Kalman Filter

2019.03.11

차례

1. 서론
2. 추정 과정
3. 예측 과정
4. 시스템 모델
5. 결론
6. Next presentation

1. 서론

1. 서론

$$\bar{x}_k = \alpha \bar{x}_{k-1} + (1-\alpha) x_k$$

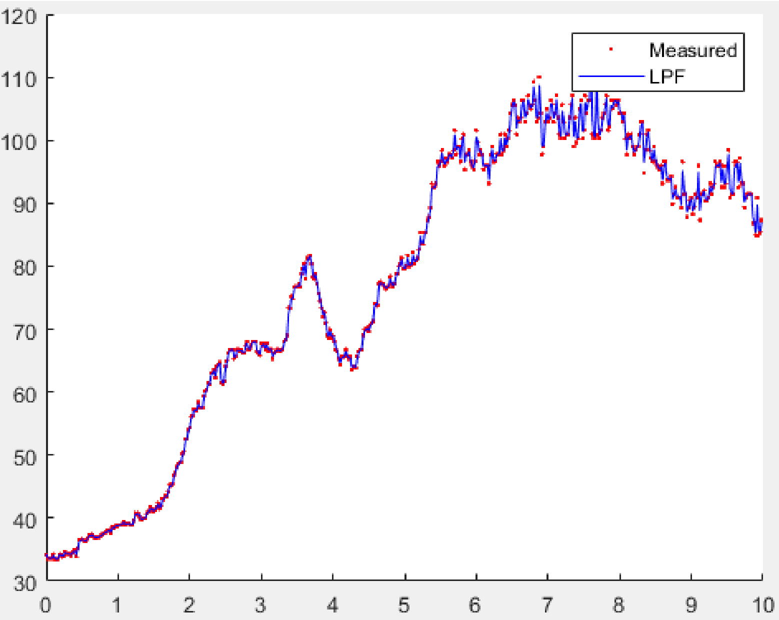
1. 서론

$$\bar{x}_k = \alpha \bar{x}_{k-1} + (1 - \alpha) x_k \qquad \boxed{0 < \alpha < 1}$$

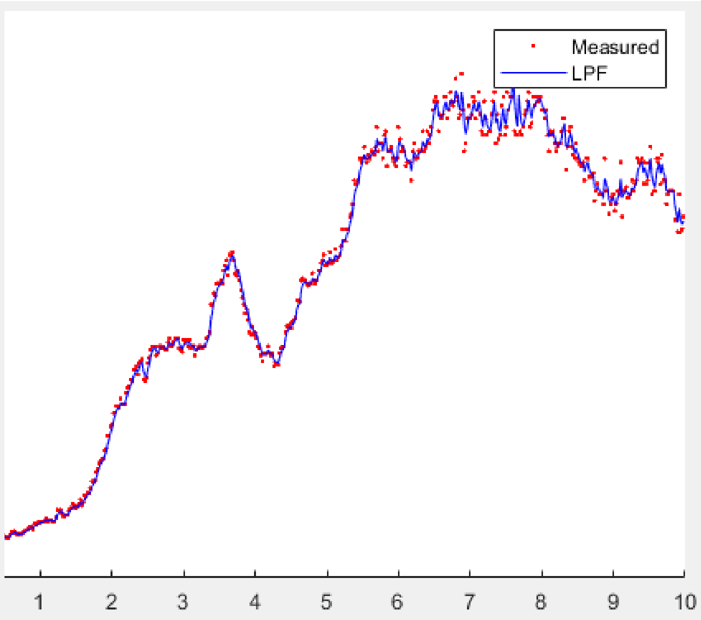
1. 서론

$$\bar{x}_k = \alpha \bar{x}_{k-1} + (1-\alpha)x_k \qquad \boxed{0 < \alpha < 1}$$

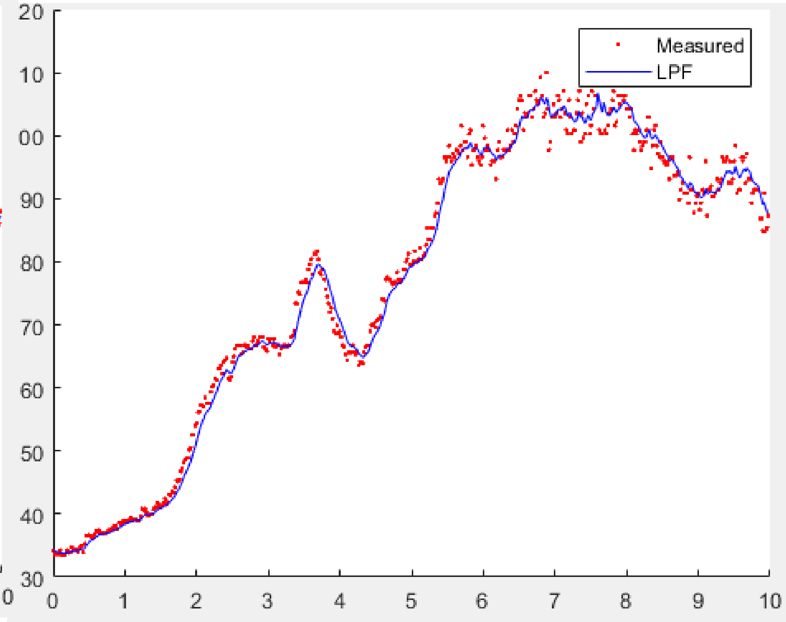
$\alpha = 0.2$



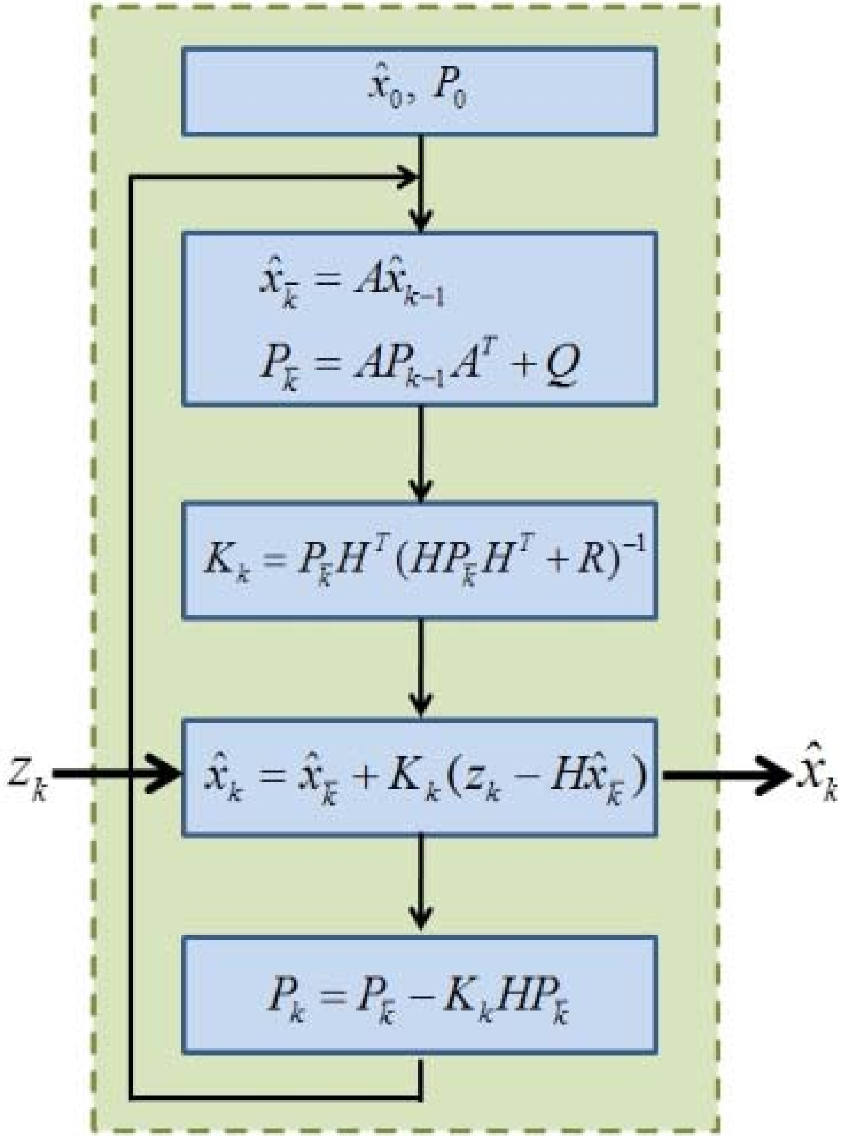
$\alpha = 0.5$



$\alpha = 0.8$



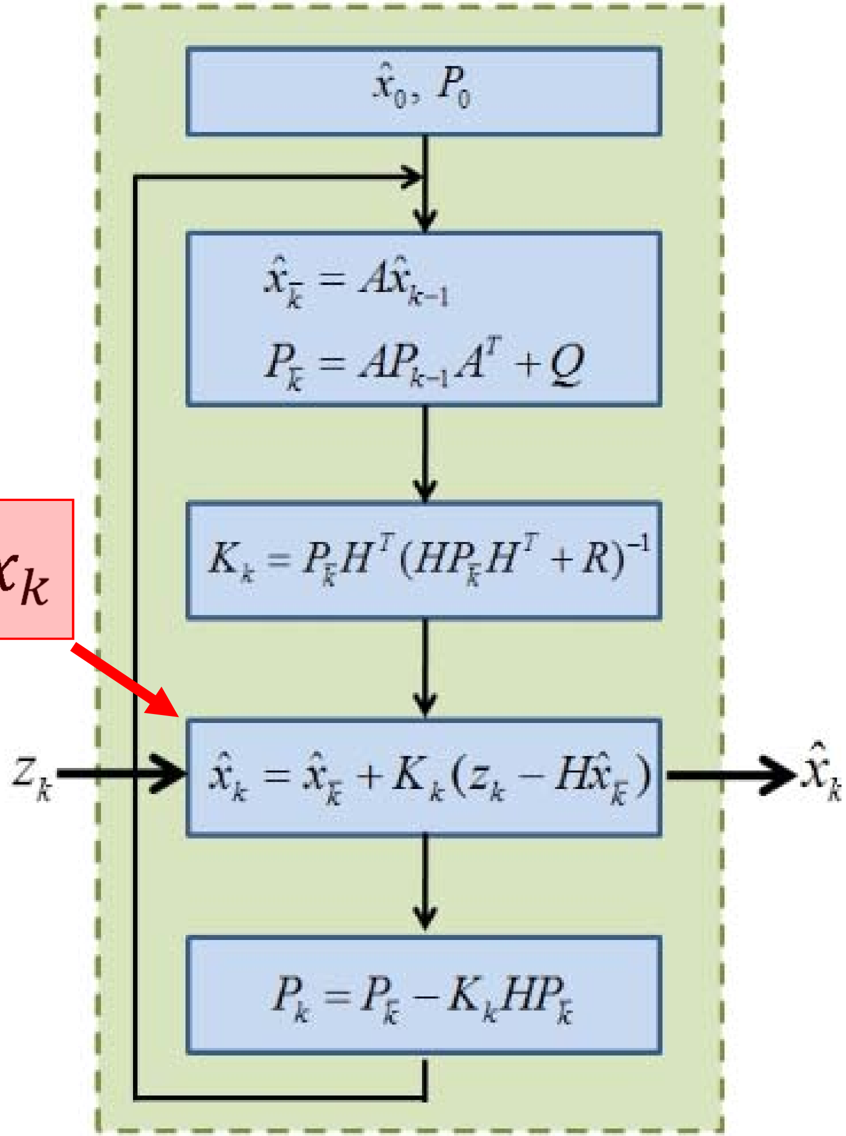
1. 서론



Kalman Filter algorithm

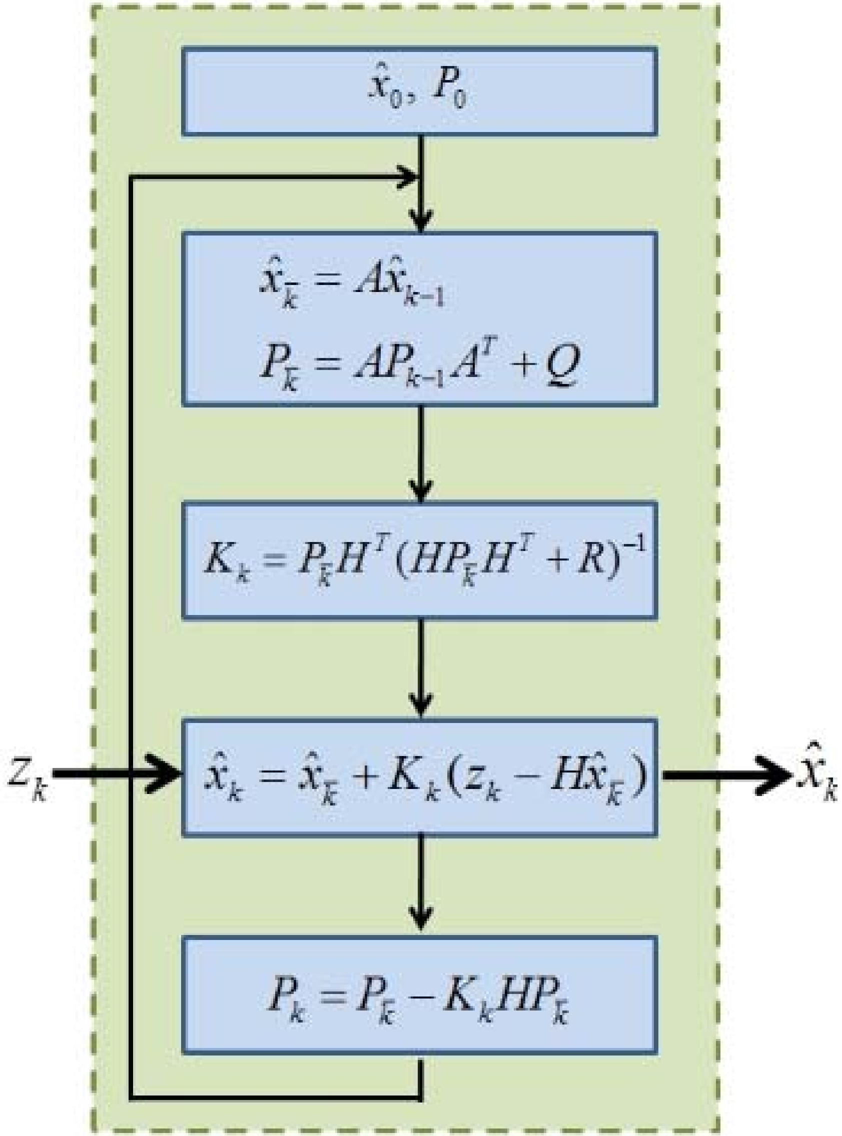
1. 서론

$$\bar{x}_k = \alpha \bar{x}_{k-1} + (1-\alpha) x_k$$



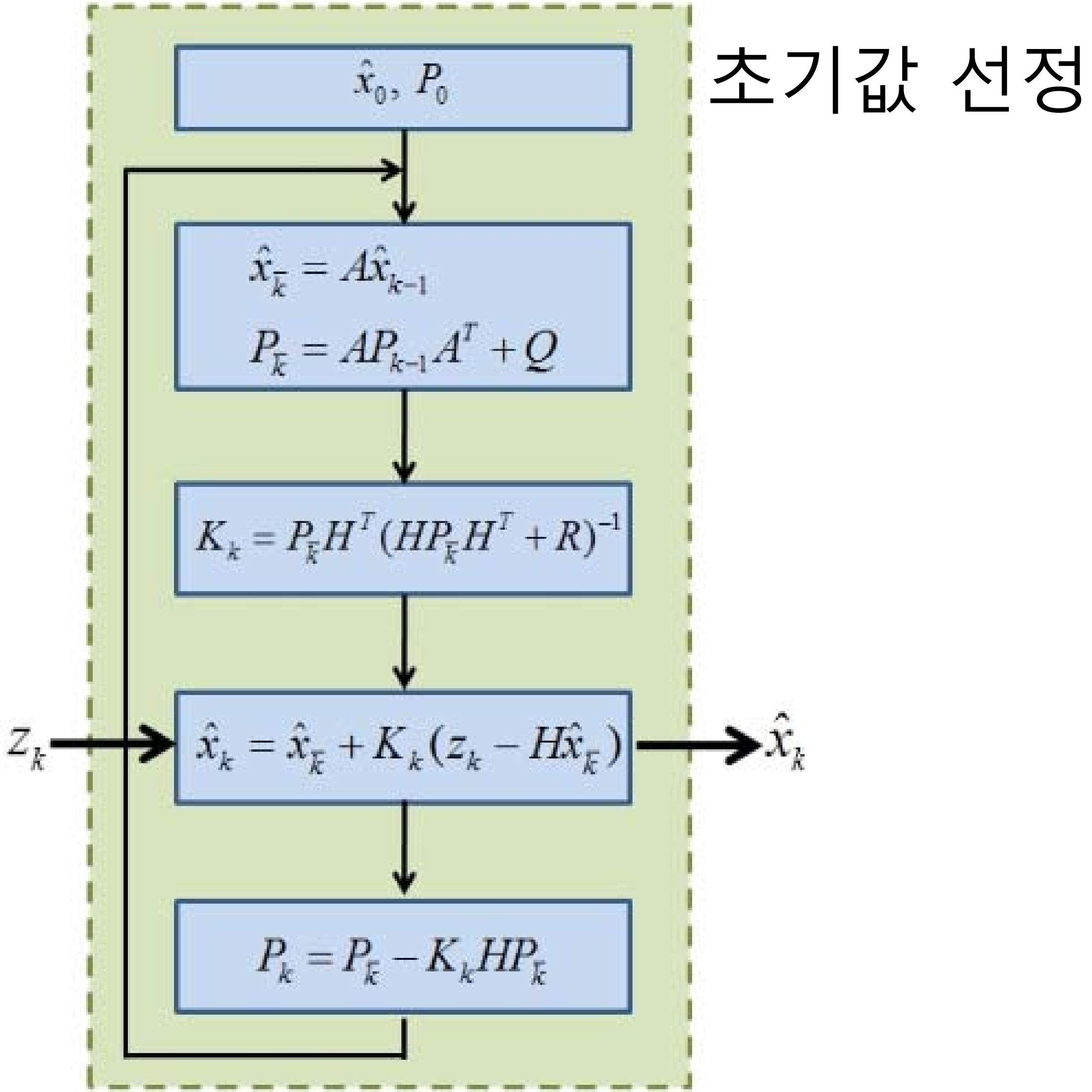
Kalman Filter algorithm

1. 서론



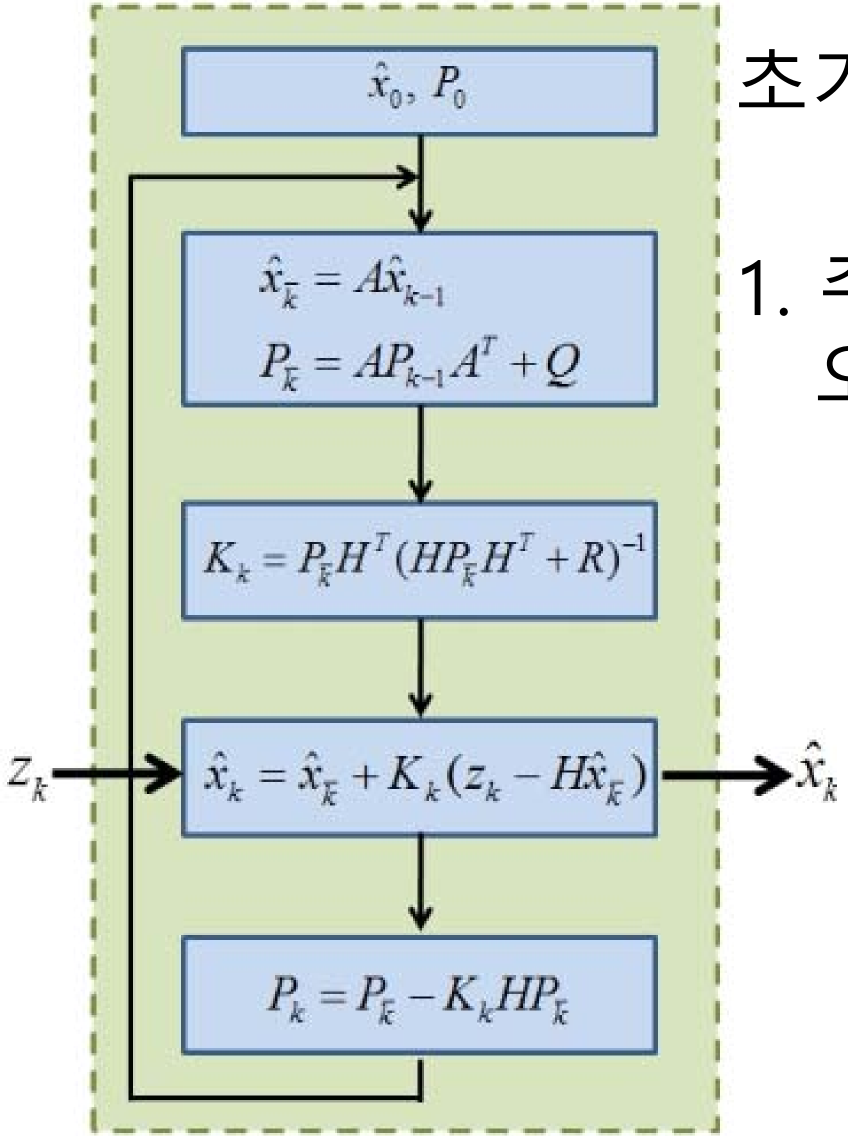
Kalman Filter algorithm

1. 서론



Kalman Filter algorithm

1. 서론



Kalman Filter algorithm

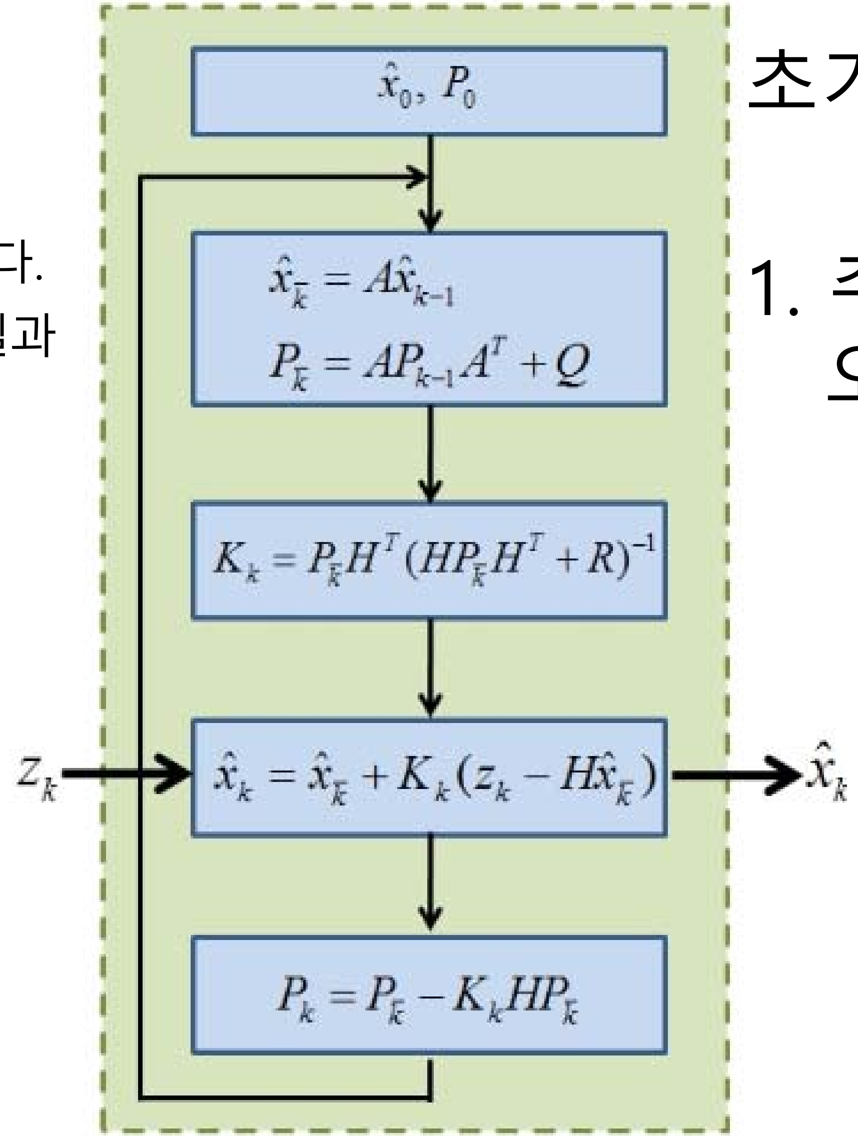
초기값 선정

1. 추정값과
   오차 공분산 예측

1. 서론

윗첨자 –는 예측값을 의미한다.

예측단계의 식은 시스템 모델과 밀접한 관계가 있다.

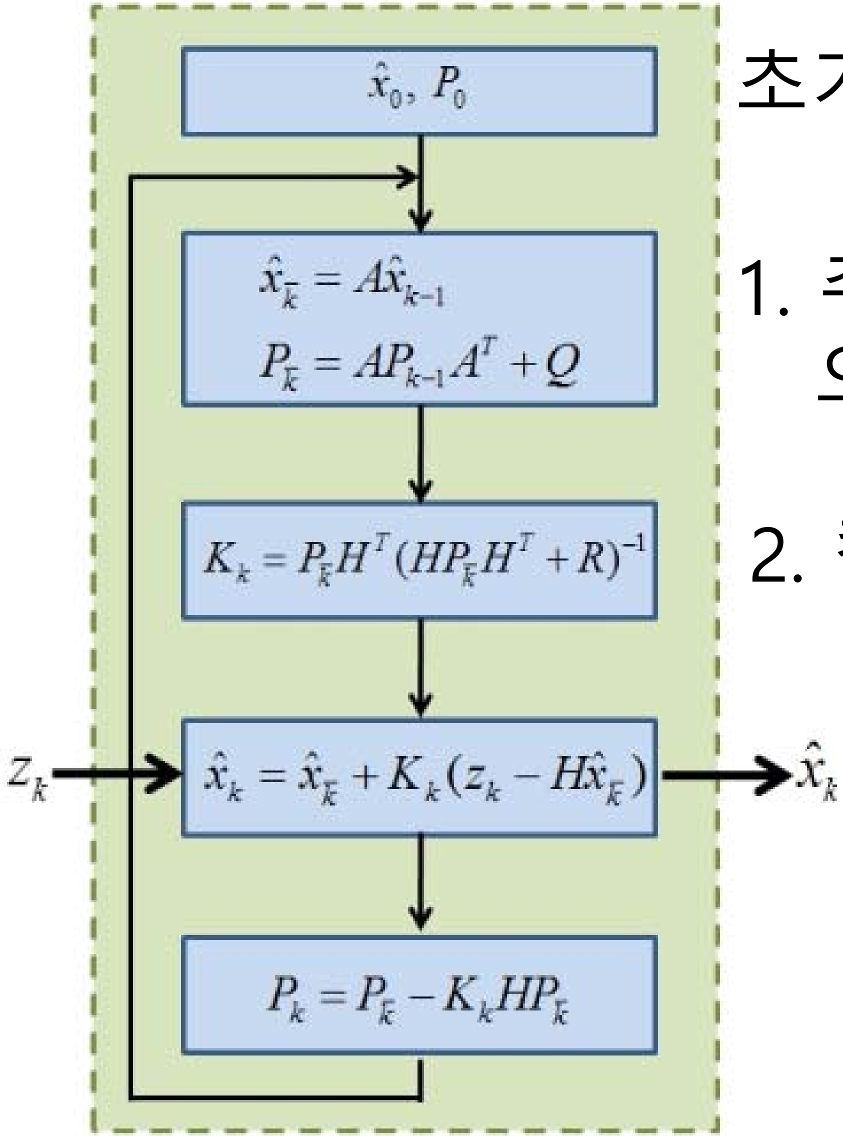


Kalman Filter algorithm

초기값 선정

1. 추정값과
   오차 공분산 예측

1. 서론



Kalman Filter algorithm

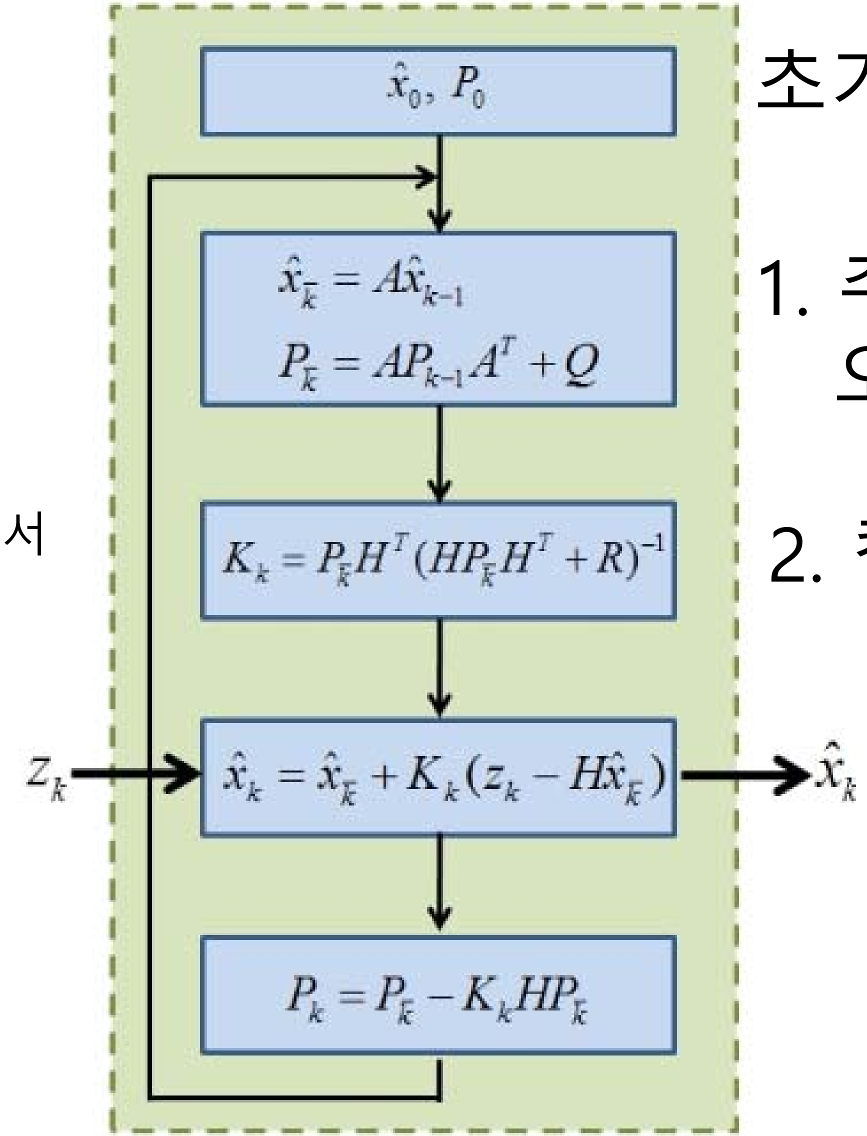
초기값 선정

1. 추정값과
   오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

1. 서론

H와 R은 칼만 필터밖에서
미리 결정하는 값이다.



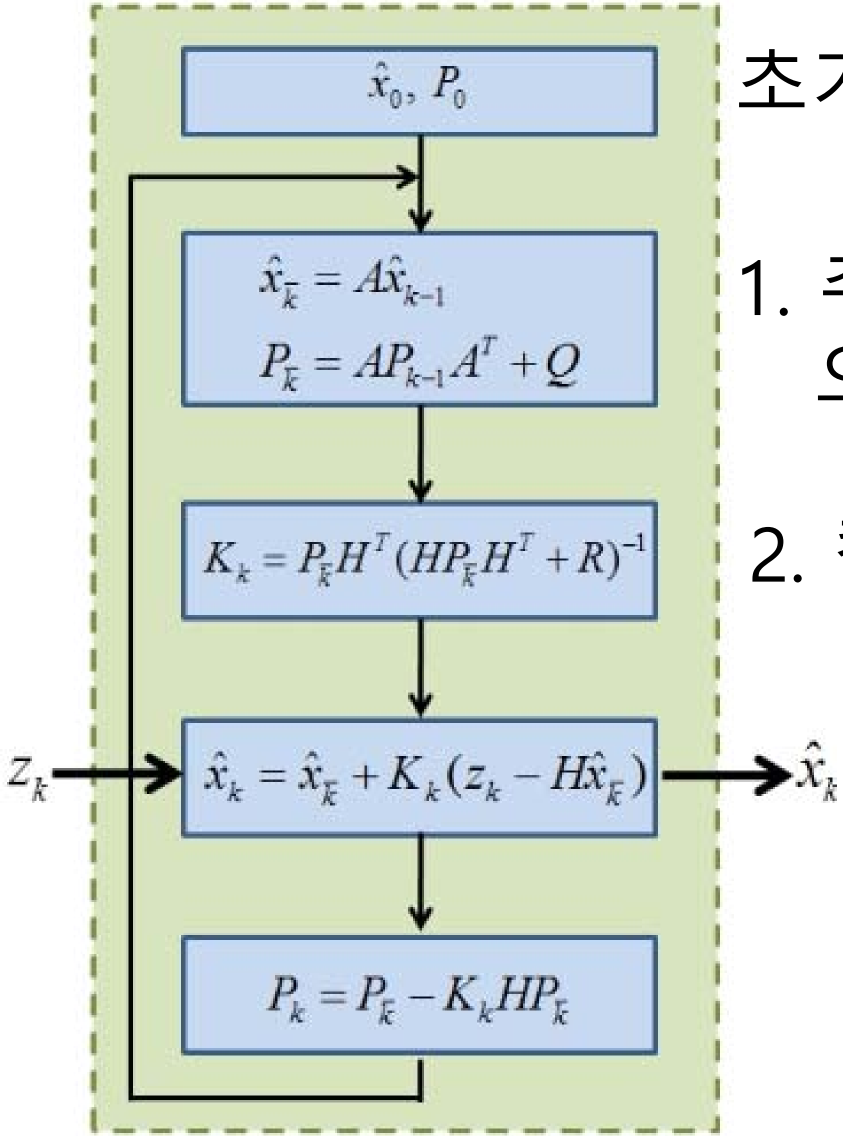
Kalman Filter algorithm

초기값 선정

1. 추정값과
   오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

1. 서론



Kalman Filter algorithm

초기값 선정

1. 추정값과
   오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

측정값

1. 서론

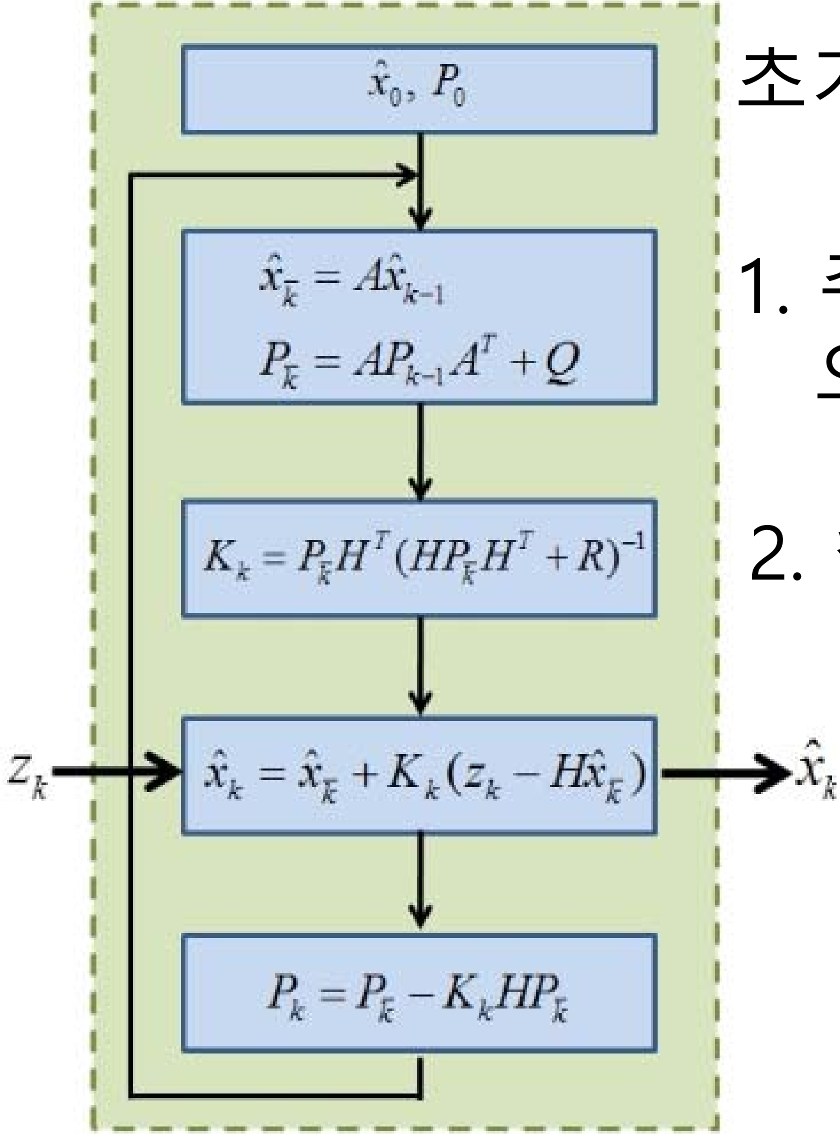
초기값 선정

1. 추정값과
   오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

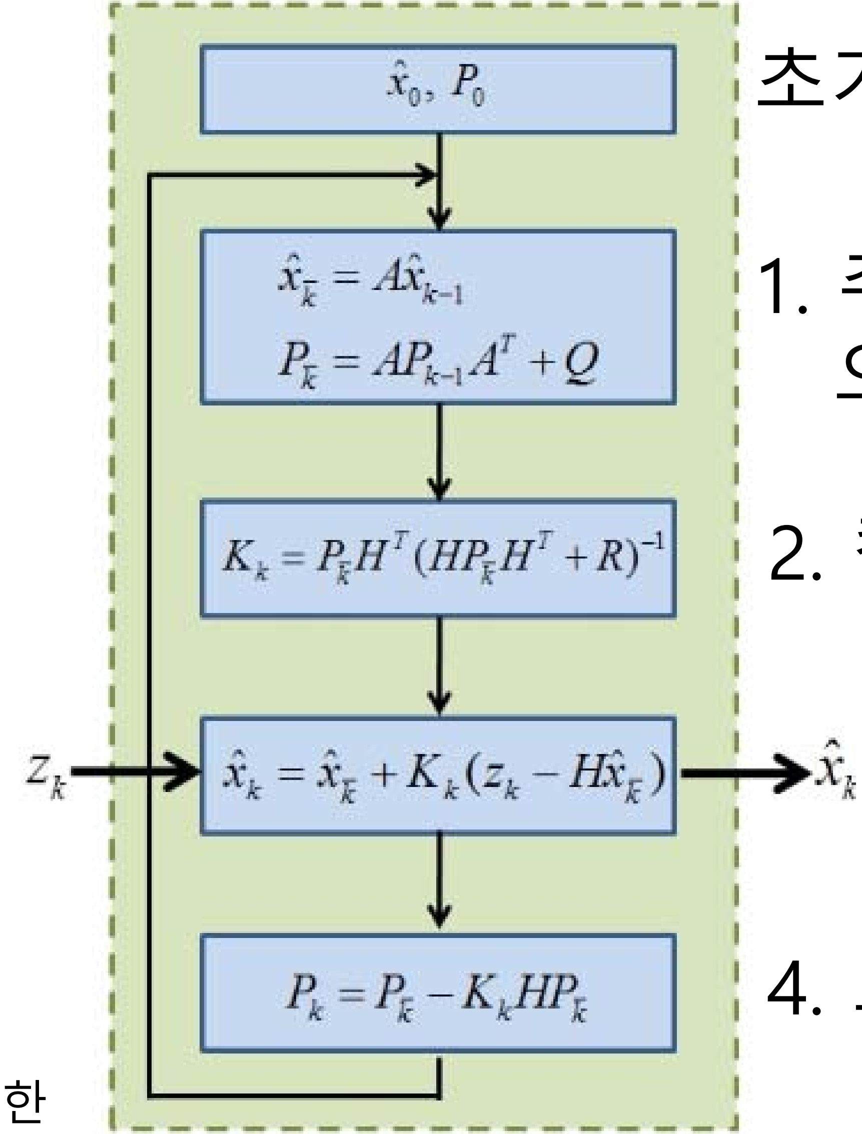
측정값

3. 추정값 계산



Kalman Filter algorithm

1. 서론



Kalman Filter algorithm

초기값 선정

1. 추정값과
   오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

측정값

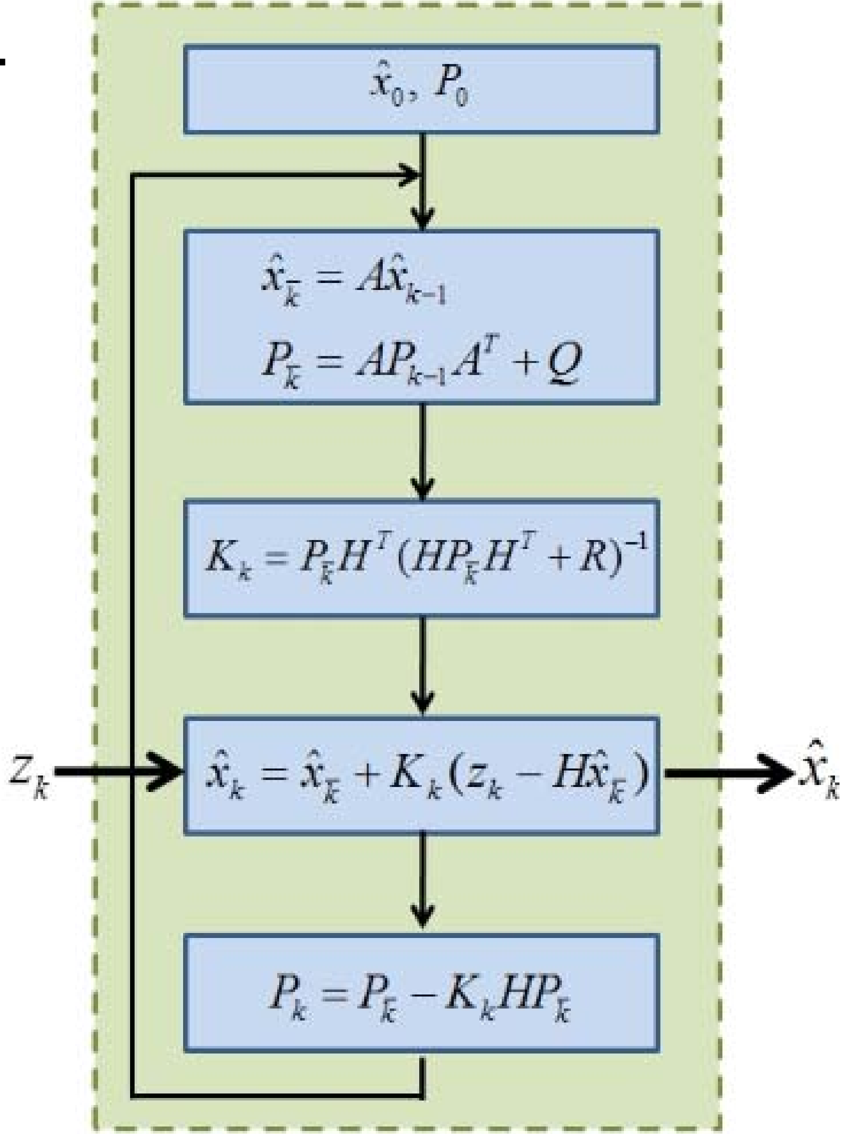
3. 추정값 계산

4. 오차 공분산 계산

추정값이 얼마나 정확한지를
알려주는 척도.

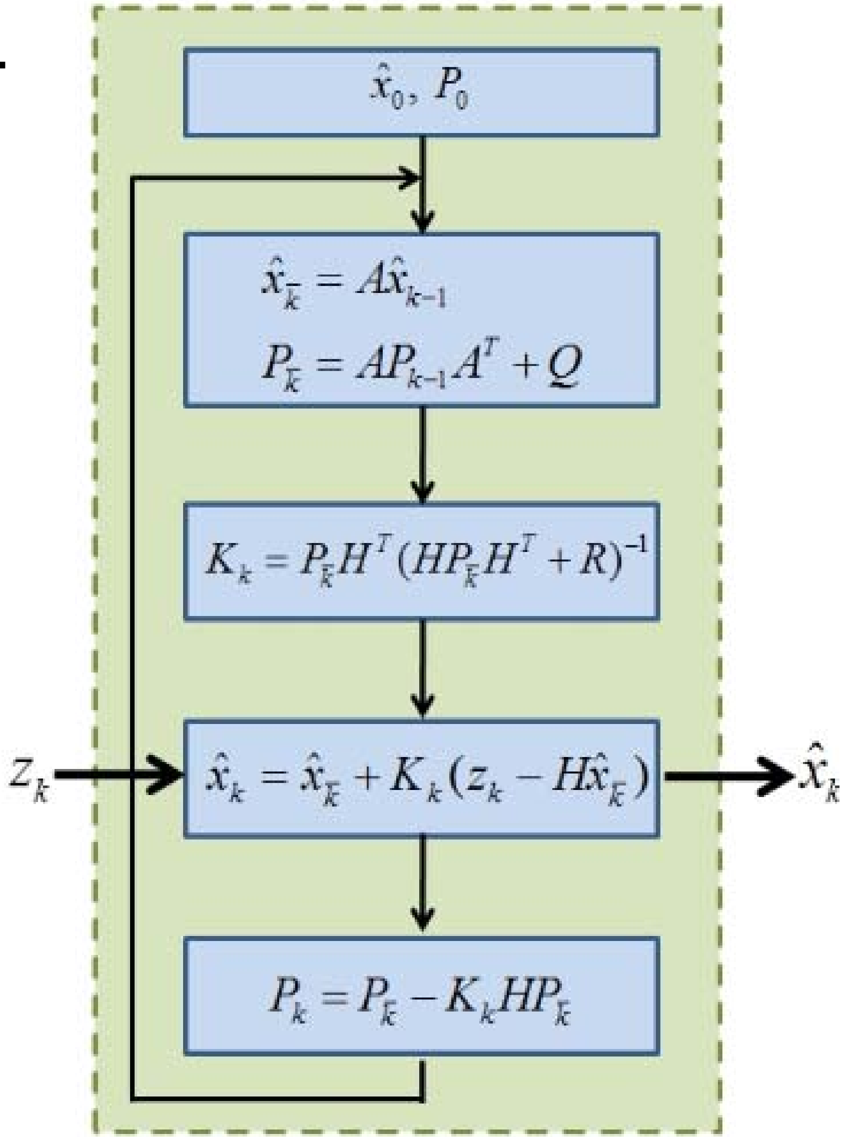
오차 공분산을 통해서 앞서 계산한
추정값을 민도 쓸지 or 버릴지 판단.

1. 서론



Kalman Filter algorithm

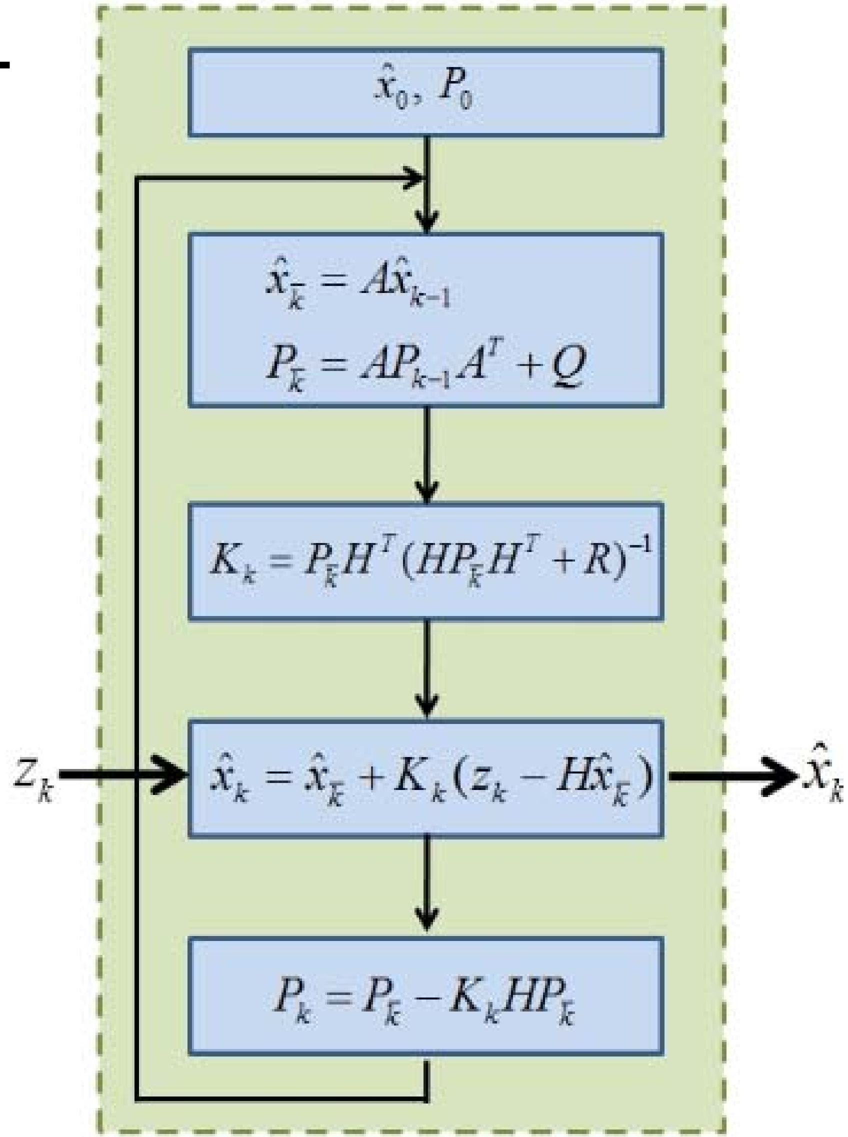
1. 서론



Kalman Filter algorithm

외부입력	z_k (측정값)
최종출력	$\hat{x}_k$ (추정값)
시스템 모델	A, H, Q, R
내부 계산용	$\hat{x}_k^-$, P_k^-, P_k, K_k

1. 서론



Kalman Filter algorithm

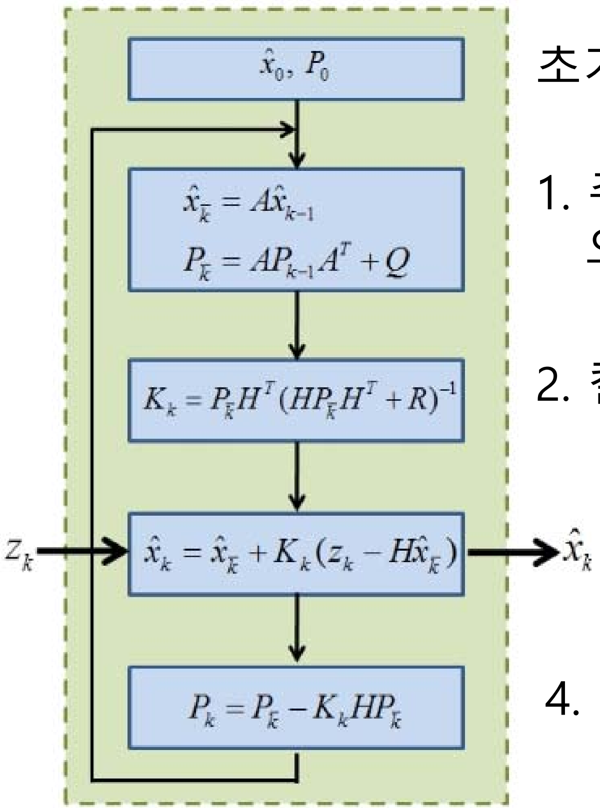
외부입력	z_k (측정값)
최종출력	$\hat{x}_k$ (추정값)
시스템 모델	A, H, Q, R
내부 계산용	$\hat{x}_k^-$, P_k^-, P_k, K_k

시스템 모델을 제외한 변수는 수정 불가능.

시스템 모델의 4개 변수가 칼만 필터의 설계 인자가 되는 것임.

칼만 필터의 성능은 시스템 모델이 실제 시스템과 가까울수록 좋음.

1. 서론



Kalman Filter algorithm

초기값 선정

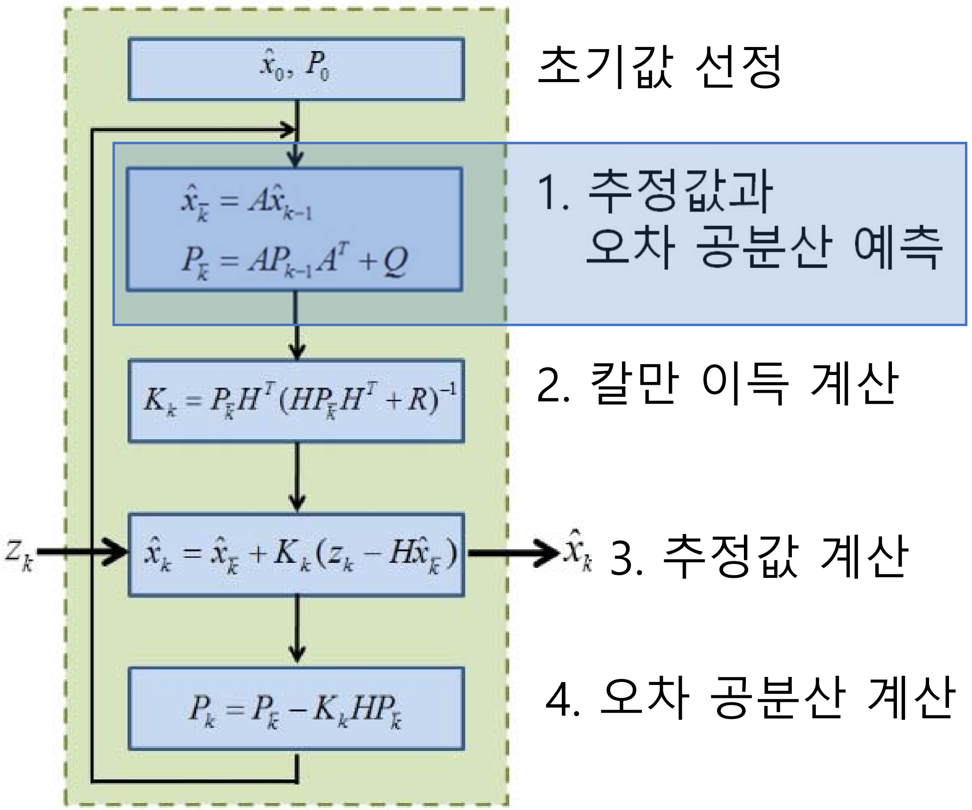
1. 추정값과
   오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

3. 추정값 계산

4. 오차 공분산 계산

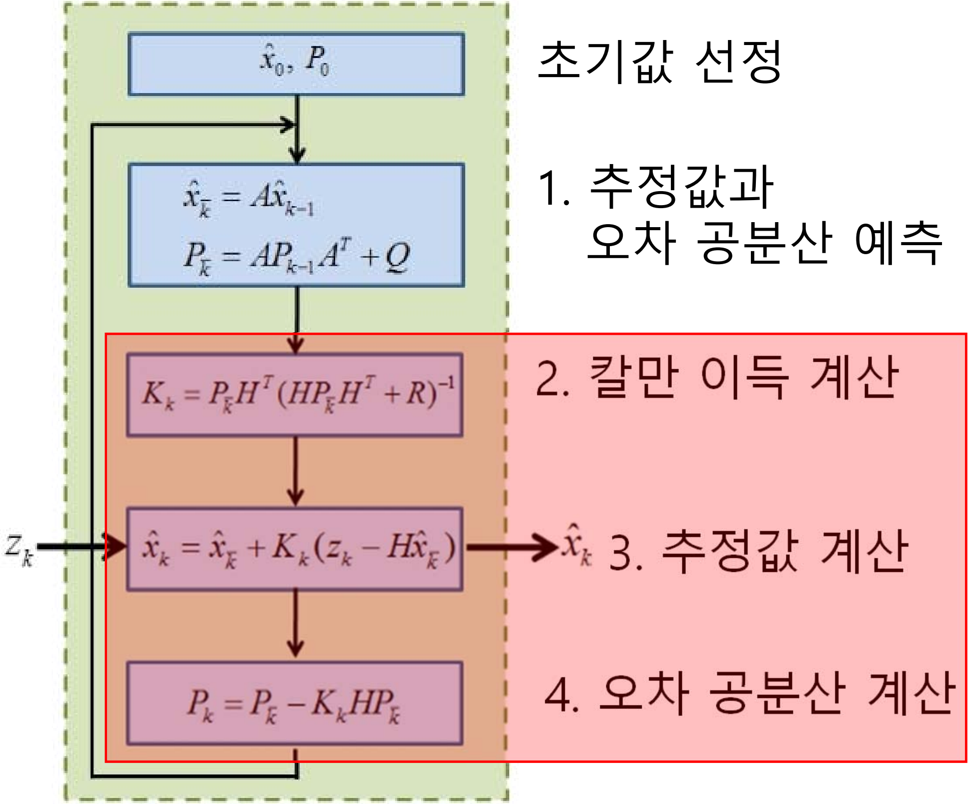
1. 서론



Kalman Filter algorithm

예측 과정	

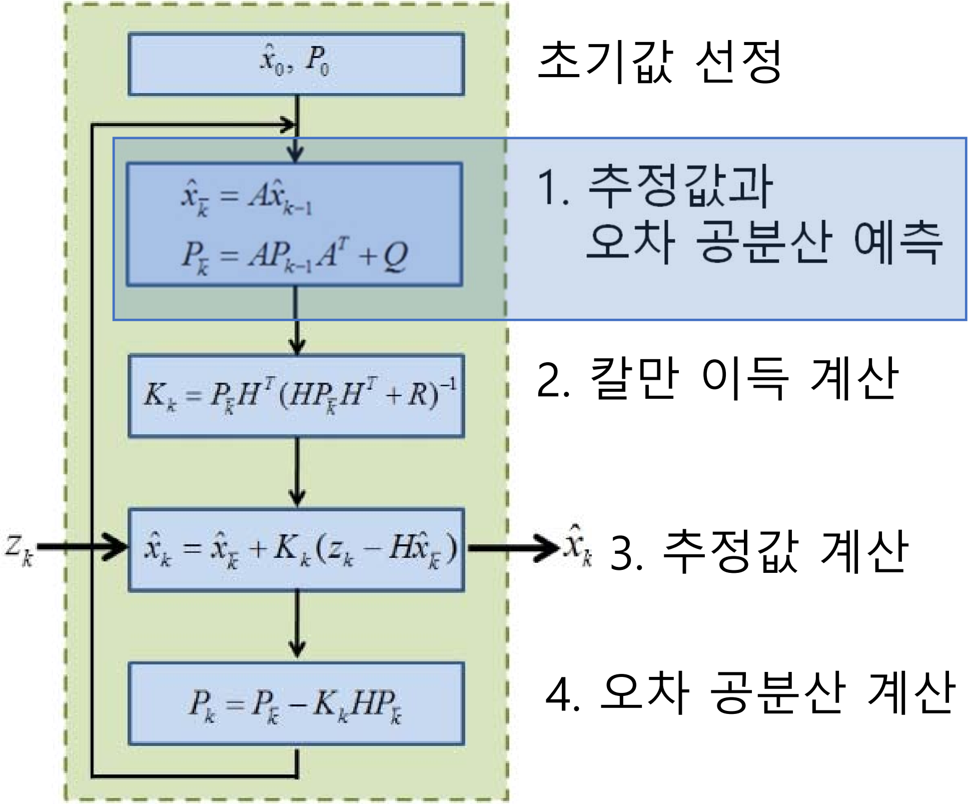
1. 서론



Kalman Filter algorithm

예측 과정	
추정 과정	

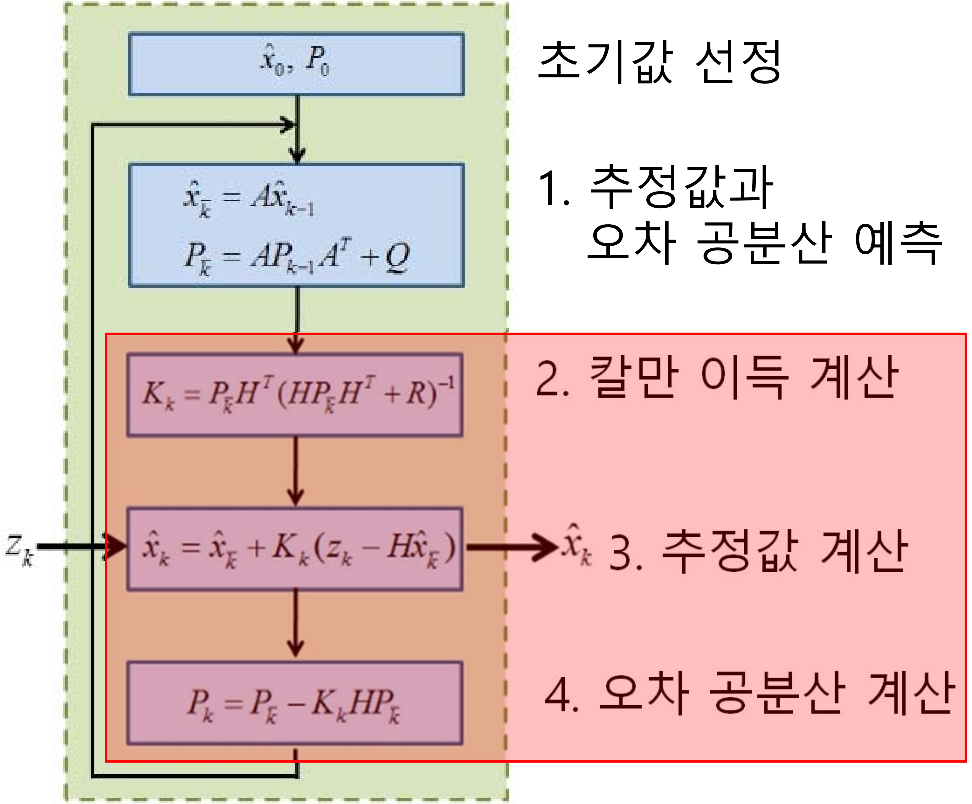
1. 서론



Kalman Filter algorithm

예측 과정	직전 추정값$\hat{x}_{k-1}$과 오차 공분산 P_{k-1}을 입력으로 받아서 최종 결과로 예측값$\hat{x}_k^-$와 P_k^-을 내놓는다. 이 값들은 추정 과정에 사용된다. 예측 과정에서 사용되는 모델 변수는 A와 Q이다.
추정 과정	

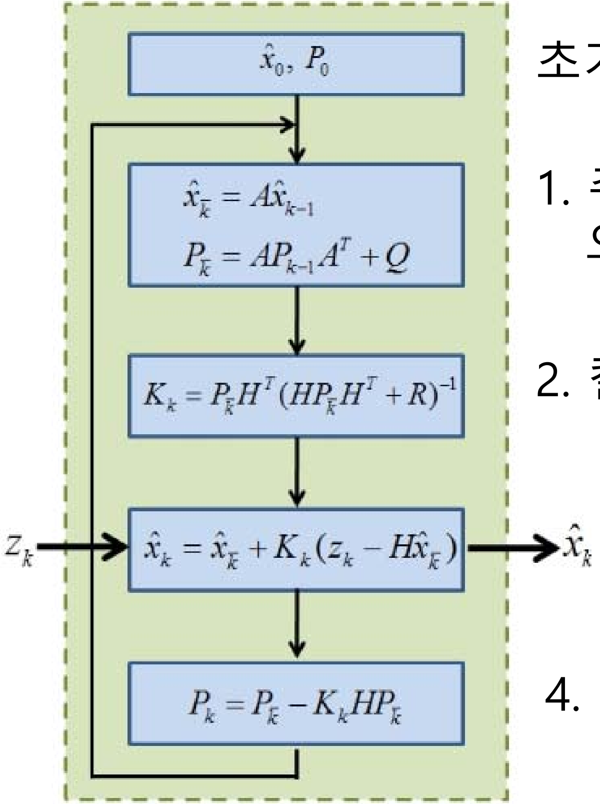
1. 서론



Kalman Filter algorithm

예측 과정	직전 추정값$\hat{x}_{k-1}$과 오차 공분사 P_{k-1}을 입력으로 받아서 최종 결과로 예측값$\hat{x}_k^-$와 P_k^-을 내놓는다. 이 값들은 추정 과정에 사용된다. 예측 과정에서 사용되는 모델 변수는 A와 Q이다.
추정 과정	추정 과정 결과물은 추정값 $\hat{x}_k$ 과 오차 공분산P_k 이다. 입력값으로는 예측 과정의 예측값 $\hat{x}_k^-$,와P_k^- 뿐만 아니라 측정값 z_k을 전달받아 사용한다. 추정과정에서 사용되는 모델 변수는 H와 R이다.

2. 추정 과정



Kalman Filter algorithm

초기값 선정

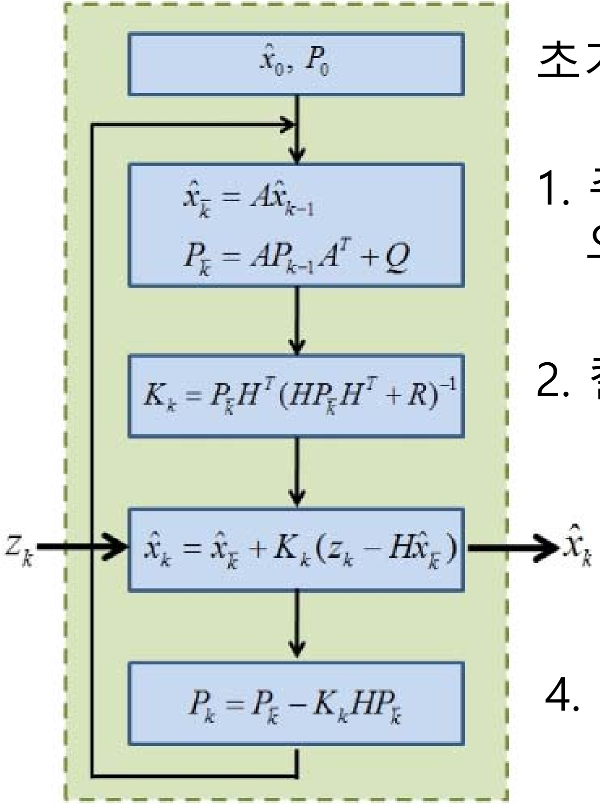
1. 추정값과
   오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

3. 추정값 계산

4. 오차 공분산 계산

2. 추정 과정



Kalman Filter algorithm

초기값 선정

1. 추정값과
   오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

3. 추정값 계산

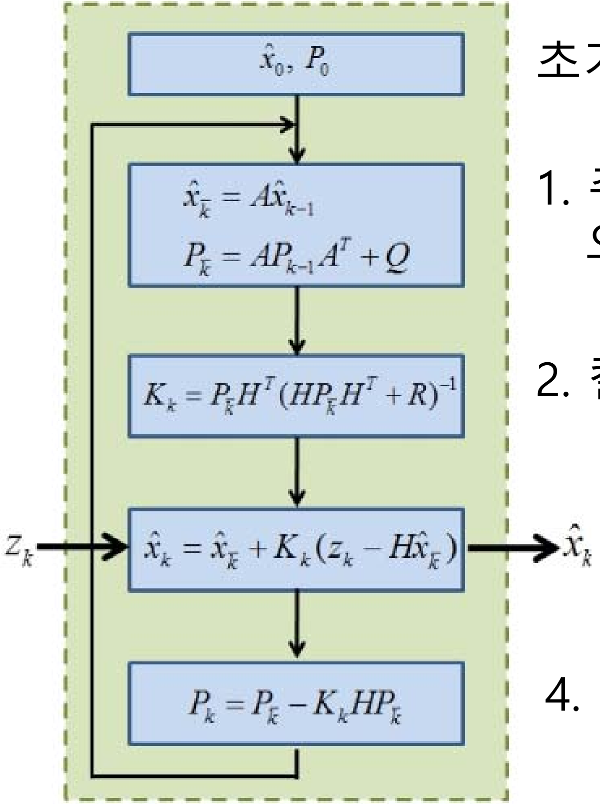
4. 오차 공분산 계산

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + k_k(z_k \text{-} \mathrm{H}\hat{x}_k^-)$$

$\hat{x}_k^-$는 예측값, z_k는 측정값

2. 추정 과정

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + k_k(z_k\text{-}H\hat{x}_k^-)$$



Kalman Filter algorithm

초기값 선정

1. 추정값과
   오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

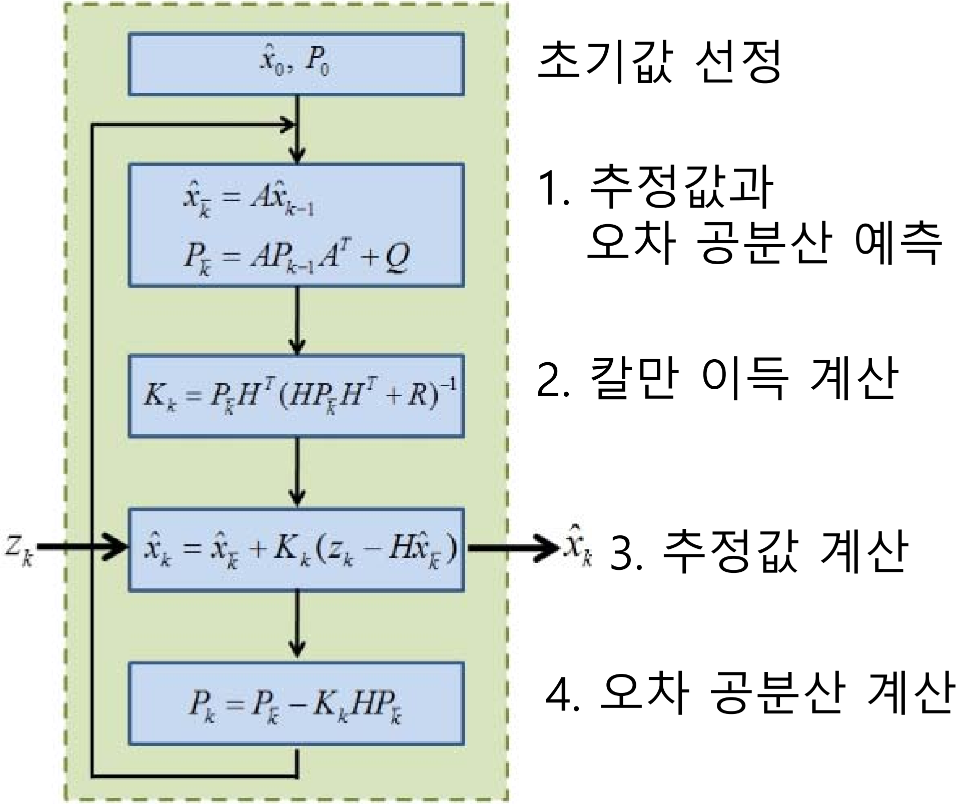
3. 추정값 계산

4. 오차 공분산 계산

2. 추정 과정

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + k_k(z_k - \mathrm{H}\hat{x}_k^-)$$

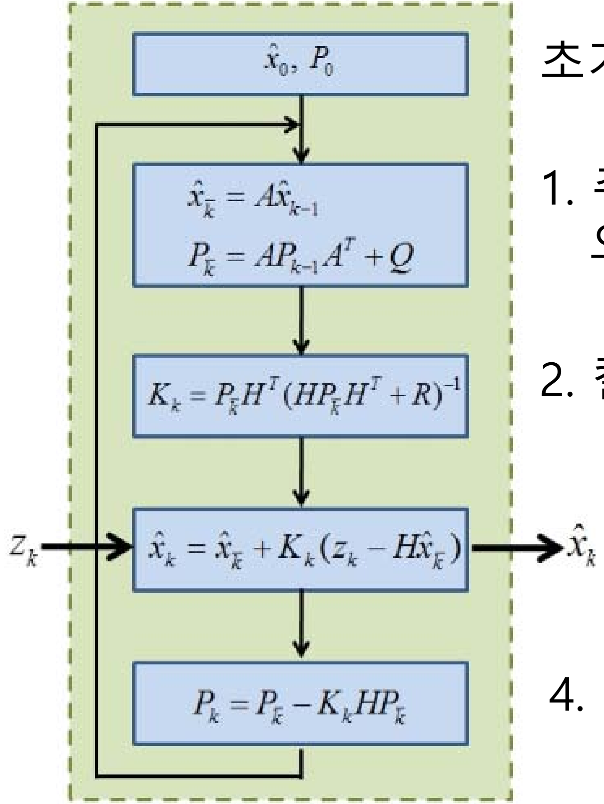
$$= \hat{x}_k^- + k_k z_k - k_k \mathrm{H}\hat{x}_k^-$$



Kalman Filter algorithm

2. 추정 과정

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + k_k(z_k\text{-}H\hat{x}_k^-)$$
$$= \hat{x}_k^- + k_k z_k\text{-}\ k_k H\hat{x}_k^-$$
$$= k_k z_k + (I - k_k H)\hat{x}_k^-$$



Kalman Filter algorithm

초기값 선정

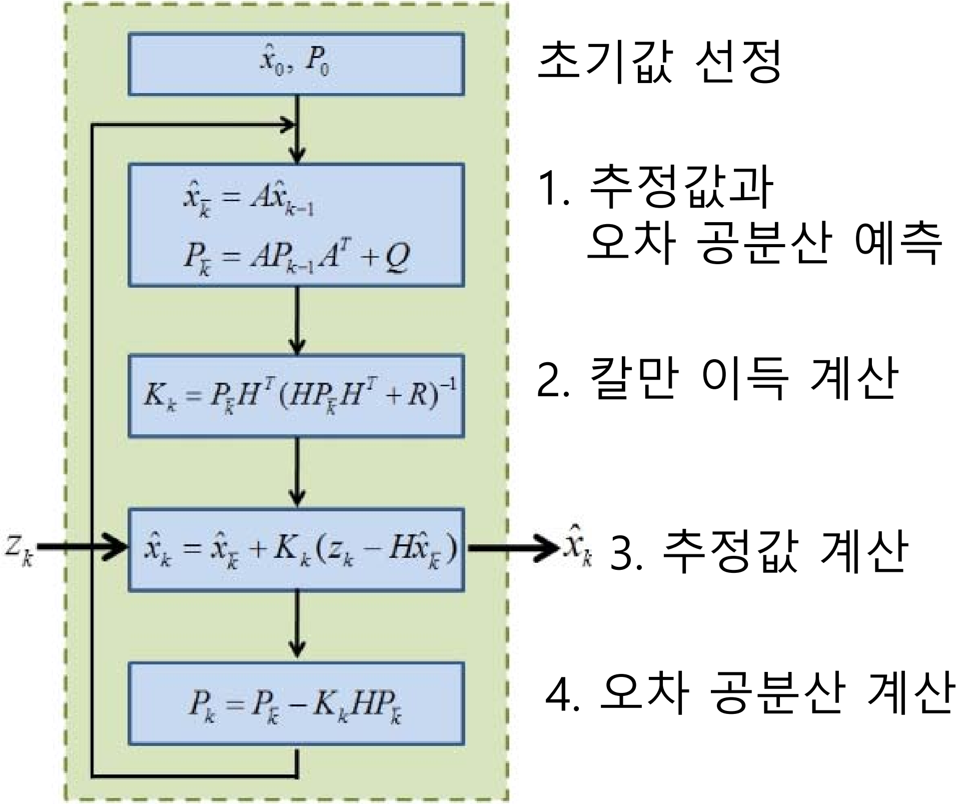
1. 추정값과
 오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

3. 추정값 계산

4. 오차 공분산 계산

2. 추정 과정



Kalman Filter algorithm

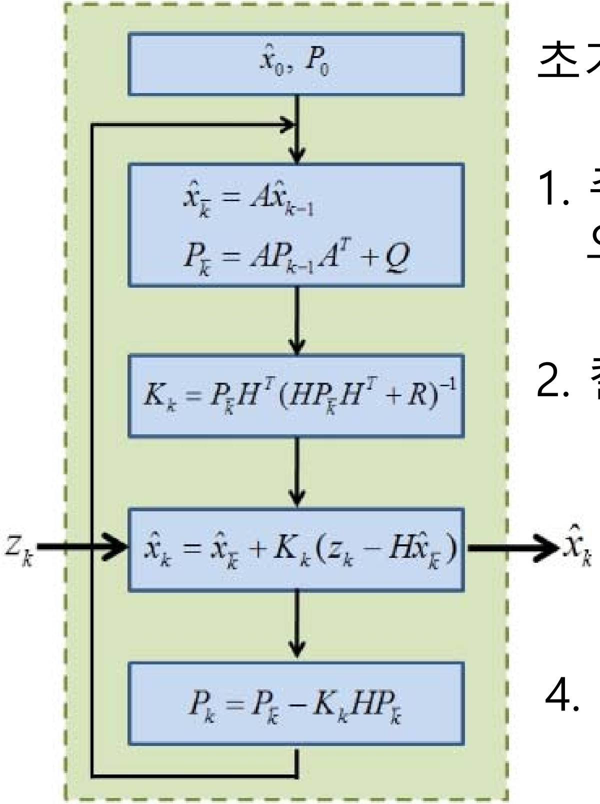
$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + k_k(z_k\text{-H}\hat{x}_k^-)$$

$$= \hat{x}_k^- + k_k z_k\text{-}\ k_k\,\text{H}\hat{x}_k^-$$

$$= k_k z_k + (I - k_k\,\text{H})\hat{x}_k^-$$

여기서 H를 단위행렬 I라고 가정하면

2. 추정 과정



Kalman Filter algorithm

초기값 선정

1. 추정값과
   오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

3. 추정값 계산

4. 오차 공분산 계산

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + k_k(z_k\text{-H}\hat{x}_k^-)$$

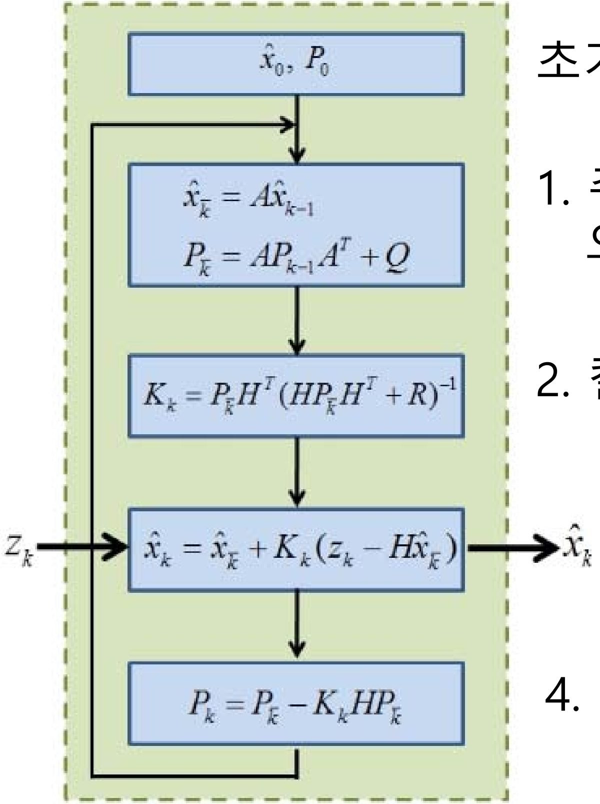
$$= \hat{x}_k^- + k_k z_k\text{-}\ k_k\ \text{H}\hat{x}_k^-$$

$$= k_k z_k + (I - k_k\ \text{H})\hat{x}_k^-$$

여기서 H를 단위행렬 I라고 가정하면

$$= k_k z_k + (I - k_k\ I)\hat{x}_k^-$$

2. 추정 과정



Kalman Filter algorithm

초기값 선정

1. 추정값과
   오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

3. 추정값 계산

4. 오차 공분산 계산

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + k_k(z_k\text{-H}\hat{x}_k^-)$$

$$= \hat{x}_k^- + k_k z_k\text{-}\ k_k\ \text{H}\hat{x}_k^-$$

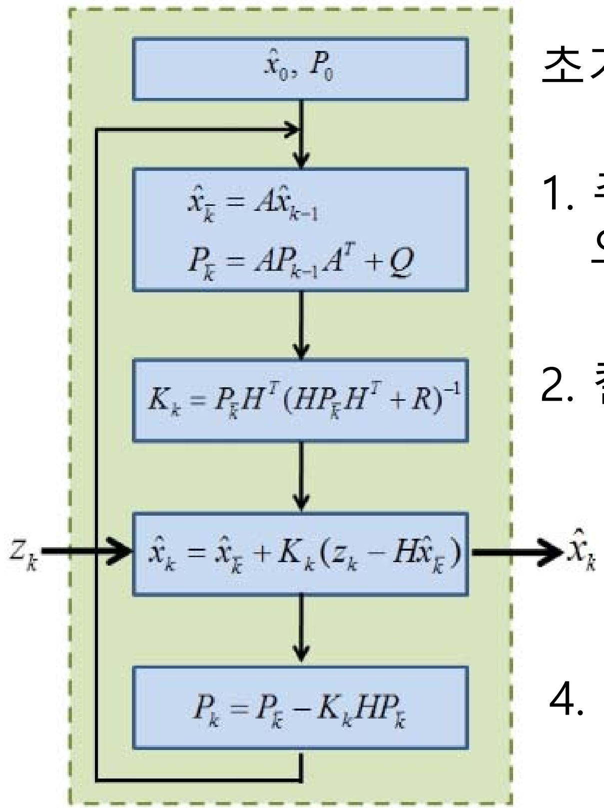
$$= k_k z_k + (I - k_k\ \text{H})\hat{x}_k^-$$

여기서 H를 단위행렬 I라고 가정하면

$$= k_k z_k + (I - k_k\ I)\hat{x}_k^-$$

$$= k_k z_k + (I - k_k)\hat{x}_k^-$$

2. 추정 과정



Kalman Filter algorithm

초기값 선정

1. 추정값과
   오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

3. 추정값 계산

4. 오차 공분산 계산

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + k_k(z_k\text{-H}\hat{x}_k^-)$$

$$= \hat{x}_k^- + k_k z_k\text{-}\ k_k\ \text{H}\hat{x}_k^-$$

$$= k_k z_k + (I - k_k\ \text{H})\hat{x}_k^-$$

여기서 H를 단위행렬 I라고 가정하면

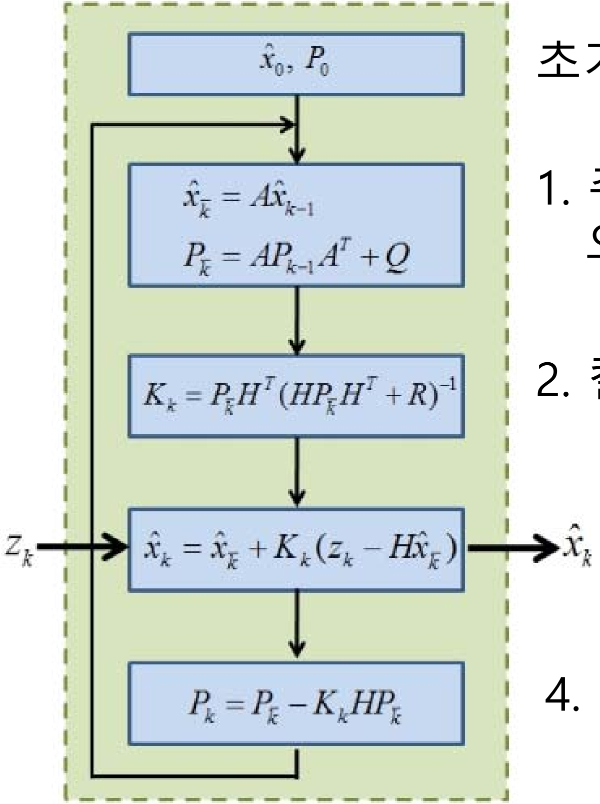
$$= k_k z_k + (I - k_k\ I)\hat{x}_k^-$$

$$= k_k z_k + (I - k_k)\hat{x}_k^-$$

$$\boxed{\bar{x}_k = \alpha\bar{x}_{k-1} + (1-\alpha)x_k}$$

2. 추정 과정

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - H\hat{x}_k^-)$$



Kalman Filter algorithm

초기값 선정

1. 추정값과
   오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

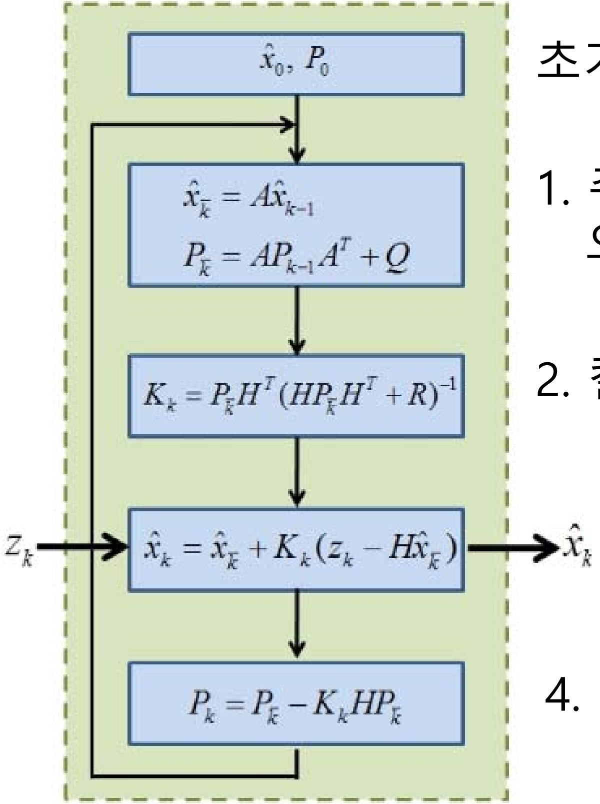
3. 추정값 계산

4. 오차 공분산 계산

2. 추정 과정

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k\text{-H}\hat{x}_k^-)$$

예측값 $\hat{x}_k^-$ 과 새로운 측정값 z_k가 있어야한다.
여기서 H는 시스템 모델



Kalman Filter algorithm

초기값 선정

1. 추정값과
   오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

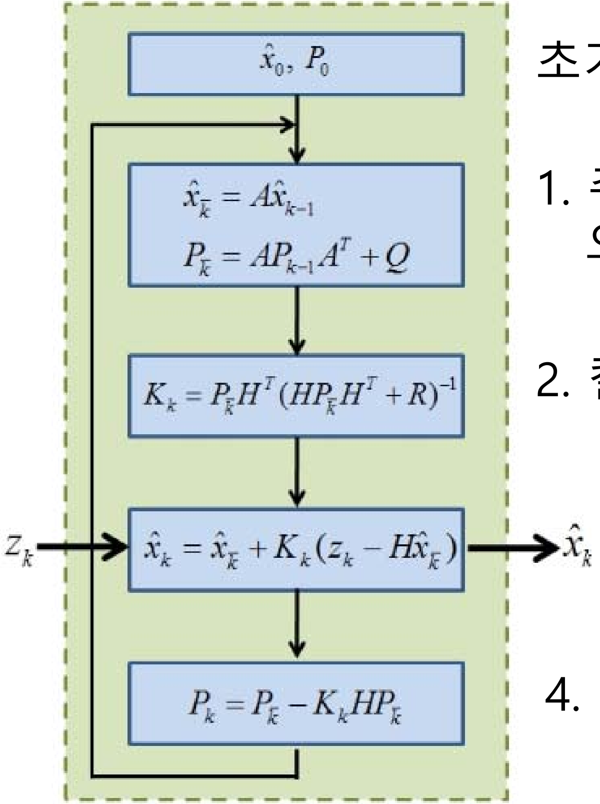
3. 추정값 계산

4. 오차 공분산 계산

2. 추정 과정

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k\text{-H}\hat{x}_k^-)$$

예측값 $\hat{x}_k^-$ 과 새로운 측정값 z_k가 있어야한다.
여기서 H는 시스템 모델



Kalman Filter algorithm

초기값 선정

1. 추정값과
   오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

3. 추정값 계산

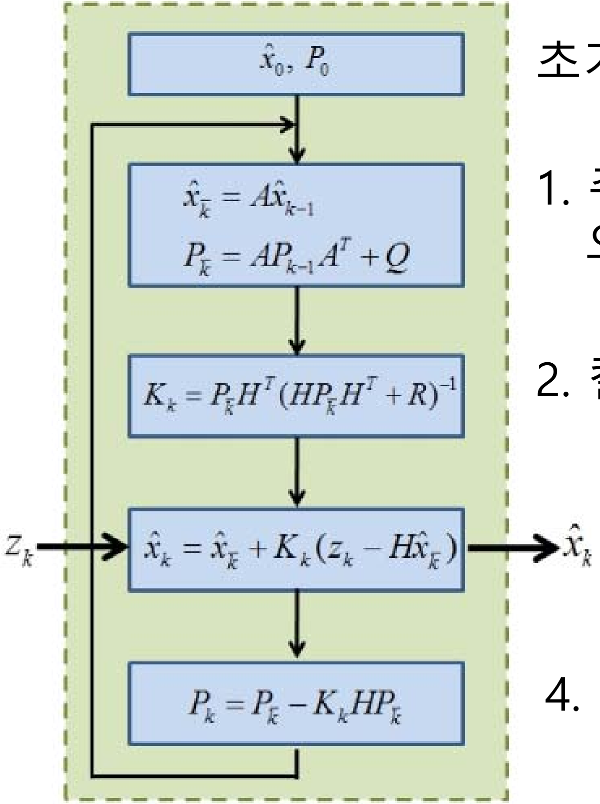
4. 오차 공분산 계산

$$K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1}$$

2. 추정 과정

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k\text{-H}\hat{x}_k^-)$$

예측값 $\hat{x}_k^-$ 과 새로운 측정값 z_k가 있어야한다.
여기서 H는 시스템 모델



Kalman Filter algorithm

초기값 선정

1. 추정값과
   오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

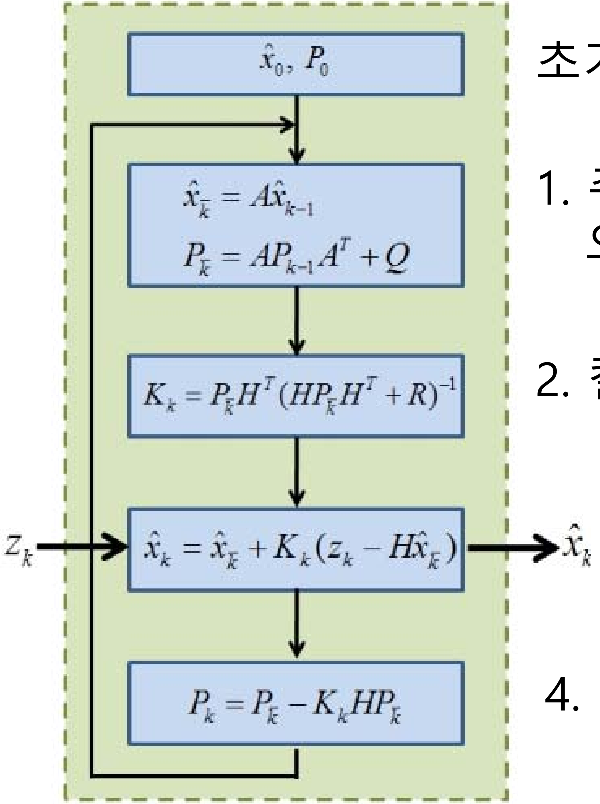
$$K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1}$$

3. 추정값 계산

4. 오차 공분산 계산

$$P_k = P_k^- - K_k H\ P_k^-$$

2. 추정 과정



Kalman Filter algorithm

초기값 선정

1. 추정값과
   오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

3. 추정값 계산

4. 오차 공분산 계산

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k\text{-H}\hat{x}_k^-)$$

예측값 $\hat{x}_k^-$ 과 새로운 측정값 z_k가 있어야한다.
여기서 H는 시스템 모델

$$K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1}$$

$$P_k = P_k^- - K_k H \ P_k^-$$

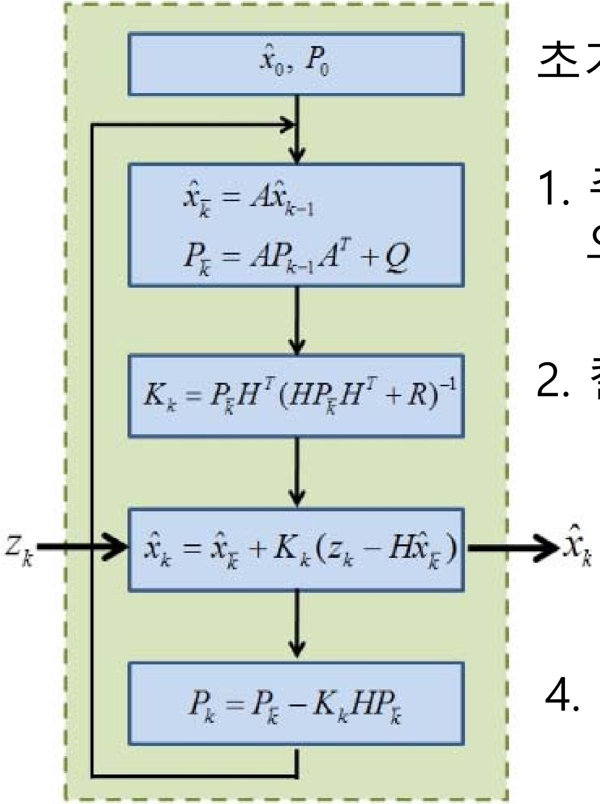
오차 공분산은 칼만 필터의 추장값이 참값에서 얼마나 차이가 나는지를 나타낸다.

즉, 오차 공분산은 추정값의 정확도에 대한 척도가 된다.

P_k 가 크면 추정 오차가 크고,
P_k 가 작으면 추정 오차도 작다.

2. 추정 과정

$$P_k = P_k^- - K_k H \ P_k^-$$



Kalman Filter algorithm

초기값 선정

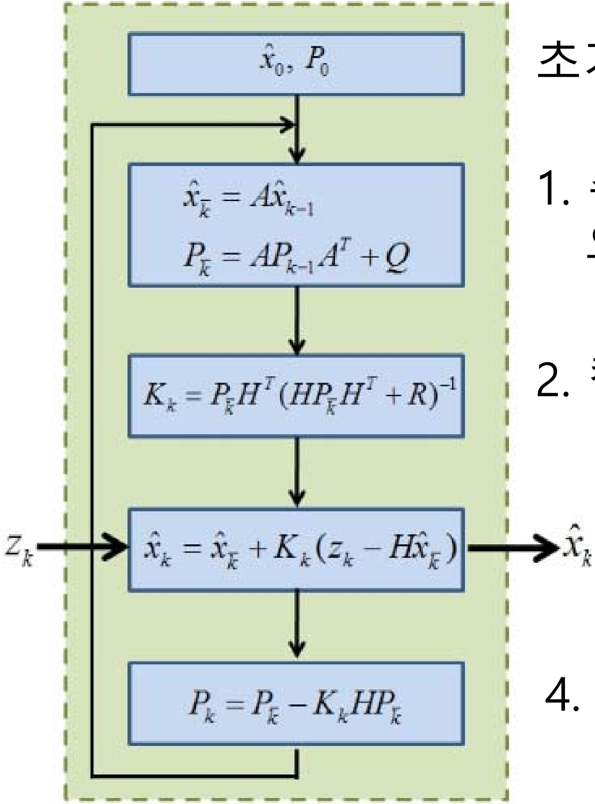
1. 추정값과
   오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

3. 추정값 계산

4. 오차 공분산 계산

2. 추정 과정



Kalman Filter algorithm

초기값 선정

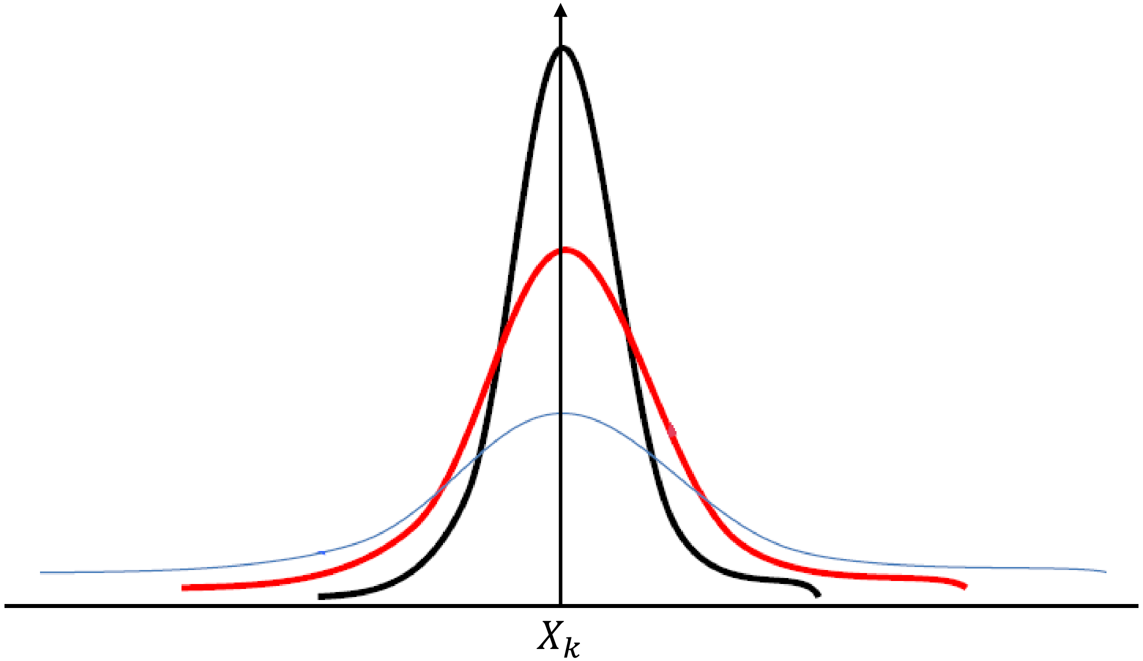
1. 추정값과
   오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

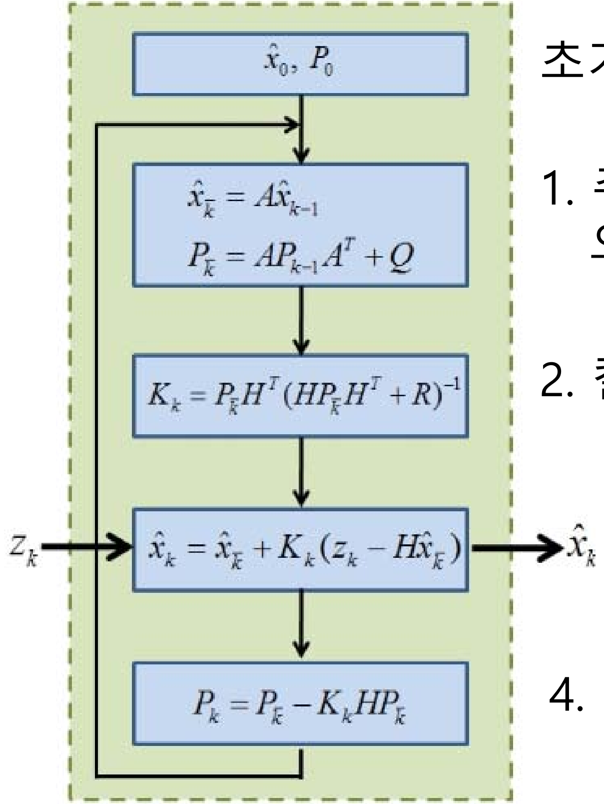
3. 추정값 계산

4. 오차 공분산 계산

$$P_k = P_k^- - K_k H\ P_k^-$$



2. 추정 과정



Kalman Filter algorithm

초기값 선정

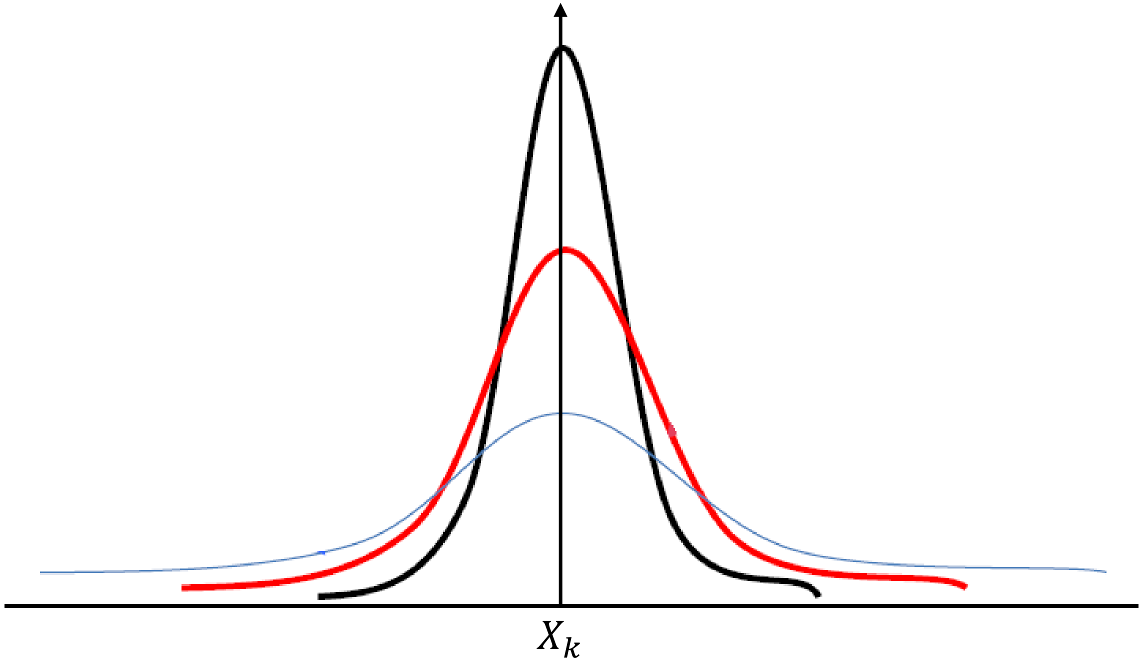
1. 추정값과
   오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

3. 추정값 계산

4. 오차 공분산 계산

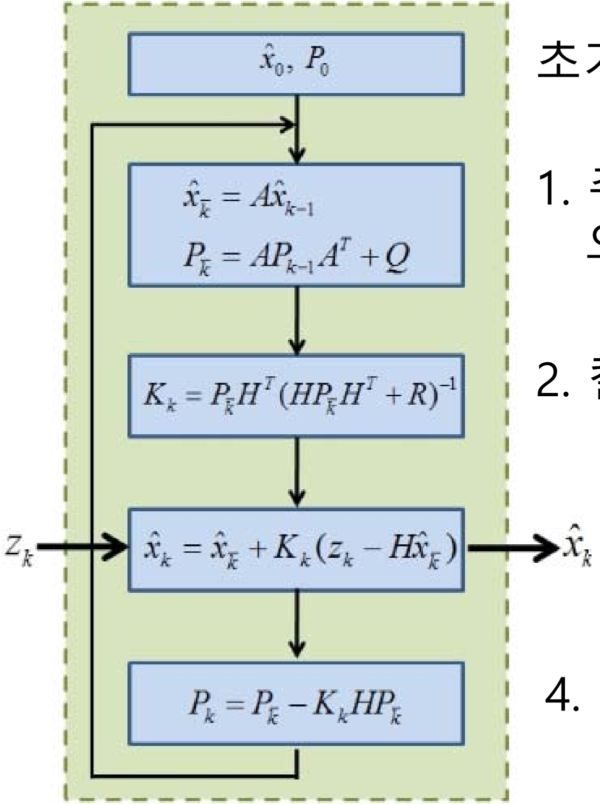
$$P_k = P_k^- - K_k H\ P_k^-$$



종 모양의 폭은 P_k 가 결정한다.

종 모양의 폭이 좁으면 추정 오차가 작다.
종 모영의 폭이 넓으면 추정 오차가 크다.

3. 예측 과정



Kalman Filter algorithm

초기값 선정

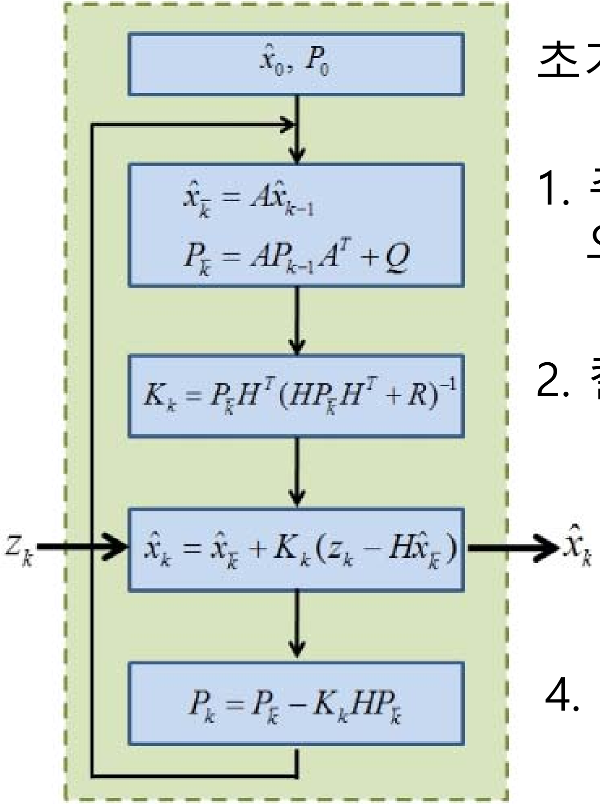
1. 추정값과
   오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

3. 추정값 계산

4. 오차 공분산 계산

3. 예측 과정



Kalman Filter algorithm

초기값 선정

1. 추정값과
   오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

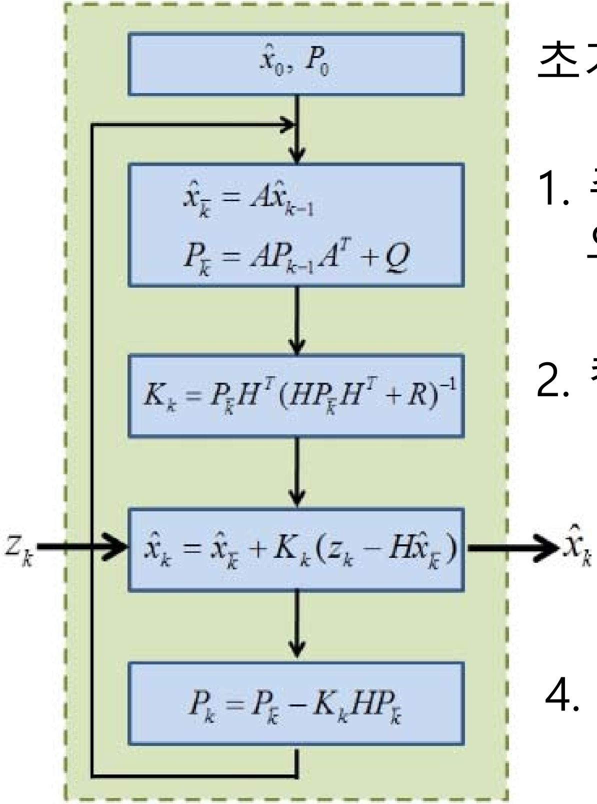
3. 추정값 계산

4. 오차 공분산 계산

예측 과정에서는 시각이 t_k에서 t_{k+1}오 바뀔 때, 추정값 $\hat{x}_k$ 가 어떻게 변하는지를 추측한다.

즉, 현재 시각 t_k 의 추정값 $\hat{x}_k$ 이 다음 시간 t_{k+1} 에서는 어떤 값이 될지 예측해보는 것이다.

3. 예측 과정



Kalman Filter algorithm

초기값 선정

1. 추정값과
   오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

3. 추정값 계산

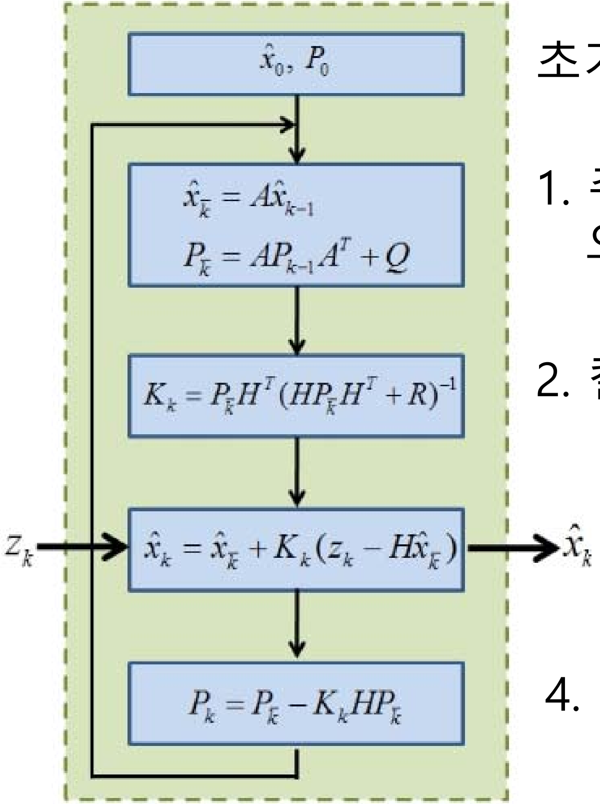
4. 오차 공분산 계산

예측 과정에서는 시각이 t_k에서 t_{k+1}오 바뀔 때, 추정값 $\hat{x}_k$ 가 어떻게 변하는지를 추측한다.

즉, 현재 시각 t_k 의 추정값 $\hat{x}_k$ 이 다음 시간 t_{k+1} 에서는 어떤 값이 될지 예측해보는 것이다.

$$\hat{x}_{k+1}^{-} = A\hat{x}_k$$

3. 예측 과정



Kalman Filter algorithm

초기값 선정

1. 추정값과
   오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

3. 추정값 계산

4. 오차 공분산 계산

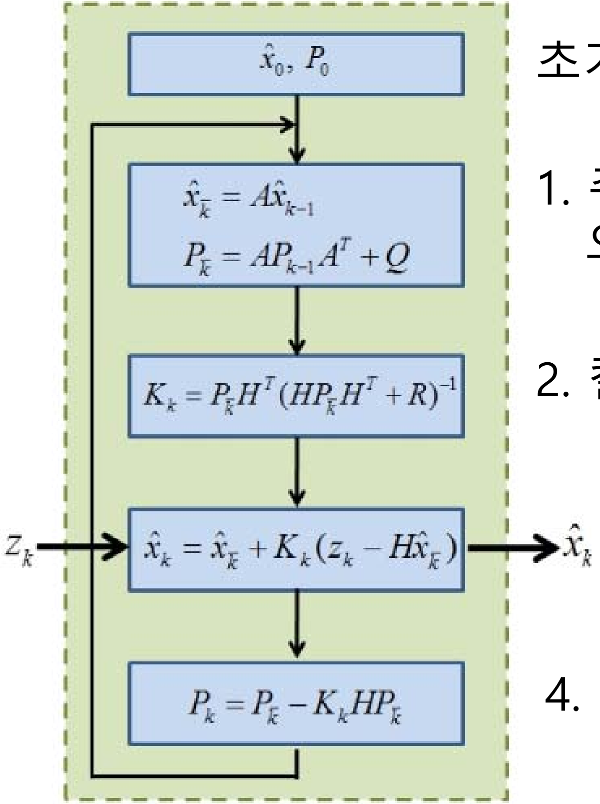
예측 과정에서는 시각이 t_k에서 t_{k+1}오 바뀔 때, 추정값 $\hat{x}_k$ 가 어떻게 변하는지를 추측한다.

즉, 현재 시각 t_k 의 추정값 $\hat{x}_k$ 이 다음 시간 t_{k+1} 에서는 어떤 값이 될지 예측해보는 것이다.

$$\hat{x}_{k+1}^{-} = A\hat{x}_k$$

$$P_{k+1}^{-} = AP_kA^T + Q$$

3. 예측 과정



Kalman Filter algorithm

초기값 선정

1. 추정값과
   오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

3. 추정값 계산

4. 오차 공분산 계산

예측 과정에서는 시각이 t_k에서 t_{k+1}오 바뀔 때, 추정값 $\hat{x}_k$ 가 어떻게 변하는지를 추측한다.

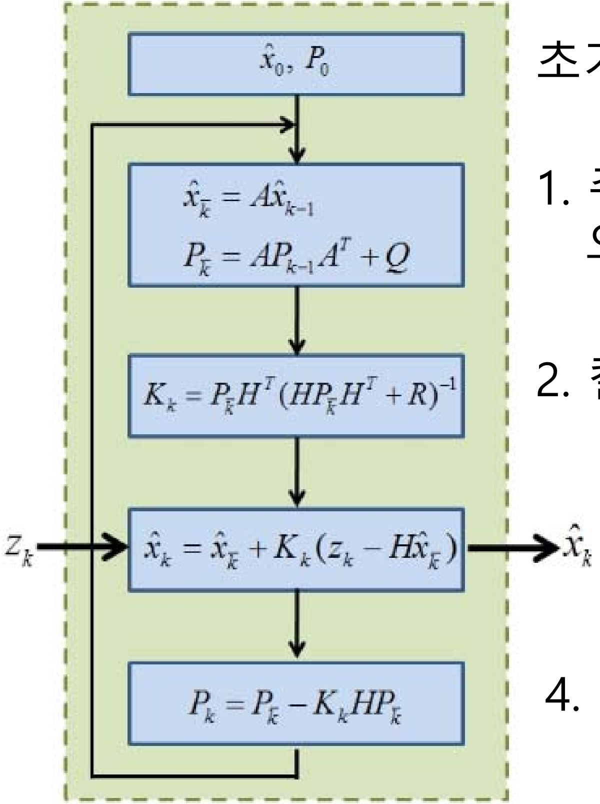
즉, 현재 시각 t_k 의 추정값 $\hat{x}_k$ 이 다음 시간 t_{k+1} 에서는 어떤 값이 될지 예측해보는 것이다.

$$\hat{x}_{k+1}^{-} = A\hat{x}_k$$

$$P_{k+1}^{-} = AP_kA^T + Q$$

여기서 A와 Q는 시스템 모델이다.

3. 예측 과정



Kalman Filter algorithm

초기값 선정

1. 추정값과
   오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

3. 추정값 계산

4. 오차 공분산 계산

예측 과정에서는 시각이 t_k에서 t_{k+1}오 바뀔 때, 추정값 $\hat{x}_k$ 가 어떻게 변하는지를 추측한다.

즉, 현재 시각 t_k 의 추정값 $\hat{x}_k$ 이 다음 시간 t_{k+1} 에서는 어떤 값이 될지 예측해보는 것이다.

$$\hat{x}_{k+1}^{-} = A\hat{x}_k$$

$$P_{k+1}^{-} = AP_kA^T + Q$$

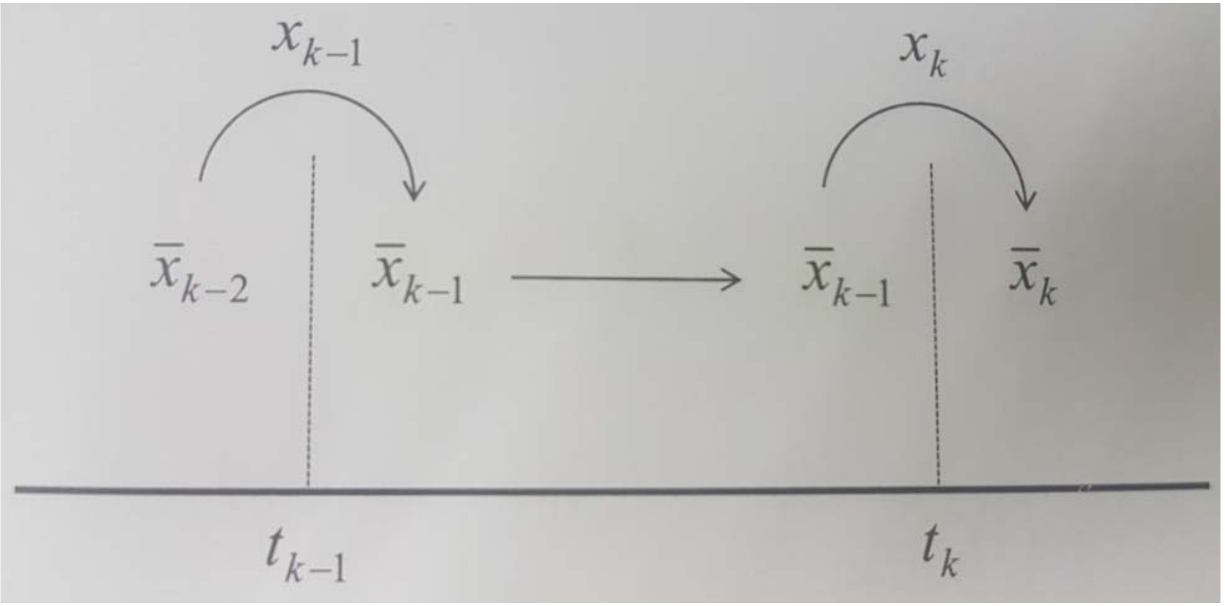
여기서 A와 Q는 시스템 모델이다.

$\hat{x}_k$ 상태변수 추정값
$\hat{x}_k^{-}$ 상태변수 예측값

P_k 오차 공분산 추정값
P_k^{-} 오차 공분산 예측값

3. 예측 과정 (예측과 추정의 차이점)

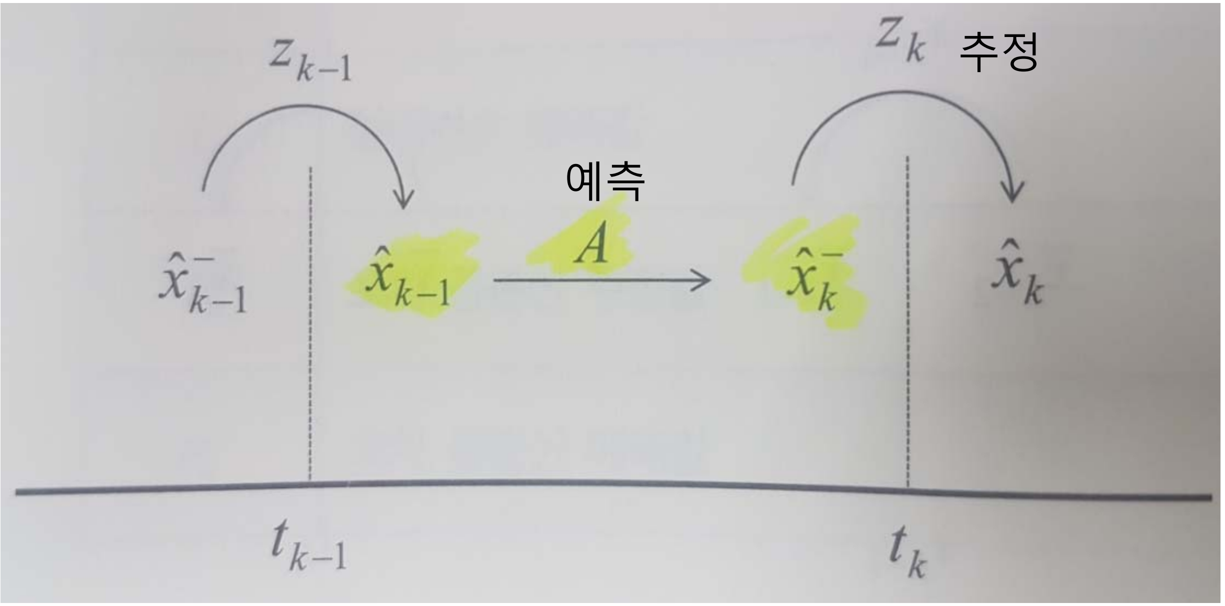
$$\bar{x}_k = \alpha\bar{x}_{k-1} + (1-\alpha)x_k$$

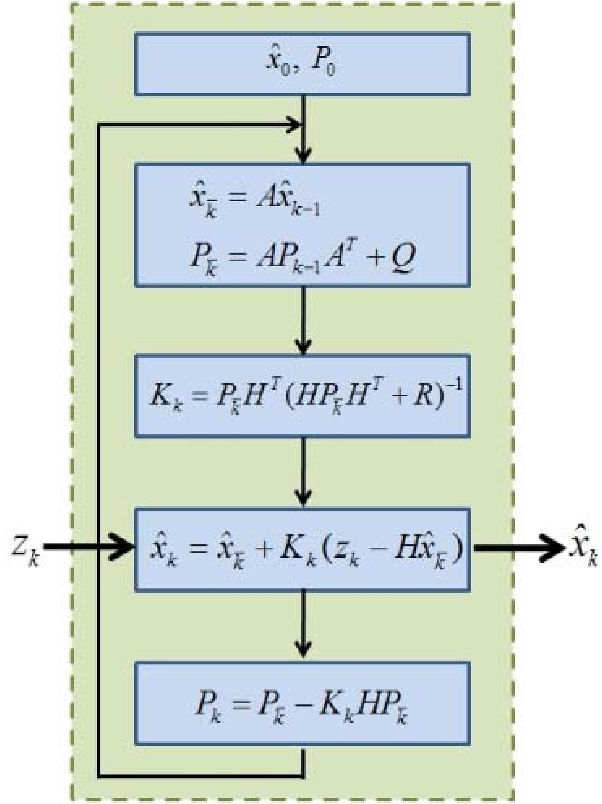


중간에 별도의 단계가 없다
새로운 추정값에 직전 추정값 $\bar{x}_{k-1}$ 을 바로 사용

3. 예측 과정 (예측과 추정의 차이점)

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k\text{-}H\hat{x}_k^-)$$





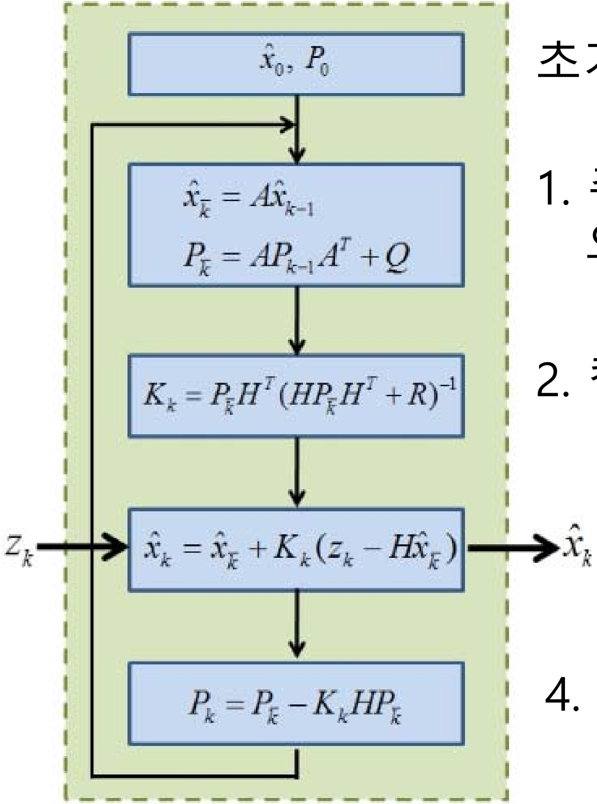
Kalman Filter algorithm

직전 추정값은 보이지 않고, 대신 예측값이 그자리를 차지하고 있다.
그런데 이 예측값은 직전 추정값을 이용해서 구한 값이다.

$$\hat{x}_k^- = A\hat{x}_{k-1}$$

3. 예측 과정 (예측과 추정의 차이점)

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - H\hat{x}_k^-)$$



Kalman Filter algorithm

초기값 선정

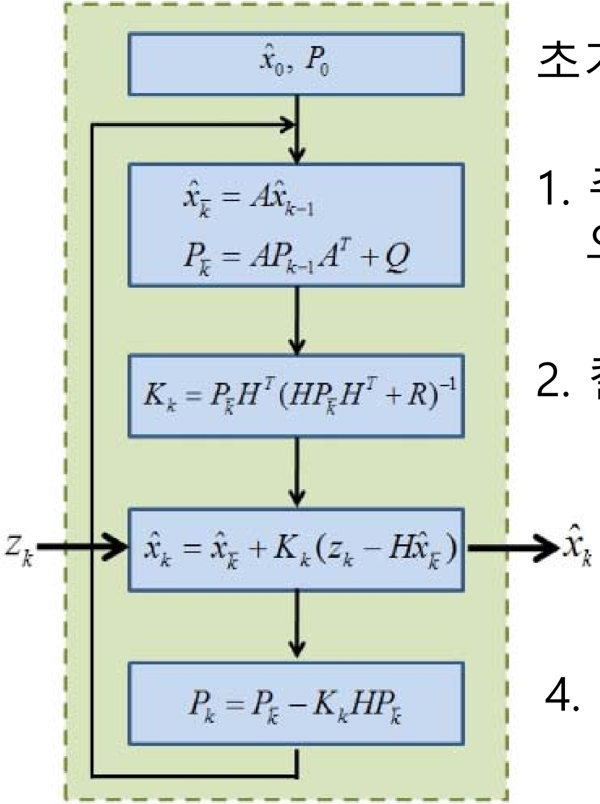
1. 추정값과
   오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

3. 추정값 계산

4. 오차 공분산 계산

3. 예측 과정 (예측과 추정의 차이점)



Kalman Filter algorithm

초기값 선정

1. 추정값과
   오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

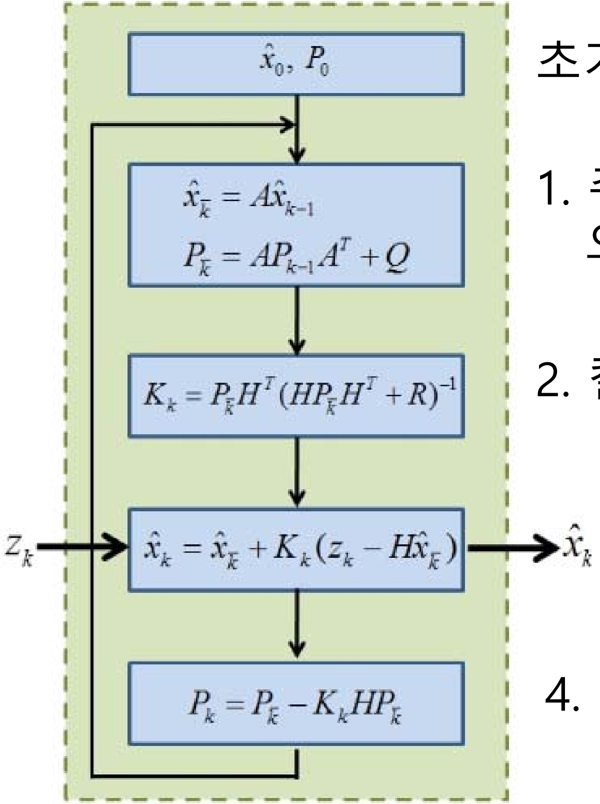
3. 추정값 계산

4. 오차 공분산 계산

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k\text{-}H\hat{x}_k^-)$$

이 식에서 $H\hat{x}_k^-$는 예측값으로 계산한 측정값을 뜻한다.
다시말해 측정값의 예측값을 의미한다.

3. 예측 과정 (예측과 추정의 차이점)



Kalman Filter algorithm

초기값 선정

1. 추정값과
   오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

3. 추정값 계산

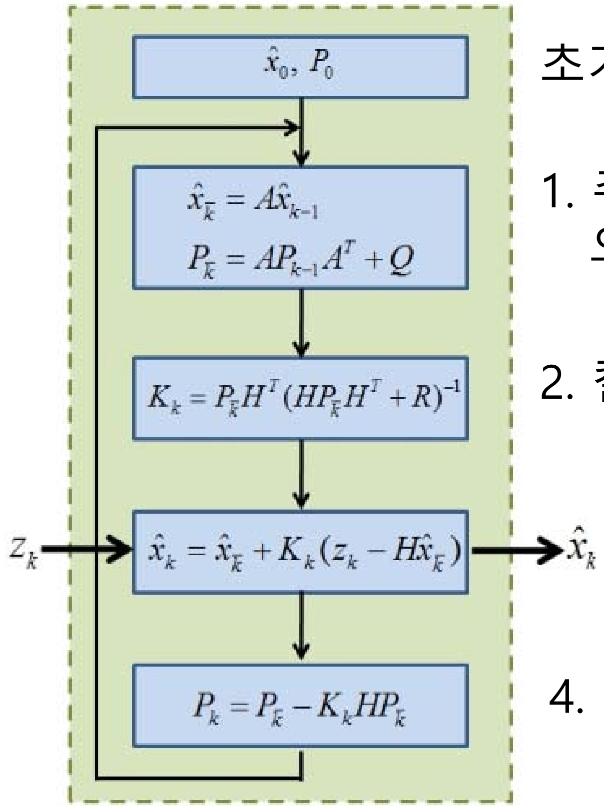
4. 오차 공분산 계산

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k\text{-}H\hat{x}_k^-)$$

이 식에서 $H\hat{x}_k^-$는 예측값으로 계산한 측정값을 뜻한다.
다시말해 측정값의 예측값을 의미한다.

그렇다면 z_k-$H\hat{x}_k^-$ 는 실제 측정값과 예측한 측정값의 차이를 나타낸다. 즉, 측정값의 예측 오차가 된다.

3. 예측 과정 (예측과 추정의 차이점)



Kalman Filter algorithm

초기값 선정

1. 추정값과
   오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

3. 추정값 계산

4. 오차 공분산 계산

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k\text{-}H\hat{x}_k^-)$$

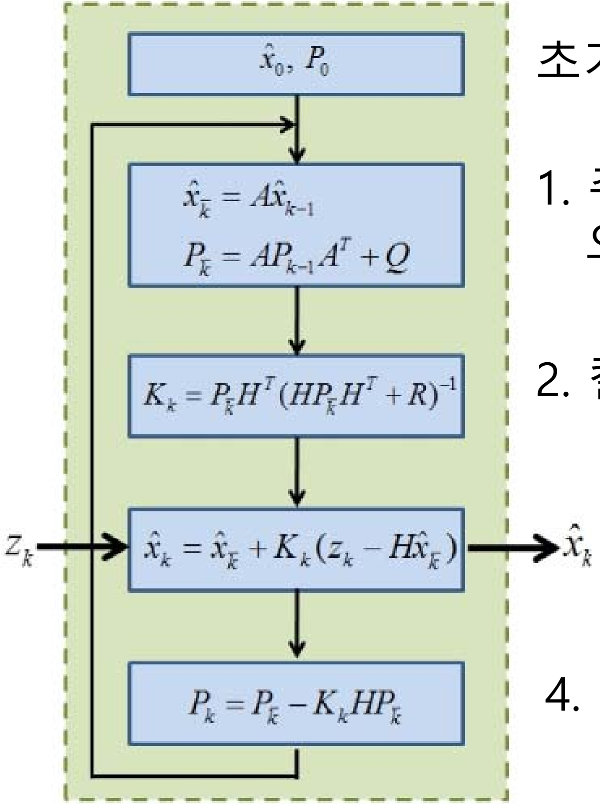
이 식에서 $H\hat{x}_k^-$는 예측값으로 계산한 측정값을 뜻한다.
다시말해 측정값의 예측값을 의미한다.

그렇다면 z_k-$H\hat{x}_k^-$ 는 실제 측정값과 예측한 측정값의 차이를 나타낸다. 즉, 측정값의 예측 오차가 된다.

칼만 필터는 측정값의 예측 오차로 예측값을 적절히 보정해서 최종 추정값을 계산한다. 칼만 이득은 예측값을 얼마나 보정할지를 결정하는 인자이다.

예측의 정확성이 중요함.

3. 예측 과정 (예측과 추정의 차이점)



Kalman Filter algorithm

초기값 선정

1. 추정값과
   오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

3. 추정값 계산

4. 오차 공분산 계산

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k\text{-H}\hat{x}_k^-)$$

이 식에서 H$\hat{x}_k^-$는 예측값으로 계산한 측정값을 뜻한다.
다시말해 측정값의 예측값을 의미한다.

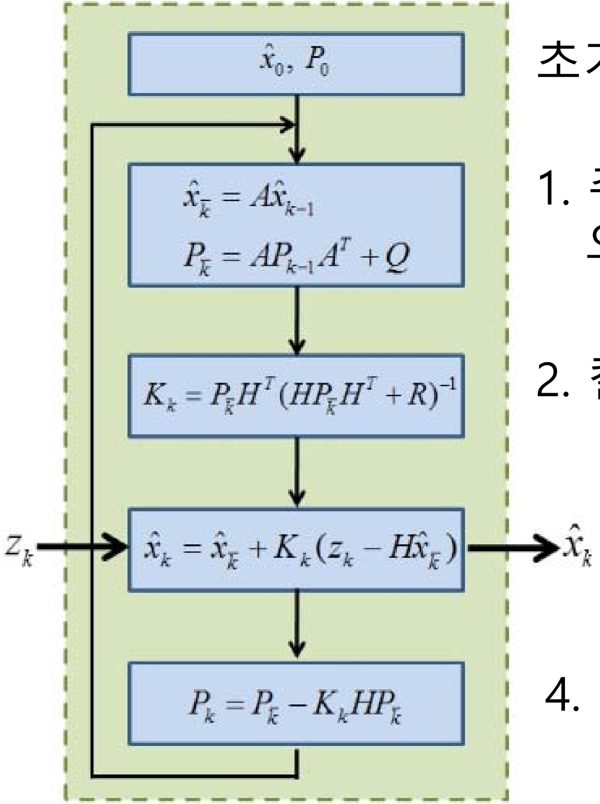
그렇다면 z_k-H$\hat{x}_k^-$ 는 실제 측정값과 예측한 측정값의 차이를 나타낸다. 즉, 측정값의 예측 오차가 된다.

칼만 필터는 측정값의 예측 오차로 예측값을 적절히 보장해서 최종 추정값을 계산한다. 칼만 이득은 예측값을 얼마나 보정할지를 결정하는 인자이다.

예측의 정확성이 중요함.

예측값이 부정확하면 아무리 칼만 이득을 잘 선정해도 추정값이 부정확 할 수밖에 없다.

3. 예측 과정 (예측과 추정의 차이점)



Kalman Filter algorithm

초기값 선정

1. 추정값과 오차 공분산 예측

2. 칼만 이득 계산

3. 추정값 계산

4. 오차 공분산 계산

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k\text{-}H\hat{x}_k^-)$$

이 식에서 $H\hat{x}_k^-$는 예측값으로 계산한 측정값을 뜻한다. 다시말해 측정값의 예측값을 의미한다.

그렇다면 z_k-$H\hat{x}_k^-$ 는 실제 측정값과 예측한 측정값의 차이를 나타낸다. 즉, 측정값의 예측 오차가 된다.

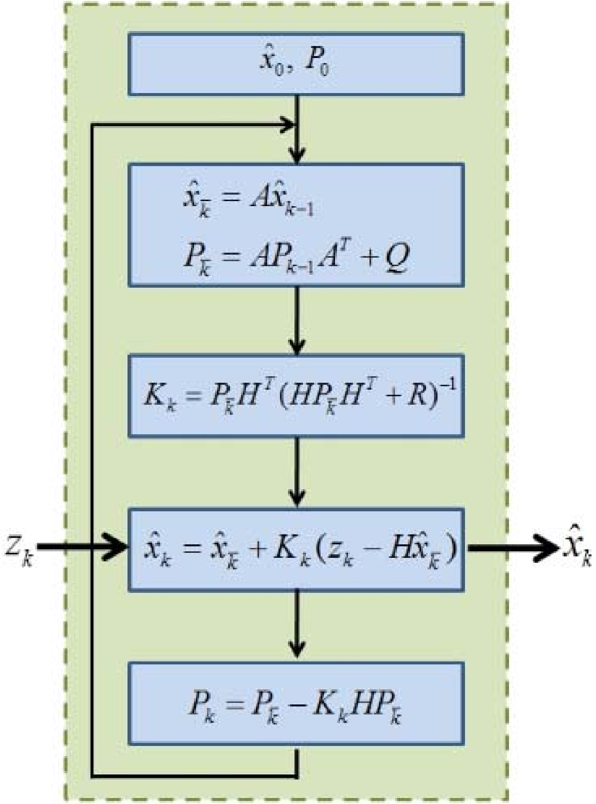
칼만 필터는 측정값의 예측 오차로 예측값을 적절히 보정해서 최종 추정값을 계산한다. 칼만 이득은 예측값을 얼마나 보정할지를 결정하는 인자이다.

예측의 정확성이 중요함.

예측값이 부정확하면 아무리 칼만 이득을 잘 선정해도 추정값이 부정확 할 수밖에 없다.

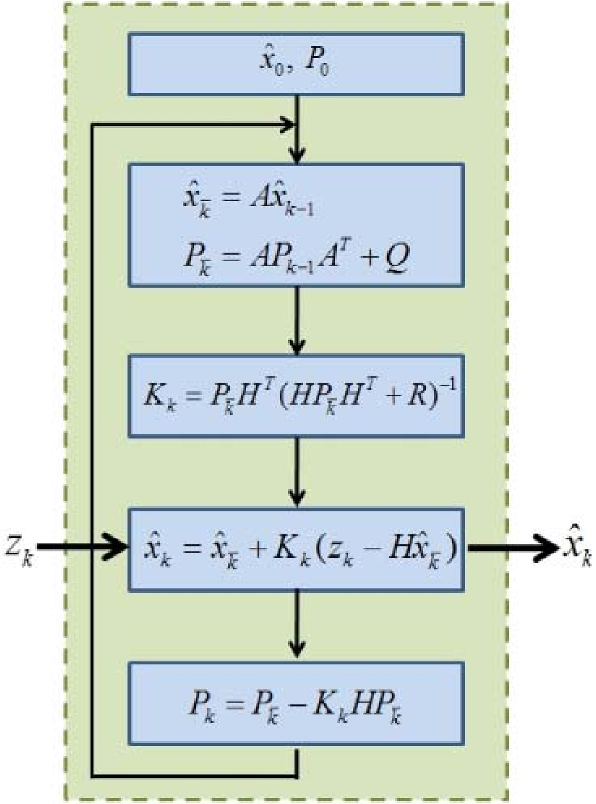
시스템 모델의 중요성!!!

4. 시스템 모델



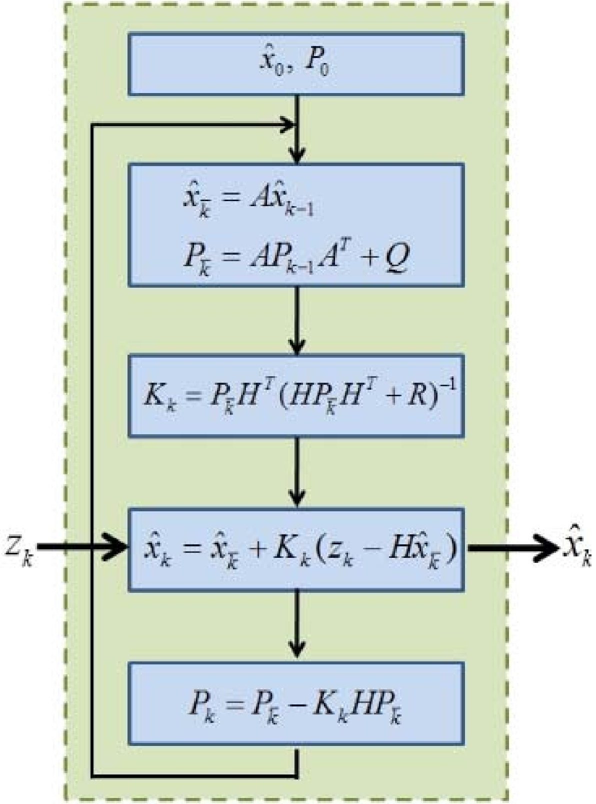
Kalman Filter algorithm

4. 시스템 모델 선형 시스템의 상태 모델에 대한 지식이 있어야 함.



Kalman Filter algorithm

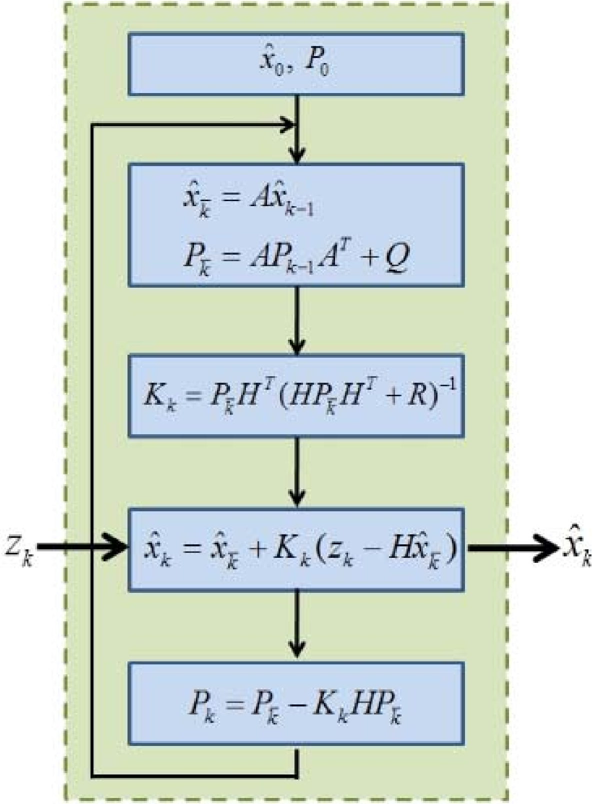
4. 시스템 모델 선형 시스템의 상태 모델에 대한 지식이 있어야 함.



Kalman Filter algorithm

$$x_{k+1} = Ax_k + w_k$$

4. 시스템 모델 선형 시스템의 상태 모델에 대한 지식이 있어야 함.

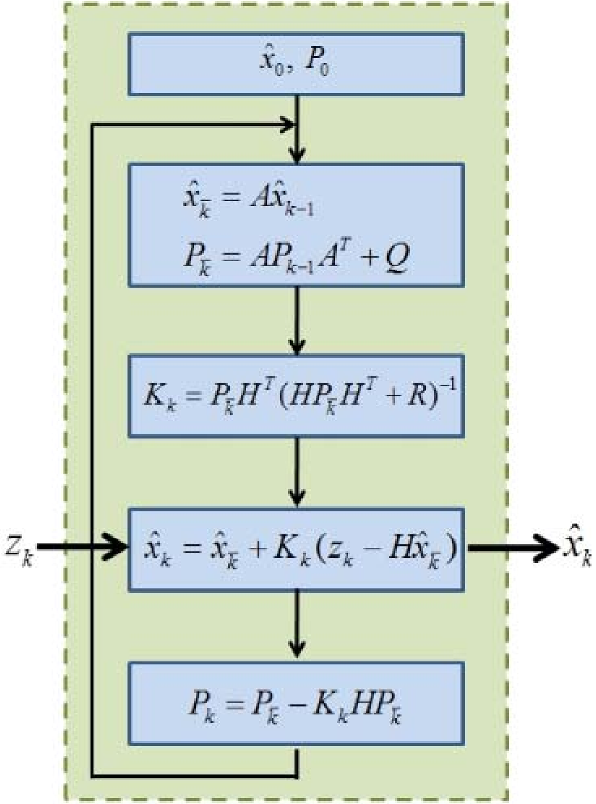


Kalman Filter algorithm

$$x_{k+1} = Ax_k + w_k$$

$$z_k = Hx_k + v_k$$

4. 시스템 모델 선형 시스템의 상태 모델에 대한 지식이 있어야 함.



Kalman Filter algorithm

$$x_{k+1} = Ax_k + w_k$$

$$z_k = Hx_k + v_k$$

x_k는 상태 변수

z_k는 측정값

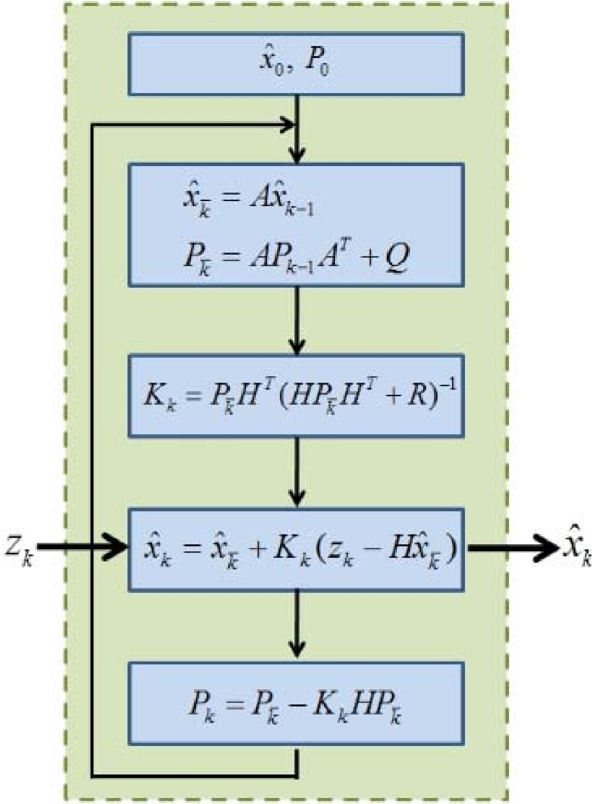
A는 상태전이행렬

H는 mXn 행렬

w_k는 잡음

w_k는 측정 잡음

4. 시스템 모델 선형 시스템의 상태 모델에 대한 지식이 있어야 함.



Kalman Filter algorithm

$$x_{k+1} = Ax_k + w_k$$

$$z_k = Hx_k + v_k$$

x_k는 상태 변수

z_k는 측정값

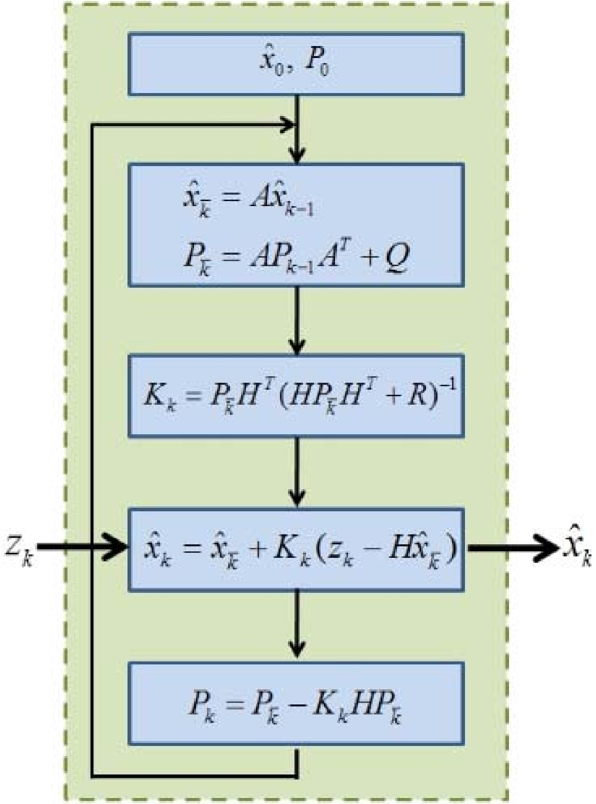
A는 상태전이행렬 시간에 따라 시스템의 변화를 나타냄.(시스템의 운동방정식)

H는 mXn 행렬 측정값과 상태 변수의 관계를 나타냄.
상태변수가 측정값에 어떻게 반영이 되는지를 이 행렬이 규정함.

w_k는 잡음

w_k는 측정 잡음

4. 시스템 모델 선형 시스템의 상태 모델에 대한 지식이 있어야 함.



Kalman Filter algorithm

$$x_{k+1} = Ax_k + w_k$$

$$z_k = Hx_k + v_k$$

x_k는 상태 변수

z_k는 측정값

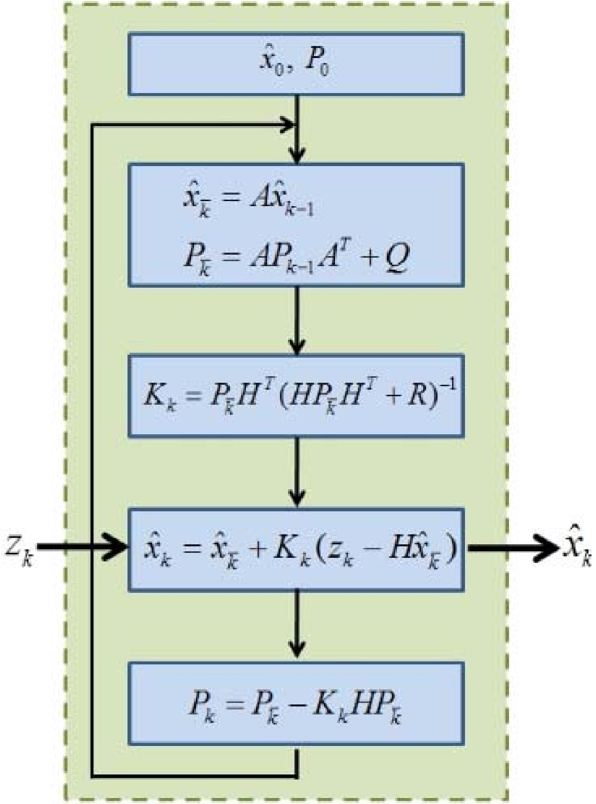
A는 상태전이행렬

H는 mXn 행렬

w_k는 잡음

w_k는 측정 잡음

4. 시스템 모델 선형 시스템의 상태 모델에 대한 지식이 있어야 함.



Kalman Filter algorithm

$$x_{k+1} = Ax_k + w_k$$

$$z_k = Hx_k + v_k$$

$$\hat{x}^-_{k+1} = A\hat{x}_k$$

x_k는 상태 변수

z_k는 측정값

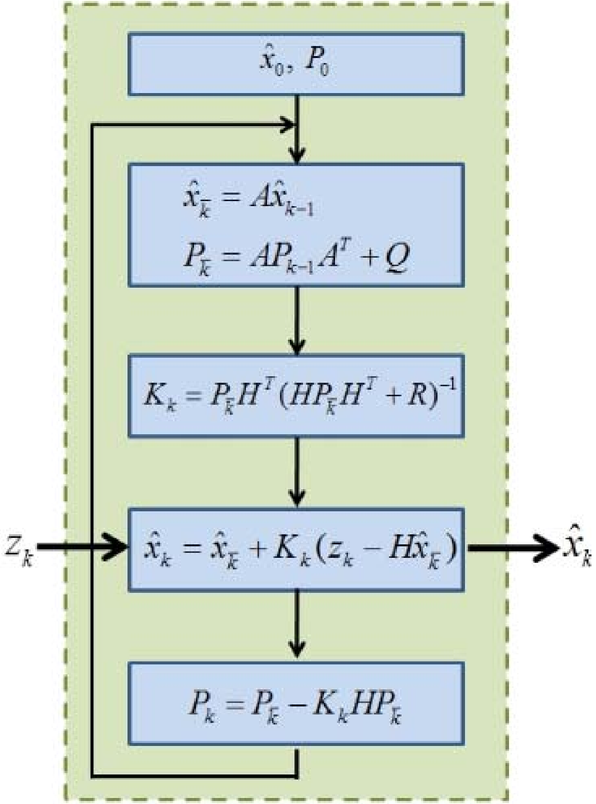
A는 상태전이행렬

H는 mXn 행렬

w_k는 잡음

w_k는 측정 잡음

4. 시스템 모델 선형 시스템의 상태 모델에 대한 지식이 있어야 함.



Kalman Filter algorithm

$$x_{k+1} = Ax_k + w_k$$

$$z_k = Hx_k + v_k$$

x_k는 상태 변수

z_k는 측정값

A는 상태전이행렬

H는 mXn 행렬

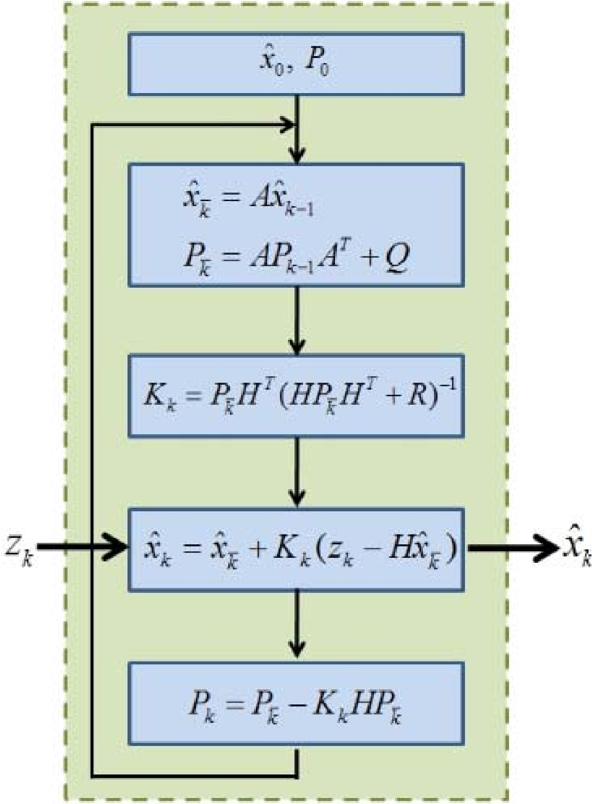
w_k는 잡음

w_k는 측정 잡음

$$\hat{x}_{k+1}^{-} = A\hat{x}_k$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^{-} + K_k(z_k\text{-}H\hat{x}_k^{-})$$

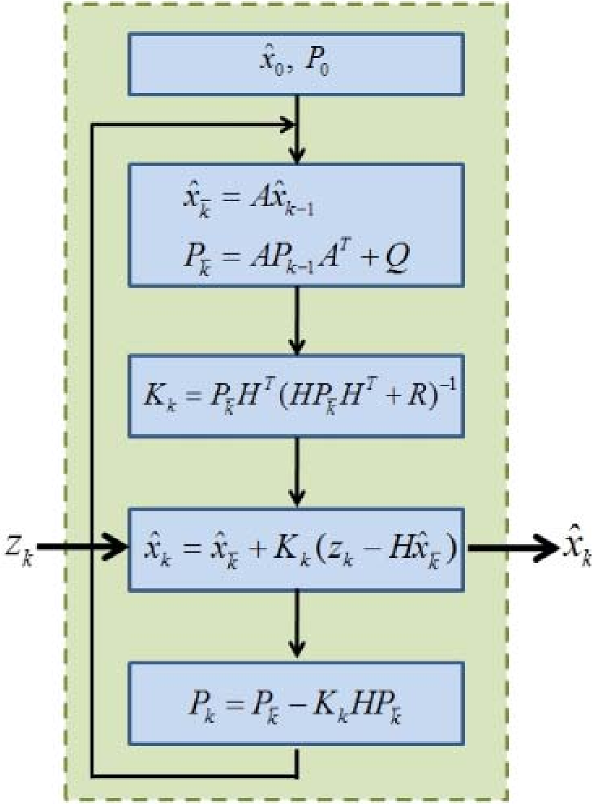
4. 시스템 모델 (잡음의 공분산)



Kalman Filter algorithm

칼만 필터는 잡음이 표준정규분포를 따른다고 가정하기에
잡음의 분산만 알고 있으면 된다.
표준정규분포에서는 평균이 항상 0 이기 때문이다.

4. 시스템 모델 (잡음의 공분산)



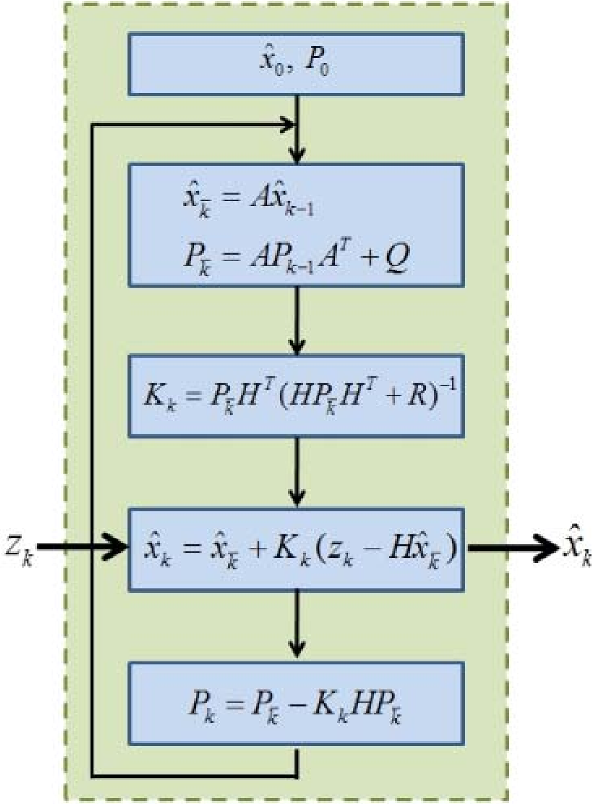
Kalman Filter algorithm

칼만 필터는 잡음이 표준정규분포를 따른다고 가정하기에
잡음의 분산만 알고 있으면 된다.
표준정규분포에서는 평균이 항상 0 이기 때문이다.

$Q = w_k$의 공분산 행렬

$R = v_k$의 공분산 행렬

4. 시스템 모델 (잡음의 공분산)



Kalman Filter algorithm

칼만 필터는 잡음이 표준정규분포를 따른다고 가정하기에
잡음의 분산만 알고 있으면 된다.
표준정규분포에서는 평균이 항상 0 이기 때문이다.

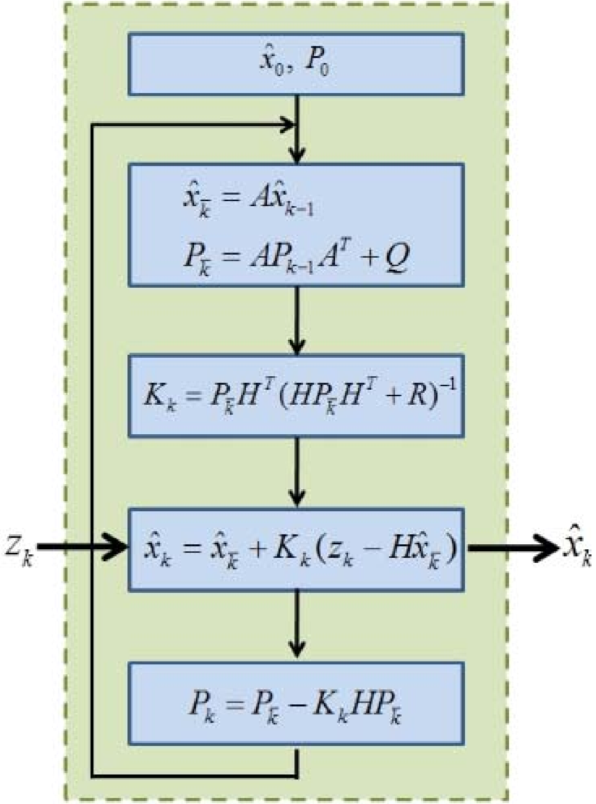
$Q = w_k$의 공분산 행렬

$R = v_k$의 공분산 행렬

행렬 Q와 R은 잡음의 특성을 정확히 해석해서 정하는게 원칙이지만
여러 오차가 복합적으로 작용하기 때문에 해석적으로 결정하는데 한계.

일반적으로 시행착오 과정을 통해서 적절한 값을 찾음.

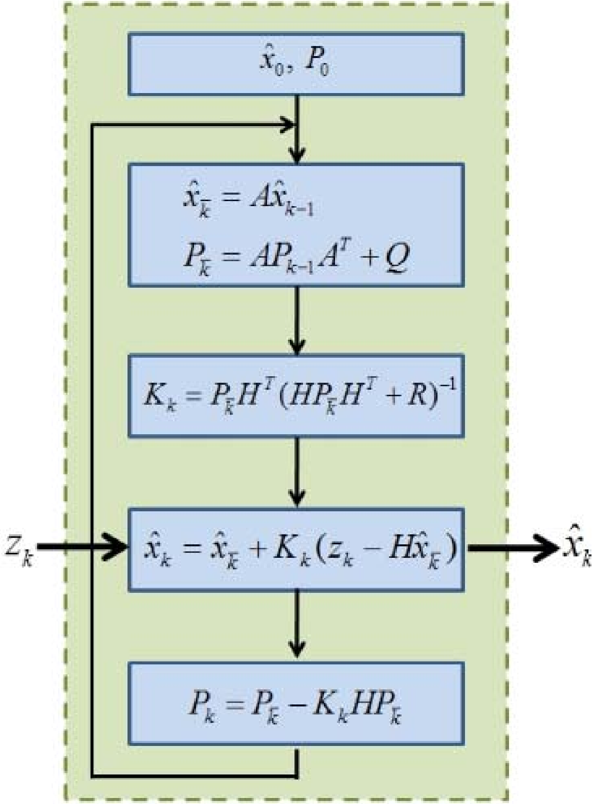
4. 시스템 모델



Kalman Filter algorithm

먼저, R을 보면 칼만 이득 계산식에 등장한다.

4. 시스템 모델

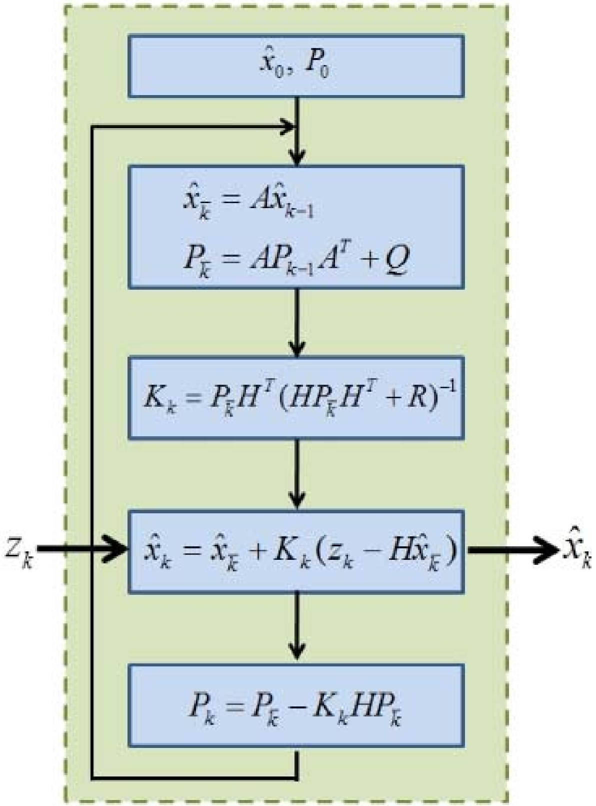


Kalman Filter algorithm

먼저, R을 보면 칼만 이득 계산식에 등장한다.

$$K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1}$$

4. 시스템 모델



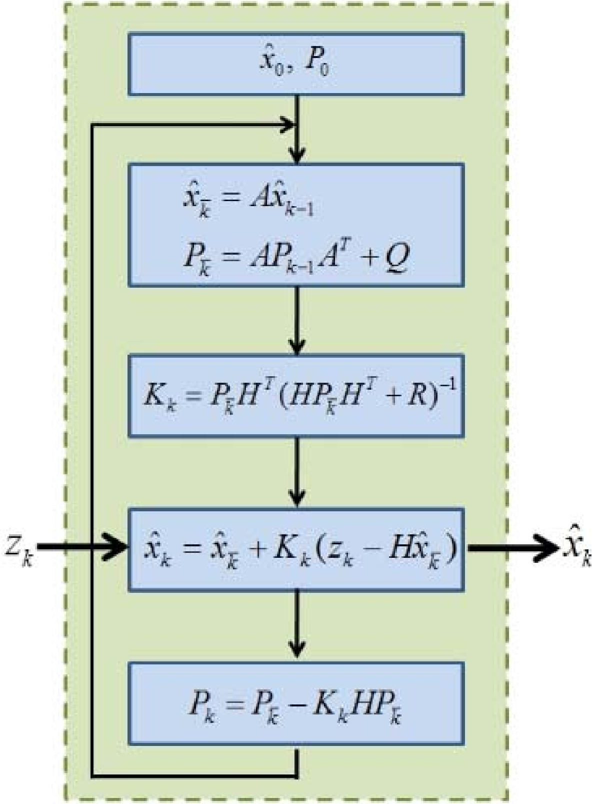
Kalman Filter algorithm

먼저, R을 보면 칼만 이득 계산식에 등장한다.

$$K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1}$$

행렬식으로 보면 어렵기에 스칼라로 보고 다음과 같이 식을 정리한다.

4. 시스템 모델



Kalman Filter algorithm

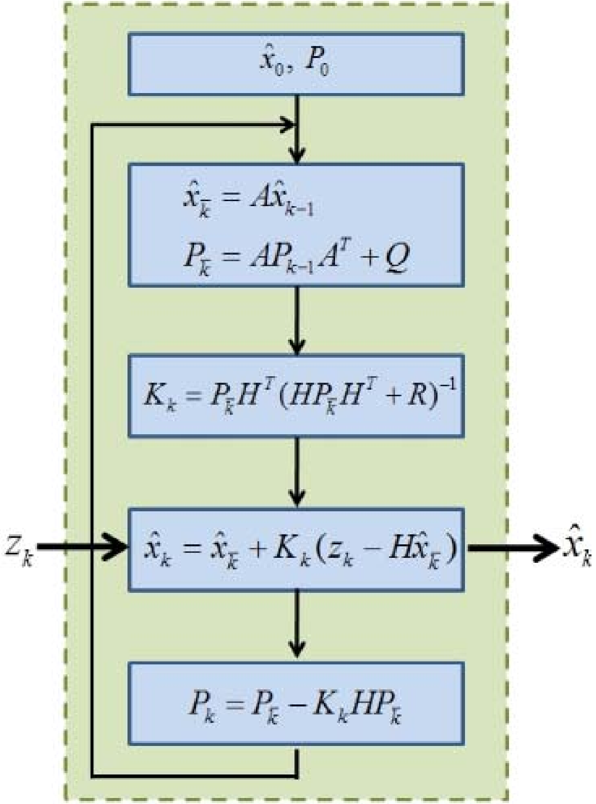
먼저, R을 보면 칼만 이득 계산식에 등장한다.

$$K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1}$$

행렬식으로 보면 어렵기에 스칼라로 보고 다음과 같이 식을 정리한다.

$$K_k = \frac{P_k^- H^T}{HP_k^- H^T + R}$$

4. 시스템 모델



Kalman Filter algorithm

먼저, R을 보면 칼만 이득 계산식에 등장한다.

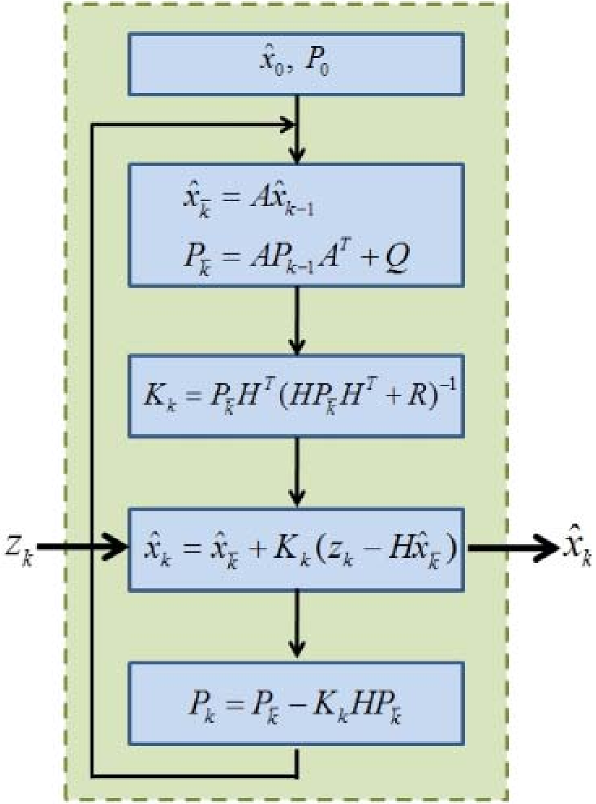
$$K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1}$$

행렬식으로 보면 어렵기에 스칼라로 보고 다음과 같이 식을 정리한다.

$$K_k = \frac{P_k^- H^T}{HP_k^- H^T + R}$$

R이 커지면 칼만 이득이 작아진다.

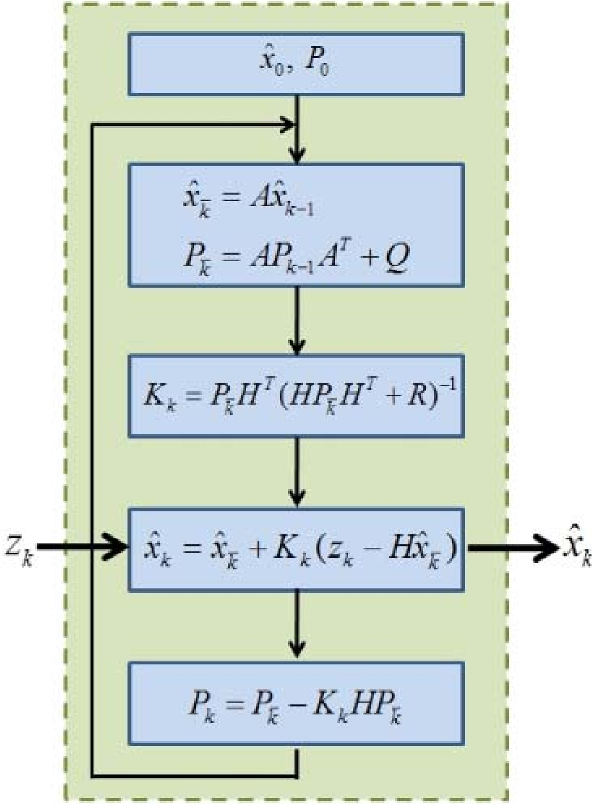
4. 시스템 모델



Kalman Filter algorithm

칼만 이득이 작아지면 추정값 계산에 측정값이 반영되는 비율이 작아진다.

4. 시스템 모델

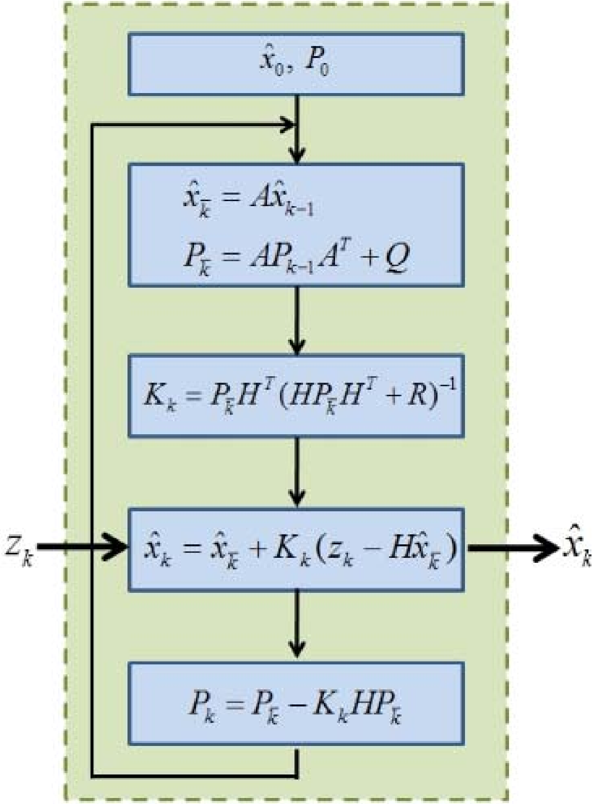


Kalman Filter algorithm

칼만 이득이 작아지면 추정값 계산에 측정값이 반영되는 비율이 작아진다.

$$\hat{x}_k = k_k z_k + (I - k_k)\hat{x}_k^-$$

4. 시스템 모델



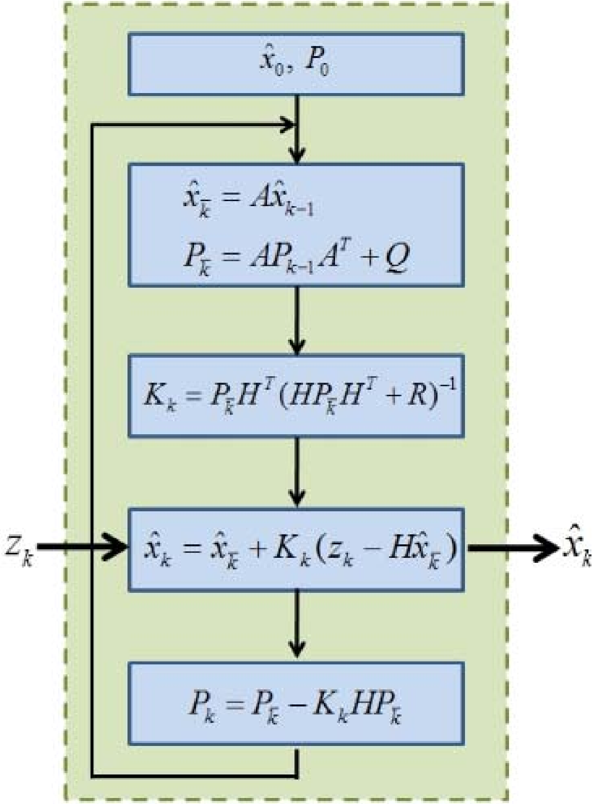
Kalman Filter algorithm

칼만 이득이 작아지면 추정값 계산에 측정값이 반영되는 비율이 작아진다.

$$\hat{x}_k = k_k z_k + (I - k_k)\hat{x}_k^-$$

반면 예측값의 반영비율은 높아진다.

4. 시스템 모델



Kalman Filter algorithm

칼만 이득이 작아지면 추정값 계산에 측정값이 반영되는 비율이 작아진다.

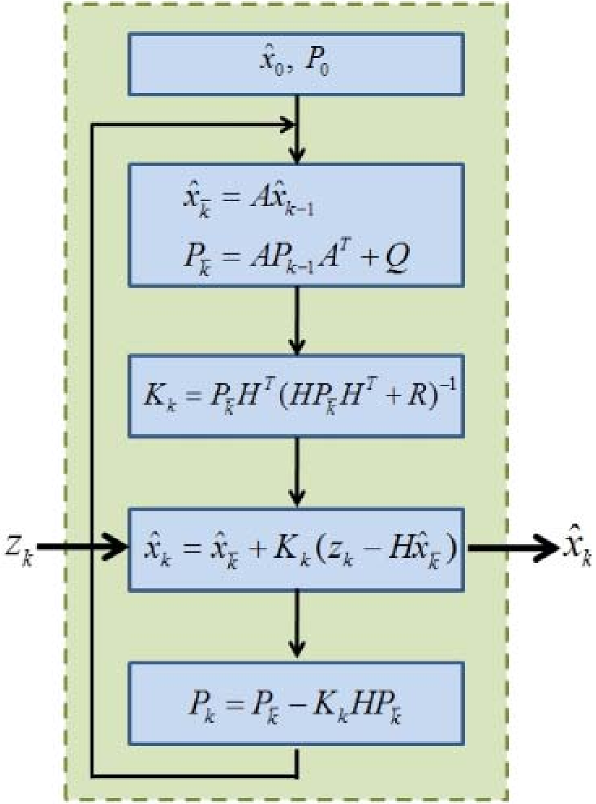
$$\hat{x}_k = k_k z_k + (I - k_k)\hat{x}_k^-$$

반면 예측값의 반영비율은 높아진다.

즉, 외부 측정값의 영향을 덜 받게 되어 추정값의 변화가 줄어든다.

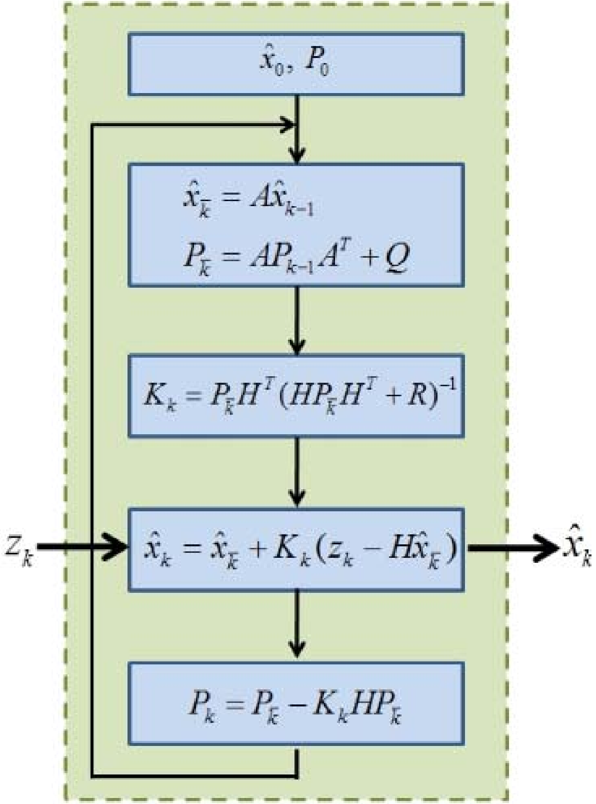
따라서 측정값의 영향을 덜 받고 변화가 완만한 추정값을 얻고 싶다면
행렬 R을 키우면 됩니다.

4. 시스템 모델



Kalman Filter algorithm

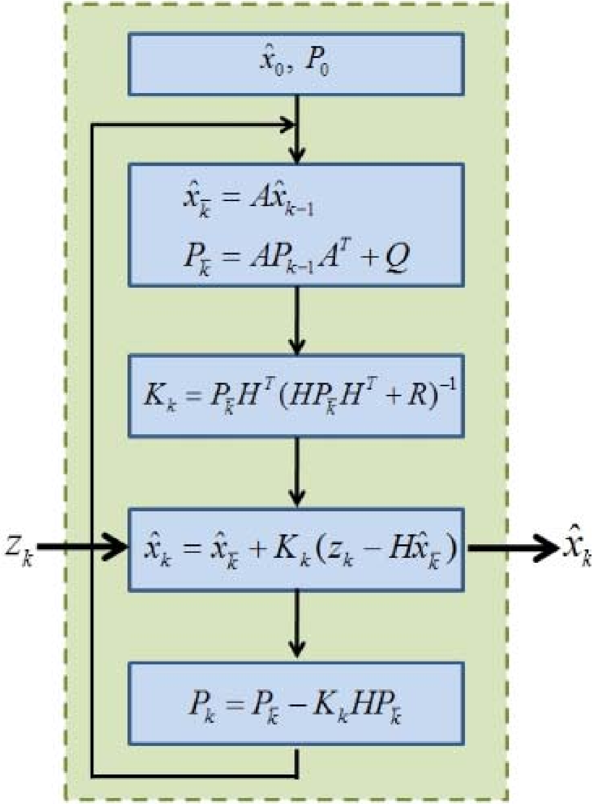
4. 시스템 모델



Kalman Filter algorithm

$$P_{k+1}^- = AP_kA^T + Q$$

4. 시스템 모델

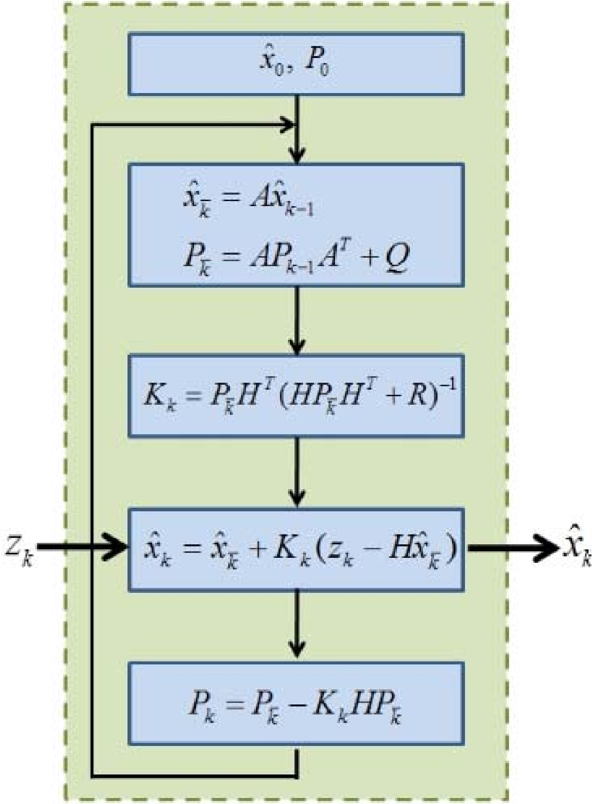


Kalman Filter algorithm

$$P_{k+1}^{-} = AP_kA^T + Q$$

Q가 커지면 오차 공분산 예측값도 커진다.

4. 시스템 모델



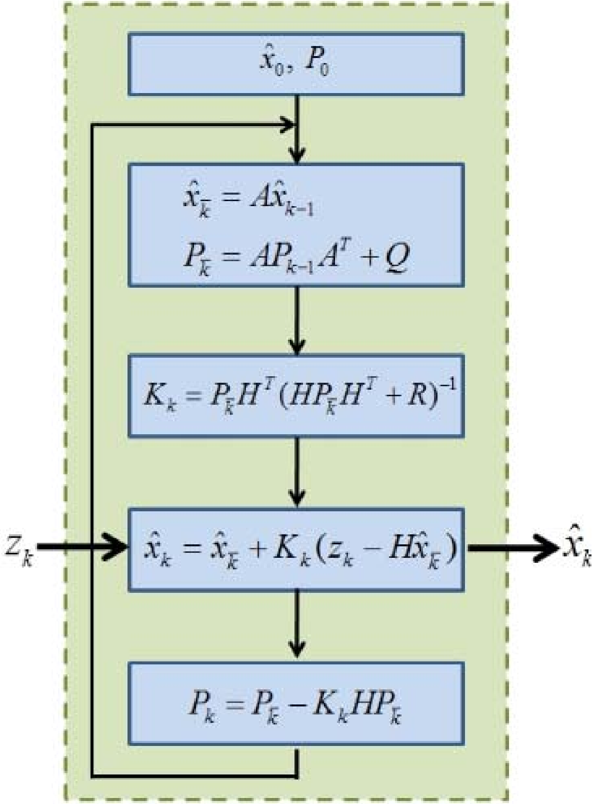
Kalman Filter algorithm

$$P_{k+1}^{-} = AP_kA^T + Q$$

Q가 커지면 오차 공분산 예측값도 커진다.

오차 공분산이 커지면 ....

4. 시스템 모델



Kalman Filter algorithm

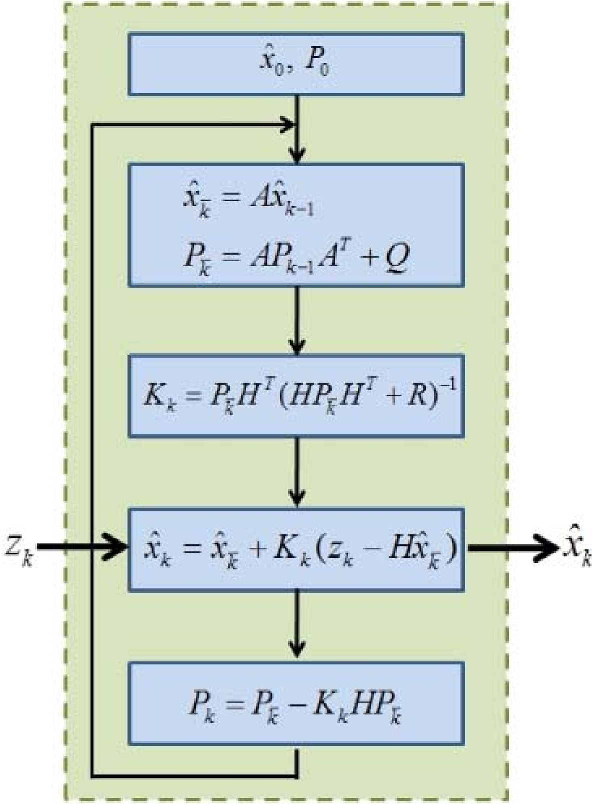
$$P_{k+1}^{-} = AP_kA^T + Q$$

Q가 커지면 오차 공분산 예측값도 커진다.

오차 공분산이 커지면 ....

$$K_k = \frac{P_k^{-}H^T}{HP_k^{-}H^T + R}$$

4. 시스템 모델



Kalman Filter algorithm

$$P_{k+1}^{-} = AP_kA^T + Q$$

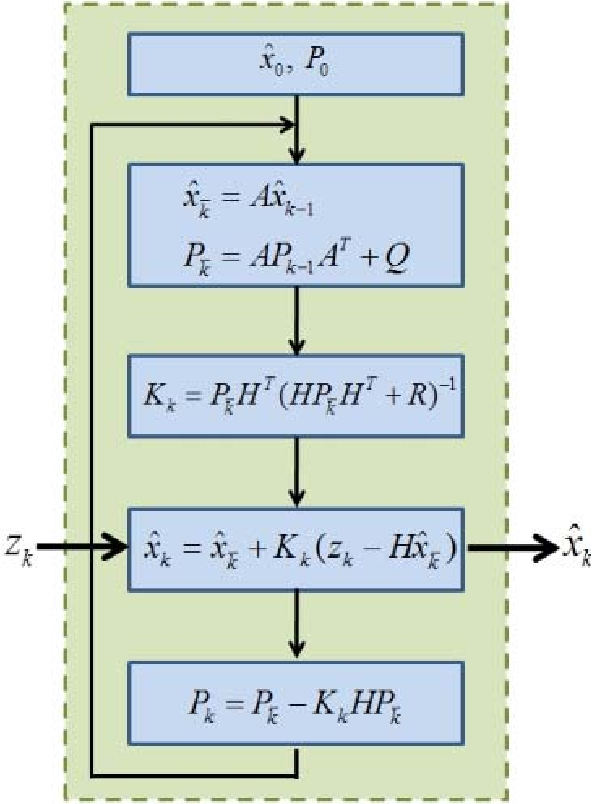
Q가 커지면 오차 공분산 예측값도 커진다.

오차 공분산이 커지면 ....

$$K_k = \frac{P_k^{-}H^T}{HP_k^{-}H^T + R}$$

칼만 이득이 커진다...

4. 시스템 모델



Kalman Filter algorithm

$$P_{k+1}^{-} = AP_kA^T + Q$$

Q가 커지면 오차 공분산 예측값도 커진다.

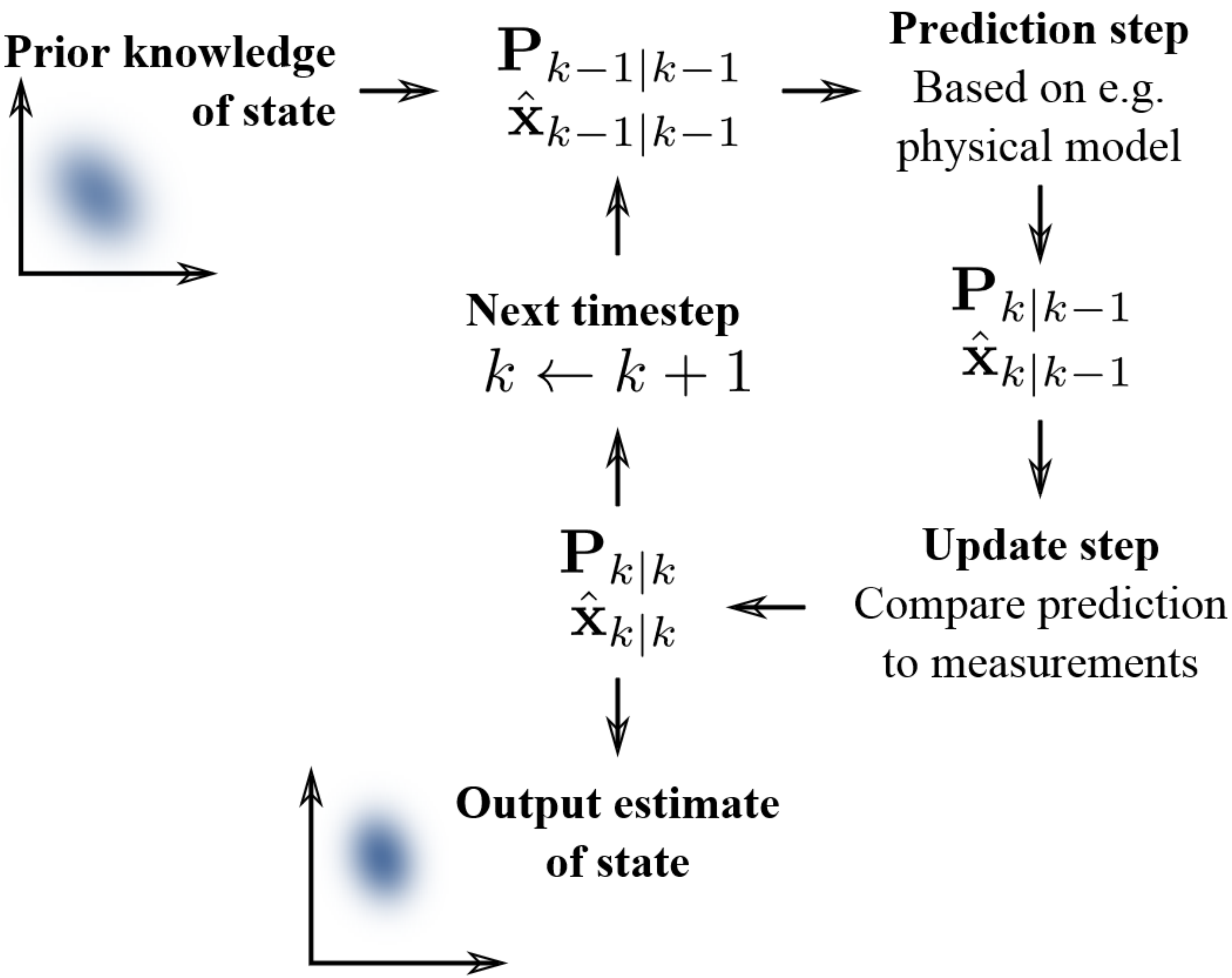
오차 공분산이 커지면 ....

$$K_k = \frac{P_k^{-}H^T}{HP_k^{-}H^T + R}$$

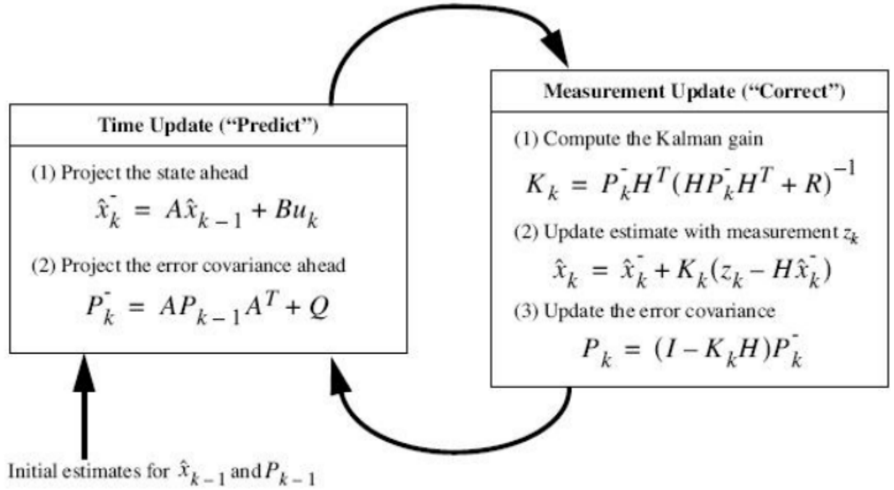
칼만 이득이 커진다...

측정값에 영향을 덜 받고 변화가 완만한 추정값을 얻고 싶다면
행렬 Q를 줄려야한다.

5. 결론



Prior knowledge of state
$\mathbf{P}_{k-1|k-1}$
$\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}$
Prediction step
Based on e.g. physical model
$\mathbf{P}_{k|k-1}$
$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$
Next timestep
$k \leftarrow k+1$
Update step
Compare prediction to measurements
Measurements
$\mathbf{y}_k$
$\mathbf{P}_{k|k}$
$\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$
Output estimate of state



Time Update ("Predict")
(1) Project the state ahead
$\hat{x}_k^- = A\hat{x}_{k-1} + Bu_k$
(2) Project the error covariance ahead
$P_k^- = AP_{k-1}A^T + Q$
Measurement Update ("Correct")
(1) Compute the Kalman gain
$K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1}$
(2) Update estimate with measurement z_k
$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - H\hat{x}_k^-)$
(3) Update the error covariance
$P_k = (I - K_k H)P_k^-$
Initial estimates for $\hat{x}_{k-1}$ and P_{k-1}