되어 측정되며 벡터  $\phi$ 가 신호의 입사각 표현에 사용됩니다.

### 2.3 Spatial Correlation 행렬

측정된 어레이 출력 벡터  $X(t)$ 로부터  $X(t)$ 의 Spatial Correlation 행렬  $R$ 을 정의할 수 있습니다.

잡음과 입사 신호는 서로 상관 관계가 없다고 가정하면 Spatial Correlation 행렬  $R$ 은 다음과 같습니다.

$$\begin{aligned} R &= E[\tilde{x}(t)\tilde{x}^H(t)] \\ &= E[x(t)x^H(t)] \\ &= AE[s(t)s^H(t)]A^H + E[n(t)n^H(t)] \\ &= R_s + R_n \end{aligned}$$

잡음사이에는 공간적 시간적으로 상관관계가 없고 분산이  $\sigma_n^2$ 이라고 가정하면 공간적 백색 잡음 행렬은  $R_n = E[n(t)n^H(t)] = \sigma_n^2 I$ 로 표현할 수 있습니다. 따라서 어레이의 출력 Correlation 행렬  $R$ 은 다음과 같이 고유치 분해가 될 수 있습니다.

$$R = ASA^H + \sigma_n^2 I = U \Lambda U^H$$

여기서  $\Lambda$ 는 고유치(Eigenvalue)를 원소로 갖는 대각행렬입니다.

Spatial Correlation 행렬을 다음과 같이 신호 부공간(Signal Subspace)  $U_s$ 와 잡음 부공간(Noise Subspace)  $U_n$ 으로 나누어 표현 할 수 있습니다.

$$\begin{aligned} R &= R_s + R_n \\ &= U_s \Lambda_s U_s^H + U_n \Lambda_n U_n^H \\ \Lambda &= \text{diag}[\Lambda_s \quad \Lambda_n] \\ \Lambda_s &= \text{diag}[\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \cdots \quad \lambda_K] \\ \Lambda_n &= \sigma_n^2 I_{M-K} \end{aligned}$$

여기서  $I_{M-K}$ 는 크기  $(M-K) \times (M-K)$ 의 identity 행렬입니다. 일반적으로 실제 상황에서 Spatial Correlation 행렬  $R$ 은 미리 알 수 없으며 실측 데이터에서 제한된 개수의 샘플을 이용하는 것만으로는 원하는 Ensemble 평균을 구할 수가 없습니다. 따라서 입력 신호가 Ergodic하다고 가정하고, 다음과 같이 Gaussian 신호에 대해 Maximum Likelihood 추정값을 주는 시간 영역 평균값을 사용합니다.

$$\begin{aligned} \hat{R} &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N X(t) X^H(t), \quad N > M \\ &= XX^H \end{aligned}$$

여기서  $\hat{\cdot}$ 는 추정된 값(Estimate)을 나타내며 사용된 샘플 수가 증가할수록 추정값이 참값에 수렴하는 일관된 특성을 보입니다.

### 3. 입사각 추정 알고리즘

방향 탐지를 위한 어레이 신호 처리 기법은 접근 방식에 따라 크게 공간 Spectral 특성을 기반으로 한 Spectral 접근 방법과 신호 모델링을 기반으로 한 Parametric 접근 방법으로 나눌 수 있습니다.

#### 3.1 빔 형성 기법 (Beamforming)

어레이를 이용한 최초의 신호 입사각 추정 시도는 특정 방향으로 입사되는 신호의 출력을 최대하기 위해 어레이를 그 방향으로 “지향(Steering)”시키고 그때의 출력값

을 측정하는 것을 기본 개념으로 하는 빔 형성 기법을 이용하는 것이었습니다. 즉, 모든 방향에 대해서 어레이를 전기적으로 지향시켜 본 후 그 출력값들로 공간 스펙트럼을 형성하여 최대값을 나타내는 위치를 신호의 입사방향으로 결정하는 방법입니다. 어레이의 응답은 각 센서에 주는 가중치를 계수로 갖는 센서 출력의 선형적인 조합에 의하여 지향되어 어레이의 출력은 다음 식과 같이 표현됩니다.

$$y(t) = \sum_{i=1}^M w_i^* x_i(t) = W^H X(t)$$

따라서 어레이의 출력의 파워 스펙트럼은 다음과 같이 구할 수 있습니다.

$$P(W) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N |y(t)|^2 = W^H X(t) X^H(t) W = W^H \hat{R} W$$

여기서 가중치 벡터  $W$ 를 결정하는 방법에 따라 다양한 빔 형성 접근방식이 적용됩니다. 일반적으로 가중치 벡터  $W$ 는 신호의 입사각과 관련된 Steering 벡터  $a(\theta)$ 와 Spatial Correlation 행렬  $R$ 의 함수로 주어집니다.

### 3.1.1 Conventional 빔 형성 기법

Conventional 빔 형성 기법은 푸리에 변환을 기본으로 하는 Spectral Analysis를 공간적 개념으로 자연스럽게 확장한 것입니다. 임의의 구조를 갖는 어레이에 원하는 방향에서 입사되는 신호에 대해서 큰 가중치를 주어 신호 대 잡음비(SNR)를 향상시키고 출력값을 최대로 합니다.

$\theta$  방향으로 입사하는 신호의 어레이 센서 출력은 부가 잡음이 첨가되어 다음 식과 같이 정리됩니다.

$$x(t) = a(\theta)s(t) + n(t)$$

출력을 최대로 하는 문제는 부가잡음을 공간적 백색잡음으로 가정하면 다음 식으로 나타낼 수 있습니다.

$$\begin{aligned} \max E[W^H X(t) X^H(t) W] &= \max W^H E[X(t) X^H(t)] W \\ &= \max |s(t)|^2 |W^H a(\theta)|^2 + \sigma_n^2 |W|^2 \end{aligned}$$

크기는 1이고 출력의 파워 스펙트럼의 기대치를 최대로 하기 위한 Conventional 빔 형성기 가중치 벡터  $W_{CON}$ 는

$$W_{CON} = \frac{a(\theta_w)}{\sqrt{a^H(\theta_w) a(\theta_w)}}$$

가 됩니다.

Conventional 빔 형성기에서는 가중치 벡터  $W_{CON}$ 로 Steering 벡터를 사용하게 되며 이는 마치 특정 방향으로 입사된 신호에 공간적으로 “정합(Matched)”된 공간필터

로 볼 수 있습니다. 직관적으로 Conventional 빔 형성기는 각 센서에 나타나는 시간 지연 성분을 가중치 벡터로 그대로 보상함으로써 출력을 최대로 합니다.

가중치 벡터  $W_{CON}$  를 어레이의 출력의 파워 스펙트럼  $P(W)$ 에 대입하여 다음과 같은 Conventional 빔 형성기 공간 스펙트럼식을 얻을 수 있습니다.

$$P_{CON}(\theta) = \frac{a^H(\theta_w) \hat{R} a(\theta_w)}{a^H(\theta_w) a(\theta_w)}$$

이 방법은 등간격 선형 어레이 인 경우 표준적인 빔폭 또는 분해능이 공간적인 샘플 수 즉  $M$ 에 의해 푸리에 변환의 한계인  $\frac{2\pi}{M}$  정도로 결정되므로 시간적 샘플 수가 계속 증가해도 빔 형성기의 분해능이 더 이상 좋아지지 않는 문제점이 있습니다.

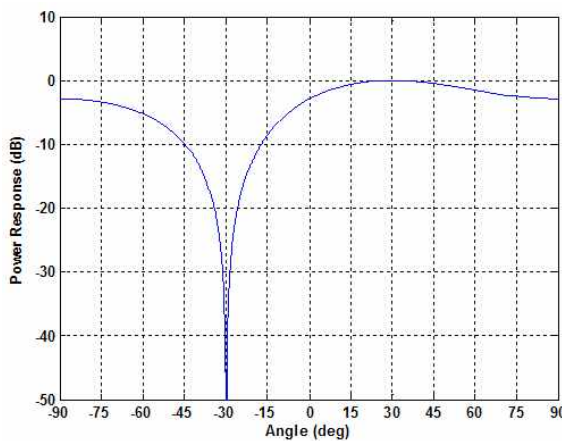
Conventional 빔 형성기는  $M-1$ 개의 Lobe를 형성하게 됩니다. 센서의 개수가 많아질수록 Lobe의 개수는 많아지고 그에 따라 빔폭은 작아지므로 그 해상도가 증가하게 됩니다.

즉 해상도를 증가시키기 위해서는 센서의 개수를 증가시켜야 한다는 것입니다.

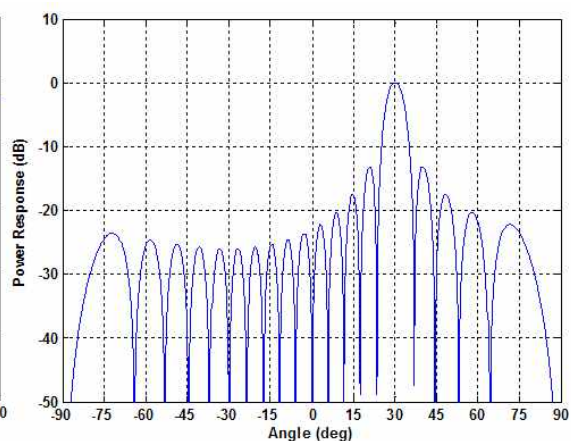
다음은  $M$ 이 2개와 20개일 때의 파워 스펙트럼입니다.

$$P_{CON}(\theta) = \frac{a^H(\theta_w) \hat{R} a(\theta_w)}{a^H(\theta_w) a(\theta_w)}, \quad \text{여기서 } \hat{R} = a(\theta) S a^H(\theta)$$

$$\text{입사각 } a(\theta) = 30^\circ \quad \text{센서간의 거리 } d = \frac{\lambda}{2}$$



$[M = 2]$



$[M = 20]$

### 3.1.2 Minimum Variance(MV) 빔 형성 기법

위에서 설명한 Conventional 빔 형성 기법의 단점인 분해능 문제를 해결하기 위해 많은 시도들이 이루어 졌습니다. 그 중 대표적인 경우가 Capon이 제안한 MV 기법입니다. Conventional 빔 형성기가 단순히 특정 방향으로 들어오는 입사신호에 대해서만 고려하여 큰 가중치를 주는 데 반하여 MV기법은 특정 방향입사 신호의 이득은 일정하게 유지하면서 동시에 간섭신호 또는 잡음에는 상대적으로 작은 가중치를 주어 그 출력을 최소화함으로써 신호 대 잡음비를 높입니다.

이 같은 성질은 공간 스펙트럼이 마치 날카로운 공간 대역 통과 필터처럼 보이게 하며 가까이 위치한 두 신호에 대한 분해능의 향상을 가져옵니다. MV기법의 가중치 벡터를 구하기 위한 최적화 문제는 다음과 같이 선형제한 조건을 갖는 빔 형성 기법 으로부터 유도 됩니다.

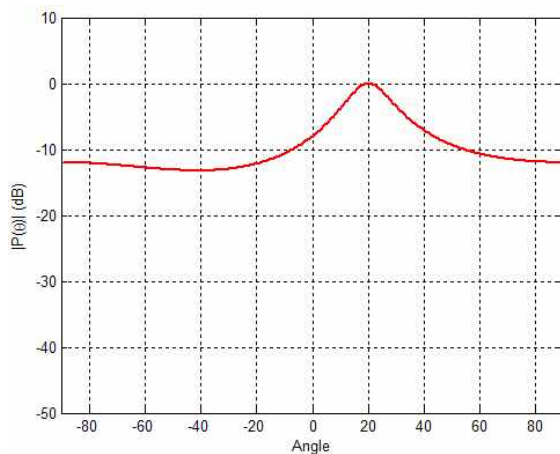
$$\min W^H \hat{R} W \quad \text{subject to } W^H a(\theta) = 1$$

$a(\theta)$ 의 이득은 1로 유지하면서 어레이의 출력을 최소화 하는 것이므로 결국  $\theta$ 이외의 방향으로서는 이득을 주지 않는 효과를 얻게 됩니다. 즉  $\theta$ 이외의 방향에 존재하는 간섭신호 및 잡음을 최소화시켜 신호 대 잡음비의 향상을 이끌어내는 것입니다. Lagrange Multiplier 기법을 사용하여 최적화하면 최적 계수는 다음식으로 주어집니다.

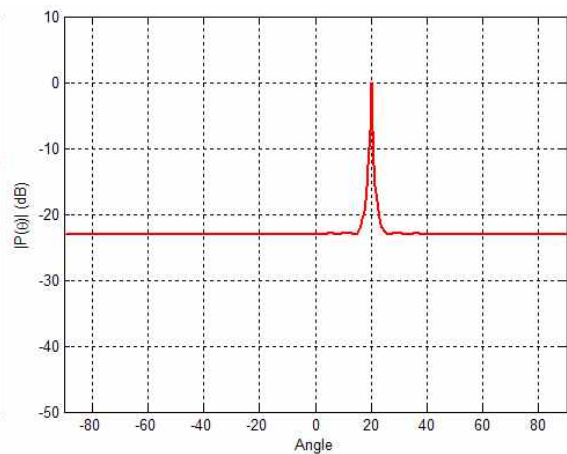
$$W_{MV} = \frac{\hat{R}^{-1} a(\theta_w)}{a^H(\theta_w) \hat{R}^{-1} a(\theta_w)}$$

위 가중치 벡터  $W_{MV}$ 를 어레이의 출력의 파워 스펙트럼  $P(W)$ 에 대입하여 다음과 같은 MV 빔 형성기 공간 스펙트럼식을 얻을 수 있습니다.

$$P_{MV}(\theta) = \frac{a^H(\theta_w) a(\theta)}{a^H(\theta_w) \hat{R}^{-1} a(\theta_w)}, \quad \text{여기서 } \hat{R}^{-1} = [a(\theta) S a^H(\theta)]^{-1}$$



$[M = 2]$



$[M = 20]$

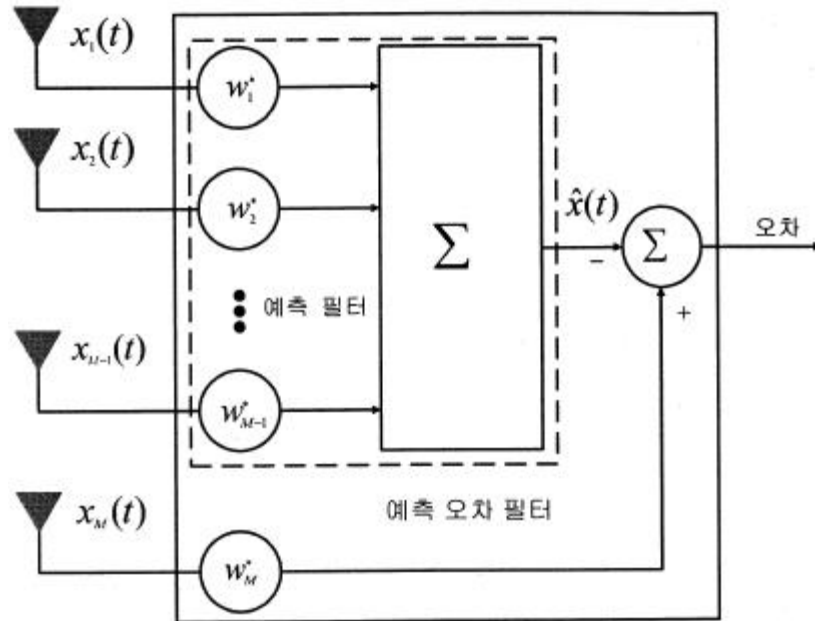


Capon은 Maximun liklihood 기법이라 불렀으나 일반적으로 Minimum Variance(MV) 기법이라 불리 옵니다.

선형제한 조건을 이용하여 신호원의 방향을 추정 할 때 다른 방향에서 입사되는 신호에 대한 Nulling을 수행하므로 Conventional 빔 형성 기법에 비해 매우 좋은 분해능을 가집니다.

그러나 어레이의 Aperture 사이즈가 작거나 신호대비 잡음비가 낮은 경우에 따른 분해능 저하문제는 해결되지 않았습니다.

### 3.1.3 선형 예측(LP : Linear Prediction) 기법



위의 그림과 같이 인접한 센서의 신호로 미리 선택된 센서의 출력 신호를 예측하여 입사 신호의 공간 스펙트럼을 추정하는 방법입니다.

이는  $i$ 번째 센서의 수신 신호  $x_i(t)$ 를 나머지 다른 센서들의 선형 조합으로 나타낼 수 있다는 가정으로부터 출발합니다. 다음과 같이 선택된 센서의 이득을 일정하게 유지하는 선형 제한 조건하에 예측 오차값으로 나타나는 출력을 최소화하는 빔 형성 기법으로부터 유도됩니다.

$$\min W^H \hat{R} W, \quad \text{subject to } w^H d_i = 1$$

$$d_i = [0 \cdots 1 \cdots 0]^T$$

여기서  $d_i$ 는  $i$ 번째 인자만 1이고, 나머지 인자들은 모두 0인 벡터입니다. Lagrange

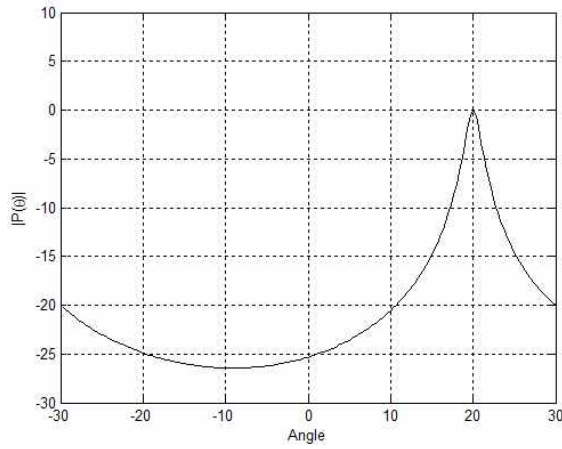
연산자를 이용하여 위 식을 최적화 하면 최적 계수는 다음과 같이 주어집니다.

$$W_{LP} = \frac{\hat{R}^{-1}d_i}{d_i^H \hat{R}^{-1}d_i}$$

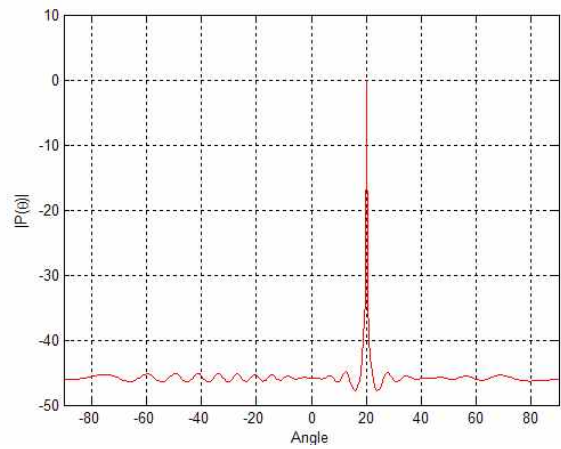
$W_{LP}$ 를 공간 스펙트럼에 대입하면 다음과 같습니다.

$$W_{LP}(\theta) = \frac{d_i^H \hat{R}^{-1}d_i}{|d_i^H \hat{R}^{-1}a(\theta_w)|^2}$$

이 방법은 적응 기법으로의 변환이 매우 용이하며 분해능은 좋으나 기준 센서 위치 벡터  $d_i$ 와 Spatial Correlation 행렬의 변화에 민감한 특징을 가집니다. 이 기준 센서를 선택하는 적당한 기준은 없으나 일반적으로 선형 어레이의 경우 양쪽 끝에 위치한 센서를 기준 센서로 택합니다.



$[M = 2]$



$[M = 20]$

### 3.2. 부공간을 기반으로 한 기법

입사 신호의 수를 알고 있다면 이 정보를 이용하여 Spatial Correlation 행렬의 고유치 구조 분석을 통해 신호 부공간과 잡음 부공간을 분리해서 이 부공간들의 정보를 이용함으로써 보다 향상된 성능을 보이는 신호 도달 입사각 추정 기법들을 얻을 수 있습니다.

$R = ASA^H + \sigma_n^2 I = U \Lambda U^H$ 에 의하면

$$R = ASA^H + \sigma_n^2 I = U_s \Lambda_s U_s^H + \sigma_n^2 U_n U_n^H$$

임을 알 수 있습니다.

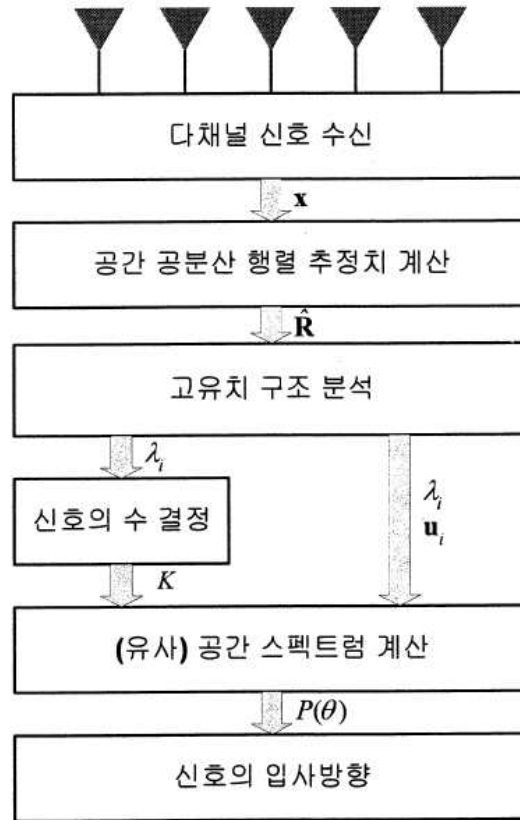
$U_s$ 에 의한 신호 부공간은  $U_n$ 에 의한 잡음 부공간과 직교하며

$$\text{span}(R_s) = \text{span}(A) = \text{span}(U_s)$$

임을 이용하여

$$U_n^H a(\theta) = a^H(\theta) U_n U_n^H a(\theta) = 0, \quad \theta \in (\theta_1, \dots, \theta_n)$$

인 성질을 얻을 수 있습니다. 이러한 신호 부공간과 잡음 부공간의 직교 성질을 이용하는 방법을 부공간을 기반으로한(Eigen-Based)기법이라 부르며 일반적으로 분해능과 일관성면에서 우수한 결과를 보입니다.



고유치 분해를 기반으로 하는 입사각 추정 기법 흐름도

### 3.2.1 MUSIC ( Multiple Signal Classification ) 기법

MUSIC 기법은 입사 신호의 입사각에 해당하는 모든 Steering 벡터는 잡음 고유벡터에 의해 형성되는 잡음부공간에 직교한다 는 기본 성질을 적용한 기법입니다.

입사신호의 개수를 안다는 가정하에 신호에 대한 분해능을 증가 시키고 추정 분산을 감소시키는 어레이 신호처리분야에서는 가장 중요한 관계식의 하나로 알려져 있습니다.

공분산 행렬  $\hat{\mathbf{R}}$ 은 추정치며 그 고유 벡터들은  $\mathbf{R} = \mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{A}^H + \sigma_n^2\mathbf{I} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^H$ 와 같이 신호 소유벡터와 잡음 고유벡터로 나뉘어 집니다.

잡음 부공간으로 종사영하는 투사 행렬(Projection Matrix)  $\hat{\mathbf{P}}_n$ 을  $\hat{\mathbf{P}}_n = \hat{\mathbf{U}}_n \hat{\mathbf{\Lambda}}_n^{-1} \hat{\mathbf{U}}_n^H$  이라 정의하면  $\hat{\mathbf{P}}_n \mathbf{a}(\theta)$ 는 Steering 벡터  $\mathbf{a}(\theta)$ 의 잡음 부공간 성분만 남게 되며  $\theta$  가 실제 입사각일 때 잡음 부공간과  $\mathbf{a}(\theta)$ 는 직교하므로  $\hat{\mathbf{P}}_n \mathbf{a}(\theta)$ 의 값은 이상적인 경우 0이 됩니다.

이와 같은 Spatial Correlation 행렬을 구성하고 있는 고유 벡터의 성질을 이용하여 공간 스펙트럼에 적용 시키면 신호의 입사 방향에서 첨두치를 갖는 유사 공간 스펙트럼을 얻을 수 있습니다.

공간 스펙트럼 분모에 나타나는  $\mathbf{R}^{-1}$ 를 고유 분해하면  $\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}^{-1}\mathbf{U}^H$ 가 됩니

다.

이 식으로부터  $R$ 과  $R^{-1}$ 는 동일한 신호 부공간과 잡음 부공간을 갖고 고유치만 역수 관계에 있음을 알 수가 있습니다. 잡음 부공간 성분은 신호 부공간 및 Steering 벡터에 직교한다는 성질을 이용하기 위하여  $R^{-1}$ 을 잡음 부공간에 투사시키면 다음과 같은 식을 얻게 됩니다.

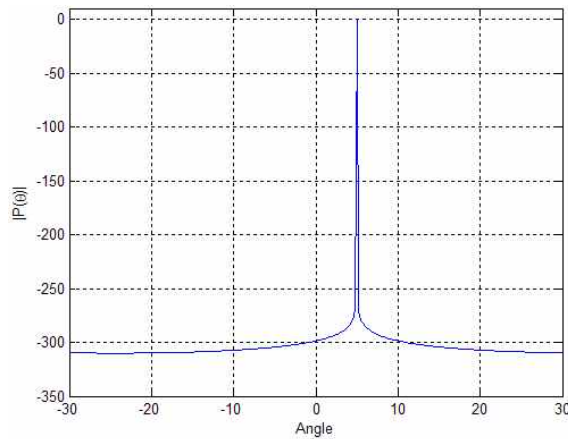
$$P_n R^{-1} P_n = U_n \Lambda_n^{-1} U_n^H$$

윗 식을 공간 스펙트럼 식의  $R^{-1}$  대신에  $P_n R^{-1} P_n$ 을 대입하고 잡음 고유치 행렬  $\Lambda_n^{-1}$ 을 단위 행렬 I로 대체하면 다음과 같은 식을 얻습니다.

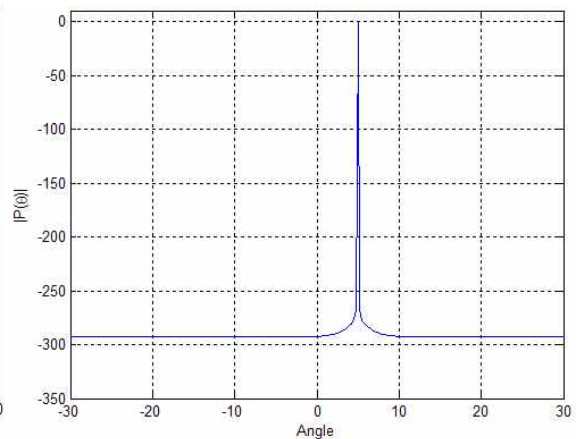
$$\begin{aligned} P_{MUSIC}(\theta) &= \frac{a^H(\theta_w) a(\theta_w)}{a^H(\theta_w) P_n R^{-1} P_n a(\theta_w)} \\ &= \frac{a^H(\theta_w) a(\theta_w)}{a^H(\theta_w) U_n \Lambda_n^{-1} U_n^H a(\theta_w)} \\ &= \frac{a^H(\theta_w) a(\theta_w)}{a^H(\theta_w) U_n U_n^H a(\theta_w)} \end{aligned}$$

Steering 벡터를 탐색 벡터로 사용하여 잡음 부공간과 직교하는 순간 윗 공간 스펙트럼은 첨두치를 가질 것이며 이에 대응하는 각도가 입사방향이 됩니다.

그러나 이 방법은 신호원 사이에 매우 큰 상관관계가 존재하거나 완전 상관관계인 경우 일반적인 Eigen-Based 기법(특히 잡음 고유 벡터를 사용하는 기법)에서와 마찬가지로 급격한 성능 저하문제가 나타납니다.



[M = 2]



[M = 20]

용어 정리

$M$  : 센서의 개수

$d$  : 센서 사이의 간격

$w_c$  : 신호의 중심주파수

$\lambda$  : 신호의 파장

$\theta_w$  : 스캔 각도(-90 ~ 90)

$\theta$  : 입사각

$A_w(\theta)$  :

$A(\theta)$  : steering vector

$c$  : 신호의 전달 속도

## RADAR 이론 정리

2014.09.24. By 김정환

Band Designation	Nominal Frequency Range	Specific Bands
HF	3-30 MHz	--
VHF	30-300 MHz	138-144 MHz 216-225 MHz
UHF	300-1000MHz	420-450 MHz 890-942 MHz
L	1-2 GHz	1.215-1.4 GHz
S	2-4 GHz	2.3-2.5 GHz 2.7-3.7 GHz
C	4-8 GHz	5.25-5.925 GHz
X	8-12 GHz	8.5-10.68 GHz
Ku	12-18 GHz	13.4-14.0 GHz 15.7-17.7 GHz
K	18-27 GHz	24.05-24.25 GHz
Ka	27-40 GHz	33.4-36.0 GHz
V	40-75 GHz	59-64 GHz
W	75-110 GHz	76-81 GHz 92-100 GHz
millimeter	110-300 GHz	--

Frequency Band Table